

# Prime Implicant의 選定에 對한 小考

## (A Note on the Selection of Prime Implicants)

\*高 瓊 植  
(Koh, Kyung Shik)

### 要 約

Cyclic prime implicant table에서 basis row를 選定하는 方法을 提示하였다. 이 方法은 在來의 試行錯誤 方法에 比하던 훨씬 系統的이며 有效하고 또한 이 方法에 의한 結果는 Gimpel이나 Luccio의 方法에 의한 結果와 잘 부합한다.

### Abstract

A technique is illustrated for the selection of basis rows from a cyclic prime implicant table. This technique is more systematic and effective than a trial and error process, and the results of this technique agree well with the ones solved by Gimpel's or Luccio's reduction technique.

### 1. 序 論

Prime implicant table을 利用하여 Boole 函數를 簡單化하는 데는 row dominance, column dominance 및 essential row selection의 세 簡單化節次가 普遍的으로 利用된다. 이 세 節次를 反復適用하면 마침내 cyclic型에 도달한다. 이와 같은 cyclic prime implicant table을 簡單化하는 데는 試行錯誤法(trial and error process)의 依하여 basis row를 選定하고 있지만 Gimpel<sup>(1)</sup> 및 Luccio<sup>(2)</sup>는 別途의 方法을 提示하고 있다. Gimpel의 方法은 代數的表現인 p函數에 根據를 두고 있으며 prime implicant table의 적어도 한 列이 두 行에만 被覆되는 경우에 限해서 有效하다. Luccio의 方法은 linear integer programing을 이용한 P-table을 導入하여 列의 縮合을 行하여 簡單化하고 있다.

本小考에서는 cyclic prime implicant table

\*仁荷工科大学 電氣工學科  
Dept. of Electrical Eng., Inha Institute of  
Technology.

提受日字 1968年 1月 26日

에서 可能한 限 많은 列을 包含하는 basis row를 選定하면서도 또한 row dominance가 나타나게 하여 極小被覆을 求하는 規則을 提示하였다.

### 2. Basis row의 選定方法

Cyclic prime implicant table에서 basis row를 選定하는 方法을 論하기에 앞서 記述을 간단히 하기 위하여 몇가지 記號를 定義한다.

그림1과 같은 cyclic prime implicant table (Gimpel의 引用例題)을 생각할 때 被覆行數가 2인 列은  $C_1, C_4, C_5$  및  $C_6$ 이다. 이 중에서 行  $r_5$ 에 被覆되는 列은  $C_4, C_5$ 이므로 이 集合을  $N_2(r_5) = \{C_4, C_5\}$ 로 표시한다. 行  $r_5$ 에 被覆되는 列 중에서  $N_2(r_5)$ 에 포함되지 않는 列의 集合을  $\bar{N}_2(r_5)$ 로 표시하면  $\bar{N}_2(r_5) = \{C_7\}$ 이다. 여기서 記號  $|N_2(r_5)|$  및  $|\bar{N}_2(r_5)|$ 로 各集合의 要素數를 표시하면  $|N_2(r_5)| = 2$ ,  $|\bar{N}_2(r_5)| = 1$ 이다. 이를 부연하여 다음과 같은 記號를 채택하기로 한다.

$N_p(r_i)$ : 被覆行數가 p인 列중에서 行  $r_i$ 에 被覆되는 列의 集合

$\bar{N}_p(r_i)$ : 行  $r_i$ 에 被覆되는 列中에서  $N_p(r_i)$ 에

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>
r <sub>1</sub>	×	×					
r <sub>2</sub>	×		×				×
r <sub>3</sub>		×				×	×
r <sub>4</sub>				×	×		
r <sub>5</sub>			×	×			×
r <sub>6</sub>		×	×				
r <sub>7</sub>	×	×					×

그림1. Cyclic prime implicant table

포함되지 않는 列의 集合

$|N_p(r_i)|$ : 集合  $N_p(r_i)$ 의 要素數

$|\bar{N}_p(r_i)|$ : 集合  $\bar{N}_p(r_i)$ 의 要素數

다음에 cyclic prime implicant table에서 basis row를 選定하는 規則을 要約하면 다음과 같다

規則: p가 極少인 列를 被覆하는 行중에서

1).  $|N_p(r_i)|$ 가 極大인 行을 選定한다.

$|N_p(r_i)|$ 가 極大인 行이 여러개 있을때는  $|\bar{N}_p(r_i)|$ 가 極大인 行을 選定한다.

2). 1)의 節次에서  $|\bar{N}_p(r_i)|$ 가 極大인 行이 여러개 있을때는 그 行에 被覆되는 列를 除去함으로써 가장 많이 row dominance가 나타나는 行을 選定한다.

위의 規則의 基本概念은 우선 可解한 限 많은 列를 被覆하는 行을 選定하면서도 이 行에 被覆되는 列를 除去함으로써 row dominance가 나타나게 하자는 것이다. 그 結果 行의 縮合이 可能해지며 (但 cost가 낮은 implicant에 해당하는 行은 cost가 높은 implicant에 해당하는 行에 縮合되지 않는다) column dominance도 나타나게 되어 branching 節次나 integer programming을 適用하지 않고서도 完全解를 얻을 수 있게된다.

다음에 이 規則을 例示하기로 한다. 그림1의 경우를 생각하면  $|N_2(r_1)|=1$ ,  $|N_2(r_2)|=1$ ,  $|N_2(r_3)|=1$ ,  $|N_2(r_4)|=2$ ,  $|N_2(r_5)|=2$ ,  $|N_2(r_6)|=1$ 이므로 行r<sub>4</sub>와 r<sub>5</sub>가 對象이 된다. 그런데  $|\bar{N}_2(r_4)|=0$ ,  $|\bar{N}_2(r_5)|=1$ 이므로 規則1)에 의하여 r<sub>5</sub>가 basis row이다. 따라서 行r<sub>5</sub>와 이에 被覆되는 列 C<sub>4</sub>, C<sub>5</sub>, C<sub>7</sub>을 除去하면 그림 2(a)를 얻는다. 그림 2(a)에서 行r<sub>3</sub>은 行r<sub>4</sub>에, 行r<sub>2</sub> 및 r<sub>7</sub>은

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>6</sub>
r <sub>1</sub>	×	×		
r <sub>2</sub>	×		×	
r <sub>3</sub>		×		×
r <sub>4</sub>				×
r <sub>6</sub>			×	
r <sub>7</sub>		×	×	

(a). 그림1의 減縮

(b). (a)의 減縮

	C <sub>1</sub>	C <sub>3</sub>
r <sub>1</sub>	×	
r <sub>2</sub>	×	×
r <sub>7</sub>		×

(c). (b)의 減縮

그림 2.

行r<sub>6</sub>에 優越하므로(row dominance) 行r<sub>2</sub>와 r<sub>6</sub>을 除去하면 그림 2(b)를 얻는다. 여기서 列 C<sub>6</sub>은 行r<sub>3</sub>에만 被覆되므로 r<sub>3</sub>은 essential row이다. 따라서 行r<sub>3</sub>을 選定하고 行r<sub>3</sub> 및 列 C<sub>2</sub>, C<sub>6</sub>을 除去하면 그림 2(c)를 얻는다. 여기서 r<sub>1</sub> 및 r<sub>7</sub>은 r<sub>2</sub>에 縮合되므로 行r<sub>2</sub>를 選定하면 極小被覆은

$$\Omega = \{r_2, r_3, r_5\}$$

이며 Gimpel의 結果와 一致한다.

다음에 Gimpel의 論文의 또 하나의 引用例題인 그림3의 cyclic prime implicant table을 생각한다.

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>
r <sub>1</sub>	×	×	×					
r <sub>2</sub>	×			×	×			
r <sub>3</sub>		×		×		×		
r <sub>4</sub>			×		×		×	
r <sub>5</sub>						×	×	×
r <sub>6</sub>		×		×				×

그림 3. Cyclic prime implicant table.

여기서  $|N_2(r_4)|=|N_2(r_5)|=3$ 이고 또한  $|\bar{N}_2(r_4)|=|\bar{N}_2(r_5)|=0$ 이므로 規則2)를 適用한다.  $N_2(r_4)=\{C_3, C_5, C_7\}$ 이므로 列 C<sub>3</sub>, C<sub>5</sub>, C<sub>7</sub>을 除去하여도 row dominance는 나타나지 않는다.  $N_2(r_5)=\{C_6, C_7, C_8\}$ 이므로 列 C<sub>6</sub>, C<sub>7</sub>, C<sub>8</sub>을 除去하면 r<sub>3</sub>과 r<sub>6</sub>의 被覆이 같으므로 行의 縮合이 可能해진

다. 따라서 行 $r_5$ 를 選定하면 그림3은 그림4(a)와 같이 減縮된다. 이 表도 역시 cyclic型이며 모든 列의 被覆行數는 2이다.

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$r_1$	×	×	×		
$r_2$	×			×	×
$r_3$		×		×	
$r_4$			×		×

(a). 그림3의 減縮

	$C_1$	$C_3$
$r_2$	×	×
$r_3$	×	
$r_4$		×

(b). (a)의 減縮

그림 4.

여기서  $|N_2(r_1)| = |N_2(r_2)| = 3$ ,  $|\bar{N}_2(r_1)| = |\bar{N}_2(r_2)| = 0$ 이므로 規則2)를 適用한다. 이 경우에는 行 $r_1$  또는  $r_2$ 어느것을 選定하여도 다 row dominance가 나타나므로 가령 行 $r_1$ 을 選定하면 그림 4(b)와 같이 減縮된다. 따라서 行 $r_2$ 도 選定되며 極小被覆은

$$\Omega = \{r_1, r_2, r_5\}$$

가 되며 역시 Gimpel의 結果와 一致한다.

Luccio<sup>(3)</sup>, Robinson 및 House<sup>(4)</sup>의 引用例題에 本規則을 適用하여도 그 結果가 一致함이 確認된다.

### 3. 結 論

Cyclic prime implicant table에서 basis row를 選定하는데 있어서 本小考의 規則을 適用하면 在來의 試行錯誤法에 의한 것보다 系統的이며 훨씬 有效하다. Gimpel이나 Luccio의 方法에

比하면 理論的背景은 그리 嚴正하지는 않지만 더욱 包括的이며 그 結果가 잘 부합함의 確認되었다. 그렇지만 變數가 많아짐에 따라 그 効力이 輕減됨은 Gimpel이나 Luccio의 方法에 의할 때와 마찬가지로다.

### 參 考 文 獻

- (1) I. B. Pyne and E. J. Mcluskey, "The reduction of redundancy in solving prime implicant tables", IRE Trans. on Electronic Computers, vol. EC-11, PP. 473-482, August 1962.
- (2) J. F. Gimpel, "A Reduction technique for Prime Implicant Tables", IEEE Trans. on Electronic Computers, vol. EC-14, PP. 535-541, August 1965.
- (3) F. Luccio, "A Method for the Selection of Prime Implicants", IEEE Trars. on Electronic computers, vol. EC-15, PP. 205-212, April 1966.
- (4) S. U. Robinson III and R. W. House, "Gimpel's Reduction Technique Extended to Covering Problem with Costs", IEEE Trans. on Electronic Computers, vol. EC-16, PP. 509-513, August 1967.
- (5) A. D. Friedman, "Comment on A Method for Selection of Prime Implicants", IEEE Trars. on Electronic Computers, vol. EC-16, PP. 221-222, April 1967.
- (6) H. A. Curtis, "A New Approach to the Design of Switching Circuits", P. 90-99, VAN NOSTRAND CO. INC., New York, 1962.