

상관관계법에 의한 제어계통의 동 특성연구 (I)

—의 불규칙 2진신호에 의한 푸로쎄스의 동특성 상관측정

논	문
19	~6~1

Correlation Measurement of Process Dynamic Characteristics by Pseudo-Random Binary Singnals)

한 단 춘* 최 경 삼** 박 장 춘***

(Man Choon Han, Kyung Sam Choi, Chang Choon Park)

[ABSTRACT]

In this paper, to determine process dynamic characteristics, the correlation method for measuring the impulse response of process using a pseudo-random binary signal as the test signal instead of white noise was studied.

The error caused by using the signal of Msequence signal generator which was built up by the authors was analysed.

Experiments were performed on the 1st and 2nd order lag systems and the results were in good coincidence with theoretical values.

It is expected that applying these results, it may be possible to develop a continuous measuring method adaptable to modern control systems.

1. 서 론

최근 광범위한 자동제어계통의 발전에 따라 제어대상을 최적상태로 제어하기 위하여 제어대상의 동특성을 정확하게 측정하려는 요구가 증대되고 있다.

제동의 동특성을 측정하는 방법으로 종래에는 파도응답법이나 주파수응답법이 많이 사용되어 왔으나, 측정대상의 출력에 잡음과 외판이 개입될 때 측정의 정밀도가 현저히 감소한다. 또한 입력신호로서 저단파 또는 영현파등의 특경파형이 사용되는데 대상에 따라 이러한 신호가 허용되지 못하는 경우가 많고, 측정대상을 오프·라인(off-line)으로 측정하여야 하는 등의 결점이 있다.

본 논문에서는 통계적 방법에 의하여 이러한 결점을 해결하고, 시불변선형계(time-invariant linear system)를 대상으로 동특성 측정을 연구할 것이다. 온라인(on-line)으로 선형제동의 동특성을 측정할 수 있는 하중함수(weighting function)법으로 상관계산이 가능한 시험신호로서 백색잡음(white noise) 대신에 의불규칙2진신호중 최대 주기율을 갖는 신호를 선정하였다.

다.

이 시험신호발생장치로서 아이씨 퀄리프·퀄롬(I.C flip-flop)을 종속접속한 셀프트·레지스터(shift register)와 다이오드 매트릭스(diode matrix)로 논리회로를 구성하여 M체열신호발생장치를 제작하였다.

M체열신호발생장치와 연세 101 상사형전자계산기를 사용하여 1차 및 2차 저연계를 대상으로 임펄스응답을 상파법에 의하여 측정하고 결과를 검토하였다.

2. 기본원리^{1),2)}

측정오차를 최소로 하여 $n(t)$ 로부터 순수한 입력역간의 데이터를 구하기 위한 통계적 방법으로서 백색잡음에 의한 상관측정의 원리를 가중평균오차판별법으로

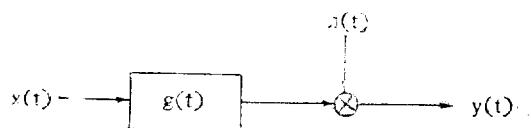


그림 1. 시불변선형제동의 불변신도

Fig. 1. Block diagram of time-invariant linear system

* 경희원 : 연세대학교 이공대학 교수

** ** : 수도공과대학 전기공학과 교수

*** *** : 연세대학교 대학원 전기공학과

부터 검토한다.

그림 1에서 입출력을 각각 $x(t)$ 및 $y(t)$, 요구하는 출력을 $y_o(t)$ 라 하면 자승평균오차는 식(1)과 같다.

$$\langle e^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [y(t) - y_o(t)]^2 dt \quad \dots \dots \dots (1)$$

이 때 출력 $y(t)$ 는 화선적분(convolution integral)으로 표시되므로

$$y_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) x(t-\tau) d\tau \quad \dots \dots \dots (2)$$

식(2)를 식(1)에 대입하여 정리하면 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned} \langle e^2 \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha) d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) d\tau \phi_{xx}(x-\tau) \\ &\quad - 2 \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) d\tau \phi_{xx}(\tau) + \phi_{xx}(0) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$\langle e^2 \rangle$ 을 최소로 하는 $g_o(\tau)$ 를 $g_o(\tau)$ 로 하면 변분의 원리로부터

$$g_o(\tau) = g_o(\tau) + \delta g_o(\tau) \quad \dots \dots \dots (4)$$

이므로 $\langle e^2 \rangle$ 의 변화는 영(零)이 되어야 한다. 즉,

$$\begin{aligned} \delta \langle e^2 \rangle &= -2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta g(\alpha) d\alpha [\phi_{xx} - \int_{-\infty}^{\infty} g_o(\tau) d\tau \phi_{xx} \\ &\quad (\alpha-\tau)] = 0 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (5)$$

$\delta g(\alpha)$ 는 임의의 변분량에 대하여 $\alpha < 0$ 일 때만 $g_o(\alpha) = 0$ 이므로 식(5)로부터 식(6)이 성립한다.

$$\phi_{xx}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} g_o(\tau) \phi_{xx}(\alpha-\tau) d\tau \quad \dots \dots \dots (6)$$

입력이 백색잡음이므로 파워밀도·스펙트럼(power density spectrum)이 상수 $\phi_{xx}(0)$ 이고, 자기상관함수가 임펄스이므로 미소한 Δ 에 대하여 식(7)이 성립한다

$$\phi_{xx}(\tau) = \begin{cases} a(\tau) : |\tau| \leq \Delta \\ 0 : |\tau| > \Delta \end{cases} \quad \dots \dots \dots (7)$$

식(7)과 식(6)으로부터 다음식이 유도된다.

$$\text{단, } \phi_{xx}(\alpha) = \phi_{xx}(0) g_o(\alpha) \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\phi_{xx}(0) = \int_{-\Delta}^{\Delta} a(\tau) d\tau$$

따라서 입력이 백색잡음일 때에 프로세스의 입출력 간에 상호상관함수는 $t=\tau$ 에서 $g(\tau)$ 의 값을 의미하므로 지연시간 τ 를 번화시켜 연속적으로 ϕ_{xx} 를 측정하므로 $g(\tau)$ 의 측정이 가능하다.

또한 그림 1에서 $n(t)$ 가 개입한 경우, 백색신호 $x(t)$ 와 출력간의 상관(correlation)은 영이 되므로 식(8)에 의하여 측정되는 결과에는 하등의 영향을 미치지 않으므로 결과는 상당히 높은 정밀도를 갖는다.

3. 의불규칙2진신호에 의한 동특성 해석

A. 시험신호³⁾⁽⁴⁾

선형계통의 입력에 백색잡음을 가하고 상관법에 의하여 동특성을 결정하기 위한 임펄스응답 측정법은 Truxal 등에 의하여 명시되었으나 백색신호가 물리적으로 존재하지 않는 까닭에 식(7)을 만족하는 의백색신호(pseudo-white noise)로써 신호의 구성이 용이하고 동일한 신호의 재현이 가능하며, 신호의 래밸이 작아 프로세스에 미치는 영향이 적고 저통의 비선형성이 영향을 적게 받아 정확한 측정이 가능하며, 비교적 짧은 시간내에 용이하게 상관계수를 구할 수 있는 의불규칙2진신호(pseudo-random binary signal)가 이용된다.

본 논문에서는 의불규칙2진신호 중 상관함수를 구할 때 필요한 지연신호를 간단한 연산에 의하여 발생시킬 수 있는 최대주기열(maximum periodnull sequence)을 갖는 신호를 시험신호로 선정하여 신호발생장치로서 M계열신호발생기를 제작하였다⁵⁾.

B. M계열신호에 의한 $g(\tau)$ 의 해석⁶⁾⁽⁷⁾

최소 펄스 폭 Δ , 주기 $N\Delta$ 인 M계열신호를 프로세스의 입력으로 하여 자기상관함수 $\phi_{xx}(\tau)$ 와 상호상관함수 $\phi_{xy}(\tau)$ 를 구하면 식(9)와 식(10)과 같다.

$$\phi_{xx}(\tau) = \frac{1}{N\Delta} \int_0^{N\Delta} x(t)x(t-\tau) dt \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\phi_{xy}(\tau) = \frac{1}{N\Delta} \int_0^{N\Delta} y(t)x(t-\tau) dt \quad \dots \dots \dots (10)$$

신호가 온(on)되었을 때의 진폭을 B , 오프(off) 때를 $-C$ 라 하면 자기상관함수는 $\tau = nN\Delta$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 일 때에 식(11)과 같고,

$$\phi_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \left(\frac{N+1}{2} B^2 + \frac{N-1}{2} C^2 \right) \quad \dots \dots \dots (11)$$

$nN\Delta + \Delta \leq \tau \leq nN\Delta + (N-1)\Delta$ 시에는 식(12)와 같다.

$$\phi_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \left(\frac{N+1}{4} B^2 + \frac{N-3}{4} C^2 - \frac{N+1}{2} BC \right) \quad \dots \dots \dots (12)$$

이 경우의 M계열신호와 자기상관함수는 그림 2의 (a)와 (b)와 같다.

식(12)에서 $\tau = nN\Delta$ 일 때 일정한 바이어스를 가지므로 $\phi_{xx}(\tau) = 0$ 이 되기 위한 조건은 식(12)로부터 식(13)이 된다.

$$\frac{B}{C} = 1 + \frac{2}{\sqrt{N+1}} \quad \dots \dots \dots (13)$$

식(13)을 만족하는 자기상관함수는 그림 2의 (d)와 같이 임펄스열(列)이 됨을 알 수 있다.

또한 $B=A$, $C=0$ 인 경우의 M계열신호와 그의 자기상관함수는 그림 2의 (e), (f)와 같다.

따라서 주기 $N\Delta$ 인 M계열신호의 자기상관함수는 식(13)을 만족하면 식(14)와 같다.

여기서, A 가 미소하면

가 되므로 식(17)은 식(19)로 된다.

$$\phi_{\text{ss}}(\tau) = \Phi^o_{\text{ss}}(0)[g(\tau) + g(\tau + N\Delta) + g(\tau - N\Delta) + \dots] \quad (19)$$

정위성 선형계통(stationary linear system)에서 τ 가 어느정도 커지면 임펄스응답이 영이 되어 식(19)의 우변종 제2항 이하, 즉 $N\Delta$ 가 프로세스 시점수의 정수배 되는 항은 영이되어 이 식으로 부터 임펄스응답은 식(20)으로 주어진다.

또한, 그림 2의 (b)와 같이 직류분 k 를 포함할 때는 식(21)과 같은 임펄스형을 갖기 때문에

wiener-Hopf 적분방정식으로 부터 그림 2의 (a)와 같은 입력신호와의 상호상관함수 $\phi_{xx}(\tau)$ 는 식(22)와 같다.

式(22)로부터 구한 $\phi_{\alpha\beta}(\tau)$ 에서 상수 k' 을 빼면 식 (20)에서와 마찬가지로 $g(\tau)$ 를 구할 수 있다.

그러므로 식(20)에 의거, $g(\tau)$ 를 측정하기 위한 물리선도는 그림 3과 같다.

$$\phi_{xx}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{xx}^n(\tau - nN\Delta) \dots \dots \dots \quad (14)$$

$$\text{且, } \phi_{xx}(\tau) = \begin{cases} \phi_{xx}(\tau) : |\tau| \leq N\Delta/2 \\ 0 : |\tau| > N\Delta/2 \end{cases}$$

그림 2의 (d)인 경우에 $\phi^0_{**}(\tau)$ 의 후리에 변환 (fourier transform) $\Phi_{**}(w)$ 는 식(15)과 같다.

$$\Phi_{xx}^0(\omega) = \frac{N+1}{N} \cdot \frac{(B+C)^2}{4} \\ \cdot \left[\frac{\sin(\omega A/2)}{\omega A/2} \right]^2 \\ = \Phi_{xx}^0(0) \left[\frac{\sin(\omega A/2)}{\omega A/2} \right]^2 \quad \dots \dots (15)$$

식(15)로 부터, 적당한 주파수 범위에서 파워·스펙트럼이 일정해지므로 이 M 계열신호는 백색신호로 간주되다.

따라서 식 (6)으로 부터

$$\tilde{p}_{zz}(z) = \int_0^{\infty} g(\alpha) \phi_{zz}(z-\alpha) d\alpha \dots\dots\dots(16)$$

이므로 식(16)에 식(14)를 대입하여

$$\hat{\phi}_{\alpha\beta}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha) \phi_{\alpha\beta}(\tau - \alpha - nN\Delta) d\alpha \quad (17)$$

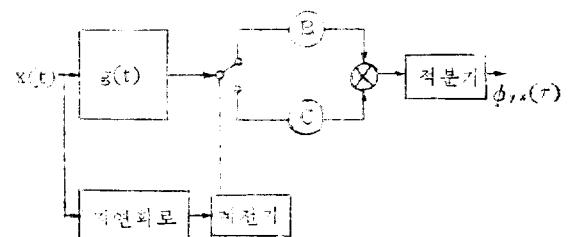


그림 3. $\Phi_{y,z}(\tau)$ 를 측정하기 위한 불러선도

Fig. 3. Blockdiagram for measuring $\phi_{xx}(\tau)$

1. 1차 지연계통

일반적으로 $(1/T) \exp(-t/T)$ 인 경우, $1 \leq t \leq (N-1)T$ 때에 상호상관함수는 식(23)과 같다.

$$\phi^0(\tau) = \Phi^0(0) \left[\frac{\sinh(A/2T)}{A/2T} \right]^2$$

$$\left[1 + \frac{\exp(-N\Delta/T)}{1 - \exp(-N\Delta/T)} \right] g(\tau) \quad (23)$$

$N=15$ 와 $N=31$ 인 경우 $\exp(-N\Delta/T)/(1-\exp(-$

$N\Lambda/T)$ 와 $[\sinh(\Lambda/2T)/(\Lambda/2T)]^2[1-\exp(-N\Lambda/T)]$ 를 (Λ/T) 에 대하여 도시하면 그림 4 및 그림 5와 같다.

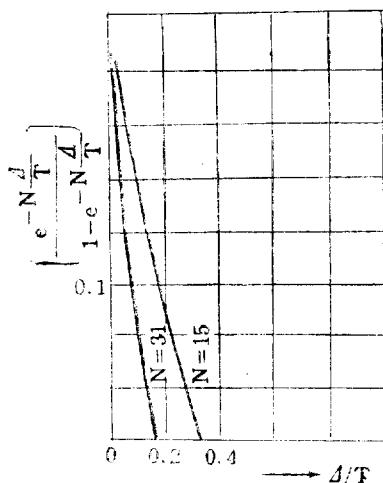


그림 4. 입력 신호주기성에 의한 오차

Fig. 4. The error caused by the periodicity of the input signal

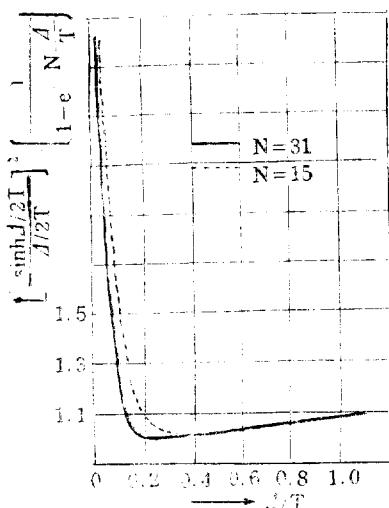


그림 5. 식(23)의 계수

Fig. 5. The coefficient of eq. (23)

그림 5로 부터 (Δ/T) 가

$$\left. \begin{array}{l} 0.3 \leq (A/T) \leq 0.5 : N = 15 \\ 0.15 \leq (A/T) \leq 0.5 : N = 31 \\ A/N < (A/T) < 0.5 : N > 31 \end{array} \right\} \dots \quad (24)$$

의 범위에서 2%이내로

이 되어 식(23)으로부터 역시 식(20)이 성립한다.

2. 2차 자연계통

일반적으로 $[1/(T_1 - T_2)] \exp(-t/T_1)$

$-\exp(-t/T_2)$ 인 프로세스에 대해서 $1 \leq t \leq (N-1)T$ 일 경우 상호상관함수는 식(25)와 같다.

$$\begin{aligned} \phi_{ss}(\tau) = & \phi_{ss}(0) [1 - (\tau/T_1 - T_2)] \\ & \{ [\sin(\Delta/2T_1)/(\Delta/2T_1)]^2 \\ & \times [1 - \exp(-N\Delta/T_1)]^{-1} \cdot \exp(-\tau/T_1)] \\ & - [\sinh(\Delta/2T_2)/(\Delta/2T_2)]^2 \\ & [1 - \exp(-N\Delta/T_2)]^{-1} \cdot \exp(-\tau/T_2)\} \dots \end{aligned} \quad (25)$$

마찬가지로

$$\left. \begin{array}{l} 0.3 \leq (A/T_1) \leq 0.5 \text{ & } 0.3 \leq (A/T_2) \leq 0.5 : N=15 \\ 0.15 \leq (A/T_1) \leq 0.5 \text{ & } 0.15 \leq (A/T_2) \leq 0.5 : N=31 \\ 4/N < (A/T_1) \leq 0.5 \text{ & } 4/N \leq (A/T_2) \leq 0.5 : N>31 \end{array} \right\} \quad (26)$$

인 조건에서 2%내의 오차로, $[\sinh(\Delta/2T_1)/(\Delta/2T_1)]^2 \cdot [1 - \exp(-N\Delta/T_1)] \approx 1$ 및 $[\sinh(\Delta/2T_2)/(\Delta/2T_2)]^2 \cdot [1 - \exp(-N\Delta/T_2)]^{-1} \approx 1$ 이 되므로 식(25)로부터 역 시 식(20)이 성립한다.

이상의 경우로 미루어 보아 $g(\tau) = \sum_{i=0}^m A_i e^{-\tau i \tau}$ 형의 단일

극점들을 갖는 고차계통(high-order system)에 대해서도 이 방법이 적용됨을 알 수 있다.

4. 실 험

본 실험에서는 실험대상을 $T=2$ 초인 1차 저연회로와 $T_1=1.5$ 초, $T_2=2$ 초인 2차저연 RC회로로 하여 그들의 $N\Delta g(\tau)$ 를 측정하였다. 입력과 출력신호간의 상관을 취하기 위한 품셈은 제전기로 행하고, M 개열신호를 프로세스의 입력신호로 하기 위한 조작 및 연산 장치는 연세 101상사형전자계 산기⁸⁾를 이용하였다.

그림 3에 의하여 상사형전자계산기, 계전기 및 M 계
열선호발생기로 구성된 실험장치의 결선도는 그림 5와
같다.

M 체열신호를 시험신호로 사용할 때 발생되는 오차를 2% 이내로 하기 위하여 식(24)와 식(26)으로부터 $A = 0.6$ 초로 선정하고, $N = 31$ 인 경우로 하여 $NA = 18.6$ 초이므로 $\Phi_{ss}(0) = 100.29$ 가 된다. 또한 $B = 10$ 볼트일 때 계류분이 평이 되도록 하여 식(13)으로부터 $C = -15.45$ 볼트인 M 체열신호를 일차지연계에 가하고 내부 임피던스가 10mV에서 최하 15K Ω 인 기록기로서 5mm/sec로 기록한 $Na g(\tau)$ 는 그림 7 및 그림 8와 같다.

이차지연계의 실험도 같은 방법으로 하였고 기록결과는 그림 9~11과 같다.

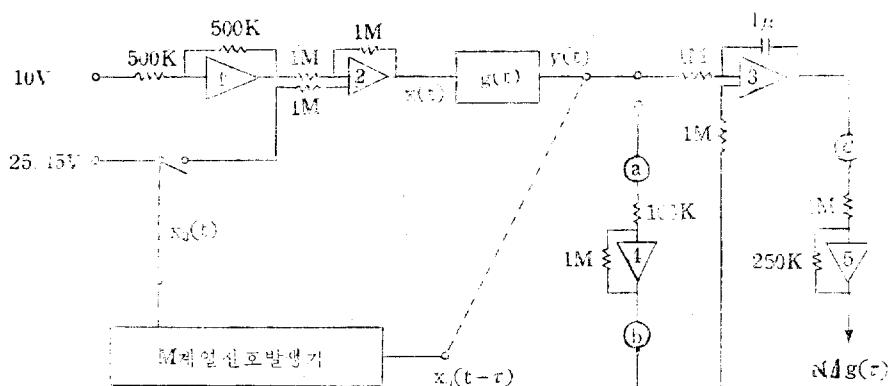


그림 6. $N\Delta g(\tau)$ 를 측정하기 위한 상시 영전자제 산기 회로도
Fig. 6. Analog computer ckt diagram for measuring $N\Delta g(\tau)$

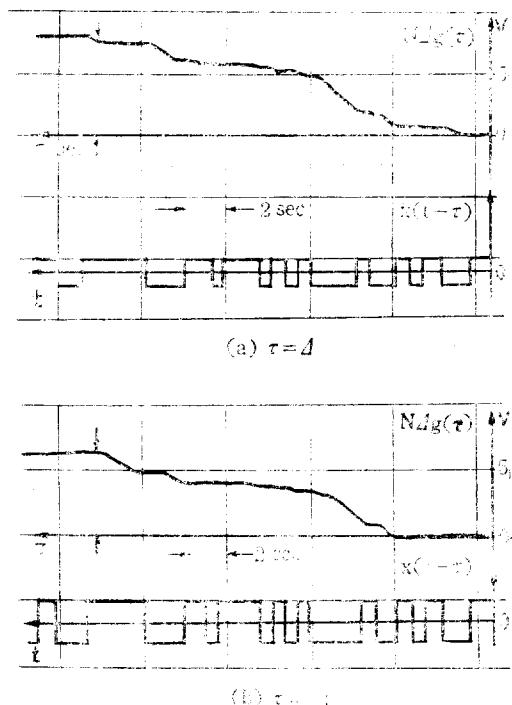


그림 7. 일차지연체동의 $N\Delta g(\tau)$

Fig. 7. $N\Delta g(\tau)$ of 1st order lag system

이 데이터로부터 구한 $N\Delta g(\tau)$ 의 값을 실험치로하여 이론치와 비교한 표는 표1과 표2와 같다.

이 플로트 부터 $g(\tau)$ 를 도시한 그라프는 그림 12 및 그

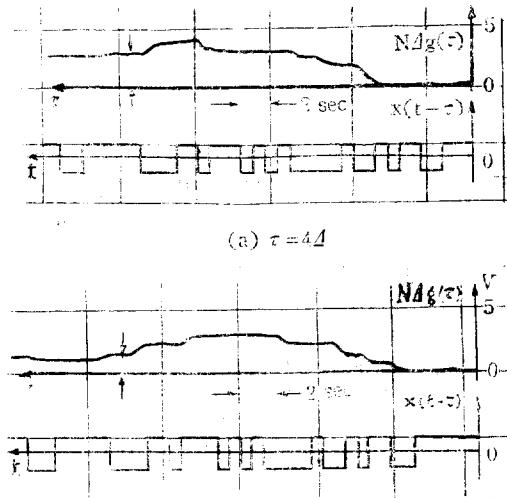


그림 8. 일차지연체동의 $N\Delta g(\tau)$

Fig. 8. $N\Delta g(\tau)$ of 1st order lag system

림 13과 같고 그 오차범위는 최소 3.6%로 부터 최대 9.8%였다.

이 오차의 주 원인은 기록기의 저입력 임피던스와 써브모터를 구동시키기 위한 저류증폭기의 불안정 기인한 것으로 간주되며, 또한 M 계열 신호 발생장치의 클록리스 발진기의 전원이 계전기 구동회로 전원과 같이 연결하여 사용하였으므로 데이터 기록에서 괜찮힐 수 있는 바와 같이 클록펄스 폭의 미소변화를 초래하였다.

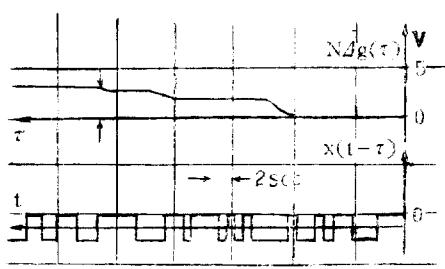
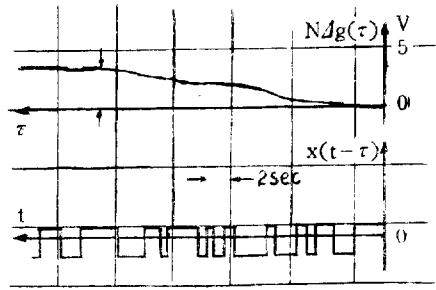
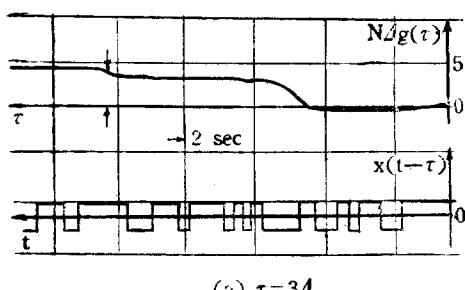
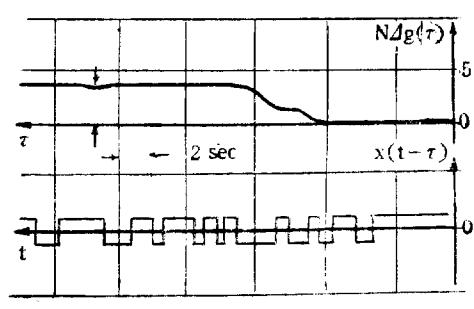
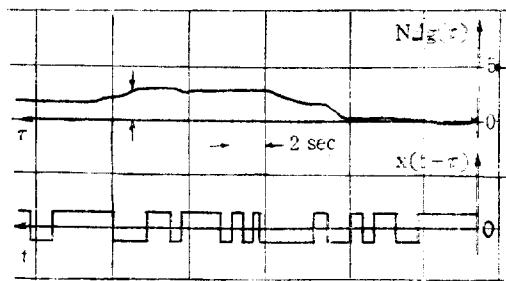
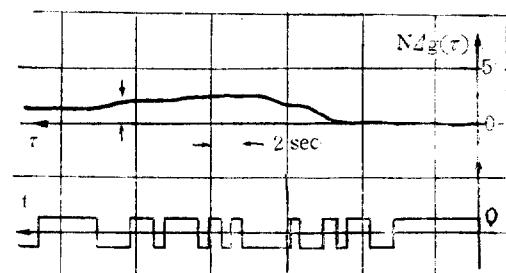
(a) $\tau = \Delta$ (b) $\tau = 2\Delta$ 그림 9. 이차지연계통의 $N\Delta g(\tau)$ Fig. 9. $N\Delta g(\tau)$ of 2nd order lag system(a) $\tau = 3\Delta$ (b) $\tau = 4\Delta$ 그림 10. 이차지연계통의 $N\Delta g(\tau)$ Fig. 10. $N\Delta g(\tau)$ of 2nd order lag system(a) $\tau = 6\Delta$ (b) $\tau = 7\Delta$ 그림 11. 3차지연계통의 $N\Delta g(\tau)$ Fig. 11. $N\Delta g(\tau)$ of 3rd order lag system

표 1. 일차지연계통의 실험치와 이론치

Table 1. Experimental & theoretical values of
1st order lag system

τ	이론치 $g(\tau)$	실측치 $N\Delta g(\Delta)$	실측치 $g(\tau)$	실측치 $N\Delta g(\tau)$	오차(%)
Δ	0.370	6.880	0.390	7.300	6.1
2Δ	0.274	5.100	0.300	5.600	9.8
4Δ	0.151	2.800	0.150	2.700	3.6
6Δ	0.084	1,540	0.090	1,600	3.9

표 2. 이차지연계통의 실측치와 이론치

Table 2. Experimental & theoretical values of
2nd order lag system

τ	이론치 $g(\tau)$	실측치 $N\Delta g(\tau)$	실측치 $g(\tau)$	실측치 $N\Delta g(\tau)$	오차(%)
Δ	0.140	2,600	0.151	2,800	7.7
2Δ	0.200	3,720	0.188	3,500	8.2
3Δ	0.202	3,760	0.209	3,900	3.7
4Δ	0.198	3,680	0.183	3,400	7.6
6Δ	0.151	2,830	0.145	2,700	4.6
7Δ	0.112	2,080	0.102	1,900	8.6

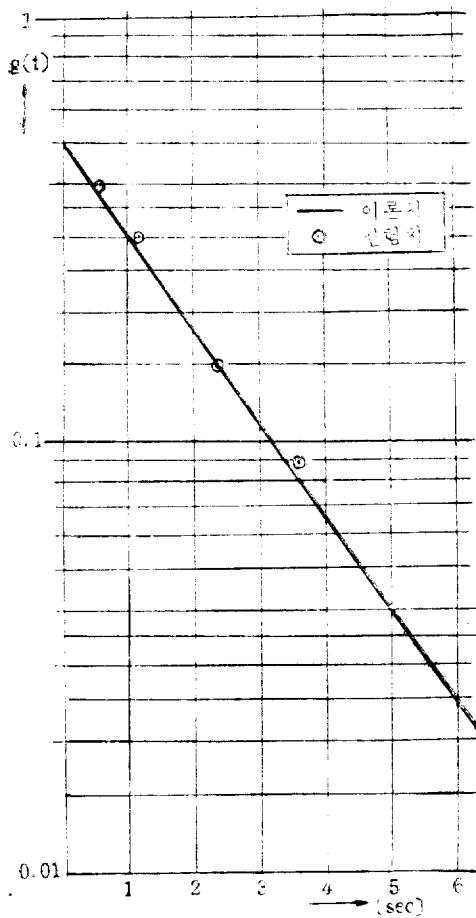


그림 12. 일차지연체동의 실험치와 이론곡선
Fig. 12. Experimental data & theoretical line of the 1st order lag system($T=2$, $N=31$)

V. 결 론

의불규칙 2진 신호로서 M계열 신호를 시험신호로 선정하여 임펄스응답을 상관법으로 측정해서 동특성을 결정하는 방법은 특히, 외부작용개입시에 유효하며, 실험을 통하여 근소한 오차로서 이론치와 일치하였다.

실험장치를 확장하고, 데이터의 정확한 기록을 위한 기록장치의 보상, 및 클록펄스 발진기의 안정도를 개선하면 실험오차를 더욱 감소시킬 수 있을 것이다.

앞으로 이러한 통계적 상관법에 의한 $g(\tau)$ 의 연속측정은 푸로세스의 동특성을 온·라인으로 측정하는 연구에 크게 유용할 것으로 전망된다.

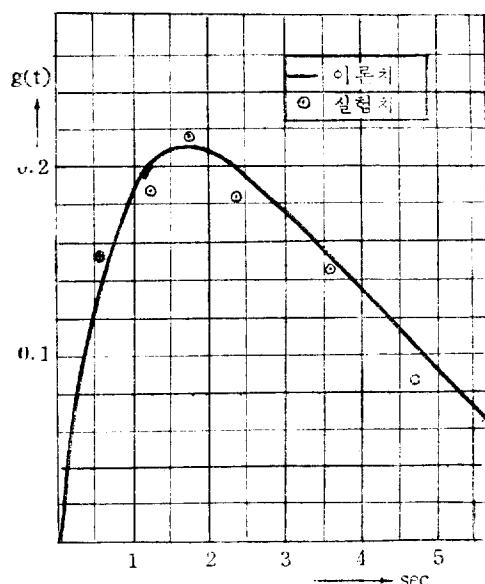


그림 13. 이차지연체동의 실험치와 이론곡선
Fig. 13. Experimental data & theoretical line of the 2ndorder lag system

참 고 문 헌

- 1) J. G. Jruxal: Automatic Feedback Control System Synthesis, McGraw-Hill, New York, 1955
- 2) E. Mishkin: Adaptive Control System McGraw-Hill, New York, 1961
- 3) G. G. Korn: Random Process Simulation and Measurements, McGraw-Hill, New York, 1966
- 4) S. W. Golomb: Digital Communications with Space Applications Prentice-Hall, 1964
- 5) 河津植: M-sequence Generator의 試作과 그 應用, 韓國海洋大學論文集 1969
- 6) P. A. Nebriggs: Estimation of Process Dynamics by Correlation Method Using Pseudo-Random Signals IFAC Symposium Paper 3-10, 1967
- 7) J. D. Balcomb: Accoscorrelation Method for Measuring the Impulse Response of Reactor Systems Nucl. Scie. & Engr., Vol. II 1961.
- 8) 韓萬春: 延世 101 Analog Computer 延世大學校八十周年紀念論文集自然科篇, 1965