

# 電力系統 高調波 電流의 解析

文
15-1-1

(An Analysis of Harmonic Components of Current in the Power System)

禹 亨 疇\* · 朴 永 文\*\*  
(Woo Hyong Ju · Park Young Moon)

## ABSTRACT

The harmonic components of a current in the power system have been known to be harmful to the sound operation of the system. Their occurrence is mainly due to the nonlinear characteristics of magnetic materials which are used in the system.

This paper has, therefore, numerically analyze the harmonics from the relation between the magnetic characteristic curve and the harmonic components of a current in the R-L-C circuit.

It also has suggested a new method of calculating the magnitudes and phase angles of the harmonic components by means of approximate formulas derived here. The method is expected to apply to the determination of harmonics-limiting conditions in case of the design of such power equipment as transformer, reactor and so on.

## 1. 序 論

電力系統의 高調波 電流는 一般의 通信線에 對한 電磁誘導 障礙의 發生, 電力機器의 效率 低下 및 振動等 電力系統의 效果의 運營에 有害한 影響을 준다. 이 高調波 電流의 發生 原因으로서는 發電機에서 誘起되는 起電力 자체가 歪形된데 基因하는 것과 回路定數의 非線型性에 依하 것의 두 種類로 大別할 수 있는데, 後者의 경우는 大部分이 可飽和 鐵心의 存在로 因한 인덕턴스 또는 리액턴스의 非線型性이 그 主要原因이라 할 수 있다. 그러므로 本 研究에서는 鐵心回路의 磁化特性과 高調波 電流와의 關係를 近似的인 數式에 依하여 解析함과 同時에 基本波 電流를 알고서 電流의 各 高調波 成分을 筆算 또는 티지탈 · 컴퓨터에 依하여 計算하는 方法을 提示하였다. 그리고 本 方法에 依한 計算의 信

賴度를 測定하기 위하여 計算値와 實測値를 比較 檢討한 結果, 本 方法에 依한 計算이 어느 範圍에서는 正確度가 높으나, 그 範圍를 벗어나면 誤差가 있음을 알았다. 이 誤差는 近似式의 誘導 過程에서 몇 가지 要素를 無視한데 基因한 것으로 計算의 復雜性에 拘애되어 없다면, 같은 理論 展開 方法으로 더욱 正確度가 높은 近似式을 誘導할 수 있음을 附記 한다.

本 近似式은 變壓器, 리액터 等 可飽和 鐵心을 사용한 電力機器의 設計時 高調波 電流의 억제 條件을 決定하는 데도 應用될 것이다.

## <記號 說明>

- R : 抵抗
- C : 靜電容量
- $L^{(1)}$  : 基本波回路의 等價 인덕턴스
- $L^{(3)}$  : 第 3 高調波回路의 等價 인덕턴스
- $L^{(5)}$  : 第 5 高調波回路의 等價 인덕턴스
- $L_1, L_3, L_5$  : 磁化特性 定數
- $E_1, E_3, E_5, \dots$  : 起電力의 基本波, 第 3, 5, ... 高調波成分 振幅
- $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5, \dots$  : 起電力의 第 3, 5, ... 高調波成分의 基本波 成分에 對한 位相角差
- $I_1, I_3, I_5, \dots$  : 電流의 基本波, 第 3, 5, ... 高調波 成分 振幅
- $\theta_1, \theta_3, \theta_5, \dots$  : 電流의 基本波, 第 3, 5, ... 高調波 成分의 起電力의 基本波成分에 對한 位相角差
- $k_3, k_5, \dots$  : 電流의 第 3, 5, ... 高調波 成分 振幅의 基本波 成分에 對한 比
- w : 電源高調波의  $2\pi$  倍
- t : 時間
- i : 電流의 瞬時值
- e : 起電力의 瞬時值
- [ ' ] : 第 1 近似值
- [ '' ] : 第 2 近似值
- [ ''' ] : 第 3 近似值

\* \*\* 서울工大 電氣工學科  
Dept. of Electrical Eng.  
College of Engineering.  
Seoul National University.

### 2. 近似式의 誘導

#### A. 磁化曲線式의 假定

一般的으로 可飽和 鐵心을 包含하는 非線型 回路에 交流電壓을 加하면, 그 電壓이 正弦波라도 回路의 電流는 高調波 成分을 包含하게 됨은 周知의 事實이나, 그 定量的 解析은 容易하지 않다. 그 主要 理由로서는 磁化特性의 非線型性에 基因한 것으로, 이 非線型性은 正確한 數式的 函數 關係로서 表現할 수 없을뿐만 아니라, 그것이 可能하다고 할지라도 回路 電流의 高調波 成分의 解析은 結局 非線型 二階微分方程式의 解의 問題로 歸着하므로, 이의 完全 無缺한 解를 얻을 수 없다. 그러나 여기서 追求코자 하는 對象은 實用的인 解析을 目的으로 하는 近似式을 얻는 것이다.

于先 磁化特性을 近似的 函數式으로 表示하기 위하여 다음 項目을 假定한다. 卽,

- (a) 鐵心의 鐵損 및 磁化履歴을 無視한다.
- (b) 鐵共振回路의 跳躍現象이 發生하지 않는 安定條件의 限界內에서만 생각한다.

이상의 條件下에서 B-H 曲線 또는  $\phi=f(i)$  曲線을 階級數

$$n\phi=L_0+L_1i+L_2i^2+L_3i^3+L_4i^4+L_5i^5+\dots(1)$$

로 表示 함에 있어서, 鐵心의 磁化特性曲線은 原點에 對하여 對稱이므로  $f(i)=-f(-i)$ 이다. 따라서 偶數項의 常數  $L_0, L_2, L_4, \dots$ 는 零이 되고 式(1)은 다음과 같이 된다.

$$n\phi=L_1i+L_3i^3+L_5i^5+\dots(2)$$

解析의 簡約을 目的으로  $L_7=L_9=L_{11}=\dots=0$  으로 놓고 磁化曲線式을 近似的으로

$$n\phi=L_1i+L_3i^3+L_5i^5\dots(3)$$

라 假定한다. 그런데 磁化特性曲線은 固有의 性質上 單調增加函數이어야 하므로, 式(3)의 假定은  $\frac{d}{di}(n\phi)>0$  의 條件이 同時에 滿足시켜야 한다. 卽,

$$L_1+3L_3i^2+5L_5i^4>0\dots(4)$$

#### B. 基本波 및 高調波 電流의 解析

直列 R-L-C 回路에 있어서, 인덕턴스 L 만이 前述한 바와 같이 非線型性일 경우 歪形波 交流 電壓 e를 加할 때, e를

$$e=E_1 \sin \omega t + E_3 \sin(3 \omega t - \alpha_3) + E_5 \sin(5 \omega t - \alpha_5) + \dots(5)$$

로 놓고, 또 電壓의 歪形率이 적어  $E_3, E_5, \dots$ 가  $E_1$  보다 充分히 적을 경우를 생각한다. 이때 回路의 電壓方程式은

$$n \frac{d\phi}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int idt = e \dots(6)$$

가 되고, 이 式에 式(3) 및 (5)의 關係를 代入하면

$$\frac{d}{dt}(L_1i+L_3i^3+L_5i^5)+Ri+\frac{1}{C}\int idt=E_1 \sin \omega t + E_3 \sin(3 \omega t - \alpha_3) + E_5 \sin(5 \omega t - \alpha_5) + \dots(6)$$

가 된다. 한편, 回路電流 i도 歪形波로서 高調波 成分을 包含하게 될 것이나, 一般的으로 電力系統에서는 偶數次의 高調波電壓 成分이 存在하지 않을 뿐만 아니라 回路 鐵心의 磁化特性도 前述한 바와 같이 原點 對稱이므로, 結果적으로 式(6)의 解로서 얻어지는 回路電流 i는 偶數次의 高調波 成分이 存在하지 아니하는

$$i=I_1 \sin(\omega t - \theta_1) + I_3 \sin(3 \omega t - \theta_3) + I_5 \sin(5 \omega t - \theta_5) + I_7 \sin(7 \omega t - \theta_7) + \dots(7)$$

의 形式으로 表示될 것이다. 그리고 電流의 各 高調波 成分 振幅의 基本波 成分 振幅에 對한 比  $k_3(=I_3/I_1), k_5(=I_5/I_1), k_7(=I_7/I_1), \dots$  등이 1보다 充分히 적다고 假定한다. 式(7)을 式(6)에 代入하기 위하여 다음과 같은 中間 計算을 行한다. 卽,

$$L_1i \cong L_1I_1 \{ \sin(\omega t - \theta_1) + k_3 \sin(3 \omega t - \theta_3) + k_5 \sin(5 \omega t - \theta_5) \} \dots(8)$$

$$L_3i^3 \cong L_3I_1^3 \{ \sin(\omega t - \theta_3) + k_3 \sin(3 \omega t - \theta_3) + k_5 \sin(5 \omega t - \theta_5) \}^3 \cong \frac{3L_3I_1^3}{4} \{ \sin(\omega t - \theta_3) + k_3 \sin(3 \omega t - \theta_3) + k_5 \sin(5 \omega t - \theta_5) \} + L_3I_1^3 \left\{ -\frac{3}{4}k_3 \sin(\omega t + 2\theta_1 - \theta_3) + \frac{3}{4}k_3 \sin(3 \omega t - \theta_3) - \frac{1}{4} \sin(3 \omega t - 3\theta_1) - \frac{3}{4}k_5 \sin(3 \omega t + 2\theta_1 - \theta_5) + \frac{3}{4}k_5 \sin(5 \omega t - \theta_5) - \frac{3}{4}k_3 \sin(5 \omega t - 2\theta_1 - \theta_3) - \frac{3}{4}k_5 \sin(7 \omega t - 2\theta_1 - \theta_5) \right\} \dots(9)$$

$$L_5i^5 \cong L_5I_1^5 \{ \sin(\omega t - \theta_5) + k_3 \sin(3 \omega t - \theta_3) + k_5 \sin(5 \omega t - \theta_5) \}^5 \cong \frac{5L_5I_1^5}{8} \{ \sin(\omega t - \theta_5) + k_3 \sin(3 \omega t - \theta_3) + k_5 \sin(5 \omega t - \theta_5) \} + L_5I_1^5 \left\{ -\frac{5}{8}k_3 \sin(\omega t + 2\theta_1 - \theta_3) - \frac{5}{16}k_3 \sin(\omega t - 4\theta_1 + \theta_3) + \frac{5}{16}k_5 \sin(\omega t + 4\theta_1 - \theta_5) + \frac{5}{4}k_3 \sin(3 \omega t - \theta_3) - \frac{5}{16} \sin(3 \omega t - 3\theta_1) - \frac{5}{8}k_5 \sin(3 \omega t + 2\theta_1 - \theta_5) + \frac{1}{16} \sin(5 \omega t - 5\theta_1) - \frac{5}{4}k_3 \sin(5 \omega t - 2\theta_1 - \theta_3) + \frac{5}{16}k_3 \sin(7 \omega t - 4\theta_1 - \theta_3) - \frac{5}{4}k_5 \sin(5 \omega t - 2\theta_1 - \theta_5) + \frac{5}{16}k_5 \sin(9 \omega t - 4\theta_1 - \theta_5) \right\} \dots(10)$$

式(8)~(10)의 計算 과정에서 電流 高調波 成分의 第 7次 以上의 것과 各 振幅比 k의 2乘以上은 無視하였다.

式 (2)와 (8)~(10)으로 부터

$$\begin{aligned}
 n\phi &\approx L_1 i + L_3 i^3 + L_5 i^5 \\
 &\approx \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I_1^2 + \frac{5}{8} L_5 I_1^4 \right) i + \left\{ - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 k_3 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 k_3 \right) \sin(\omega t + 2\theta_1 - \theta_3) - \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_3 \right. \\
 &\quad \left. \sin(\omega t - 4\theta_1 + \theta_3) + \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_5 \sin(\omega t + 4\theta_1 - \theta_5) \right\} \\
 &\quad + \left\{ \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 k_3 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 k_3 \right) \sin(3\omega t - \theta_3) \right. \\
 &\quad \left. - \left( \frac{1}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{16} L_5 I_1^5 \right) \sin(3\omega t - 3\theta_1) \right. \\
 &\quad \left. - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 k_5 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 k_5 \right) \sin(3\omega t - \theta_5) \right\} \\
 &\quad + \left\{ \frac{3}{4} L_3 I_1^3 k_3 \sin(5\omega t - \theta_3) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{16} L_5 I_1^5 \sin(5\omega t - 5\theta_1) - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 k_3 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 k_3 \right) \sin(5\omega t - 2\theta_1 - \theta_3) \right\} \\
 &\quad - \left\{ \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_3 \sin(7\omega t - 4\theta_1 - \theta_3) - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 k_5 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 k_5 \right) \sin(7\omega t - 2\theta_1 - \theta_5) \right\} \\
 &\quad + \left\{ \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_5 \sin(9\omega t - 4\theta_1 - \theta_5) \right\} \dots \dots \dots (11)
 \end{aligned}$$

또는,

$$\begin{aligned}
 n\phi &\approx \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I_1^2 + \frac{5}{8} L_5 I_1^4 \right) i + (A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t) \\
 &\quad + (A_3 \cos 3\omega t + B_3 \sin 3\omega t) + (A_5 \cos 5\omega t + B_5 \sin 5\omega t) \\
 &\quad + (A_7 \cos 7\omega t + B_7 \sin 7\omega t) + (A_9 \cos 9\omega t + B_9 \sin 9\omega t) \\
 &\quad \dots \dots \dots (12)
 \end{aligned}$$

를 얻는다. 여기서,

$$\begin{aligned}
 A_1 &\equiv - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_3 \sin(2\theta_1 - \theta_3) \\
 &\quad - \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_3 \sin(-4\theta_1 + \theta_5) \\
 &\quad + \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_5 \sin(4\theta_1 - \theta_5) \\
 B_1 &\equiv - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_3 \cos(2\theta_1 \\
 &\quad - \theta_3) - \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_3 \cos(-4\theta_1 + \theta_3) \\
 &\quad + \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_5 \cos(4\theta_1 - \theta_5) \\
 A_{30} &\equiv \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_3 \sin(-\theta_3) \\
 &\quad - \left( \frac{1}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{16} L_5 I_1^5 \right) \sin(-3\theta_1) \\
 &\quad - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_5 \sin(2\theta_1 - \theta_5) \\
 B_{30} &\equiv \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_5 \cos(-\theta_3) \\
 &\quad - \left( \frac{1}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{16} L_5 I_1^5 \right) \cos(-3\theta_1) \\
 &\quad - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_5 \cos(2\theta_1 - \theta_5) \\
 A_{50} &\equiv \frac{3}{4} L_3 I_1^3 k_3 \sin(-\theta_3) \\
 &\quad + \frac{1}{16} L_5 I_1^5 \sin(-5\theta_1) - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 \right.
 \end{aligned} \dots (13)$$

$$\begin{aligned}
 &\quad \left. + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_3 \sin(-2\theta_1 - \theta_3) \\
 B_{50} &\equiv \frac{3}{4} L_3 I_1^3 k_3 \cos(-\theta_3) \\
 &\quad + \frac{1}{16} L_5 I_1^5 \cos(-5\theta_1) - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_3 \cos(-2\theta_1 - \theta_3) \\
 A_7 &\equiv \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_3 \sin(-4\theta_1 - \theta_3) \\
 &\quad - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_5 \sin(-2\theta_1 - \theta_5) \\
 B_7 &\equiv \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_3 \cos(-4\theta_1 - \theta_3) \\
 &\quad - \left( \frac{3}{4} L_3 I_1^3 + \frac{5}{4} L_5 I_1^5 \right) k_5 \cos(-2\theta_1 - \theta_5) \\
 A_9 &\equiv \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_5 \sin(-4\theta_1 - \theta_5) \\
 B_9 &\equiv \frac{5}{16} L_5 I_1^5 k_5 \cos(-4\theta_1 - \theta_5)
 \end{aligned}$$

이다. 그런데 式 (12)의  $i$ 에 式 (7)의關係를代入하면

$$\begin{aligned}
 n\phi &\approx \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I_1^2 + \frac{5}{8} L_5 I_1^4 \right) \left\{ I_1 \sin(-\theta_1) \cos \omega t \right. \\
 &\quad \left. + I_1 \cos(-\theta_1) \sin \omega t + I_3 \sin(-\theta_3) \cos 3\omega t \right. \\
 &\quad \left. + I_3 \cos(-\theta_3) \sin 3\omega t + I_5 \sin(-\theta_5) \cos 5\omega t \right. \\
 &\quad \left. + I_5 \cos(-\theta_5) \sin 5\omega t + \dots \dots \right\} + (A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t \\
 &\quad + A_3 \cos 3\omega t + B_3 \sin 3\omega t + A_5 \cos 5\omega t + B_5 \sin 5\omega t \\
 &\quad + A_7 \cos 7\omega t + B_7 \sin 7\omega t + A_9 \cos 9\omega t + B_9 \sin 9\omega t) \\
 &= \left[ \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I_1^2 + \frac{5}{8} L_5 I_1^4 \right) I_1 \left\{ \sin(-\theta_1) \cos \omega t \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \cos(-\theta_1) \sin \omega t \right\} + \left\{ A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t \right\} \right] \\
 &\quad + \left[ \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I_1^2 + \frac{5}{8} L_5 I_1^4 \right) I_3 \left\{ \sin(-\theta_3) \cos 3\omega t \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \cos(-\theta_3) \sin 3\omega t \right\} + \left\{ A_3 \cos 3\omega t + B_3 \sin 3\omega t \right\} \right] \\
 &\quad + \left[ \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I_1^2 + \frac{5}{8} L_5 I_1^4 \right) I_5 \left\{ \sin(-\theta_5) \cos 5\omega t \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \cos(-\theta_5) \sin 5\omega t \right\} + \left\{ A_5 \cos 5\omega t + B_5 \sin 5\omega t \right\} \right] \\
 &\quad + \left[ \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I_1^2 + \frac{5}{8} L_5 I_1^4 \right) I_7 \left\{ \sin(-\theta_7) \cos 7\omega t \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \cos(-\theta_7) \sin 7\omega t \right\} + \left\{ A_7 \cos 7\omega t + B_7 \sin 7\omega t \right\} \right] \\
 &\quad + \left[ \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I_1^2 + \frac{5}{8} L_5 I_1^4 \right) I_9 \left\{ \sin(-\theta_9) \cos 9\omega t \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \cos(-\theta_9) \sin 9\omega t \right\} + \left\{ A_9 \cos 9\omega t + B_9 \sin 9\omega t \right\} \right] \\
 &\quad + \left[ \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I_1^2 + \frac{5}{8} L_5 I_1^4 \right) I_{11} \left\{ \sin(-\theta_{11}) \cos 11\omega t \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \cos(-\theta_{11}) \sin 11\omega t \right\} \right] + \dots \dots \\
 &= \left\{ L^{(1)} I_1 \sin(t\omega - \theta_1) + A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t \right\} \\
 &\quad + \left\{ L^{(3)} I_3 \sin(3\omega t - \theta_3) + A_3 \cos 3\omega t + B_3 \sin 3\omega t \right\} \\
 &\quad + \left\{ L^{(5)} I_5 \sin(5\omega t - \theta_5) + A_5 \cos 5\omega t + B_5 \sin 5\omega t \right\} \\
 &\quad + \left\{ L^{(7)} I_7 \sin(7\omega t - \theta_7) + A_7 \cos 7\omega t + B_7 \sin 7\omega t \right\} \\
 &\quad + \left\{ L^{(9)} I_9 \sin(9\omega t - \theta_9) + A_9 \cos 9\omega t + B_9 \sin 9\omega t \right\}
 \end{aligned}$$

$$+ \{L^{(1)}I_{11}\sin(11\omega t - \theta_{11})\} + \dots \dots \dots (14)$$

의 結果에 이른다. 여기서,

$$\left. \begin{aligned} L^{(1)} &\equiv L_1 + \frac{3}{4}L_3I_1^2 + \frac{5}{8}L_5I_1^4 \\ L^{(3)} &\equiv L_1 + \frac{3}{2}L_3I_1^2 + \frac{15}{8}L_5I_1^4 \\ L^{(5)} &\equiv L_1 + \frac{3}{2}L_3I_1^2 + \frac{5}{8}L_5I_1^4 \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} A_3 &\equiv -\left(\frac{1}{4}L_3I_1^3 + \frac{5}{16}L_5I_1^5\right)\sin(-3\theta_1) \\ &\quad - \left(\frac{3}{4}L_3I_1^3 + \frac{5}{4}L_5I_1^5\right)k_5\sin(2\theta_1 - \theta_5) \\ B_3 &\equiv -\left(\frac{1}{4}L_3I_1^3 + \frac{5}{16}L_5I_1^5\right)\cos(-3\theta_1) \\ &\quad - \left(\frac{3}{4}L_3I_1^3 + \frac{5}{4}L_5I_1^5\right)k_5\cos(2\theta_1 - \theta_5) \\ A_5 &\equiv \frac{1}{16}L_5I_1^5\sin(-5\theta_1) - \left(\frac{3}{4}L_3I_1^3\right. \\ &\quad \left. + \frac{5}{4}L_5I_1^5\right)k_5\sin(-2\theta_1 - \theta_5) \\ B_5 &\equiv \frac{1}{16}L_5I_1^5\cos(-5\theta_1) - \left(\frac{3}{4}L_3I_1^3\right. \\ &\quad \left. + \frac{5}{4}L_5I_1^5\right)k_5\cos(-2\theta_1 - \theta_5) \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

前述한 바와 같이, 鐵共振에 의한 跳躍現象이 발생하지 않는 것으로 假定하였으므로 角速度  $\omega$  와 各成分의 振幅은 時間에 關하여 無關係하다. 따라서  $L, A, B$  도 時間  $t$  에 無關係하다. 式 (14)를 時間  $t$  로 微分하면,

$$\frac{d}{dt}(n\phi) \cong \{\omega L^{(1)}I_1\cos(\omega t - \theta_1) - \omega A_1\sin\omega t + \omega B_1\cos\omega t\} + \{3\omega L^{(3)}I_3\cos(3\omega t - \theta_3) - 3\omega A_3\sin3\omega t + 3\omega B_3\cos3\omega t\} + \{5\omega L^{(5)}I_5\cos(5\omega t - \theta_5) - 5\omega A_5\sin5\omega t + 5\omega B_5\cos5\omega t\} + \{7\omega L^{(1)}I_7\cos(7\omega t - \theta_7) - 7\omega A_7\sin7\omega t + 7\omega B_7\cos7\omega t\} + \{9\omega L^{(1)}I_9\cos(9\omega t - \theta_9) - 9\omega A_9\sin9\omega t + 9\omega B_9\cos9\omega t\} + \{11\omega L^{(1)}I_{11}\cos(11\omega t - \theta_{11})\} + \dots \dots \dots (17)$$

가 되고, 式 (17)과 式 (5) 및 (7)을 式 (6)에 代入하여 整理하면,

$$\left\{ R\sin(\omega t - \theta_1) + \left(\omega L^{(1)} - \frac{1}{C\omega}\right)\cos(\omega t - \theta_1) \right\} I_1 + \left\{ R\sin(3\omega t - \theta_3) + \left(3\omega L^{(3)} - \frac{1}{3\omega C}\right)\cos(3\omega t - \theta_3) \right\} + \left\{ R\sin(5\omega t - \theta_5) + \left(5\omega L^{(5)} - \frac{1}{5\omega C}\right)\cos(5\omega t - \theta_5) \right\} + \left\{ R\sin(7\omega t - \theta_7) + \left(7\omega L^{(1)} - \frac{1}{7\omega C}\right)\cos(7\omega t - \theta_7) \right\} + \left\{ R\sin(9\omega t - \theta_9) + \left(9\omega L^{(1)} - \frac{1}{9\omega C}\right)\cos(9\omega t - \theta_9) \right\} + \left\{ R\sin(11\omega t - \theta_{11}) + \left(11\omega L^{(1)} - \frac{1}{11\omega C}\right)\cos(9\omega t - \theta_{11}) \right\} + \dots \dots \dots \left\{ (E_1 + \omega A_1)\sin\omega t - \omega B_1\cos\omega t \right\} + \{E_3\cos\alpha_3 + 3\omega A_3\}\sin3\omega t - (E_3\sin\alpha_3 + 3\omega B_3)\cos3\omega t + \{E_5\cos\alpha_5 + 5\omega A_5\}\sin5\omega t - (E_5\sin\alpha_5 + 5\omega B_5)\cos5\omega t + \{E_7\cos\alpha_7 + 7\omega A_7\}\sin7\omega t - (E_7\sin\alpha_7 + 7\omega B_7)\cos7\omega t$$

$$+ \{E_9\cos\alpha_9 + 9\omega A_9\}\sin9\omega t - (E_9\sin\alpha_9 + 9\omega B_9)\cos9\omega t + \{E_{11}\sin(11\omega t - \alpha_{11})\} + \dots \dots (18)$$

式 (18)의 等式이 恒等的으로 成立하기 위하여는 各高調波成分에 대하여 式右邊이 같아야 하므로 基本波成分에 對하여는

$$I_1 \sqrt{R^2 + \left(\omega L^{(1)} - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sin\left(\omega t - \theta_1 + \tan^{-1} \frac{\omega L^{(1)} - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) \cong \sqrt{(E_1 + \omega A_1)^2 + \omega B_1^2} \sin\left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega B_1}{E_1 + \omega A_1}\right)$$

의 等式이 成立하고 따라서

$$\left. \begin{aligned} I_1 &\cong \frac{\sqrt{(E_1 + \omega A_1)^2 + \omega B_1^2}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L^{(1)} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \\ \theta_1 &\cong \tan^{-1} \frac{\omega L^{(1)} - \frac{1}{\omega C}}{R} + \tan^{-1} \frac{\omega B_1}{E_1 + \omega A_1} \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

마찬가지로, 各高調波成分에 對하여도

$$\left. \begin{aligned} I_3 &\cong \frac{\sqrt{(E_3\cos\alpha_3 + 3\omega A_3)^2 + (E_3\sin\alpha_3 + 3\omega B_3)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(3\omega L^{(3)} - \frac{1}{3\omega C}\right)^2}} \\ \theta_3 &\cong \tan^{-1} \frac{3\omega L^{(3)} - \frac{1}{3\omega C}}{R} + \tan^{-1} \frac{E_3\sin\alpha_3 + 3\omega B_3}{E_3\cos\alpha_3 + 3\omega A_3} \end{aligned} \right\} (20)$$

$$\left. \begin{aligned} I_5 &\cong \frac{\sqrt{(E_5\cos\alpha_5 + 5\omega A_5)^2 + (E_5\sin\alpha_5 + 5\omega B_5)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(5\omega L^{(5)} - \frac{1}{5\omega C}\right)^2}} \\ \theta_5 &\cong \tan^{-1} \frac{5\omega L^{(5)} - \frac{1}{5\omega C}}{R} + \tan^{-1} \frac{E_5\sin\alpha_5 + 5\omega B_5}{E_5\cos\alpha_5 + 5\omega A_5} \end{aligned} \right\} (21)$$

$$\left. \begin{aligned} I_7 &\cong \frac{\sqrt{(E_7\cos\alpha_7 + 7\omega A_7)^2 + (E_7\sin\alpha_7 + 7\omega B_7)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(7\omega L^{(1)} - \frac{1}{7\omega C}\right)^2}} \\ \theta_7 &\cong \tan^{-1} \frac{7\omega L^{(1)} - \frac{1}{7\omega C}}{R} + \tan^{-1} \frac{E_7\sin\alpha_7 + 7\omega B_7}{E_7\cos\alpha_7 + 7\omega A_7} \end{aligned} \right\} (22)$$

$$\left. \begin{aligned} I_9 &\cong \frac{\sqrt{(E_9\cos\alpha_9 + 9\omega A_9)^2 + (E_9\sin\alpha_9 + 9\omega B_9)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(9\omega L^{(1)} - \frac{1}{9\omega C}\right)^2}} \\ \theta_9 &\cong \tan^{-1} \frac{9\omega L^{(1)} - \frac{1}{9\omega C}}{R} + \tan^{-1} \frac{E_9\sin\alpha_9 + 9\omega B_9}{E_9\cos\alpha_9 + 9\omega A_9} \end{aligned} \right\} (23)$$

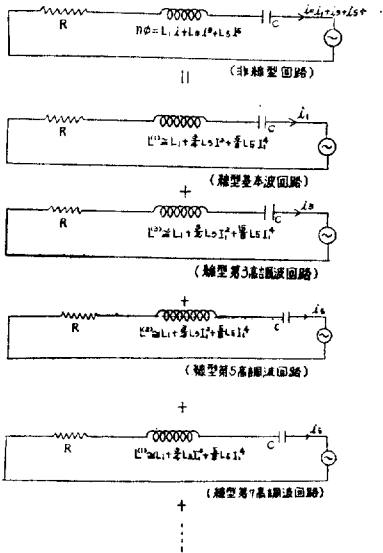
$$\left. \begin{aligned} I_{11} &\cong \frac{E_9}{\sqrt{R^2 + \left(11\omega L^{(1)} - \frac{1}{11\omega C}\right)^2}} \\ \theta_{11} &\cong \tan^{-1} \frac{11\omega L^{(1)} - \frac{1}{11\omega C}}{R} + \alpha_{11} \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

의 振幅 및 位相角에 關한 關係式을 얻게 된다.

C. 近似的 線型化 等價回路

式 (6)의 近似解는 式 (19)~(24)로서 주어지므로

一種의 非線型 微分方程式의 近似的 線型化에 의한 解라 할 수 있다. 따라서, 이를 回路圖로 表示하면 그림 1과 같은 等價回路가 된다.



$$e = E_1 \sin \omega t + E_3 \sin(3\omega t - \alpha_3) + E_5 \sin(5\omega t - \alpha_5) + \dots$$

$$e_1 \approx \sqrt{(E_1 + \omega A_1)^2 + \omega B_1^2} \sin\left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega B_1}{E_1 + \omega A_1}\right)$$

$$e_3 \approx \sqrt{(E_3 \cos \alpha_3 + 3\omega A_3)^2 + (E_3 \sin \alpha_3 + 3\omega B_3)^2} \times \sin\left(3\omega t - \tan^{-1} \frac{E_3 \sin \alpha_3 + 3\omega B_3}{E_3 \cos \alpha_3 + 3\omega A_3}\right)$$

$$e_5 \approx \sqrt{(E_5 \cos \alpha_5 + 5\omega A_5)^2 + (E_5 \sin \alpha_5 + 5\omega B_5)^2} \times \sin\left(5\omega t - \tan^{-1} \frac{E_5 \sin \alpha_5 + 5\omega B_5}{E_5 \cos \alpha_5 + 5\omega A_5}\right)$$

$$e_7 \approx \sqrt{(E_7 \cos \alpha_7 + 7\omega A_7)^2 + (E_7 \sin \alpha_7 + 7\omega B_7)^2} \times \sin\left(7\omega t - \tan^{-1} \frac{E_7 \sin \alpha_7 + 7\omega B_7}{E_7 \cos \alpha_7 + 7\omega A_7}\right)$$

그림 1. 線型等價 回路

그림 1에서 電源電壓  $e$ 가 正弦波일 경우에는  $E_3 = E_5 = E_7 = \dots = 0$  이므로, 이 皮相 基本波 및 高調波 電壓은

$$\left. \begin{aligned} e_1 &\approx E_1 \sqrt{\left(1 + \frac{\omega A_1}{E_1}\right)^2 + \left(\frac{\omega B_1}{E_1}\right)^2} \times \sin\left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega B_1}{E_1 + \omega A_1}\right) \\ e_3 &\approx 3 \sqrt{(\omega A_3)^2 + (\omega B_3)^2} \times \sin\left(3\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega B_3}{\omega A_3}\right) \\ e_5 &\approx 5 \sqrt{(\omega A_5)^2 + (\omega B_5)^2} \times \sin\left(5\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega B_5}{\omega A_5}\right) \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

가 된다. 즉 電源 電壓에 高調波 成分이 存在하지 아니 하더라도, 可飽和鐵心이 回路에 直列되면, 皮相의인 高調波成分  $e_3, e_5, \dots$  등이 誘起되는 것과 同一한 現象이 나타나며, 基本波電壓(實際의 電源電壓)의 振幅은

$\sqrt{\left(1 + \frac{\omega A_1}{E_1}\right)^2 + \left(\frac{\omega B_1}{E_1}\right)^2}$  배로 되고, 位相은

$\tan^{-1} \frac{\omega B_1}{E_1 + \omega A_1}$  만큼 移動한 結果가 됨을 알 수 있다.

또 一般的으로 回路의 等價인덕턴스는 그것이 線型일 경우에는 恒常 常數로 주어지나, 非線型일 경우에는 式 (15)에서와 같이 近似的으로 基本波 電流의 函數가 될 뿐만 아니라, 高調波 成分에 따라서도 相異하게 된다.

3. 實驗에 의한 例證

A. 磁化曲線式的 決定

式 (3)으로서 주어지는  $L_1, L_3, L_5$ 를 決定하기 위하여, 鐵心코일을 製作한 후(可能한 限 低抵抗을 유지하기 위하여 銅線의 斷面積을 크게 잡음) 코일 電流에 對한 常該 磁束鎖交數를 測定하였다. 그리고 測定된 磁束鎖交數로부터 코일의 端子 電壓을 計算하여 表 1과 같은 結果를 얻었다. 電源周波數는  $60 [c/s]$ 이다.

表 1. 磁化特性 實測值

코일 電流波 高位 [A]	$1.0\sqrt{2}$	$0.9\sqrt{2}$	$0.8\sqrt{2}$	$0.7\sqrt{2}$	$0.6\sqrt{2}$	$0.5\sqrt{2}$	$0.4\sqrt{2}$	$0.3\sqrt{2}$	$0.2\sqrt{2}$	$0.1\sqrt{2}$	$0.08\sqrt{2}$	$0.06\sqrt{2}$	$0.04\sqrt{2}$
코일 電壓波 高位 [V]	$103\sqrt{2}$	$101\sqrt{2}$	$99\sqrt{2}$	$97\sqrt{2}$	$94\sqrt{2}$	$90\sqrt{2}$	$83\sqrt{2}$	$74\sqrt{2}$	$54\sqrt{2}$	$23\sqrt{2}$	$16\sqrt{2}$	$10\sqrt{2}$	$5.0\sqrt{2}$

式 (3)의 3 常數를 決定하기 위하여 3 쌍의 實測值 ( $0.8\sqrt{2}, 99\sqrt{2}$ ), ( $0.7\sqrt{2}, 97\sqrt{2}$ ), ( $0.6\sqrt{2}, 94\sqrt{2}$ )

를 사용한 結果  $L_1 = \frac{238}{377.8}$ ,  $L_3 = \frac{142}{377.8}$ ,  $L_5 = \frac{41}{377.8}$

로 計算되어 磁化曲線式은

$$e=238i-142i^3+41i^5 \dots \dots \dots (A)$$

$$L_1=\frac{275}{377.8}, L_3=-\frac{249}{377.8}, L_5=\frac{117}{377.8}$$

$$e=275i-249i^3+117i^5 \dots \dots \dots (B)$$

로 表示되며  $i$ 에 關係없이 恒常  $\frac{dl}{di}=238-426i^2+205$

$$\frac{dl}{di}=275-747i^2+585i^4 > 0$$

$i^4 > 0$  또는 式 (4)를 滿足한다. 實測值 (0.6 $\sqrt{2}$ , 94 $\sqrt{2}$ ), (0.5 $\sqrt{2}$ , 90 $\sqrt{2}$ ), (0.4 $\sqrt{2}$ , 83 $\sqrt{2}$ )를 사용하면,

이다. 式 (A) 및 (B)에 依하여 計算한 結果는 表 2와 같다.

表 2. 磁化特性 計算值

코일 電流 波高值 [A]	0.1 $\sqrt{2}$	0.9 $\sqrt{2}$	0.8 $\sqrt{2}$	0.7 $\sqrt{2}$	0.6 $\sqrt{2}$	0.5 $\sqrt{2}$	0.4 $\sqrt{2}$	0.3 $\sqrt{2}$	0.2 $\sqrt{2}$	0.1 $\sqrt{2}$	0.08 $\sqrt{2}$	0.06 $\sqrt{2}$	0.04 $\sqrt{2}$
式 (A)의 코일 電壓 波高值 [V]	118 $\sqrt{2}$	104 $\sqrt{2}$	98.7 $\sqrt{2}$	96.8 $\sqrt{2}$	94.2 $\sqrt{2}$	88.6 $\sqrt{2}$	78.7 $\sqrt{2}$	64.1 $\sqrt{2}$	45.4 $\sqrt{2}$	22.5 $\sqrt{2}$	19 $\sqrt{2}$	14.2 $\sqrt{2}$	9.5 $\sqrt{2}$
式 (B)의 코일 電壓 波高值 [V]	246 $\sqrt{2}$	161 $\sqrt{2}$	118 $\sqrt{2}$	100.4 $\sqrt{2}$	93.9 $\sqrt{2}$	89.8 $\sqrt{2}$	82.9 $\sqrt{2}$	70.2 $\sqrt{2}$	51.2 $\sqrt{2}$	27.0 $\sqrt{2}$	22 $\sqrt{2}$	16.5 $\sqrt{2}$	11.0 $\sqrt{2}$

表 1 및 2의 實測值 및 計算值를 曲線으로 表示 比較하면 그림 2와 같다. 그림 2에 의하면, 式 (A)에 의

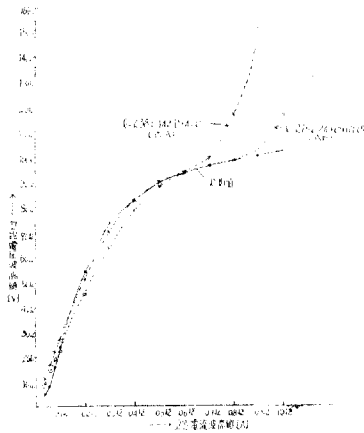


그림 2. 磁化 特性 曲線의 實測值 및 計算值

한 計算 曲線은 比較的 큰 電流 (0.6~0.8A)에서 實測值와 一致하고, 式 (B)의 것은 中間電流 (0.4~0.6A)에서 一致하나, 그 電流의 범위를 벗어나면 相當히 離脫한다. 式 (3)에  $L_7i^7+L_9i^9+\dots$ 의 高次項을 加하면 正確度는 增加하나 反面에 計算이 複雜해 진다.

**B. 等價인덕턴스의 實測**

式 (15)로 주어지는 近似的 等價인덕턴스가 어느程度 正確한가를 檢討하기 위하여, R-L-C 回路의 直列共振 條件을 滿足시키는 回路電流의 最大時 靜電容量值를 測定하고 이로부터 計算한 基本波 等價인덕턴스를 式(15)로 計算한 그것과 比較한 즉 表 3 과 같이 되었다. 이 表에서 보는 바와 같이 電流值가 적은 범위에서는 相當한 차이가 있으나, 0.4 $\sqrt{2}$ ~0.7 $\sqrt{2}$  [A] 범위에서는 比較的 正確하다. 高調波 成分에 對한 等價인덕턴스의 實測은 R 值를 充分히 적게 維持하기가 困難하여 實測하지 못하였다.

表 3 等價인덕턴스의 計算 및 實測值

單位 : Henry

回路基本波電流波高值 [A]		0.7 $\sqrt{2}$	0.6 $\sqrt{2}$	0.5 $\sqrt{2}$	0.4 $\sqrt{2}$	0.3 $\sqrt{2}$	0.2 $\sqrt{2}$	0.1 $\sqrt{2}$
基本波	計 算 值	$\frac{158.4}{377.8}$	$\frac{174.5}{377.8}$	$\frac{198.9}{377.8}$	$\frac{222.7}{377.8}$	$\frac{243.7}{377.8}$	$\frac{260.5}{377.8}$	$\frac{271.3}{377.8}$
	實 測 值	$\frac{155.8}{377.8}$	$\frac{170.8}{377.8}$	$\frac{196.0}{377.8}$	$\frac{220.2}{377.8}$	$\frac{200.5}{377.8}$	$\frac{200.5}{377.8}$	$\frac{195.3}{377.8}$
第 3 高調波 計算值		$\frac{103.2}{377.8}$	$\frac{124.3}{377.8}$	$\frac{143.0}{377.8}$	$\frac{177.9}{377.8}$	$\frac{214.9}{377.8}$	$\frac{246.5}{377.8}$	$\frac{267.6}{377.8}$
第 5 高調波 計算值		$\frac{53.9}{377.8}$	$\frac{97.8}{377.8}$	$\frac{106.5}{377.8}$	$\frac{162.9}{377.8}$	$\frac{210.2}{377.8}$	$\frac{245.6}{377.8}$	$\frac{267.6}{377.8}$

**C. 各 高調波 電流 및 電源電의 計算值**

實例 1. (正弦波 電源電壓의 경우)

電源 電壓이 正弦波일 경우 基本波 電流의 任意值로 부터 電源電壓과 各高調波 電流를 計算하는 實例을 든

다.

주어진 條件 : 基本波 電流 振幅  $I_1=0.6\sqrt{2}$  [A]  
 : 回路直列抗  $R=52[\Omega]$   
 : 回路直列캐퍼시턴스  $C=10[\mu F]$

$$L_1 = \frac{238}{377.8}, L_3 = -\frac{142}{377.8},$$

$$L_5 = \frac{41}{377.8}$$

式 (19)로부터 基本波 임피던스  $Z^{(1)}$ 은

$$Z^{(1)} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L^{(1)} - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left\{ \omega \left( L_1 + \frac{3}{4} L_3 I^2 + \frac{5}{8} L_5 I^4 \right) - \frac{1}{\omega C} \right\}^2}$$

$$= \sqrt{52^2 + \left[ 377.8 \left\{ 238 - \frac{3}{4} \times 142 \times (0.6\sqrt{2})^2 + \frac{5}{8} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^4 \right\} - \frac{10^6}{377.8 \times 10} \right]^2}$$

$$= \sqrt{52^2 + (-90)^2} = 104.2$$

$$\tan^{-1} \frac{\omega L^{(1)} - \frac{1}{\omega C}}{R} = \tan^{-1} \left( \frac{-90}{52} \right) = -60^\circ$$

마찬가지로, 各 高調波 成分에 對하여도 式 (20)~(23)으로 부터

$$Z^{(3)} = \sqrt{R^2 + \left(3\omega L^{(3)} - \frac{1}{3\omega C}\right)^2} = \sqrt{52^2 + 284.7^2} = 290$$

$$\tan^{-1} \frac{3\omega L^{(3)} - \frac{1}{3\omega C}}{R} = \tan^{-1} \frac{284.7}{52} = 79^\circ 40'$$

$$Z^{(5)} = \sqrt{R^2 + \left(5\omega L^{(5)} - \frac{1}{5\omega C}\right)^2} = \sqrt{52^2 + 436.0^2} = 439$$

$$\tan^{-1} \frac{5\omega L^{(5)} - \frac{1}{5\omega C}}{R} = \tan^{-1} \frac{436.1}{52} = 83^\circ 13'$$

$$Z^{(7)} = Z^{(9)} = Z^{(1)}$$

다음 式 (13) 및 (16)에 既知值를 代入하면

$$\omega C_1 = -\left\{ \frac{3}{4} \times (-142) \times (0.6\sqrt{2})^3 + \frac{5}{4} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^5 \right\} k_3 \sin(2\theta_1 - \theta_3) - \frac{5}{16} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^5 k_3 \sin(-4\theta_1 + \theta_3) + \frac{5}{16} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^5 k_3 \sin(\theta_1 - \theta_3)$$

$$= 30.12\sqrt{2} k_3 \sin(\theta_1 - \theta_3) - 3.97\sqrt{2} k_3 \sin(-4\theta_1 + \theta_3) - 3.97\sqrt{2} k_3 \sin(4\theta_1 - \theta_3)$$

$$\omega B_1 = 30.12\sqrt{2} k_3 \cos(2\theta_1 - \theta_3) - 3.97\sqrt{2} k_3 \sin(-4\theta_1 + \theta_3) + \theta_3 - 3.97\sqrt{2} k_3 \cos(4\theta_1 - \theta_3)$$

$$\omega A_3 = -\left\{ \frac{1}{4} \times (-142) \times (0.6\sqrt{2})^3 + \frac{5}{16} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^5 \right\} \sin(-3\theta_1) - \left\{ \frac{3}{4} \times (-142) \times (0.6\sqrt{2})^3 + \frac{5}{4} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^5 \right\} k_5 \sin(2\theta_1 - \theta_5)$$

$$= 11.36\sqrt{2} \sin(-3\theta_1) + 30.12\sqrt{2} k_5 \sin(2\theta_1 - \theta_5)$$

$$\omega B_3 = 11.36\sqrt{2} \cos(-3\theta_1) + 30.12\sqrt{2} k_5 \cos(2\theta_1 - \theta_5)$$

$$\omega A_5 = \frac{1}{16} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^5 \sin(-5\theta_1) - \left\{ \frac{3}{4} \times (-142) \times (0.6\sqrt{2})^3 + \frac{5}{4} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^5 \right\} k_3 \sin(-2\theta_1 - \theta_3)$$

$$= 0.794\sqrt{2} \sin(-5\theta_1) + 30.12\sqrt{2} k_3 \sin(-2\theta_1 - \theta_3)$$

$$\omega B_5 = 0.794\sqrt{2} \cos(-5\theta_1) + 30.12\sqrt{2} k_3 \cos(-2\theta_1 - \theta_3)$$

$$\omega A_7 = \frac{5}{16} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^5 k_3 \sin(-4\theta_1 - \theta_3) - \left\{ \frac{3}{4} \times (-142) \times (0.6\sqrt{2})^3 + \frac{5}{4} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^5 \right\} \times k_5 \sin(-2\theta_1 - \theta_5)$$

$$= 3.97\sqrt{2} k_3 \sin(-4\theta_1 - \theta_3) + 30.12\sqrt{2} k_5 \sin(-2\theta_1 - \theta_5)$$

$$\omega B_7 = 3.97\sqrt{2} k_3 \cos(-4\theta_1 - \theta_3) + 30.12\sqrt{2} k_5 \cos(-2\theta_1 - \theta_5)$$

$$\omega A_9 = \frac{5}{16} \times (41) \times (0.6\sqrt{2})^5 k_3 \sin(-4\theta_1 - \theta_3) = 3.97\sqrt{2} k_3 \sin(-4\theta_1 - \theta_3)$$

$$\omega B_9 = 3.97\sqrt{2} k_3 \cos(-4\theta_1 - \theta_3)$$

를 얻고, 또 式 (24)로부터 電源電壓(高調波는 存在하지 않음)의 振幅(波高值)  $E_1$ 은

$$E_1 \approx \sqrt{(e_1 \text{의 振幅})^2 - \omega B_1^2} - \omega A_1$$

$$e_1 \text{의 振幅} \approx Z^{(1)} I_1 = 104.2 \times 0.6\sqrt{2} = 62.52\sqrt{2}$$

이다. 위의 關係를 써서 다음과 같은 逐次的 近似解를 얻는다.

(i) 第 1 近似解 :

우선,  $k'_3 \approx 0$ 라 가정함, 그리고 式 (19)에서  $wB^1 \ll E_1 \approx \omega A_1$  이므로

$$\theta'_1 \approx \tan^{-1} \frac{\omega L^{(1)} - \frac{1}{\omega C}}{R} + \tan^{-1} \frac{\omega B_1}{E_1 + \omega A_1}$$

$$\approx \tan^{-1} \frac{\omega L^{(1)} - \frac{1}{\omega C}}{R} = -60^\circ$$

따라서  $\omega A_3, \omega B_3$ 의 第 1 近似值  $\omega A'_3, \omega B'_3$ 는

$$\omega A'_3 \approx 11.36\sqrt{2} \sin\{-3 \times (-60^\circ)\} = 0$$

$$\omega B'_3 \approx 11.36\sqrt{2} \cos\{-3 \times (-60^\circ)\} = -11.36\sqrt{2}$$

式 (20)에 代入하면

$$I'_3 \approx \frac{3\sqrt{(\omega A'_3)^2 + (\omega B'_3)^2}}{Z^{(3)}} = \frac{3 \times 11.36\sqrt{2}}{290}$$

$$= 0.118\sqrt{2}$$

$$k'_3 \approx \frac{I'_3}{I'} = \frac{0.118\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.196$$

$$\theta'_3 \approx \tan^{-1} \frac{3\omega L^{(3)} - \frac{1}{3\omega C}}{R} + \tan^{-1} \frac{\omega B'_3}{\omega A'_3}$$

$$= 79^\circ 40' + \tan^{-1}(-\infty) = -10^\circ 20'$$

$$\omega A'_5 \approx 0.794\sqrt{2} \sin\{-5 \times (-60^\circ)\} + 30.12\sqrt{2} \times 0.196 \sin\{-2(-60) - (-10^\circ 20')\} = -4.873\sqrt{2}$$

$$\omega B'_5 \approx 0.794\sqrt{2} \cos\{-5 \times (-60^\circ)\} + 30.12\sqrt{2} \times 0.196 \cos\{-2(-60) - (-10^\circ 20')\} = -1.593\sqrt{2}$$

式 (21)에 代入하면

$$I'_5 \approx \frac{5\sqrt{(\omega A'_5)^2 + (\omega B'_5)^2}}{Z^{(5)}}$$

$$= \frac{5\sqrt{(-4.873\sqrt{2})^2 + (-1.593\sqrt{2})^2}}{439}$$

$$= 0.0585\sqrt{2}$$

$$k'_5 \approx \frac{I'_5}{I_1} = \frac{0.0585\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.0974$$

$$\theta'_5 \approx \tan^{-1} \frac{5\omega L^{(5)} - 5\omega C}{R} + \tan^{-1} \frac{\omega B'_5}{\omega A'_5}$$

$$= 83^\circ 13' + 180^\circ + 18^\circ 7' = -78^\circ 40'$$

(ii) 第 2 近似解 :

보다 높은 正確度의 値를 얻기 위하여,

$$\omega A''_3 \approx 11.36\sqrt{2} \sin(-3\theta'_1) + 30.12\sqrt{2} k'_5 \sin(2\theta'_1 - \theta'_5)$$

$$= 0.0974 \sin(2(-60^\circ) - (-78^\circ 40')) = -0.94\sqrt{2}$$

$$\omega B''_3 \approx 11.36\sqrt{2} \cos\{-3(-60^\circ)\}$$

$$+ 30.12\sqrt{2} k'_5 \cos\{2(-60^\circ) - (-78^\circ 40')\}$$

$$= -14.14\sqrt{2}$$

$$I''_3 \approx \frac{3\sqrt{(-0.94)^2 + (-14.14)^2}}{290} = 0.147\sqrt{2}$$

$$k''_3 \approx \frac{0.147\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.245$$

$$\theta''_3 \approx 79^\circ 40' + \tan^{-1}\left(\frac{-14.14}{-0.94}\right) = 79^\circ 40' - 93^\circ 48'$$

$$= -14^\circ 8'$$

$$\omega A''_5 \approx 0.794\sqrt{2} \sin(-5\theta'_1) + 30.12\sqrt{2} k_3 \sin(-2\theta'_1 - \theta''_3)$$

$$= 0.794\sqrt{2} \sin\{-5(-60^\circ)\} + 30.12\sqrt{2}$$

$$\times 0.245 \sin\{-2(-60^\circ) - (-14^\circ 8')\} = -6.413\sqrt{2}$$

$$\omega B''_5 \approx 0.794\sqrt{2} \cos\{-5(-60^\circ)\} + 30.12\sqrt{2}$$

$$\times 0.245 \cos\{-2(-60^\circ) - (-14^\circ 8')\} = 0.3715\sqrt{2}$$

$$I''_5 \approx \frac{5\sqrt{(-6.413)^2 + 0.3715^2}}{439} = 0.0731\sqrt{2}$$

$$k''_5 \approx \frac{0.0731\sqrt{2}}{0.5\sqrt{2}} = 0.122$$

$$\theta''_5 \approx 83^\circ 13' + \tan^{-1}\left(\frac{0.3715}{-6.413}\right) = 83^\circ 13' + 176^\circ 41'$$

$$= -100^\circ 6'$$

第 2 近似値를 사용하여 逐次的 計算을 더 進行하면 더 正確한 값을 얻을 수 있으나 이 程度로 그치고(第 7 및 9 高調波 成分도 같은 方法으로 求할 수 있음), 다음은 基本波 電流值로부터 電源電壓  $E_1$  을 求하기 위하여,

$$\omega A''_1 \approx 30.12\sqrt{2} k_3'' \sin(2\theta'_1 - \theta''_3)$$

$$= 3.97\sqrt{2} k_3'' \sin(-4\theta'_1 + \theta''_3)$$

$$= 3.97\sqrt{2} k_3'' \sin(4\theta' - \theta_5')$$

$$= 30.12\sqrt{2} \times 0.245 \sin\{2(-60^\circ) - (-14^\circ 8')\}$$

$$= 3.970.245 \sin\{-4(-60^\circ) + (-14^\circ 8')\} - 3.97\sqrt{2}$$

$$\times 0.122 \sin\{4(-60^\circ) - (-100^\circ 6')\} = 6.32\sqrt{2}$$

$$\omega B''_1 \approx 30.12\sqrt{2} \times 0.245 \cos\{2(-60^\circ) - (-14^\circ 8')\}$$

$$= 3.97 \times 0.245 \cos\{-4(-60^\circ) + (-14^\circ 8')\}$$

$$= 3.97\sqrt{2} \times 0.122 \cos\{4(-60^\circ) - (-100^\circ 6')\}$$

$$= -4.01\sqrt{2}$$

$$E''_1 \approx \sqrt{(62.52\sqrt{2})^2 - (-4.01\sqrt{2})^2}$$

$$= 6.32\sqrt{2} = 56.08\sqrt{2}$$

$$\theta_1'' \approx \tan^{-1} \frac{\omega L^{(1)} - \frac{1}{\omega C}}{R} + \tan^{-1} \frac{\omega B_1}{E_1 + \omega A_1}$$

$$= -60^\circ + \tan^{-1} \frac{-4.01\sqrt{2}}{56.08\sqrt{2} + 6.32\sqrt{2}} = -60^\circ$$

#### D, 各 高調波 電流 및 電源電壓의 計算 實例

(純可飽和鐵心 回路 및 正弦波 電源電壓의 경우)

$R$  와  $C$  가 없는 純誘導回路에 正弦波의 電壓을 加할 경우에는 計算이 더욱 簡便해진다. 아래에 그 計算 實例을 든다.

即 코일의 磁化特性은 表 1 과 같으므로, 코일 電流의 波高值  $0.6\sqrt{2}$  [A] 以上에서는 式 (A)에 의하여  $\omega L_1 = 238$ ,  $\omega L_3 = -142$ ,  $\omega L_5 = 41$  을, 그 以下에서는 式 (B)에 의하여  $\omega L_1 = 275$ ,  $\omega L_3 = -249$ ,  $\omega L_5 = 117$  을 擇한다.  $I_1 = 0.6\sqrt{2}$  [A] 時에 對한 計算을 위하여 다음 過程을 밝는다.

式 (15)에 의하여,

$$Z^{(1)} = \omega L^{(1)} 238 + \frac{3}{4} (-142)(0.6\sqrt{2})^2$$

$$+ \frac{5}{8} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^4 = 174.5$$

$$\frac{Z^{(3)}}{3} = \omega L^{(3)} = 238 + \frac{3}{2} (-142)(0.6\sqrt{2})^2$$

$$+ \frac{15}{8} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^4 = 124.3$$

$$\frac{Z^{(5)}}{3} = \omega L^{(5)} = 238 + \frac{3}{2} (-142)(0.6\sqrt{2})^2$$

$$+ \frac{5}{8} \times 41 \times (0.6\sqrt{2})^4 = 97.8$$

(i) 第 1 近似解 :

式 (16)에 의하여,

$$\omega A_3 = 11.36\sqrt{2} \sin(-3\theta_1) + 30.12\sqrt{2} k_3 \sin(2\theta_1 - \theta_5)$$

$$\omega B_3 = 11.36\sqrt{2} \cos(-3\theta_1) + 30.12\sqrt{2} k_3 \cos(2\theta_1 - \theta_5)$$

式 (19)에 의하여

$$\theta_1' \approx \tan^{-1} \frac{\omega L^{(1)}}{R} + \tan^{-1} \frac{\omega B_1}{E_1 + \omega A_1} \approx \tan^{-1} \infty$$

$$+ \tan^{-1} 0 = 90^\circ$$

$$\therefore \omega A_3' \approx 11.36\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2} k_3' \sin(180^\circ - \theta_5')$$

$$\omega B_3' \approx 30.12\sqrt{2} k_3' \cos(180^\circ - \theta_5')$$

우선  $k_5 = 0$  라 놓으면,

$$\omega A_3' \approx 11.36\sqrt{2}, \quad \omega B_3' \approx 0$$

式 (20)에 의하여

$$I_3' \approx \frac{\sqrt{(\omega A_3')^2 + (\omega B_3')^2}}{\omega L^{(3)}} = 0.0914\sqrt{2},$$

$$k_3' \approx \frac{0.0914\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.152$$

$$\theta_3' \approx \tan^{-1} \frac{3\omega L^{(3)}}{R} + \tan^{-1} \frac{3\omega B_3'}{3\omega A_3'} \approx \tan^{-1} \infty$$

$$+ \tan^{-1} 0 = 90^\circ$$

式 (16)에 의하여,

$$\omega A_5' \approx 0.794\sqrt{2} \sin(-5\theta_1')$$

$$+ 30.12\sqrt{2} k_3' \sin(-2\theta_1' - \theta_3')$$

$$= 0.794\sqrt{2} \sin\{-5 \times (90^\circ)\} + 30.12\sqrt{2} k_3' \sin\{$$



$$-2 \times (90^\circ - 90^\circ) = -0.794\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2}k_3'$$

$$= -0.794\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2} \times 0.152 = 3.72\sqrt{2}$$

$$\omega B_5' \approx 0$$

式 (21)에 의하여,

$$I_5' \approx \frac{\sqrt{(\omega A_5')^2 + (\omega B_5')^2}}{\omega L^{(5)}} = \frac{3.72\sqrt{2}}{97.8}$$

$$= 0.038\sqrt{2}, \quad k_5' \approx \frac{0.038\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.0630$$

$$\theta_5' \approx \tan^{-1} \frac{5\omega L^{(5)}}{R} + \tan^{-1} \frac{5\omega B_5'}{5\omega A_5'}$$

$$\approx \tan^{-1}\infty + \tan^{-1}0 = 90^\circ$$

(ii) 第 2 近似解:

위에서 얻은 結果值를 다시 代入하면,

$$\omega A_3'' \approx 11.36\sqrt{2}$$

$$+ 30.12\sqrt{2} \times 0.063 \sin(180^\circ - 90^\circ) = 13.27\sqrt{2}$$

$$\omega B_3'' \approx 30.12\sqrt{2} \times 0.063 \cos(180^\circ - 90^\circ) = 0$$

$$I_3'' \approx \frac{13.27\sqrt{2}}{124.3} = 0.107\sqrt{2},$$

$$k_3'' \approx \frac{0.107\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.180$$

$$\theta_3'' \approx 90^\circ$$

$$\omega A_5'' \approx 0.794\sqrt{2} \sin(-5\theta') + 30.12\sqrt{2}k_3'' \sin(2\theta_1' - \theta_3'')$$

$$= -0.794\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2} \times 0.180 = 4.62\sqrt{2}$$

$$\omega B_5'' \approx 0$$

$$I_5'' \approx \frac{4.62\sqrt{2}}{97.8} = 0.0472\sqrt{2}$$

$$k_5'' \approx \frac{0.0472\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.0786$$

第 3 高調波 成分에 對한 兩近似值의 相對偏差

$$\delta_3'' = \frac{I_3'' - I_3'}{I_3'} = \frac{0.107 - 0.0914}{0.0914} = \frac{0.0156}{0.0914} = 0.171 \text{ 是}$$

너무 크므로 逐次計算을 反復한다.

(iii) 第 3 近似解:

$$\omega A_3''' \approx 11.36\sqrt{2} + 30.12k_5''(180^\circ - \theta_5'')$$

$$= 11.36\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2} \times 0.0786 = 13.73\sqrt{2}$$

$$\omega B_3''' \approx 0$$

$$I_3''' \approx \frac{13.73\sqrt{2}}{124.3} = 0.111\sqrt{2}, \quad k_3''' = 0.184$$

$$\theta_3''' \approx 90^\circ$$

$$\omega A_5''' \approx -0.794\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2}k_3''' \sin(-180^\circ - \theta_3''')$$

$$= -0.794\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2} \times 0.184 \times (-1)$$

$$= -4.746\sqrt{2}$$

$$\omega B_5''' \approx 0$$

$$I_5''' \approx \frac{4.746\sqrt{2}}{97.8} = 0.0485\sqrt{2}, \quad k_5''' \approx 0.0808$$

$$\theta_5''' \approx 90^\circ$$

$$\text{相對偏差 } \delta_3''' = \frac{I_3''' - I_3''}{I_3''} = \frac{0.111 - 0.107}{0.107} = \frac{0.003}{0.107}$$

$= 0.0280$  이어서 充分히 적으므로  $I_3, I_5$ 의 逐次計算은 이 程度로 그친다. 그런데 逐次計算을 無限이 계속하

면 어느 極限值로 收斂할 것인지 또는 發散할 것인지를 判別하기 위하여

$$I_3 \approx I_3' + (I_3'' - I_3') + (I_3''' - I_3'') + \dots$$

$$= 0.0914\sqrt{2} + (0.107\sqrt{2} - 0.0914\sqrt{2})$$

$$+ (0.111\sqrt{2} - 0.107\sqrt{2}) + \dots$$

$$= \sqrt{2}(0.0914 + 0.0156 + 0.003) + \dots$$

$$= \sqrt{2} \times 0.0914 \left(1 + \frac{1}{5.85} + \frac{1}{30.5} + \dots\right)$$

$$= 0.0914\sqrt{2} \left\{ \frac{1}{1} + \frac{1}{(2.42)^2} + \frac{1}{(3.12)^3} + \dots \right\}$$

의 無限級數로 變形할 때, 이것과 수렴級數

$$S = 0.0914\sqrt{2} \left\{ \frac{1}{1} + \frac{1}{(2.42)^2} + \frac{1}{(2.42)^3} \right. \\ \left. + \frac{1}{(2.42)^4} + \dots \right\} = 0.314\sqrt{2}$$

를 比較하면  $I_3 < S = 0.314\sqrt{2}$  이므로 無限回數로 逐次計算을 하여도  $I_3$ 는  $0.314\sqrt{2}$ 보다 훨씬 작은 值 임을 알 수 있다.

다음, 式 (13)에 의하여.

$$\omega A_7''' \approx 3.97\sqrt{2}k_3''' \sin(-360^\circ - \theta_3''')$$

$$+ 30.12\sqrt{2}k_5''' \sin(-180^\circ - \theta_5''')$$

$$= 3.97\sqrt{2} \times 0.184 \sin(-360^\circ - 90^\circ)$$

$$+ 30.12\sqrt{2} \times 0.0808 \sin(-180^\circ - 90^\circ) = 1.70\sqrt{2}$$

$$\omega B_7''' \approx 0$$

式 (22)에 의하여,

$$I_7''' \approx \frac{\sqrt{(\omega A_7''')^2 + (\omega B_7''')^2}}{\omega L^{(7)}} \approx \frac{1.70\sqrt{2}}{174.5} = 0.00974$$

$$\theta_7''' \approx \tan^{-1} \frac{7\omega L^{(7)}}{R} + \tan^{-1} \frac{7\omega B_7'''}{7\omega A_7'''}$$

$$= \tan^{-1}\infty + \tan^{-1}0 = 90^\circ$$

$$\omega A_9''' \approx 3.97\sqrt{2}k_3''' \sin(-360^\circ - \theta_5''')$$

$$= 3.97\sqrt{2} \times 0.0808 \sin(-360^\circ - 90^\circ) = -0.321\sqrt{2}$$

$$\omega B_9''' \approx 0$$

$$I_9''' \approx \frac{-0.321\sqrt{2}}{174.5} = -0.00183\sqrt{2}$$

다음 역시 式 (13)에 의하여,

$$\omega A_1''' \approx 30.12 \times \sqrt{2}k_3''' \sin(180^\circ - \theta_3''')$$

$$- 3.97\sqrt{2}k_5''' \sin(-360^\circ + \theta_5''')$$

$$+ 3.97\sqrt{2}k_5''' \sin(360^\circ - \theta_3''')$$

$$= 30.12\sqrt{2} \times 0.184 \sin(180^\circ - 90^\circ)$$

$$- 3.97\sqrt{2} \times 0.184 \sin(-360^\circ + 90^\circ)$$

$$+ 3.97\sqrt{2} \times 0.0808 \sin(360^\circ - 90^\circ) = 4.397\sqrt{2}$$

$$\omega B_1''' \approx 0$$

式 (19)에 의하여 電源電壓(正弦波)의 波高值  $E_1'''$ 은

$$E_1''' \approx \sqrt{(\omega L^{(1)}I_1')^2 - (\omega B_1''')^2} - \omega A_1'''$$

$$= \sqrt{(174.5 \times 0.6\sqrt{2})^2 - 0^2} - 4.397\sqrt{2}$$

$$= 100.32\sqrt{2}$$

따라서, 基本波 電流=0.6V $\sqrt{2}$  [A] 時, 第 3 高調波 電流 $\approx$ 0.111[A], 第 5 高調波電流 $\approx$ 0.0485V $\sqrt{2}$  [A], 第 7 高調波電流=0.00974 [A], 第 9 高調波電流 =0.00183V $\sqrt{2}$  [A], 電源電壓 $\approx$ 100.32 [V]로 計算된다. 同一한 方法으로 다른 各 基本波 電流值에 對하여 計算한 結果는 表 4 와 같다.

表 4. 可飽和鐵心 回路의 高調波 電流 및 電源 電壓의 計算值(正弦波 電源電壓의 경우)

實効值로 表示함, 電流單位 : [mA], 電壓單位 : [V]

基本波 電流	第 3 高調波 電流	第 5 高調波 電流	第 7 高調波 電流	第 9 高調波 電流	正弦波 電源電壓
100	0.462	0.0000 0445	0.0000 0589	0.0000 0258	27.1
200	3.86	0.182	0.0842	0.000 164	52.1
300	14.6	1.67	0.127	0.00 817	72.7
400	38.6	8.76	1.11	0.147	87.5
500	93.2	41.5	7.52	1.91	95.3
600	111	48.5	9.74	1.83	100.3
700	284	258	67.4	20.1	102.0

E, 各 高調波 電流 및 電源 電壓의 計算 實例 : 및 實測值와의 比較(純 可飽和鐵心回路 및 歪形波 電源電壓의 경우)

이 節에서는 다른 條件은 [D]節의 것과 同一하나, 電源電壓이 若干의 各 高調波 成分을 包含하고 있을 경우의 計算實例를 들고 이를 實測值와 比較 檢討하기로 한다. 本 實驗에 使用한 電源電壓을 可聽高調波分析器(audio harmonics analyzer)로 分析한 結果는 表 5 와 같다.

表 5. 本 實驗에 使用한 電源 電壓의 歪形 狀態 實効值로 表示함, 單位[V]

基本波電壓 E <sub>1</sub> /V $\sqrt{2}$	第 3 高調波 電壓 E <sub>3</sub> /V $\sqrt{2}$	第 5 高調波 電壓 E <sub>5</sub> /V $\sqrt{2}$	第 7 高調波 電壓 E <sub>7</sub> /V $\sqrt{2}$	第 9 高調波 電壓 E <sub>9</sub> /V $\sqrt{2}$
27.1	0.100	0.429	0.107	0.00535
52.1	0.179	0.735	0.245	0.0147
72.7	0.250	1.140	0.360	0.0163
87.5	0.264	1.320	0.412	0.0216
95.3	0.276	1.380	0.455	0.0276
100.3	0.308	1.458	0.470	0.0276
102.0	0.320	1.605	0.482	0.0276

※ 式 (5)의  $\alpha_3=\alpha_5=\alpha_7=\alpha_9=0$

一般的으로, 코일 電流가 一定할 때 그 端子의 基本波 電壓은 高調波 電流의 成分에 基因하여 式 (24)에 의하여 그 皮相值(近似的으로 基本波 電流와 磁化特性 定數 L<sub>1</sub>, L<sub>3</sub>, L<sub>5</sub>에 따라 定해지는 值)의

$1/\sqrt{(1+\frac{wA_1}{E_1})+(\frac{wB_1}{E_1})^2}$  倍가 되나, 電源電壓의 高調波成分이 基本波 電壓에 比하여 그다지 크지 아니 할 경우에는(實際의 電力系統에서 처럼) 이 倍數에 별로 큰 變化는 없다. 그러므로 于先 電源電壓의 高調波成分을 無視하여 [D] 節의 計算을 하여 주어진 基本波 電流值에 對한 基本波電壓 E<sub>1</sub>을 얻은 후 E<sub>1</sub>에 對應하는 各 高調波 成分 E<sub>3</sub>, E<sub>5</sub>, E<sub>7</sub>……와 位相角  $\alpha_3, \alpha_5, \alpha_7, \dots$ 의 實測值를 使用하는 두 단계를 밟는다. 即 I<sub>1</sub>=0.6V $\sqrt{2}$  [A]의 경우, 節 (D)에서 E<sub>1</sub> $\approx$ 100.32V $\sqrt{2}$  이고, 이 때 表 5로부터 E<sub>3</sub> $\approx$ 0.308V $\sqrt{2}$ , E<sub>5</sub> $\approx$ 1.458V $\sqrt{2}$ , E<sub>7</sub> $\approx$ 0.470V $\sqrt{2}$ , E<sub>9</sub> $\approx$ 0.0276,  $\alpha_3=\alpha_5=\alpha_7=\alpha_9=0$  이다.

(i) 第 1 近似解 :

節 [D]에서,

$$\omega A_3' \approx 11.36\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2} k_5 \sin(180^\circ - \theta_5')$$

$$\omega B_3' \approx 30.12\sqrt{2} k_5 \cos(180^\circ - \theta_5')$$

그러나 式 (20)에 의하여, 第 3 高調波 回路의 皮相 電壓은

$$\begin{aligned} & \sqrt{(E_3 \cos \alpha_3 + 3\omega A_3')^2 + (E_3 \sin \alpha_3 + 3\omega B_3')^2} \\ &= 3\sqrt{\left(\frac{E_3}{3} + \omega A_3'\right)^2 + (\omega B_3')^2} \end{aligned}$$

이고 Z<sup>(3)</sup> $\approx$ 3 $\omega$ L<sup>(3)</sup>=3 $\times$ 124.3이다. 우선 k<sub>5</sub>'=0 라 놓으면

$$\frac{E_3}{3} + \omega A_3' \approx \frac{0.308\sqrt{2}}{3} + 11.36\sqrt{2} = 11.46\sqrt{2}$$

$$\omega B_3' \approx 0$$

$$I_3' \approx \frac{11.46\sqrt{2}}{124.3} = 0.0922\sqrt{2},$$

$$k_3' = \frac{0.0922\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.154$$

$$\theta_3' \approx \tan^{-1} \frac{3\omega L^{(3)}}{R} + \tan^{-1} \frac{\omega B_3'}{\frac{E_3}{3} + \omega A_3'}$$

$$\approx \tan^{-1} \infty + \tan^{-1} 0 = 90^\circ$$

마찬가지로, 式(21)에 의하여

$$\frac{E_5}{5} + \omega A_5' \approx \frac{1.458\sqrt{2}}{5} + \{-0.794\sqrt{2}$$

$$+ 30.12\sqrt{2} k_3' \sin(-180^\circ - \theta_3')\}$$

$$= 0.2916\sqrt{2} - 0.794\sqrt{2}$$

$$+ 30.12\sqrt{2} \times 0.154 \sin(-180^\circ - 90^\circ) = 4.118\sqrt{2}$$

$$\omega B_5' \approx 0$$

$$I_5' \approx \frac{4.118\sqrt{2}}{97.8} = 0.0422\sqrt{2},$$

$$k_5' \approx \frac{0.0422\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.0703$$

$$\theta_5' \approx 0$$

(ii) 第 2 近似解 :

$$\frac{E_3}{3} + \omega A_3'' \approx \frac{0.308\sqrt{2}}{3}$$

$$+ 11.36\sqrt{2} - 30.12\sqrt{2} k_5' \sin(180^\circ - \theta_5')$$

$$= 11.46\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2} \times 0.0703\sin(180^\circ - 90^\circ)$$

$$= 13.57\sqrt{2}$$

$$\omega B_3'' \approx 0$$

$$I_3'' \approx \frac{13.57\sqrt{2}}{124.3} = 0.109\sqrt{2}$$

$$k_3''' \approx \frac{0.109\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.181$$

$$\theta_3'' \approx 0$$

$$\frac{E_5}{5} + \omega A_5'' \approx \frac{1.458\sqrt{2}}{5} - 0.794\sqrt{2}$$

$$+ 30.12\sqrt{2} \times 0.181\sin(-180^\circ - 90^\circ)$$

$$= 4.948\sqrt{2}$$

$$I_5'' \approx \frac{4.948\sqrt{2}}{97.8} = 0.0505\sqrt{2}$$

$$k_5''' \approx \frac{0.0505\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.0841$$

$$\theta_5'' \approx 90^\circ$$

$$\delta_3'' = \frac{I_3'' - I_3'}{I_3'} = \frac{0.109\sqrt{2} - 0.0922\sqrt{2}}{0.0922\sqrt{2}} = 0.182$$

相對偏差  $\delta_3''$ 는 너무 크므로 逐次計算을 반복한다.

(iii) 第 3 近似解 :

$$\frac{E_3}{3} + \omega A_3''' \approx \frac{0.308\sqrt{2}}{3} + 11.36\sqrt{2}$$

$$+ 30.12\sqrt{2} k_5''' \sin(180^\circ - \theta_5''')$$

$$= 11.46\sqrt{2} + 30.12\sqrt{2} \times 0.0814\sin(180^\circ - 90^\circ)$$

$$= 13.99\sqrt{2}$$

$$\omega B_3''' \approx 0$$

$$I_3''' \approx \frac{13.99\sqrt{2}}{124.3} = 0.113\sqrt{2}$$

$$k_3''' \approx \frac{0.113\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.187$$

$$\theta_3''' \approx 90^\circ$$

$$\frac{E_5}{5} + \omega A_5''' \approx \frac{1.458\sqrt{2}}{5} - 0.794\sqrt{2}$$

$$+ 30.12\sqrt{2} \times 0.187\sin(-180^\circ - 90^\circ) = 5.128\sqrt{2}$$

$$\omega B_5''' \approx 0$$

$$I_5''' \approx \frac{5.128\sqrt{2}}{97.8} = 0.0525\sqrt{2}$$

$$k_5''' \approx \frac{0.0525\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.0875$$

$$\theta_5''' \approx 0$$

$$\delta_3''' = \frac{I_3''' - I_3''}{I_3''} = \frac{0.113\sqrt{2} - 0.109\sqrt{2}}{0.109\sqrt{2}} = 0.037$$

相對偏差  $\delta_3'''$ 는 5% 以內的 작은 値이므로  $I_3, I_4$  逐次計算은 이 程度로 그친다. 式 (22) 및 (23)에 의 하여

$$\frac{E_7}{7} + \omega A_7''' \approx \frac{0.470\sqrt{2}}{7} + 3.97\sqrt{2} k_5''' \sin(-360^\circ$$

$$- \theta_5''') + 30.12\sqrt{2} k_5''' \sin(-180^\circ - \theta_5''')$$

$$= \frac{0.470\sqrt{2}}{7} + 3.97\sqrt{2} \times 0.187\sin(-360^\circ - 90^\circ)$$

$$+ 30.12\sqrt{2} \times 0.0875\sin(-180^\circ - 90^\circ)$$

$$= 1.960\sqrt{2}$$

$$\omega B_7''' \approx 0$$

$$I_7''' \approx \frac{1.960\sqrt{2}}{174.5} = 0.0112$$

$$\theta_7''' \approx 90^\circ$$

$$\frac{E_9}{9} + \omega A_9''' \approx \frac{0.0276\sqrt{2}}{9}$$

$$+ 3.97\sqrt{2} k_5''' \sin(-360^\circ - \theta_5''')$$

$$= \frac{0.0276\sqrt{2}}{6} + 3.97\sqrt{2}$$

$$\times 0.0875\sin(-360^\circ - 60^\circ) = -0.345\sqrt{2}$$

$$\omega B_9''' \approx 0$$

$$I_9''' \approx \frac{0.345\sqrt{2}}{174.5} = 0.00198\sqrt{2}$$

$$k_9''' \approx \frac{0.00198\sqrt{2}}{0.6\sqrt{2}} = 0.00330$$

$$\theta_9''' \approx \tan^{-1} \frac{7\omega L^{(1)}}{R} + \tan^{-1} \frac{\omega B_9'''}{E_9 + \omega A_9'''} = \tan^{-1} \infty + \tan^{-1}(-0) = -90^\circ$$

式 (13)에 의하여,

表 6 純可飽和鐵心回路의 高調波電流, 基本波 電源 電壓의 計算值 및 實測值(歪形波 電源 電壓의 경우) 實効值로 表示함, 單位: [mA], 電壓單位: [V]

基本波電流	第 3 高調波電流		第 5 高調波電流		第 7 高調波電流		第 9 高調波電流		基本波電源電壓	
	計算值	實測值	計算值	實測值	計算值	實測值	計算值	實測值	計算值	實測值
100	0.479	3.0	0.316	0.62	0.0564	0.11	0.00990	0.11	27.1	22.5
200	4.12	6.5	0.798	1.50	0.141	0.20	0.00554	0.45	52.1	52.7
300	14.7	18	2.77	2.3	0.533	0.45	0.00612	0.96	72.7	72.5
400	39.6	42	10.7	13	1.75	1.6	0.107	2.0	87.5	86.5
500	95.0	95	44.8	25	8.80	11	2.45	4.1	95.3	95.0
600	113	141	52.5	55	11.2	19	1.98	2.7	100.2	100.0
700	296	210	286	99	76.5	22	22.3	3.3	101.8	104.5

$$\begin{aligned} \omega A_1''' &\approx 30.12\sqrt{2} \times k_3''' \sin(180^\circ - \theta_3''') \\ &- 3.97\sqrt{2} k_3''' \sin(-360^\circ + \theta_3''') \\ &+ 3.67\sqrt{2} k_5''' \sin(360^\circ - \theta_5''') \\ &= 30.12\sqrt{2} \times 0.187 \sin(180^\circ - 90^\circ) \\ &- 3.97\sqrt{2} \times 0.187 \sin(-360^\circ + 90^\circ) \\ &+ 3.97\sqrt{2} \times 0.0875 \sin(360^\circ - 90^\circ) = 4.542\sqrt{2} \\ \omega B_1''' &\approx 0 \end{aligned}$$

式 (19)에 의하여 電源電壓의 基本波 成分  $E_1'''$ 는

$$\begin{aligned} E_1''' &\approx \sqrt{(\omega L_1 I_1)'^2 - (\omega B_1)''^2} - \omega A_1''' \\ &= \sqrt{(174.5 \times 0.6\sqrt{2})^2 - 0^2} - 4.542\sqrt{2} \\ &= 109.18\sqrt{2} \end{aligned}$$

前述한 바와 같이, 若干의 電源電壓 高調波 成分의 存在로 因하여  $E_1'''$ 는 [D] 節의  $E_1'''$ 보다  $0.14\sqrt{2}$ [V]만큼 減少하여 거의 無視할 程度이나, 萬一 이 偏差가 너무 크다면(또는 더욱 精確한 計算을 하려면) 지금 計算된  $E_1'''$ 에 對應하는  $E_3, E_5, E_7, E_9, \dots, \alpha_3, \alpha_5, \alpha_7, \alpha_9$ 의 實測值를 다시 使用하여, 이 節의 計算을 反復한다. 그리고 反復回數가 클수록 正確度는 增大 함은 勿論이다. 表 6 은 다른 各 基本波 電流에 對하여 以上의 方法으로 計算한 結果值와 可聽 高調波分析器에 의한 實測值를 表示한 것이다.

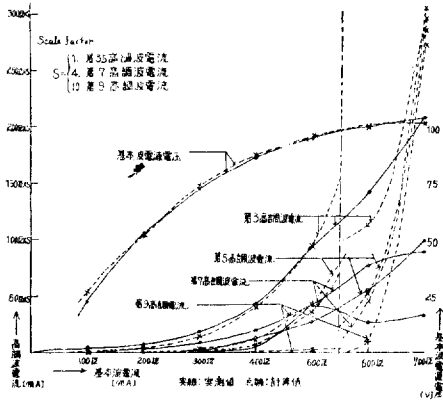
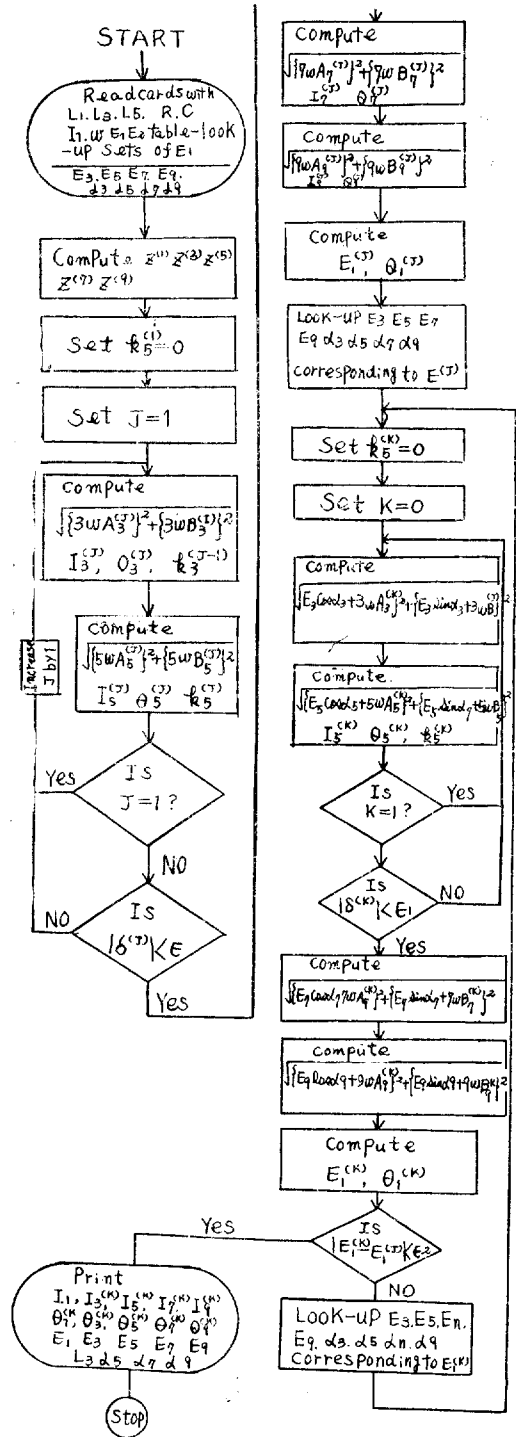


그림 3 純可飽和鐵心回路의 高調波 電流 및 基本波 電源電壓의 計算曲線과 實測曲線

表 6 의 數值를 曲線으로 表示하여 比較하면 그림 3 과 같다. 曲線을 檢討하면 第 3 및 5 高調波 電流는 計算值와 實測值가 基本波 電流의 어느 範圍에서 잘 맞으나, 第 7 및 9 高調波 電流는 크기의 大略의 變化만 추측할 程度이며 그 計算數值는 거의 新빙성이 희박하다. 그 理由로서는 式 (3)의 磁化曲線式의 假定에서  $L_7, L_9 + \dots$ 의 項을 無視한데 基因한 것으로 생각된다. 그리고 第 3 및 5 高調波에서 電流의 적은 범위에서 實測側와 相當히 이탈된 것은 第 1 및 2 表와 그림 2 에

서 보는 바와 같이, 磁化特性 定數  $L_1, L_3, L_5$ 를 적어도  $i=0.4\sqrt{2}$ [A] 以上の 범위에 맞도록 決定한데 큰 原因이 있을 뿐만 아니라, 히스테리시스·루우프를 無視



한데도 若干의 原因이 있을 것으로 추측된다. 그리고  $0.7\sqrt{2}[A]$  以上の 큰 電流에서 크게 이탈된 것은 역시 그림 2 의 計算曲線이  $i=0.81\sqrt{2}[A]$  以上에서는 實測曲線보다 훨씬 上位에 있기때문에 計算式의 使用範圍의 限界性을 暗示해 주고 있다. 그러므로  $L_1, L_3, L_5$  의 數値는 電流值  $i$  를 먼저 決定한 후  $0 \sim i$  의 全範圍에 걸쳐 磁化特性의 實測值에 가장 近似한 것을 擇하여야 한다. 그리고 끝으로 表 6 의 實測值를 얻기 위한 實體條件에도 어느 程度의 誤差를 관과할 수 없다. 그 중 特別히 言及할 것은 電壓의 高調波 成分을 包含한 電源側이 無限母線이 아니므로(電源側 임피던스가 零이 아님) 回路電流의 變化에 따라 電源電壓의 高調波 含有率도 달라진다는 點이다.

#### F. 디지털·컴퓨터에 의한 計算을 위한 플로그래밍

以上の 計算을 디지털·컴퓨터에 依存한다면 極히 便利할 것이며, 이 경우 플로그래밍 順序는 다음과 같다.

### 結 論

以上은  $L$  이 非線型性인 R-L-C 直列 電力系統에 있어서 回路를 흐르는 基本波 電流의 크기와 鐵心의 磁化特性이 주어졌을 때, 電流의 高調波 成分의 크기 및 位相角과 回路電壓을 計算하는 方法을 提示하였다.

그리고 또 本 方法으로 計算한 結果值를 實測值와 比較 檢討함으로써, 誤差의 程度와 그 原因을 해석하였다.

마지막으로, 디지털·컴퓨터에 의한 計算을 위하여, 플로그래밍 順序를 플로우·차아트(flow chart)로 提示하였다. 그러나 實際의 컴퓨터에 의한 本 方法의 實効性和 能率性을 確證 못한 것은 유감이다.

위에서 誘導된 近似式의 窮局의 目的은 電力系統의 高調波 解析과 鐵心을 使用한 電力機器의 設計條件(高調波 抑制面에서 본)의 決定에 있으나, 이 分野에 對한 研究發表는 다음 機會에 미루기로 한다.

(1966年 3月 10日 接受)