論 文

論 文 67--4--3--1

不完全하게 規制된 順序回路의 內部狀態의 簡單化方法

(A Method for Minimizing the Number of Internal States in Incompletely Specified Sequential Networks)

*高 璟 植

(Koh, Kyung Shik)

要 約

不完全하게 規制된 順序回路의 內部狀態를 簡單化하는 方法을 論하였다. 本論文의 簡單化節次는 原흐름表의 內部狀態를 被覆하는 最大併立類集合을 據點으로 하여 세 規則을 適用하여 直接 極小被覆을 얻는 것이다. P.I.表나 C.C表에 依한 簡單化方法은 이를 採擇하지 않았다.

本論文에서는 몇가지 問題에 대하여 簡單化方法을 適用하여 보았지만 本質的으로 그 概念은 普偏的이어서 不完全하게 規制된 모든 型의 順序回路의 흐름表에 適用할 수 있는 것으로 믿는 바이다.

Abstract

A method is illustrated for minimizing the number of internal states in incompletely specified sequential networks. The starting point for minimizing technique in this paper is the set of maximal compatibility classes which covers the original flow table and the minimal covering can be obtained directly by employing three rules. The reduction techniques for prime implicant table or covering and closure table are not employed in this paper.

Although the minimizing technique is applied to some specific problems, it is believed that the concepts are general in nature and can be applied to any type of incompletely specified flow tables.

1. 序 論

完全하게 規制된 順序回路의 內部狀態의 簡單化方法은 比較的 쉽지만 不完全하게 規制된 順序回路의 內部狀態의 簡單化方法은 一般的으로 매우 힘드며 이 問題에 대해서 지금가지 여러論文이 發表되었다.[1~5]

이들 論文에 依한 簡單化方法은 一般的으로 번잡하고 手動的으로 처리하기에는 너무나 時間이 걸리는 폐단이 있다.

*仁荷工大 電氣工學科

Dept. of Electrical Eng. Inha Institute of Technology

接受日字 1967年 10月 4日

本論文에서는 P.I.表(prime implicant table)나 C.C.表(covering and closure table)에 依한 簡單化方法은 채택하지 않고 다만 極大併立類(maximal compatibility classes)를 據點으로 하는 簡單化方法을 試圖하였다.

2. 極大併立類[1][4]

順序回路의 外的動作樣相은 흐름表(flow table)에 의하여 表現되는데 回路의 內部狀態數를 줄인다는 것은 最小行흐름表(minimum-row flow table)를 發見한다는 것을 意味한다.

다음에 本論文에 있어서 據點이 되는 極大併立類에 대해서 要約하여 記述하기로 한다.

우선 다음 內部狀態는 다 規制되어 있고 出力狀態만이 規制되어 있지 않은 欄을 더러 그 속에 갖고 있는 흐름表 F를 생각한다. 初期狀態s_h에 있는 F에 한 入力狀態順序를 加하면 이에 대응하는 出力狀態順序를 얻는다. 이와 똑같은 入力狀態順序를 初期狀態s_k에 있는 F에 加하면 또 이에 대응하는 出力狀態順序를 얻는다. 만약 이 두 出力狀態順序에 있어서 兩쪽이 다 規制되어 있는 자리의 것이 모두 각각 서로 一致하면 이 두 出力狀態順序는 匹敵하다(comparable)고 한다. 그리고 두 內部狀態s_h 및 s_k가 모든 入力狀態順序에 대하여 匹敵한 出力狀態順序를 갖는다면 s_h와 s_k는 倂立한다(Compatible)고 하며 $s_h \sim s_k$로 표시한다. 지금

$$I=\{i_1, i_2, \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots i_n\}$$
$$S=\{s_1, s_2, \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots s_p\}$$

로 각각 入力狀態와 內部狀態를 表示하고 $Z(i_i, s_j)$ 및 $S(i_i, s_j)$로 각각 內部狀態 s_j에 있을 때의 入力狀態 i_i에 대한 出力狀態와 다음 內部狀態를 表示하기로 한다. 그러면 두 內部狀態s_h 및 s_k가 모든 入力狀態 i_i에 대해서

$$Z(i_i, s_h)=Z(i_i, s_k),\ S(i_i, s_h)\sim S(i_i, s_k)$$

가 成立한 때에 限해서 $s_h \sim s_k$가 됨을 알 수 있다.

倂立類(compatibility class) $C\alpha=\{s_{\alpha 1}, s_{\alpha 2}, \cdots\cdots, s_{\alpha q}\}$라 함은 C_α의 要素인 모든 內部狀態의 어느 둘을 짝으로 取해도 다 倂立하는 것을 말한다.

極大倂立類라 함은 다른 어떤 倂立類에도 包含되지 않는 倂立類를 말한다.

한 倂立類集合(a set of compatibility classes)을 생각할 때 그 集合의 모든 倂立類 C_α에 대하여 內部狀態

$$S(i_i, s_{\alpha 1}),\ S(i_i, s_{\alpha 2}), \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots S(i_i, s_{\alpha q})$$

가 적어도 그 集合의 倂立類의 어느 하나 속에 다 包含되며 또한 이 條件이 모든 入力狀態 i_i에 대하여 成立할 때 그 倂立類集合은 닫혔다(closed)고 한다.

흐름表의 모든 內部狀態가 한 倂立類集合의 倂立類속에 빠짐없이 적어도 한번은 다 包含되어 있으면 그 倂立類集合은 흐름表를 被覆한다(cover)고 한다.

한 흐름表F_1이 주어질 때는 F_1을 被覆하는 閉倂立類集合(a closed set of compatibility classes)으로부터 F_1과 同一한 外的動作樣相을 規制하는 흐름表F_2를 유도할 수 있다.[1] 이 F_2는 閉倂立類集合의 모든 倂立類 $C_\alpha=\{s_{\alpha 1}, s_{\alpha 2}, \cdots, s_{\alpha q}\}$를 각각 하나의 內部狀態$s_\alpha'$로 統合시켜서 얻어지는 것이다. 이렇게 함으로서 F_2의 內部狀態 s_α', 入力狀態 i_i에 대한 다음 內部狀態는 $S(i_i, s_{\alpha 1})$, $S(i_i, s_{\alpha 2})$, $\cdots\cdots S(i_i, s_{\alpha q})$를 包含하는 倂立類 C_β를 統合한 內部狀態 s_β'가 된다. 또 內部狀態 s_α', 入力狀態 i_i에 대한 F_2의 出力狀態에 대해서는 적어도 한 出力狀態$Z(i_i, s_{\alpha j})$가 F_1에 規制되어 있으면 그것과 같게 規制하면 된다.

따라서 內部狀態數를 줄이는 問題는 原흐름表를 被覆하며 또한 最少數의 倂立類를 갖는 閉倂立類集合을 찾아내는 問題로 歸着되며 이와같은 閉倂立類集合을 極小被覆(minimal covering)이라고 한다.

規制되어 있지않은 出力狀態欄뿐만 아니라 規制되어 있지 않은 다음狀態欄도 갖고있는 흐름表에 있어서는 두 內部狀態 s_h 및 s_k는 兩쪽이 다 出力狀態가 規制되어있는 것에 대해서는 모든 入力狀態 i_i에 대해서 $Z(i_i, s_h)=Z(i_i, s_k)$가 成立하고 兩쪽이 다 그 다음狀態가 規制되어있는 것에 대해서는 모든 入力狀態 i_i에 대해서 $S(i_i, s_h)\sim S(i_i, s_k)$가 成立한 때에 限해서만 $s_h \sim s_k$가 된다고 한다. 이와같이 定義한 때는 다음狀態가 規制되어있지 않은 欄도 갖고있는 흐름表의 內部狀態數를 줄이는 問題도 역시 앞에서 말한 바와같이 極小被覆을 찾아내는 問題로 歸着되는데 이때는 最小行흐름表의 다음狀態欄이 規制되지 않은채로 남는 수가 있다.

다음에 주어진 흐름表에서부터 極大倂立類를 求하는 節次를 實例를 들어 記述한다. 그림 1의 흐름表에서 內部狀態 $s_1, s_2, \cdots\cdots, s_8$은 便宜上 數字만을 적었다. 各欄의 斜線의 윗자리는 다음狀態를, 斜線의 밑자리는 出力狀態를 規制한 것이다. 이 흐름表는 펄스入力, 펄스出力의 同期式順序回路를 表示한 것이며 安定된 다음狀態만을 갖는 i_0列은 表示하지 않았다. 그림 2는 그림 1

에서 極大併立類를 얻기 위한 併立表(compatibility table)이다. 이 表를 만드는 過程은 다음과 같다. 그림 2(a)를 그림 1의 흐름表로부터 만드는데 있어서

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
1	1/0	—	4/0	5/1	2/0	1/—	—
2	2/0	4/1	1/—	—	1/—	1/1	—
3	2/0	4/1	1/1	—	—	—	7/0
4	—	5/—	—	2/—	2/0	—	1/—
5	2/—	5/—	1/—	—	2/—	5/—	1/1
6	2/0	3/—	—/1	8/1	6/1	7/0	—
7	—	3/1	—	5/1	—	7/0	6/0
8	1/1	5/0	4/1	2/0	2/—	5/—	1/1

그림1. 簡單化해야할 흐름表
Fig. 1 Flow table to be minimized

(1) 한 쌍의 內部狀態가 併立함을 直接 알 수 있는 該當欄에는 ～記號를 한다. 例컨대 內部狀態 1 및 7을 생각할 때 그 두 行의 出力狀態가 兩쪽이 다 規制된 자리는 入力狀態 i_4에 대한 것 뿐이며 그 두 出力狀態는 一致한다. 이 두 行의 다음狀態를 살피면 兩쪽이 다 規制되어있는 자리는 入力 i_4 및 i_6에 대한 것 뿐이며

$$S(i_4, 1)=5, \quad S(i_4, 7)=5$$

$$S(i_6, 1)=1, \quad S(i_6, 7)=7$$

이므로 內部狀態 1과 7은 併立한다.

(2) 한 쌍의 內部狀態가 併立하지 않음을 直接 알 수 있는 該當欄에는 X記號를 한다.

例컨대 內部狀態 1및 3을 생각할 때 入力狀態 i_3에 대한 出力狀態가 相異하므로 內部狀態 1과 3은 併立하지 않는다.

(3) 한 쌍의 內部狀態가 併立하는지 않하는지를 直接 알 수 없는 該當欄에는 併立條件을 記入한다. 例컨대 內部狀態 1 및 2를 생각할때

$$S(i_3, 1)=4, \quad S(i_3, 2)=1$$

이므로 內部狀態 1과 2가 併立하려면 內部狀態1과 4가 또한 併立하여야 한다. 따라서 (1, 2)의 該當欄에는 1, 4를 記入한다.

이러한 要領으로 全欄을 메꾸어간다. 그 다음段階로서는 例컨대 (5, 6)의 該當欄에는 3, 5가 記入되어 있는데 內部狀態3과 5는 併立하지 않으므로 內部狀態 5와 6도 또한 併立할 수 없어서 (5, 6)의 該當欄에는 X記號를 한다. 마찬가지로 內部狀態 4와 7도 併立할 수 없으므로 (4, 7)의 該當欄에도 X記號를 한다. 이와같은 要領으로 併立하지 않는 該當欄에 X記號를 해간다. 그렇지만 이 例에서는 그림 2(b) 以上 더 進行할 수 없다. 併立表의 該當欄에 X記號가 없는 한 쌍의 內部狀態는 併立한다.

2	1, 4						
3	×	～					
4	2, 5	4, 5 1, 2	4, 5 1, 7				
5	1, 2 1, 4	4, 5 1, 2 1, 5	×	～			
6	×	×	3, 4	×	3, 5 2, 6 5, 7		
7	～	×	3, 4 6, 7	3, 5 2, 5 1, 6	×	5, 8	
8	×	×	×	～	1, 2 1, 4	×	×
	1	2	3	4	5	6	7

(a)

2	1, 4						
3	×	～					
4	2, 5	1, 2 4, 5	1, 7 4, 5				
5	1, 2 1, 4	1, 2 1, 5 4, 5	×	～			
6	×	×	3, 4	×	×		
7	～	×	3, 4 6, 7	×	×	5, 8	
8	×	×	×	～	1, 2 1, 4	×	×
	1	2	3	4	5	6	7

(b)

그림 2. 그림 1의 併立表
Fig. 2 Compatibility table of Fig. 1.

併立類를 얻기 위해서는 併立表를 右로부터 左로 옮아가면서 다음과 같은 段階를 밟는다.

第1段階 : {6, 7}

第2段階 : {6, 7}, {5, 8}

第3段階 : {6, 7}, {4, 5, 8}

第4段階 : {3, 6, 7}, {4, 5, 8}, {3, 4}

第5段階 : {3, 6, 7}, {4, 5, 8}, {2, 4, 5}, {2, 3, 4}

第6段階 : {3, 6, 7}, {4, 5, 8}, {1, 2, 4, 5}, {2, 3, 4}, {1, 8}

이렇게 하여 第6段階에서 얻는 것이 極大併立類들이다.

3. 本 論

前節에서 內部狀態를 줄이는 問題는 極小被覆을 찾아내는 問題로 歸着됨을 알았다. 一方 極小被覆을 構成하는 併立類들은 다음과 같은 條件을 滿足시켜야 한다.[4]

1) 併立類들은 모든 內部狀態를 被覆해야 한다.

2) 併立類集合은 닫혀져야 한다.

3) 併立類數는 最少이어야 한다.

極大併立類를 據點으로 하여 極小被覆을 求하는 方法을 論하기 前에 默約類集合(implied class set) P_α에 대하여 定義한다.

併立類 $C_\alpha=\{s_{\alpha1}, s_{\alpha2}\cdots\cdots, s_{\alpha q}\}$가 주어질때 併立類 $C_{\alpha i}$를 흐름表의 行 $s_{\alpha1}$; $s_{\alpha2}, \cdots\cdots s_{\alpha q}$; 列 i_i에 해당하는 다음 狀態를 要素로 하는 集合이라고 한다. 이때 $C_{\alpha i}$는 C_α에 依하여 默約되었다(implied)고 한다. C_α에 依하여 默約되는 類集合 P_α라 함은 다음 條件을 滿足시키는 모든 $C_{\alpha i}$를 要素로 하는 集合을 말한다.

1) $C_{\alpha i}$는 두個以上의 要素를 갖는다.

2) 2)$C_{\alpha i}\subseteq C_\alpha$

3) $C_{\alpha j}\in P_\alpha$이면, $C_{\alpha i}\subseteq C_{\alpha j}$

여기서 P_α는 併立類 C_α에 課해지는 閉條件을 表示한다. 그림3은 그림1의 흐름表의 極大併立類 및 그 默約類集合을 例示한 것이다.

maximal classes	class sets
{1, 2, 4, 5}	ϕ
{2, 3, 4}	{(1, 2), (1, 7), (4, 5)}
{3, 6, 7}	{(3, 4), (5, 8)}
{4, 5, 8}	{(1, 2), (1, 4)}
{1, 7}	ϕ

그림3. 그림1의 極大併立類와 그 默約類集合
Fig. 3 Maximal compatibility classes and implied class sets of Fig. 1.

다음에 極大併立類를 據點으로 하여 極小被覆을 求하는 方法을 論하기로 한다. 그 節次는 다음과 같은 세 規則에 依하여 行한다.

規則1 : 極大併立類중에서 가장 큰 것을 始動類로 取하여 右側으로 順次的으로 바로 左側併立類의 默約類 또는 默約類集合을 包含하는 極大併立類를 이어나 간다. 이렇게하여 마침내 始動類로 되돌아오면 그 閉路속에 取해진 極大併立類가 모든 內部狀態를 被覆하고 또 그 併立類數가 最小일 때는 그들 併立類들이 極小被覆을 構成한다.

이 節次를 實例를 들어 確認하기로 한다.

〔例題 1〕 그림 4 (a) 의 흐름表의 極小被覆을 求하라.

그림 4(b)는 그림 4(a)의 極大併立類와 그 默約類集合을 表示한다. 極大併立類의 크기는 다 같으므로 가령 {1, 5}를 始動類로 取해 본다. 規則1에 依하여 右則으로 極大併立類를 이어나가면 다음 結果를 얻는다.

$$\to\{1, 5\}\to\{2, 6\}\to\{3, 5\}\to\{4, 6\}-$$

	i_1	i_2	i_3
1	2/0	5/0	1/0
2	3/0	—	2/0
3	4/0	—	3/1
4	1/0	—	4/1
5	6/0	—	—
6	5/0	1/1	—

(a)

maximal classes	class sets
{1, 5}	{(2, 6)}
{2, 6}	{(3, 5)}
{3, 5}	{(4, 6)}
{4, 6}	{(1, 5)}
{5, 6}	ϕ

(b)

그림4. 例題 1의 흐름表와 極大併立表
Fig. 4 Flow table and maximal compatibility class table of example 1

여기서 그림 4(a)의 內部狀態는 閉路속의 極大併立類에 의하여 被覆되며 併立類數는 그以上 더 적게할 수 없으므로 極小被覆은 {1, 5}, {2, 6}, {3, 5}, {4, 6}이다.

따라서 $s_1=\{1, 5\}$, $s_2=\{2, 6\}$, $s_3=\{3, 5\}$, $s_4=\{4, 6\}$으로 結合시키면 그림 4(a)는 그림5와 같은 最小行흐름表로 簡單化된다.

	i_1	i_2	i_3
s_1	$s_2/0$	$s_1/0$	$s_1/0$
s_2	$s_3/0$	$s_1/1$	$s_2/0$
s_3	$s_4/0$	---	$s_3/1$
s_4	$s_1/0$	$s_1/1$	$s_4/1$

그림 5. 그림4(a)의 最小行흐름表
Fig. 5 Minimum-row flow table of Fig. 4(a)

〔例題2〕 그림 6(a)의 흐름表의 極小被覆을 求하라.

	i_1	i_2	i_3
1	3/0	—	2/—
2	—	4/0	6/—
3	5/1	—	—/0
4	—	1/1	1/—
5	1/—	—	6/—
6	4/—	5/—	6/—

(a)

maximal classes	class sets
{1, 2, 6}	{(3, 4), (4, 5)}
{2, 3, 6}	{(4, 5)}
{2, 5, 6}	{(1, 4), (4, 5)}
{1, 4}	{(1, 2)}
{3, 4}	ϕ
{4, 5}	{(1, 6)}

(b)

그림6. 例題2의 흐름表와 極大倂立類表
Fig.6 Flow table and maximal compatibility class table of example 2.

그림6(b)에 依하여 極大倂立中에서 가장 큰것의 하나인 {1, 2, 6}을 始動類로 取하여 右側으로 展開해가면 다음 結果를 얻는다.

$$\rightarrow \{1,2,6\} \begin{cases} \{3,4\} \rightarrow \phi \\ \{4,5\} \end{cases}$$

이 閉路속의 倂立類는 흐름表의 內部狀態를 被覆하며 또 그 以上 倂立類數는 적을 수가 없으므로 極小被覆은 {1, 2, 6}, {3, 4}, {4, 5}이다. 따라서 $s_1=\{1,2,6\}$, $s_2=\{3,4\}$, $s_3=\{4,5\}$로 統合시키면 最小行흐름表는 그림 7과 같다.

	i_1	i_2	i_3
s_1	$s_2/0$	$s_3/0$	$s_1/0$
s_2	$s_3/1$	$s_1/1$	$s_1/0$
s_3	$s_1/-$	$s_1/1$	$s_1/-$

그림 7. 그림6(a)의 最小行흐름表
Fig.7 Minimum-row flow table of Fig.6(a)

〔例題3〕 그림8(a)의 極小被覆을 求하라.

	i_1	i_2	i_3
1	1/0	2/—	5/0
2	2/0	3/—	4/0
3	2/0	1/—	4/0
4	—	2/—	7/1
5	—	1/—	7/1
6	1/—	2/—	5/0
7	1/1	2/1	8/0
8	6/0	3/0	6/1

(a)

maximal classes	class sets
{1, 2, 3, 6}	{(4, 5)}
{4, 5, 8}	{(1, 2, 3), (6, 7)}
{6, 7}	{(5, 8)}

(b)

그림8. 例題3의 흐름表와 極大倂立類表
Fig.8 Flow table and maximal compatibility class table of example 3.

極大倂立類中에서 가장 큰 {1, 2, 3, 6}을 始動類로 取하여 이것을 右側으로 展開하여 다음 結果를 얻는다.

$$\rightarrow \{1,2,3,6\} \longrightarrow \{4,5,8\} \longrightarrow \{6,7\}$$

이 閉路속의 倂立類는 흐름表의 內部狀態를 被覆하고 그 數도 最少이므로 {1, 2, 3, 6}, {4, 5, 8} {6, 7}가 極小被覆을 構成한다. 따라서 $s_1=\{1,2,3,6\}$, $s_2=\{4,5,8\}$, $s_3=\{6,7\}$로 統合하면 그림 9와 같은 最小行흐름表를 얻는다.

	i_1	i_2	i_3
s_1	$s_1/0$	$s_1/-$	$s_2/0$
s_2	$s_3/0$	$s_1/0$	$s_3/1$
s_3	$s_1/1$	$s_1/1$	$s_2/0$

그림 9 그림8(a)의 最小行흐름表
Fig. 9. Minimum-row flow table of Fig. 8(a)

規則2 : 極大倂立中에서 가장 큰 것을 始動類로 取하여 右側으로 規則1에 依하여 展開해가다가 ϕ가 나타나면 일단 거기서 멈추고 始動類의 左側으로 順次的으로 그 默約類集合이 바로 右側倂立類에 包含되는 極大倂立類를 그以上 進行하지 않을 때까지 이어나간다. 이때 枝路가 여러個 생기면 그中에서 가장 많은 內部狀態를 包含하면서도 倂立類數가 最少인 枝路를 택한다. 그래도 모든 內部狀態가 被覆되지 않을 때는 이미 對象이 되지 않은 倂立類中에서 나머지 內部狀態를 包含하는 極大倂立類를 골라서 위의 節次를 반복하여 內部狀態를 被覆하면서도 倂立類數가 最少가 되게하면 이렇게 取해진 極大倂立類가 極小被覆을 構成한다.

이 規則의 補充例로서 例題2를 다시 살펴 보기로 한다. 始動類로서 {1, , 2, 6}을 取하지 않고 {2, 5, 6}을 取하여 右側으로 展開해가면 다음 結果를 얻는다.

$$X \longrightarrow \{2,5,6\} \begin{cases} \{4,5\} \longrightarrow \{1,2,6\} \longrightarrow \{3,4\} \longrightarrow \phi \\ \{1,4\} \end{cases}$$

{2, 5, 6}을 左側으로 展開하면 進行하지 않는다. 지금 흐름表의 內部狀態를 被覆하면서도 倂立數가 最少가 되게 하려면

$$\{4,5\} \rightarrow \{1,2,6\} \rightarrow \{3,4\} \rightarrow \phi$$

가 되며 {1, 2, 6}, {3, 4}, {4, 5}가 極小被覆이 됨

은 例題2의 結果와 같다.

다음에 規則2의 適用例를 들기로 한다.

〔例題 4〕 그림10(a)의 極小被覆을 求하라.

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
1	—	—/1	2/0	—	—	—	—
2	—	—/1	1/0	2/0	—	1/0	—
3	—	4/0	—/1	3/0	—	2/0	—
4	—	—	—/1	—	—	3/1	—
5	—/1	—	—	—	6/0	—	6/0
6	—/1	—	—	—	7/0	5/0	6/0
7	8/0	—	—	—	—	6/0	—/1
8	—	—	—	—	—	5/0	—/1

(a)

maximal classes	class sets
{1, 2, 5}	ϕ
{1, 2, 6}	{(1, 5)}
{1, 2, 7}	{(1, 6)}
{1, 2, 8}	{(1, 5)}
{3, 5}	ϕ
{3, 6}	{(2, 5)}
{3, 7}	{(2, 6)}
{3, 8}	{(2, 5)}
{4, 5}	ϕ
{4, 6}	{(3, 5)}
{4, 7}	{(3, 6)}
{4, 8}	{(3, 5)}

(b)

그림10 例題4의 흐름表와 極大併立類表
Fig. 10 Flow table and maximal compatibility class table of example 4.

가령 {1, 2, 5)를 始動類로 取하여 左右側으로 展開해 갈때 모든 可能한 경우를 생각하면 다음 結果를 얻는다.

$$\begin{tikzcd}
X \arrow[r] & \{1,2,7\} \arrow[r] & \{1,2,6\} \arrow[ddr] & & \\
X \arrow[r] & \{3,7\} \arrow[ur] & & & \\
 & X \arrow[r] & \{1,2,8\} \arrow[r] & \{1,2,5\} \arrow[r] & \phi \\
X \arrow[r] & \{4,7\} \arrow[r] & \{3,6\} \arrow[ur] & & \\
 & X \arrow[r] & \{3,8\} \arrow[uur] & &
\end{tikzcd}$$

여기서 $X \to \{4,7\} \to \{3,6\} \to \{1,2,5\} \to \phi$를 取하면 內部狀態8만이 被覆되지않고

$X \to \{1,2,7\} \to \{1,2,6\} \to \{1,2,5\} \to \phi$

및 $X \to \{3,7\} \to \{1,2,6\} \to \{1,2,5\} \to \phi$

를 取하면 각각 內部狀態 3, 4, 8 및 內部狀態4, 8이 被覆되지 않는다. 그他것도 모두 마찬가지로 첫번째것보다 被覆되지 않는 內部狀態數가 많으므로 첫번재 것을 取한다. 첫재번것을 取해도 內部狀態8은 被覆되지 않고 남으므로 이것을 單獨類로 取한다. 그러면 {1, 2, 5}, {3, 6}, {4, 7} {8}이 極小被覆이다. 따라서 $s_1=\{1,2,5\}$, $s_2=\{3,6\}$, $s_3=\{4,7\}$, $s_4=\{8\}$로 統合하면 그림11과 같은 最小行흐름表를 얻는다.

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
s_1	—/1	—/1	s_1/0	s_1/0	s_2/0	s_1/0	s_2/0
s_2	—/1	s_3/0	—/1	s_2/0	s_3/0	s_1/0	s_2/0
s_3	s_4/0	—	—/1	—	—	s_2/0	—/1
s_4	—	—	—	—	—	s_1/0	—/1

그림 11. 그림 10(a)의 最小行흐름表
Fig. 11 Minimum-row flow table of Fig. 10(a).

規則 3 : 始動類를 左側으로 展開해가다가 그 默約類集合이 바로右側併立類에 다 包含되는 極大併立類는 없고 그 默約類集合의 要素中에서 一部만이 包含이 되는 極大併立類가 있을 때는 그것을 部分類로 分解한다. 이들 部分類中에서 그 部分類 자체가 지금가지 取한 어느 한 併立類에 包含되든가 그 部分類의 默約類集合이 바로右側併立類에 包含되지 않는것은 이를 버리고 그 默約類集合이 바로右側併立類에 包含되는 部分類만을 取하여 계속 左側으로 그以上 進行하지 않을 때까지 展開해간다. 이때 默約類가 ϕ인 部分類가 있으면 그것을 別途로 獨立시켜 展開해간다. 그 以後의 過程은 規則2의 後半에 準한다.

다음에 實例를 들어 規則3을 確認하기로 한다

〔例題5〕 그림1의 흐름表의 極小被覆을 求하라

그림3에 의하여 {1, 2, 4, 5}를 始動類로 取하여 左右側으로 展開한다. 이것을 左側으로 展開해가다가 {4, 5, 8}까지 도달하면 그 默約類集合이 {4, 5, 8}에 包含되는 極大併立類는 없고 極大併立類 {2, 3, 4} 및 {3, 6, 7}의 默約類集合이 部分的으로 包含될 뿐이다. 따라서 {2, 3, 4}를 部分類 {2, 3}, {2, 4}, {3, 4}로 分解한다. 여기서 {2, 4}는 이미 取한 {1, 2, 4, 5}에 包含되고, {3, 4}는 {3, 4}→{(4, 5), (1, 7)}이 되며 {4, 5, 8}에 包含되지 않으므로 이들을 버리면 {2, 3}만

남는다. 다음에 {3, 6, 7}을 部分類{3, 6}, {3, 7}, {6, 7}로 分解하면 {3, 6}→{(3, 4)}, {3, 7}→{(3, 4), (6, 7)}, {6, 7}→{(5, 8)}이므로 {6, 7}만이 對象이 된다. 따라서 다음과 같은 結果를 얻는다.

$$X \to \{6, 7\} \to \{4, 5, 8\} \to \{1, 2, 4, 5\} \to \phi$$

$$X \to \{2, 3\} \to \phi$$

그리고 모든 內部狀態가 위의 併立類에 被覆되므로 極小被覆은 {1, 2, 4, 5}, {4, 5, 8} {2, 3}, {6, 7}이다. 따라서 $s_1=\{1, 2, 4, 5\}$, $s_2=\{4, 5, 8\}$, $s_3=\{2, 3\}$, $s_4=\{6, 7)$로 結合하면 最小行흐름表는 그림12와 같다.

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
s_1	$s_1/0$	$s_2/1$	$s_1/0$	$s_1/1$	$s_1/0$	$s_1/1$	$s_1/1$
s_2	$s_1/1$	$s_1/0$	$s_1/1$	$s_3/0$	$s_3/0$	$s_2/-$	$s_1/1$
s_3	$s_3/0$	$s_2/1$	$s_1/1$	—	$s_1/-$	$s_1/1$	$s_4/0$
s_4	$s_1/0$	$s_3/1$	—	$s_2/1$	$s_4/1$	$s_4/0$	$s_4/0$

그림 12. 그림1의 最小行흐름表

Fig. 12. Minimum-row flow table of Fig 1

以上 몇개의 實例를 들어 本論文의 規則을 適用하여 不完全하게 規制된 順序回路의 內部狀態를 簡單化하였는데 경우에 따라서는 세規則을 適切히 混合하여 驅使해야만 될 때도 있다.

4. 結 論

本論文의 簡單化方法을 適用하면 확실히 他方法에 의한 것보다 不完全하게 規制된 順序回路의 內部狀態數를 줄이는데 있어서 덜 繁雜하고 手動的으로 처리하는데 時間도 덜 걸린다. 그러나 이 方法에 依해서 極小被覆이 求해지지 않는 例外가 있을지도 모르며 發見되는대로 本論文을 補充하기로 한다.

參考文獻

(1) Paull, M.C., and S.H. Unger, Minimizing the number of states in incompletly specified sequential switching function, IRE Trans on Electronic Computers, Vol. EC—8, Sep. 1959. PP356—367

(2) McCluskey, E.J., Minimum state sequential circuits for restricted class of incompletely specified flow tables, Bell Sys Tech. J. Vol. 41, Dec 1962, PP 1759-1768.

(3) Narashiman, R., Minimizing incompletely specified sequential functions, IRE Trans on Electronic Computers (Corespondens) Vol. EC—10, 1961, PP531—532.

(4) A. Grasselli, and F. Luccia, A method for minimizing the number of internal states in incompletely specified sequential networks, IEEE Trans on Electronic Computers, Vol. EC—14 June 1965, PP350—359.

(5) A. Grasselli, Minimal closed partitions for incompletly specified flow tables, IEEE Trans. on Electronic Computers, Vol EC—15 April 1966, PP245—249