論 文
14—2—1

Analog 電子計算機에 依한 3相 整流 波形의 解析

(Analysis of Three-phase Rectified Wave Forms by Analog Computer)

梁 興 錫* · 朴 旻 鎬**
(Hung Suk Yang · Min Ho Park)

ABSTRACT

This paper describes the commutation current and ignition angle of current which occures in the combination of silicon rectifier with synchronous generator when the constants of rectifier circuits parameters are changed. This is precisely accomplished by setting-up the analog computer with voltage generating circuits and non-linear elements circuits. When the characteristics of rectification are properly selected in the simulation, this method is able to extend to the connection of SCR and electric machinery. We also expect that this method is helpful to the investigation of characteristics, and design of alternating exciters, self-excited synchronous generators instead of D-C machines.

1. 序 論

整流器를 포함한 回路의 解析은 水銀整流器의 理論으로서 자세히 硏究되어 있으나, 최근 silicon整流素子의 발달에서 이 整流素子와 同期發電機의 결합에 의해 直流電流를 사용하는 예가 많다. 이때에 發電機의 設計 및 特性을 알아내기 위해서는 整流電流의 정밀한 검토가 필요하다.

이 경우의 整流電流의 數學的 解析에서 數値上의 결과를 얻기는 너무나 복잡하고, 또한 osciloscope에 의한 解析은 被試驗回路 定數의 變更에 따르는 操作의 불편과, 測定値의 誤差가 많아 진다.

本 硏究는 이러한 것을 고려하여 定數 變更이 편리하고, 記錄이 정확한 Analog電子計算機에 의해 解析을 하였다. 즉 發電機 3相半波整流回路를 불럭線圖로 고치고, 電壓發生回路, 非線型素子回路를 附加하여 計算機에 simmulation回路를 set-up 하고 整流回路定數를 변화시키는 경우의 整流電流의 轉流期間, 電流點弧角등을 정확하게 파악하고자 한다.

2. 整流回路 및 整流電流

硏究對象으로 흔이 사용되고 있는 交流勵磁機回路를 취하고, 그것은 **그림 1**과 같이 同期發電機와 整流素子로 구성되어 있다. **그림 2**는 이 機械의 3相半波整流回路를 표시한 것이다.

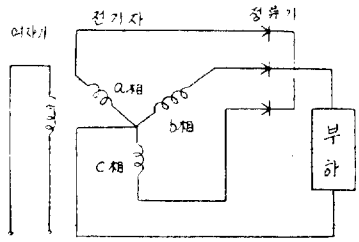


그림 1. 同期發電機 整流回路

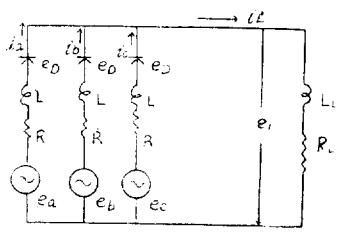


그림 2. 3相半波整流回路

發電機의 3相誘起電壓 e_a, e_b, e_c를 正弦波라 하고, 또 各相電流를 i_a, i_b, i_c라고 하자. 그림 2. **그림 3**에서 아는 바와 같이 相 및 負荷의 인덕탄스 L, L_l 및 抵抗 R, R_l 때문에 轉流期間(commutation period)에서는 電流 i_a는 서서이 감소하고, 한편 다음에 負荷에 분담할

**서울工大 敎授·正會員
Professor,
College of Engineering.
Seoul National University

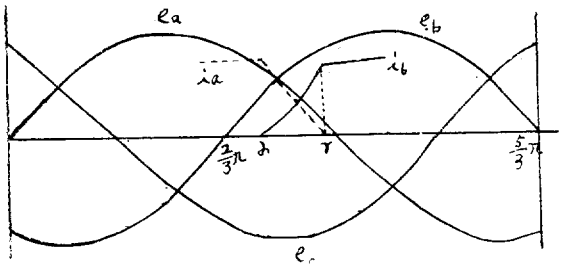


그림 3. 整流電流, 電壓 關係

相電流 i_b 는 서서이 증가하게 된다. 이때는 두 相이 並列로 電流를 분담하는 셈이된다. 이 期間이 지나가면 b 相이 전적으로 電流를 부담한다. 이 期間을 單獨期間이라 하자. 따라서 回路의 電壓方程式을 轉流期間과 單獨期間의 두 부분으로 구분하고 다음과 같이 표시하였다.

轉流期間에서는

$$\left.\begin{aligned} e(t)_a &= [R+L_p]\ i(t)_a + [R_1+L_1P]\,[i(t)_a+i(t)_b] \\ e(t)_b &= [R+L_p]\,i(t)_b + [R_1+L_1P[i(t)+i(t)_b] \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

單獨期間에서는

$$e(t)_b = [R+LP]\,i(t)_b + [R_1+L_1P]\,i(t)_b \quad (2)$$

여기서 $p=d/dt$

$$\left.\begin{aligned} e(t)_b &= \sqrt{2}\,E\sin(wt-\tfrac{2}{3}\pi)(U_1-U_2) \\ e(t)_b &= \sqrt{2}\,E\sin(wt-\tfrac{2}{3}\pi)(U_2-U_3) \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

이고, U_1, U_2, U_3는 step 函數이고

$$U_1 \equiv u\left(t-\frac{2n\pi+2/3\,\pi}{w}\right)$$

$$U_2 \equiv u\left(t-\frac{2n\pi+r+2/\pi}{w}\right)$$

$$U_3 \equiv u\left(t-\frac{2n\pi+5/3\,\pi}{w}\right)$$

$n=0,\ 1,\ 2,\cdots\cdots$

이 된다. 즉 轉流가 완전이 끝난 角을 r로 하고, $e(t)_a$는 $e(t)_b$보다 $(2/3)\pi$ 앞선 경우이고 위의 식과 같은 형식을 취하게 된다.

轉流期間 및 單獨期間의 b 相의 電流를 구하면[1]

$-\frac{2}{3}\pi<\theta<r+\frac{2}{3}\pi$ (轉流期間)에서

$$i(\theta)_b = \frac{\sqrt{2}\,E\cos\frac{\pi}{3}}{[(R+2R_1)^2+w^2(L+2L_1)^2]^{1/2}}\left[\sin(\theta+\frac{\pi}{3}-\varphi_{k1}) - \sin\left(\frac{\pi}{3}-\varphi_{k1}\right)\epsilon^{-K_1\frac{\theta}{w}}\right] - \frac{\sqrt{2}\,E\sin\frac{\pi}{3}}{(R^2+w^2L^2)^{1/2}}\left[\cos(\theta+\frac{\pi}{3}-\varphi_{k0}) - \cos\left(\frac{\pi}{3}-\varphi_{k0}\right)\epsilon^{-K_0\frac{\theta}{w}}\right] + i(0)\,\frac{\epsilon^{-K_1\frac{\theta}{w}}-\epsilon^{-K_0\frac{\theta}{w}}}{2} \quad (4)$$

$r+\frac{2}{3}\pi<\theta<\frac{5}{3}\pi$ (單獨期間)

$$\bar{i}(\theta)_b = \frac{\sqrt{2}\,E}{[(R+R_1)^2+w^2(L+L_1)^2]^{1/2}}\left[\sin(\theta-\varphi_k)-\sin(r-\varphi_k)\epsilon^{-K\frac{\theta-r}{w}}\right] + i(0)\epsilon^{-K\frac{\theta-r}{w}} \quad (5)$$

여기서

$$K_1=\frac{R+2R_1}{L+2L_1},\quad K_0=\frac{R}{L},\quad K=\frac{R+R_1}{L+L_1}$$

$$\tan\varphi_{k1}=\frac{w}{K_1},\quad \tan\varphi_{k0}\frac{w}{K_0},\quad \tan\varphi_k=\frac{w}{K}$$

$i(0)$, $\bar{i}(0)$ 各期間에서의 初期電流

식(4), 식(5)를 曲線으로 표시하면 대체로 그림 4와 같은 波形이 된다.

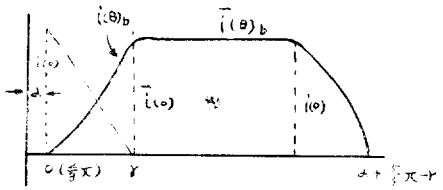


그림 4. b 相의 整流電流이 波形

식(4)에서 $\theta=r$ 이면 $i(\theta)_a=\bar{i}(0)$가 되고, $\theta=\alpha+\frac{2}{3}\pi-r$ 에서는 식(5)의 $i(\theta)_b$는 $i(0)$가 된다. 그런데 보통 3 相半波回路에서는 $i(0)=\bar{i}(0)$ 이므로 두 식에서 初期電流가 除去되기 때무에 r의 값이 결정되나, 이러한 값의 변화는 回路의 R/L, R_1/L_1의 변화가 있기 때문이다.

다음 電流가 흐르기 시작하는 角 α를 결정하여 보자. 문제를 간단이 하기 위해 負荷電流를 일정하다고 가정하자.

식(1)에서

$$e(t)_b-e(t)_a=R[i(t)_b-i(t)_a]+LP[i(t)_b-i(t)_a]$$

負荷電流를 I_1라고 하면

$$i(t)_a=I_1-i(t)_a \quad (6)$$

혹은

$$pi(t)_a=0-pi(t)_b$$

따라서

$$e(t)_b-e(t)_a=R[2i(t)_b-I_1]+2Lpi(t)_b$$

그런데 $e(t)_b-e(t)_a$는 線間電壓이고 誘起電壓을 基準으로 취하면 $\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}E\sin(wt-30^\circ+\alpha)$가 된다.

여기서 $wt=0$ 일때 $i_b=0$이고, 위의 식은

$$\sqrt{3}(\sqrt{2}E)\sin(-30°+\alpha)=-RI_1+2Lpi(t)_b \quad (7)$$

이 되고 α를 구하면 다음과 같다.

$$\alpha=30°+\sin^{-1}\left[\frac{-RI_1+2Lpi(t)_b}{\sqrt{3}(\sqrt{2}E)}\right] \quad (8)$$

이것이 相電壓을 基準으로 할때 相電流가 흐르기 시작하는 電流點孤角이 된다.

보통 $RI_1>2Lpi(t)_b$이고 $\sin^{-1}$의 角은 (−)가 된다. 따라서 α는 30°이내의 값이 될 것이다. 식(4), 식(5), 그리고 식(8)에서 r, α의 角이 표시되나, 주위에서 들어오는 여러가지 要素때무에 數値的計算이 복잡하다. 다만 알수있는 경향은 r는 發電機 및 負荷의 定數에 의해 결정되고, α는 대체로 發電機回路의 定數에 의해 결정된다는 것을 알 수 있다.

3. Analog 電子計算機回路

整流素子의 正方向電壓降下를 e_d라고 하면 電壓方程式은 식(1)에 ed를 추가하여

$$e(t)-[Ri(t)+Lpi(t)]-e_d=e_1 \quad (9)$$

e_1는 負荷回路의 電壓이고

$$e_1=L_1Pi(t)+Ri(t)_1 \quad (10)$$

로 표시된다. 식(9)의 $Ri(t)_1+Lpi(t)_1=ex$는 卷線의 電壓이고 식(9), 식(10)의 블럭 線圖는 **그림 5**와 같이 된다.

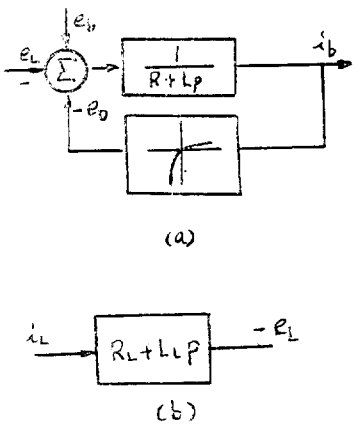


그림 5. 식(9)의 블럭線圖

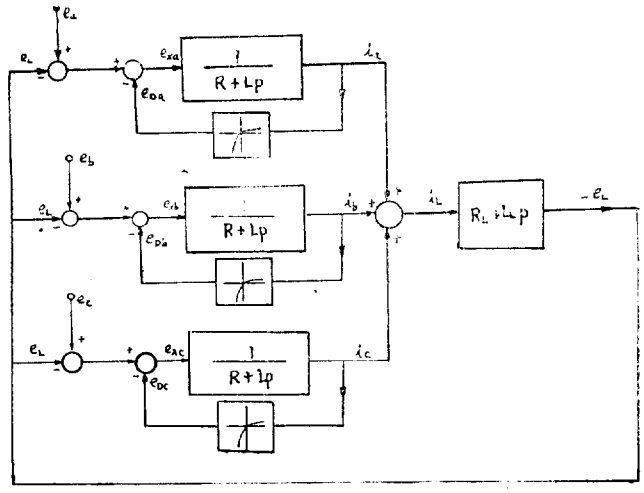


그림 6. 3 相半波整流回路의 블럭線圖

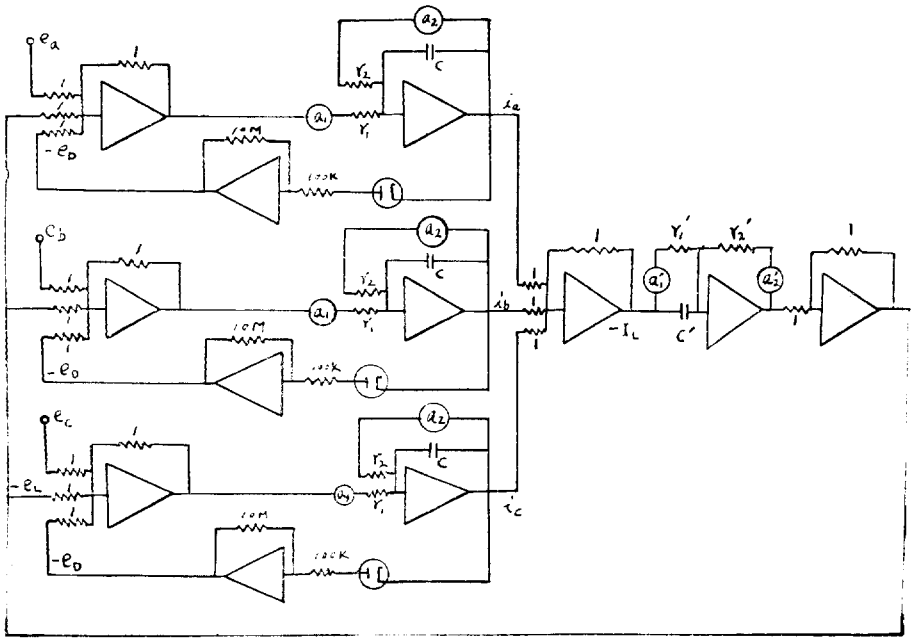


그림 7. 3 相半波整流回路의 computor set 回路

그림 5*a* 의 피이드백 回路의 特性은 整流素子의 模擬特性을 표시한다. 따라서 3相半波回路全體의 블럭線圖는 **그림 6**에 표시한다.

이 線圖를 analog 電子計算機에 씨뮤레이트 시키면 **그림 7**과 같이 된다.

여기서 整流素子特性의 非線型을 線型化시켜서 해석하여야 한다. 지금 그림 8과 같은 演算回路를 구성시키면 演算增幅器의 入力 e_i가 $e_i>0$의 경우는 電子管 diode는 電流가 흐르지 못하고 內部抵抗 r_d는 거의 無限大에 가까운 큰 抵抗과 같으므로 演算回路式은

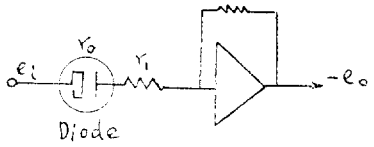


그림 8. 非線型整流子素子의 等價回路

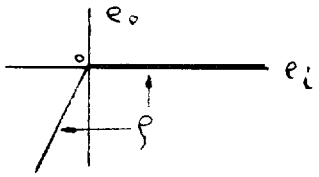


그림 9. 整流素子의 電壓一電流等價特性

$$-e_o=\frac{r_2}{r_1+r_d}e_i=0 \qquad (11)$$

이 되고 **그림 9**의 e_i軸上에 $e_i\sim e_o$의 曲線이 있게 된다.

다음 $e_i<0$의 경우 diode의 抵抗은 零에 가까우며, 이때의 演算式은

$$-e_o=\frac{r_2}{r_1+r_d}\simeq\frac{r_2}{r_1}e_i \qquad (12)$$

이다. r_2/r_1의 傾斜를 가지는 $e_i\sim e_o$曲線은 그림의 ρ直線에 해당된다. 이 全體曲線이 整流素子의 整流特性을 나타내고, 블럭 線圖의 씨뮤레이션이가능하다.

다음 發電機卷線의 誘起電壓 e_a, e_b, e_c의 發生裝置를 설명하자. 각각의 電壓을 다음과 같이 표시하여 보면

$$\left.\begin{aligned} e_a&=\sqrt{2}E\sin wt=2X\\ e_b&=\sqrt{2}E\sin(wt-\frac{2}{3}\pi)=-X-Y\\ e_c&=\sqrt{2}E\sin(wt-\frac{2}{3}\pi)=-X+Y\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

이때에는

$$X=\frac{\sqrt{2}E}{2}\sin wt,\quad Y=\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}E}{2}\cos wt \qquad (14)$$

이 된다 X, Y發生器의 set-up은 **그림 10**과 같이 된다.

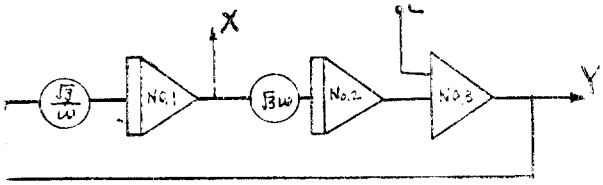


그림 10. 3相電壓의 發生演算回路

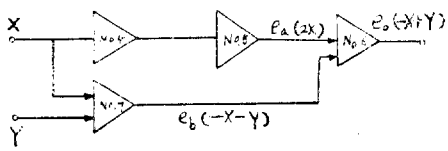


그림 11. e_a, e_b, e_c의 演算回路

여기서 初期條件 C는 $wt=0$에서 구해지고 그 값은 $\sqrt{2}\sqrt{3}E/2$이다. 이 X, Y를 사용하여 **그림 11**의 演算回路를 만들면 3相交流電源을 얻을 수 있다. 따라서 **그림 10**과 **그림 11**의 全體計算機의 set-up은 **그림 12**와 같다.

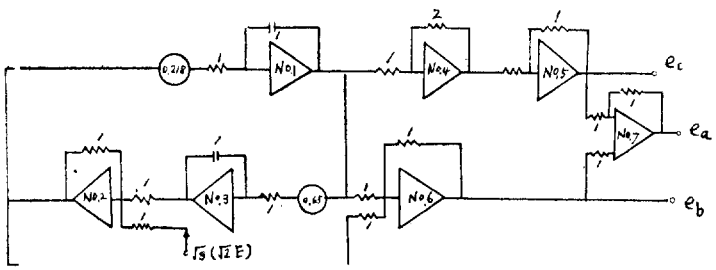


그림 12. 3相正弦波電壓의 計算機

4. 實驗結果

(1) 實驗測定値

實驗裝置에는 低速型 analogy 電子計算機 Donner Model 3000의 整流方程式을 풀기 위해 電壓正弦發生器, 演算增幅器, 模擬整流素子特性回路를 追加하였다.

그림 13은 이 實驗裝置의 외관이다.

그림 14는 G.E. 製發電機의 定數 $R=0.5[\Omega]$ $L=4$[mH]에다 負荷 $R_l=100[\Omega]$, $L_l=500$[mH]를 사용한 경우의 analog 電子計算機에 의한 1相整流電流와 相電壓을 표시하였다. 그림에서 e_b는 正弦波誘起電壓이고 相整流電流는 위의 曲線이 된다. 따라서 電壓을 基準으로 하는 電流點弧角 α, 整流期間 γ도 scale에 의해 결정된다. 이때의 電機子回路와 負荷回路의 re-set를 표시하면 **그림 15**와 같고, 負荷定數變更의 경우는 그림 (a)를 固定시키고 그림(b)의 a'_1, a'_2를 變更시키면 R_l가 여러가지 값으로 나타난다. 그림 14의 경우는

$R=0.5[\Omega]$
$L=4[mH]$ 일때

r_1	r_2	a_1	a_2	c
0.1	1	$0.0025\times\alpha_i$	0.0125	0.1

$L_l=500$[mH]
$R_l=100[\Omega]$ 일때

r_1'	r_2'	a_1'	a_2'	c'
1	1	0.2	$0.002\times\alpha_i$	

여기서 α_i는 電流의 scale factor가 된다.

(a) 轉流期間 γ의 測定値

電機子回路定數 $R=0.5[\Omega]$ $L=4[mH]$인 경우 R_l/L_l의 변화에 따른 α, γ의 변화를 조사하면 그림 16과 같다.

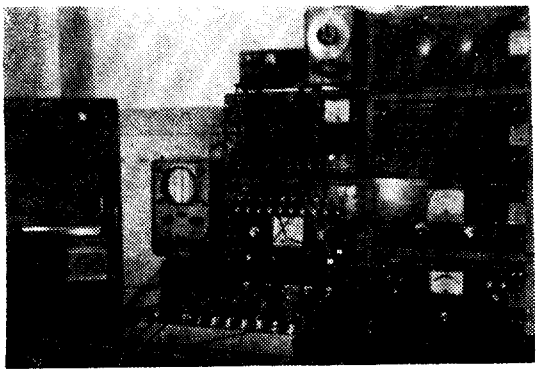


그림 13. 實驗裝置의 外觀

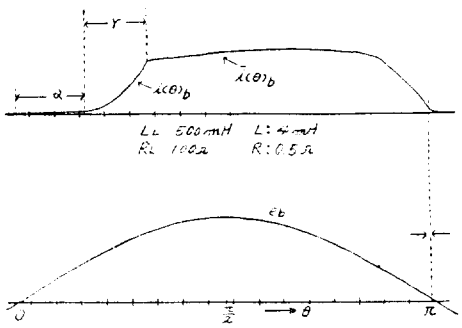


그림 14. Analogy 電子計算機에 의한 相電流波形

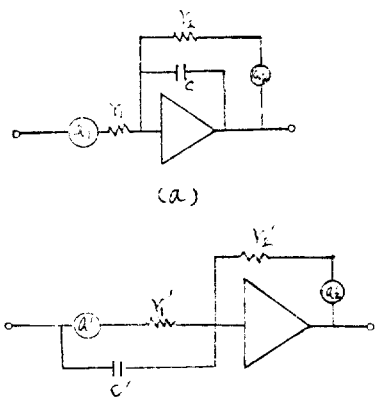
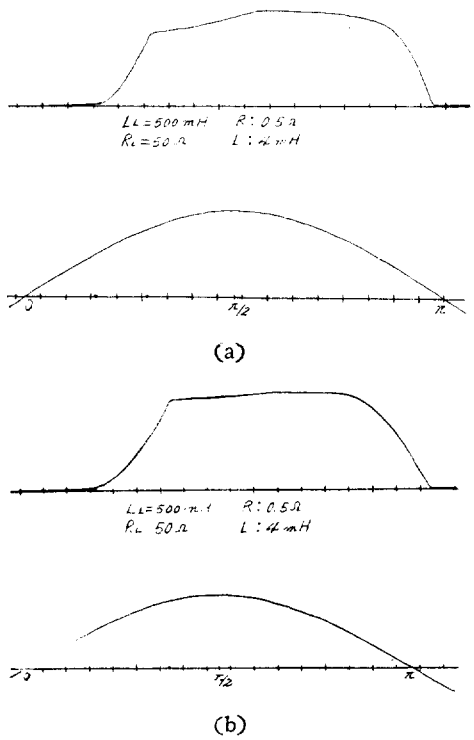


그림 15. 定數變更增幅器



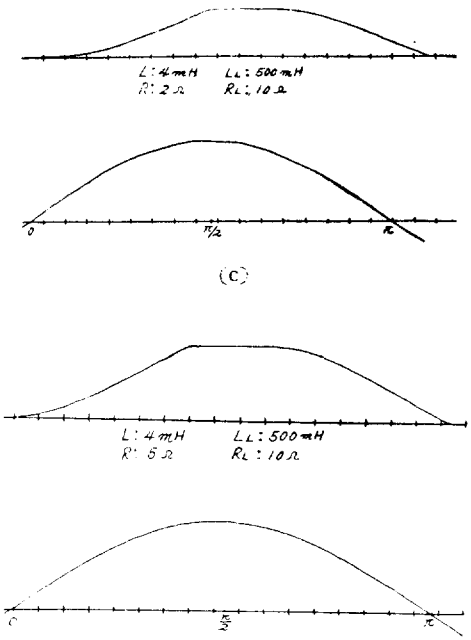
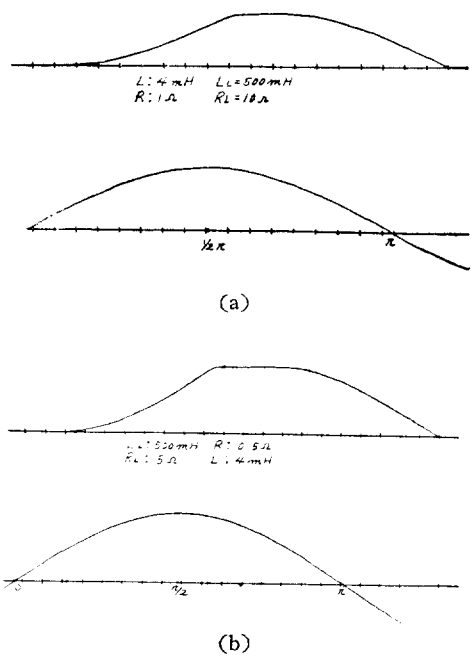


그림 16. R, L 를 일정이 하였을 때의 相整流電流

(b) 電流點弧角 α 의 測定

負荷回路의 定數 L_l=500[mH] R_l=10[Ω]로 고정하고 電機子定數 R/L 를 변화시키는 경우의 α, γ 의 변화를 조사하면 **그림 17**과 같다.



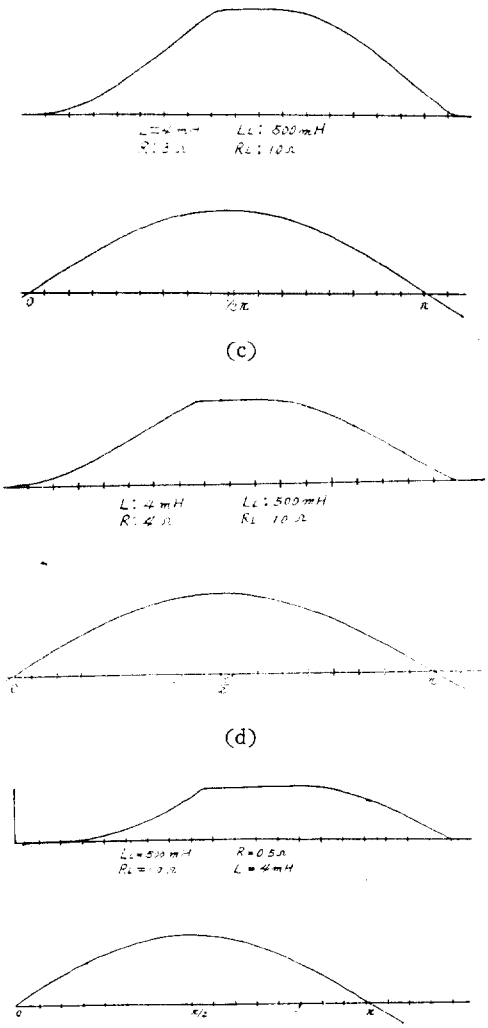


그림 17. R_l, L_l 를 일정이하였을 때의 相整流電流

〔2〕 實驗結果

위의 實驗測定値를 graph 로 표시하면 **그림 18**, **그림 19**와 같다.

(a) 相電流波形에 있어(그림 15) 轉流期間의 增加電流와 減衰電流의 合은 대체로 일정하다. 單獨期間의 電流는 R_l/L_l 의 감소에 따라 平擔하나 R_l 의 증가에 따라 彎曲을 가지게 된다.

(b) R_l/L_l 의 변화에 의해 β 의 변화에는 거의 영향을 주지 않으나 γ 의 변화는 크다. (그림 18) 따라서 R_l/L_l 가 클때는 直流電流의 脈動에 미치는 영향, 發電機에서 高調波에 의한 反作用을 생각할 수 있다. R_l, L_l 의 감소는 整流電流의 波形을 正弦波에 가까워 지게한다.

(c) R/L 의 변화에서는 負荷에 미치는 영향은 없고,

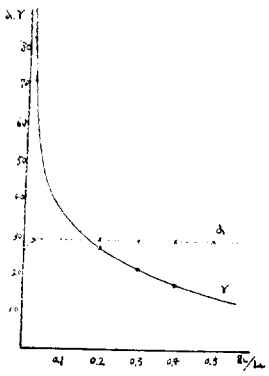


그림 18. R_l/L_l 의 변화에 따르는 α, γ

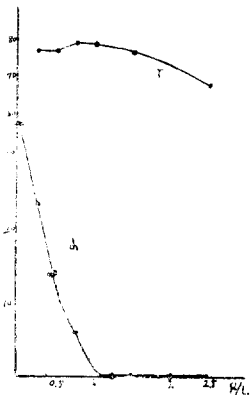


그림 19. R/L 의 변화에 따르는 α, γ

値는 거의 일정하고, α에 미치는 영향이 크다. α의 最大角은 30°이고, R/L가 크면 $\alpha=0$으로 된다. 이러한 角의 변화는 發電機에서의 力率를 생각하여야 한다.

5. 結　論

이상에서 설명한 analog 電子計算機에 의한 整流電流波形의 解析에서 특히 回路定數의 변화에 의한 轉流期間, 電流 點弧角을 이 方法을 사용하여 정밀하게 또 쉽게 測定할 수 있다. 씨뮤레이션에 있어 整流特性을 적당히 선택하면 SCR와 電氣機器의 연결에도 이 方法을 擴張할 수 있다.

直流機 대신 交流勵磁機, 또 自勵同期發電機의 勵磁回路의 設計, 特性 調査에 도움이 되리라고 생각된다.

本 硏究는 1964年 서울大學校 工科大學 硏究補助金에 의해 實施되었다.

參 考 文 獻

1) Takeuch : J.I.E.E. of Japan, Vol. 84-4, 1964
2) W.J. Shilling : A.I.E.E. Transactions Vol. 79 Part Ⅱ pp 394~401, 1960
3) Jackson(Book) : Analog computation, McGrew-Hill

(1965年 5月 3日 接受)