

# 非線形素子を 利用한 마이크로波 周波數 遞倍器

## (A Study on the Microwave Frequency Multiplier using Nonlinear Elements)

金 鳳 烈\*  
(Kim, Bong Ryul)

李 在 惠\*\*  
(Lee, Jai Duk)

### 要 約

非線形素子を 使用한 周波數遞倍器의 效率은 素子의 特性에 따라 變化한다. 非線形 抵抗素子を 使用하여 二遞倍된 마이크로波周波數를 얻었고 遞倍器의 效率을 理論值와 測定值로 比較하였다. 非線形 抵抗素子を 使用한 周波數遞倍器의 效率은 周波數에 關係없이 逆方向對順方向의 抵抗比에 比例하여 增加함을 보았다.

### ABSTRACT

The efficiency of frequency multiplier using nonlinear elements varies with the characteristics of the elements and also varies with the order of multiplication. And, if the elements is resistive, the efficiency varies with reverse-to-forward resistance value.

Microwave energy which was frequency doubled by a nonlinear resistive element was obtained, and the theoretical efficiency of nonlinear reactive and resistive multiplier were compared with the efficiency taken by experiments.

It was found that the efficiency of frequency multiplier using the nonlinear resistive elements was increased, without depending on frequency, with the reverse-to-forward resistance value.

### 1. 序 論

파라메트릭 裝置란 普通 리액턴스의 非直線性이나 時間的으로 變化하는 性質을 利用하여 增幅 또는 周波數變換 等を 하는 裝置를 말한다.

世界 第二次 大戰中 H. Q. North는 半導體를 利用한 파라메트릭 增幅器를 考案했으며, Manley와 Peterson은 可飽和 리액턴스를 使用한 回路에서 負抵抗特性의 效果에 對하여 論했으며 Landon은 이것을 利用한 增幅器, 周波數變換器, 發振器의 實驗結果를 解析했다.

Manley와 Rowe가 非線形 리액턴스를 利用하

여 效果의으로 周波數 遞倍를 할 수 있다는 可能性을 提示한뒤 Melchor等은 誘導性 리액턴스인 페라이트를 利用하여, Kita는 게르마늄 다이오드의 非線形 容量性을 利用하여 各各 效率이 좋은 마이크로波 周波數 遞倍器를 만들었다.

여기에서는 非線形素子인 다이오드를 利用한 마이크로波 周波數 遞倍器에 있어서 그 效率이 流通角  $\alpha$ 에 따라서 또한 逆方向對順方向 抵抗比 S에 따라 變化하는 모양을 測定하고 解析했다

### 2. 理論의 考察

解析을 쉽게하기 위하여 다음과 같은 가정을 세웠다. 즉 마이크로波에서 다이오드의 리액턴스에 의한 高調波成分은 무시하고 저항分에 의한 遞倍만 생각하고 非線形素子を 맨 나머지 線

(接受日字 1967. 4. 15)

\*正會員 延世理工大 電氣工學科

Dept of Electrical Eng., Yonsei University

\*\*准會員 光云電子工大

Kwang Woon Electronic Engineering College

形回路를 바라보는 임피던스가 기본波 및 高調波에 對하여 리액티브分을 갖지 않고 또한 抵抗分의 값이 모든 高調波에 對하여 일정하다고 가정한다.

그림 1과 같은 遞倍器에서 非線形素子를 線形回路를 바라보면 Thévenin의 정리에 依하여 基本波 周波數  $f_0$ 의 函數로 나타나는 임피던스

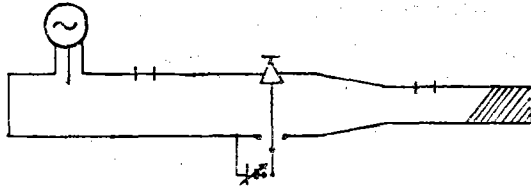


그림 1. 遞倍器의 概形

Fig. 1. Schematic model of frequency multiplier

$Z(nf_0)$ 와 起電力  $V_0 + V \sin \omega t$ 의 直列回路로 생각할 수 있다. 임피던스  $Z(nf_0)$ 는 가정에 의하여  $R(nf_0)$ 라 쓸 수 있고 그림 2와 같은 周波數特性을 갖는다.

基本波 發振器의 有效電力을  $P_{av}$ 라 하면 線路의 損失을 考慮할때 素子의 基本波 有效電力  $\frac{V^2}{8r_f}$ 보다 많다. 즉,  $P_{av} \geq \frac{V^2}{8r_f}$  線形回路의 構造에 依하여 定하여지는 파라메타  $p$ 로 表示하면

$$pP_{av} = \frac{V^2}{8r_f} \quad (0 \leq p \leq 1) \quad \dots \dots \dots (1)$$

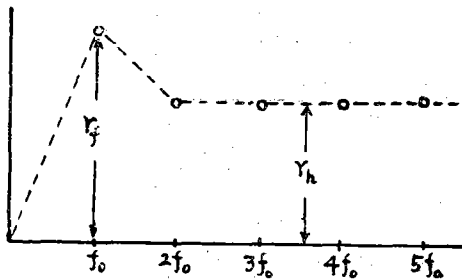


그림 2.  $r_f$ ,  $r_h$ 의 特性

Fig. 2. Characteristics of  $r_f$  and  $r_h$

高調波 導波管의 遮斷 周波數가 基本波보다 높아서 壁損失이 無視되면  $p=1$ , 그렇지 않으면  $p < 1$ 이다. 따라서 그림 3과 같은 等價回路를 얻을 수 있다.

解析上  $R(nf_0)$ 를 周波數에 關係없는  $r_h$ 와 基本波만에 대한 저항값  $(r_f - r_h)$ , 直流에 대한 저항  $(-r_h)$ 로 分離하고 電源電壓  $V$ 와 바이아스電壓  $V_0$ 가 저항에 의하여 降下된 電壓을 뺀것을  $V'$ ,  $V_0'$ 라 하면 그림 3은 그림 4와 같이 그릴 수 있다.

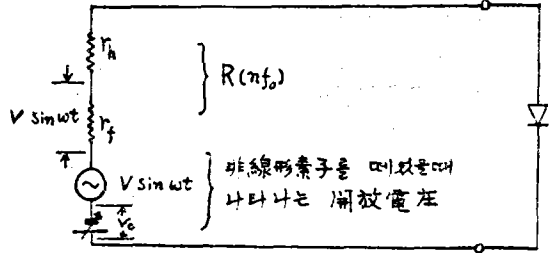


그림 3. 等價回路

Fig. 3 Equivalent circuit

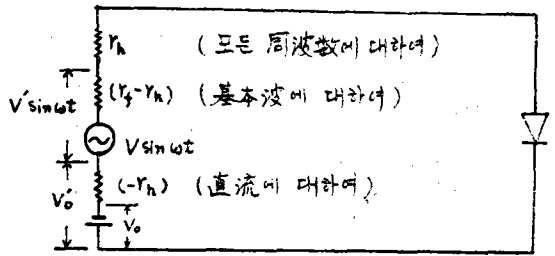


그림 4. 解析을 위한 等價回路

Fig. 4. Equivalent circuit for analysis

그림 4에서 等價回路를 흐르는 電流波形은 實際의 遞倍器의 非線形素子를 흐르는 電流波形과 같다.

基本波 및 第n次高調波 電流의 크기를  $I_1, I_n$ 라 할때  $I_1, I_n$ 는 電壓  $V_0' + V' \sin \omega t$ 가 順方向 抵抗  $r_p + r_h$ 와 逆方向 抵抗  $r_p' + r_h$ 의 非線形素子에 加하여질때 電流波形을 Fourier 급수로 分析 하므로 얻을 수 있음을 그림 5에서 알 수 있다.

順方向 流通角을  $2\alpha$ 라 할때

$$I_1 = V' \left[ \left( \frac{1}{r_p + r_h} - \frac{1}{r_p' + r_h} \right) A(\alpha) + \frac{1}{r_p' + r_h} \right] \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$I_n = \frac{2V'}{\pi} \left( \frac{1}{r_p + r_h} - \frac{1}{r_p' + r_h} \right) \left[ \frac{\sin(n+1)\alpha}{2(n+1)} + \frac{\sin(n-1)\alpha}{2(n-1)} - \frac{\cos \alpha \sin n\alpha}{n} \right] \quad \dots \dots \dots (3)$$

여기서

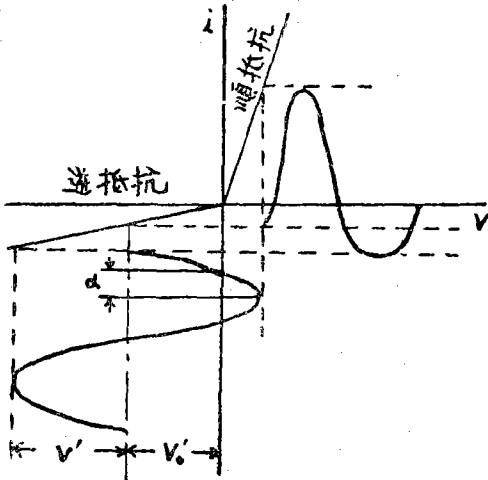


그림 5. 電流波形

Fig. 5. Current wave form

$$A(\alpha) = (\alpha - \sin\alpha \cos\alpha) / \pi \dots\dots\dots (4a)$$

$$\alpha = \cos^{-1}(-V_0'/V') \dots\dots\dots (4b)$$

電壓  $V'$ 는 基本波 電壓  $V$ 에서  $(r_f - r_h)$ 에 의한 電壓降下를 뺀 것이다.

$$V' = V - (r_f - r_h)I_1 \dots\dots\dots (5)$$

(1), (2), (5)式에서  $I_1, V$ 를 消去하여  $V'$ 를 求하면

$$V' = \frac{\sqrt{8pr_h P_{av}} \sqrt{r_f/r_h}}{1 + (r_f - r_h) \left\{ \left( \frac{1}{r_p + r_h} - \frac{1}{r'_p + r_h} \right) A(\alpha) + \frac{1}{r'_p + r_h} \right\}} \dots\dots\dots (6)$$

$I_n$ 에 의하여 線形回路에 供給된  $n$ 次高調波 電力은  $r_h I_n^2 / 2$ 이며 그中  $q_n$ 倍가 素子を 通한다면 高調波出力  $P_n$ 은 (3), (6)式에서

$$P_n = \frac{1}{2} q_n r_h I_n^2$$

$$P_n = \frac{16pq_n P_{av}}{\pi^2} \phi_1(r_f, r_h, \alpha) \cdot \phi_2(r_h) \cdot \phi_3(\alpha, n) \dots\dots\dots (7)$$

여기서

$$\phi_1 = \frac{r_f/r_h}{\left[ 1 + (r_f - r_h) \left\{ \left( \frac{1}{r_p + r_h} + \frac{1}{r'_p + r_h} \right) A(\alpha) + \frac{1}{r'_p + r_h} \right\} \right]^2} \dots\dots\dots (8a)$$

$$\phi_2 = r_h^2 \left( \frac{1}{r_p + r_h} - \frac{1}{r'_p + r_h} \right)^2 \dots\dots\dots (8b)$$

$$\phi_3 = \left[ \frac{\sin(n+1)\alpha}{2(n+1)} + \frac{\sin(n-1)\alpha}{2(n-1)} - \frac{\cos\alpha \sin n\alpha}{n} \right]^2 \dots\dots\dots (8c)$$

파라메타  $q_n$ 도  $p$ 와 같이 線形回路의 構造에 의하여 定하여지던 高調波電力의 一部分이 電源側으로 反射되던  $q_n < 1$ , 反射가 없으면  $q_n = 1$ 이다.

(7)~(8c)式을  $\sqrt{r_p r'_p}$ 로 正規化하고  $r_f, r_h$ 를 다음과 같이 놓는다.

$$r_h = k_h \sqrt{r_p r'_p} \dots\dots\dots (9a)$$

$$r_f = k_f r_h = k_f k_h \sqrt{r_p r'_p} \dots\dots\dots (9b)$$

(7)式을  $P_{av}$ 로 나누어 效率  $\eta_n$ 을 求하면

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_{av}} = \frac{16pq_n}{\pi^2} \phi_1(k_h, k_f, \alpha) \cdot \phi_2(k_h) \cdot \phi_3(\alpha, n) \dots\dots\dots (10)$$

여기서  $\phi_1 = \frac{k_f}{[1 + (k_f - 1)N(k_h\alpha)]^2} \dots\dots\dots (11a)$

$$\phi_2 = \frac{(S-1)^2}{(\sqrt{S} + k_h)^2 (\sqrt{S} + 1/k_h)^2} \dots\dots\dots (11b)$$

$$\phi_3 = \left[ \frac{\sin(n+1)\alpha}{2(n+1)} + \frac{\sin(n-1)\alpha}{2(n-1)} - \frac{\cos\alpha \sin n\alpha}{n} \right]^2 \dots\dots\dots (11c)$$

$$N(k_h\alpha) = \frac{(S-1)A(\alpha) + k_h \sqrt{S} + 1}{(\sqrt{S} + k_h)(\sqrt{S} + 1/k_h)} \dots\dots\dots (12a)$$

$$S = \frac{r'_p}{r_p} \dots\dots\dots (12b)$$

效率  $\eta_n$ 을 最大로 하려면  $\phi_1 \phi_2$ 가 最大가 되어야 하고  $\phi_1 \phi_2$ 를 最大로 하는  $k_f, k_h$ 를 求하면

$$k_h = \sqrt{\frac{1 + (S-1)A(\alpha)}{S - (S-1)A(\alpha)}} \dots\dots\dots (13)$$

$$k_f = \frac{S - (S-1)A(\alpha)}{1 + (S-1)A(\alpha)} \dots\dots\dots (14)$$

따라서  $r_h, r_f$ 의 最適値는

$$r_h = \sqrt{r_p r'_p} \sqrt{\frac{1 + (S-1)A(\alpha)}{S - (S-1)A(\alpha)}} \dots\dots\dots (15)$$

$$r_f = \sqrt{r_p r'_p} \sqrt{\frac{S - (S-1)A(\alpha)}{1 + (S-1)A(\alpha)}} \dots\dots\dots (16)$$

그러므로  $\phi_1 \phi_2$ 의 最大値는

$$\phi_1 \phi_2 = \frac{(S-1)^2 / 4S}{\left[ 1 + \sqrt{\frac{(S-1)^2}{4S} 4A(\alpha) \{1 - A(\alpha)\} + 1} \right]^2}$$

또한 效率를 最大로 하려면 (17)式을 最大로 하는 流通角을 求하고 (8c)式을 最大로 하는 流通角을 求하면 된다.

(8c)式에서  $n$ 을 一定하게 하고  $\phi_3$ 를 最大로 하

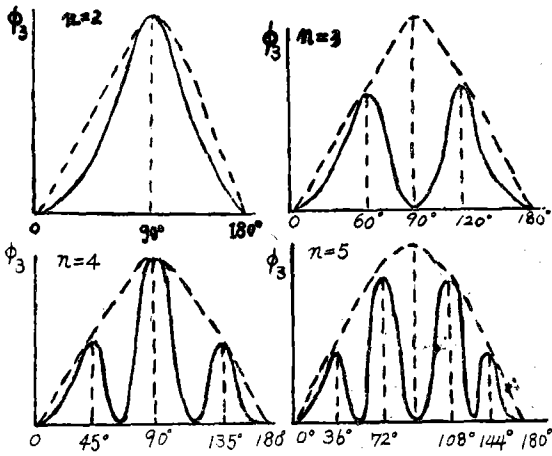


그림 6. 各 n에 따르는  $\phi_3$ .

Fig. 6. Characteristics of  $\phi_3$  for each n

는  $\alpha$ 를 求한것이 그림 6이다. 結果的으로 効率は  $\phi_1\phi_2\phi_3$ 에 의하여 결정되며 이것은 S와 n의 函數이므로 効率は 全적으로 S와 n으로 결정된다.

$$\eta_{max} = \frac{16}{\pi^2} (\phi_1\phi_2\phi_3)_{max} \dots \dots \dots (18)$$

n=2일때 第2高調波는 非線形素子の 抵抗比에 關係없이  $\alpha=90^\circ$ 일때 効率が 最大가 된다.

$$\alpha=90^\circ \text{이던 } A(\alpha) = \frac{1}{2} \text{이고 (17)式에서 } \phi_1\phi_2 =$$

$$\left( \frac{\sqrt{S}-1}{\sqrt{S}+1} \right)^2 \text{이므로}$$

$$\eta_{2max} = \frac{16}{9\pi^2} \left( \frac{\sqrt{S}-1}{\sqrt{S}+1} \right)^2 \dots \dots \dots (19)$$

### 3. 實驗結果

遞倍器의 効率을 測定하기 위하여 그림 1에서 보인바와 같은 遞倍器를 만들어 그림 7에서와 같이 測定回路를 構成하였다. 이때 基本波電源인 SHF信號發生器의 出力을 2.1mW로 一定하게 하여 C-波帶 導波管에 勵振시켜 非線形素子를 통한 第2高調波出力을 測定하였다.

여기서 使用된 SHF信號發生器로는 HP 618B (Hewlett-Parkard)인 標準信號發生器를 使用하였고 이의 規格은 다음과 같다.

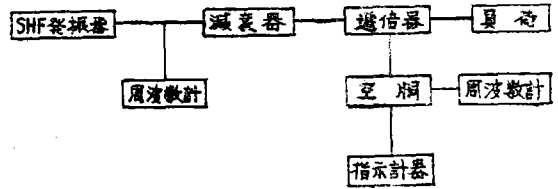


그림 7. 實驗裝置의 부호線圖

Fig. 7. Block diagram for experiment

周波數範圍 및 正確度: 3800~7600(Mc)  $\pm 1\%$

周波數安定度: 0.006(%/C°)

出力範圍: 0~-127(dBm)

出力正確度:  $\pm 2$ (dB)

出力 임피던스: 50( $\Omega$ )

信號發生器에서의 高調波發生의 有無를 確認하기 위하여 信號源出力을 遞倍器를 거치지 않은 채로 直接 測定하여 본즉 第2調波成分은 전혀 檢出되지 않았다.

効率測定은 入力周波數에 따라서, 또 抵抗比 S에 따라서 行하였고 이때의 測定値는 표1과 같다. 이 測定値結果로 計算된 第2高調波의 効率曲線은 그림 8에 表示된바와 같다.

표1. 周波數와 抵抗比에 따른 出力測定  
入力  $P_i=2.1mW$

入力周波數 (f <sub>i</sub> )	抵抗比 (s)	出力 (P <sub>o</sub> )(mW)	効率 (η <sub>z</sub> ) %
4.4GC	94	0.24	11.42
	80	0.225	10.7
	60	0.215	10.02
	42	0.20	9.5
	25	0.165	7.9
4.5GC	94	0.235	11.2
	80	0.23	10.9
	60	0.203	9.8
	42	0.19	9.05
	25	0.16	7.6
4.6GC	94	0.23	10.9
	80	0.22	10.05
	60	0.20	9.5

	42	0.185	8.8
	25	0.155	7.4
4.7GC	94	0.235	11.2
	80	0.225	10.7
	60	0.21	10.0
	42	0.19	9.05
	25	0.16	7.6
4.8GC	94	0.235	11.2
	80	0.225	10.7
	60	0.22	10.05
	42	0.195	9.3
	25	0.16	7.6

### 4. 結 論

本實驗은 空胴周波計가 9.6Gc까지 限定되어 基本波信號源의 周波數를 4.4Gc~4.8Gc로 局限하여 行하였다.

遞倍器의 入力周波數를 變化하면서 抵抗比S가 다른 다이오드를 使用하여 各各의 效率를 求한 結果, 周波數에 關係없이 다이오드의 抵抗比가 클수록 效率이 좋음을 알았다. 또한 다이오드의 半導體素子を 露出시켜 同一한 測定을 行할때 效率이 보다더 上昇함을 알았다.

測定效率이 理論値와 若干 差異가 있는 것은 試作된 遞倍器 즉 C-波帶 導波管의 勵振部, 테이퍼, 크리스탈 홀더, 바이아스回路 其他 同軸線의 損失등, 여러回路素子の 影響이라 생각된다. 또 理論展開上에 設定된 여러 假定과 그림 5에서의 같이 다이오드의 特性을 直線으로 近似시킨 것에도 基因된다고 생각된다.

끝으로 本實驗을 위해 모든 指導와 便宜를 주신 延世大學校 電氣工學科 여러분께 深甚한 謝意를 表합니다.

### 참 고 문 헌

1. Blackwell, L. A. & Kotzebue, K. L.;  
Semiconductor-Diode Parametric Amplifier  
Prentice-Hall, Inc, New York  
Chapter I, IV, VI, 1961.
2. Atwater, H. A.;  
Introduction to Microwave Theory.  
McGraw-Hill Book Co Inc., New York  
Chapter IX 1962.
3. Ginzton, G. L.;  
Microwave Measurement,  
McGraw-Hill Book Co., Inc., New York
4. Chang, K. K. N.  
Harmonic Generation with Nonlinear Reactances,  
RCA Rev, Vol. 19, Sept. 1958.

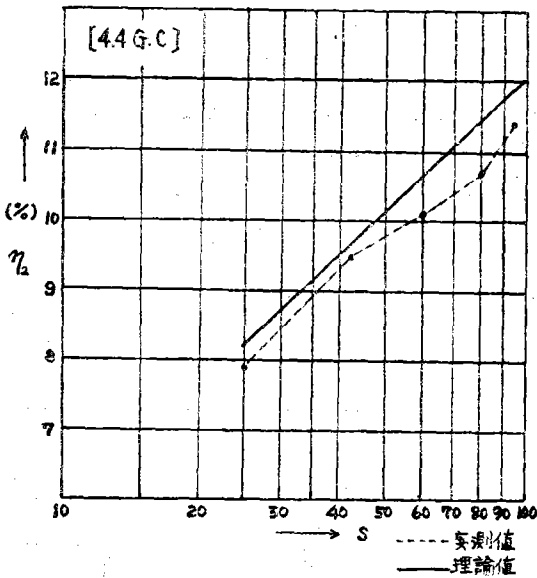


그림 8. 遞倍器의 效率

Fig. 8. Efficiency of frequency multiplier