界磁制御에 의한 同期전동기의 亂調防止

Hunting Protection of Synchronous Motor by Fielld Control

논 문
20～2～3

한 송 엽*
(Song Yop Hahn)

〔ABSTRACT〕

To proteting hunting of synchronus motor a new one which has two field windings is designed. One is main field winding excited constantly and the other is control field winding excited only during the load of motor changes. The oscillation of the motor is controlled by increasing or decreasing the control field excitation.

To determine the optimal field excitation the Pontryagin's minimum principle is applied. Also this paper gives the optimal trajectories of the motor and it's transition time.

This motor has some of better properties than the old motor with damper winding. Those phroperties are: (1) there is no hunting (2) the transient stability is improved (3) transition time is very short.

1. 서 론

同期電動機는 負荷의 回轉力이 변화하면 端子電壓과 逆起電力사이의 角 즉 負荷角이 변화한다. 이때 回轉子는 새로운 負荷角을 중심으로 몇 회의 진동을 거쳐서 새로운 負荷角에 머무르게 되는데 이 진동의 감쇠를 빠르게 하기 위하여 回轉子의 표면에 制動卷線을 설치하였다. 이렇게 하여도 회전자의 진동시간은 비교적 길고 負荷가 급변하는 경우는 回轉子의 진동범위가 커서 負荷角이 커지고 이것이 심하면 同期脫調의 경우까지 이르게 된다.

본 연구에서는 同期電動機의 回轉子에 制動卷線대신 새로운 制御用 界磁卷線을 설치하고 負荷가 변화하여 회전자가 진동하는 경우 이 권선의 여자를 제어하여 과도시간을 단축하고 진동범위를 적게하여 同期電動機의 過渡安定度를 높이는 것에 대하여 취급하였다.

2. 同期電動機의 運動方程式

그림 1은 三相 同期電動機의 구조이다. 이 電動機의 회전자에는 制動卷線이 없고 그 대신 새로운 制御用 界磁卷線을 설치한 것이 종전의 동기전동기와 구조상 다른 점이다. 이 제어용 界磁卷線은 부하가 변화할때만 사용하므로 이 回路의 電氣的 時定數를 적게 하기 위하여 굵은 권선을 사용하고 감는 回數도 적게하며 필요한 起磁力을 얻기 위하여는 많은 전류가 흐를수 있게 설계한다.

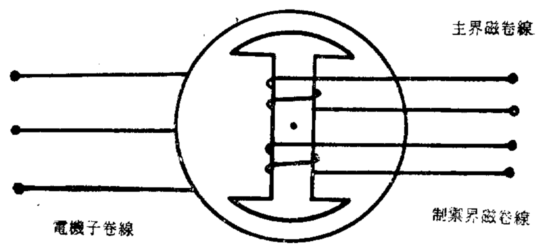

그림 1. 三相同期電動機의 구조
Fig 1. Three phase synchronous motor

回轉子의 運動方程式을 기술하기 전에 아래의 몇가지 점들을 가정한다.

(ㄱ) 回轉子에 작용하는 回轉力은 主界磁卷線과 電機子卷線사이의 電磁回轉力(Electro magnetic torque)과 制御界磁卷線과 電機子卷線사이의 電磁回轉力과 負荷에 의한 機械的 回轉力 만을 고려한다.

(ㄴ) 同期임피단스중 抵抗은 무시하고 直軸 同期리악탄스와 橫軸 同期리악탄스는 같다고 한다.

(ㄷ) 制御界磁卷線에 의한 電磁回轉力의 電氣的 時定

* 정회원 : 서울공대 공업교육학과 전임강사

數는 회전자의 機械的 時定數에 비하여 매우 적으므로 이를 무시한다.

(ㄹ) 보통 同期電動機의 定格回轉力은 最大轉力의 40% 정도인데 이 범위 내에서만 회전자가 진동하는 경우 부하각을 δ라고 하면 $\sin\delta \fallingdotseq \delta$라고 놓을 수 있다.

(ㅁ) 회전자가 同期脫調하지 않는 범위 내에서는 관성정수 및 電動機의 電氣的 常數는 일정하다고 본다.

回轉子의 관성능율(電動機및 負荷의 관성능율의 合)을 I, 角 加速度를 α, 回轉軸에 작용하는 가속회전력을 T_a라고 하면

$$I\alpha = T_a \quad \cdots\cdots(1)$$

이다. 主界磁卷線에 의한 電子回轉力을 T_m, 制御界磁卷線에 의한 電磁回轉力을 T_c, 負荷의 機械的 回轉力을 T_L이라고 하면

$$T_a = T_m + T_c - T_L \quad \cdots\cdots(2)$$

이다. 回轉子의 角變位를 θ라고 하면

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \cdots\cdots(3)$$

이므로 식(1) (2) (3)으로 부터

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = T_m + T_c - T_L \quad \cdots\cdots(4)$$

이다. 回轉子의 角變位를 나타내는데 있어서는 固定軸을 기준으로하여 나타내는 방법보다 回轉磁界의 속도 ω_s와 같은 속도로 회전하는 회전축을 기준으로하여 나타내는 방법이 편리하다. 즉

$$\theta = \omega_s t - \delta \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{d^2\delta}{dt^2} \quad \cdots\cdots(6)$$

이고 여기서 δ는 負荷角이다. 식(4)에 ω를 곱하고 식(6)을 대입하면

$$J\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_L - (P_m + P_c) \quad \cdots\cdots(7)$$

이다. 여기서 J는 관성정수이다. P_m과 P_c는 각각 전동기의 출력인데 전동기의 端子電壓을 V, 主界磁卷線에 의한 逆起電力을 E_m, 制御界磁卷線에 의한 역기전력을 E_c라고 하고 電機子의 同期리악탄스를 X라고 하면

$$P_m + P_c = \frac{V(E_m + E_c)}{X}\sin\delta \quad \cdots\cdots(8)$$

이고 $|\delta| \leq 0.4[\Omega ad]$의 범위에서는

$$P_m + P_c = \frac{V(E_m + E_c)}{X}\delta \quad \cdots\cdots(9)$$

이다. 그러므로 식(7)은

$$J\frac{d^2\delta}{dt^2} = -\frac{V(E_m + E_c)}{X}\delta + P_L \quad \cdots\cdots(10)$$

과 같이 되고 이것이 同期電動機의 운동방정식이다.

P_L은 전동기의 부하이고 임의의 값으로 변화하나 전동기가 평형상태가 되었을때 負荷角이 0.4[Ωad]를 넘지않는 범위이고 그 變化率은 電動機의 機械的 時定數보다 충분히 크다고 가정한다.

3. 界磁制御 原理

(1) 最適, 界磁制御值

식 (10)에서

$$\frac{VE_m}{JX} = C \text{ (常數)}$$

$$\frac{P_L}{J} = d(t) = d \text{ (變數)}$$

$$\frac{VE_c}{JX} = u(t) = u \text{ (制御變數)}$$

$$\delta(t) = x_1(t) = x_1 \text{ (狀態變數)}$$

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = x_2(t) = x_2 \text{ (狀態變數)}$$

라고 놓으면 식(10)은

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -cx_1 - ux_1 + d \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(11)$$

와 같이 된다. 여기서 u는 制御變數인데 이것이 界磁制御值와 같다. 界磁制御值의 上限과 下限을 각각 M, m이라고 하면

$$m \leq u \leq M \quad \cdots\cdots(12)$$

이다. m과 M은 각각 常數이고 $C+M > c+m > 0$ 이다.

그러므로 본 연구는 식(12)의 제한조건하에 식(11)로 표시되는 동기전동기의 回轉子를 부하가 P_1일때의 평형상태 $(\varepsilon_1, 0)$에서 부하가 P_2일때의 평형상태$(\varepsilon_2, 0)$로 가장 짧은 시간에 이동시킬 수 있는 제어량 $u(t)$를 구하는 문제로 귀착한다. 이 문제를 푸는 방법에는 Variational Calculus, Dynamic Programming 등 여러가지 방법이 있으나 여기서는 Pontryagin의 Minimum Principle을 이용하기로 한다.

식(11)에서 Hamiltonian Function을 구하면

$$H = 1 + x_2(t)P_1(t) + [-cx_1(t) - ux_1(t) + d] \quad (13)$$

이다. 여기서 $P_1(t)$와 $P_2(t)$는 Costate Variable이다. 식(13)에서 Hamiltonian H를 最小로 하는 $u(t)$는

$$\left.\begin{aligned} &sgn\{x_1(t)P_2(t)\} = + \text{이면} \quad u(t) = M \\ &sgn\{x_1(t)P_2(t)\} = - \text{이면} \quad u(t) = m \end{aligned}\right\} \cdots(14)$$

이다. Costate Variable $P_1(t)$와 $P_2(t)$는 보조방정식

$$\left.\begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial x_1(t)} = (c+u)\,P_2(t) \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial x_2(t)} = -P_1(t) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(15)$$

를 만족 시켜야 한다. 즉

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2P_1(t)}{dt^2} + u'P_1(t) = 0 \\ \frac{d^2P_2(t)}{dt^2} + u'P_2(t) = 0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(16)$$

이다. 여기서 $u'=c+u>0$ 이고 u' 는 일정시간동안 상수 이므로

$$\left.\begin{array}{l} P_1(t)=-A\omega\cos(\omega t+\varphi) \\ P_2(t)=A\sin(\omega t+\varphi) \end{array}\right\} \cdots\cdots(17)$$

이다. 여기서 $\omega=\sqrt{u'}$ 이고 $P_1(t)$ 및 $P_2(t)$ 의 초기조건을 각각 k_1 k_2 라고 하면 식(17)에서

$$\left.\begin{array}{l} A=\sqrt{\dfrac{k_1^2}{u^1}+k_2^2} \\ \varphi=\tan^{-1}\dfrac{k^2}{-k^1/\sqrt{u'}} \end{array}\right\} \cdots\cdots(18)$$

이다.

식(14)에서 $u(t)$의 값은 $sgn\{x_1(t)P_2(t)\}$ 에 따라 M 또는 m 을 취하게 되는데 $x_1(t)$는 同期電動機의 정상적인 운전범위 내에서 난조현상만 없으면 $x_1(t)>0$ 이므로 $u(t)$ 의 값은 $sgn\ \{P_2(t)\}$에 따라 M 또는 m 을 취하게 된다.

그림 2는 k_1 k_2의 여러가지 값에 대한 $u(t)$의 변화를 나타낸 그림이다. 즉 그림 2-(a)는 $k_1>0, k_2>0$ 인 경우인데 $P_2(t)$의 부호가 처음에 +이므로 제어변수 $u(t)$는 먼저 M의 값을 취하고 $P_2(t)$가 차차 변화하여 $sgn\ \{F_2(t)\}$가 −가 되면 $u(t)$는 m의 값을 취하게 된다. 그림 2-(b)는 $k_1<0$, $k_2>0$ 인 경우이고 그림 2-(c)는 $k_1>0$, $k_2<0$ 인 경우이고 그림 2-(d)는 $k_1<0$, $k_2<0$ 인 경우이다. 이 경우도 마찬가지로 $sgn\ \{P_2(t)\}$가 + 이면 $u(t)=M$이 되고 −이면 $u(t)=m$이 된다.

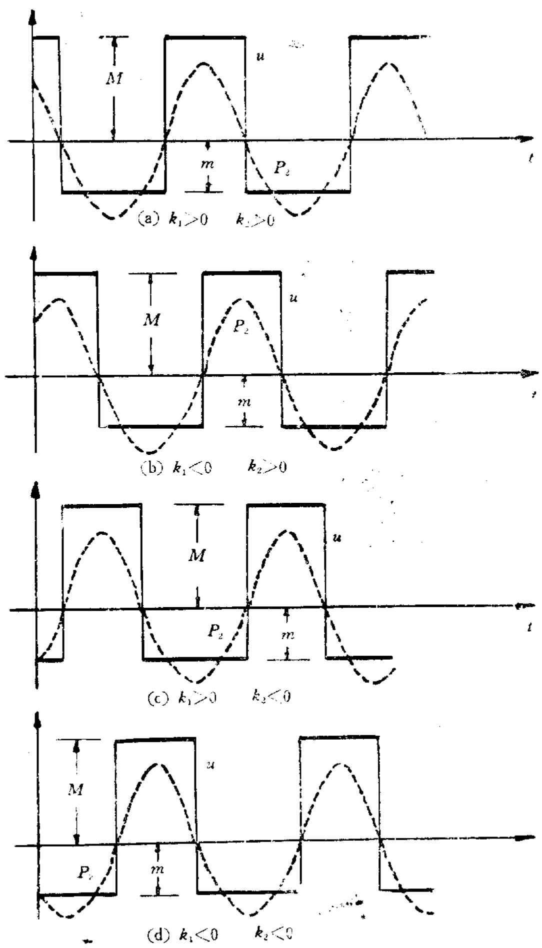

그림 2. 보조변수 $P_2(t)$와 제어변수 $u(t)=sgn\ \{P_2(t)\}$

Fig 2. The four possible shapes of $P_2(t)$ and coresponding control $u(t)=sgn\{P_2(t)\}$

(2) 回轉子의 궤도

식(11)을 정리하면

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d^2x_1(t)}{dt^2}+u'x_1(t)=d \\ \dfrac{d^2x_2(t)}{dt^2}+u'x_2(t)=0 \end{array}\right\} \cdots\cdots(19)$$

이고 이것을 풀면

$$\left.\begin{array}{l} x_1(t)=\dfrac{d}{u'}+B\sin(rt+\phi) \\ x_2(t)=Br\cos(rt+\phi) \end{array}\right\} \cdots\cdots(20)$$

이다 $x_1(t)$ 및 $x_2(t)$ 의 초기조건을 각각 $\varepsilon_1, 0$ 라고 하면

$$B=\varepsilon_1-\frac{d}{u'}$$

$$\phi=\frac{\pi}{2}$$

$$r=\sqrt{u'}$$

이다. 또 식(20)을 변형하면

$$\frac{\left(x_1-\dfrac{d}{u'}\right)^2}{B^2}+\frac{x_2^2}{B^2r^2}=1 \cdots\cdots(21)$$

이 되고 이것은 $\left(\dfrac{d}{u',}0\right)$를 중심으로 하고 단축및 장축을 각각 B 및 Br 로 하는 타원의 방정식이다.

그림3에서 實線으로 그려진 타원들은 제어량 $u=m$ 즉 $u'=c+m$ 로 하였을때 회전자의 운동궤적이고 초기조건을 여러가지로 바꾸어 그린것이다.

또한 實線으로 그려진 타원들은 $u=M$ 즉 $u'=c+M$ 로 하였을때 회전자의 운동궤적이고 초기조건을 여러가지로 바꾸어 그린 것이다.

그림 4는 몇 개의 초기상태와 최종상태가 주어 졌을때 回轉子를 初期狀態에서 最終狀態까지 最小時間으로 이동시킬수있는 최적궤도에 대한 예이다. 즉 궤도N는 상태 4에서 상태 5로 가는 궤도인데 먼저 $u=m$ 으로 하여 상태 4에서 상태 q까지 가고 여기서 $u=M$ 으로 바꾸어 상태 q에서 상태 5까지 회전자가 이동하게 된다.

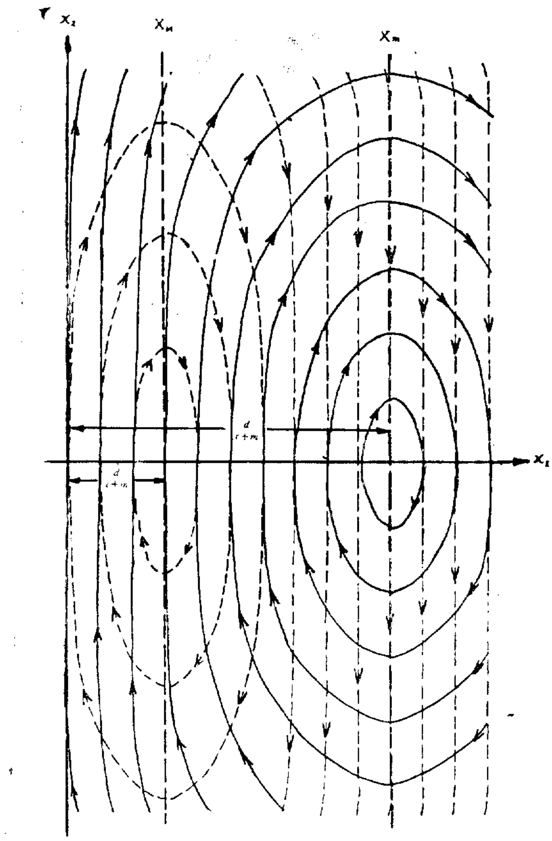

그림 3. 狀態平面上의 궤도군

Fig 3. The forced trajectories in the state plane

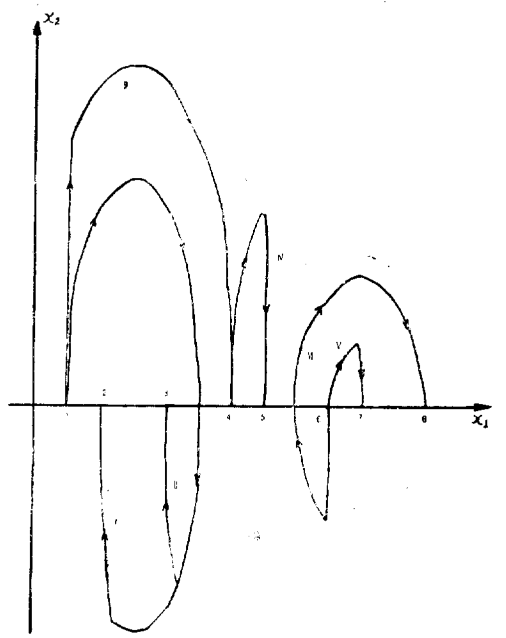

그림 4. 각종 궤도의 예

Fig 4. The example of various trajectories

궤도 I 궤도 II 궤도 VI은 궤도 III 궤도 IV 궤도 V에 비하여 그 궤도의 성질이 매우 다르다. 그 궤도의 길이가 길어 회전자가 초기상태에서 최종상태까지 이동하는 시간도 길어질 뿐만 아니라 부하각의 변화범위가 크므로 궤도 III 궤도 IV 궤도 V와 같은 회전자의 이동 궤도가 좋다. 그러므로 M은 가능한 한 크게 m은 가능한 한 적게 하여 제어하려고 하는 狀態가 그림 4에서 축 X_M과 축 X_m의 사이에 있게 하는 것이 좋다.

(3) 스위치 곡선

그림 5는 制御하려고 하는 상태가 전부 축 X_M과 축 X_m 사이에 있을때의 스위치 곡선이다. 여기서 點線 S_M은 回轉子를 制御變數 $u=M$로 하여 最終狀態 $(\varepsilon_2, 0)$까지 이동시킬수 있는 點들의 궤적이고

$$S_M=\left\{(x_1, x_2):\frac{\left(x_1-\dfrac{d}{c+M}\right)^2}{\left(\varepsilon_2-\dfrac{d}{c+M}\right)^2}+\frac{x_2^2}{\left(\varepsilon_2-\dfrac{d}{c+M}\right)^2(c+M)}=1;x_2\geq 0\right\}\cdots(22)$$

이다. 또 實線 S_m은 制御變數 $u=m$로 하여 最終狀態 $(\varepsilon_2, 0)$까지 이동시킬수 있는 點들의 궤적이고

$$S_m=\left\{(x_1, x_2):\frac{\left(x_1-\dfrac{d}{c+m}\right)^2}{\left(\varepsilon_2-\dfrac{d}{c+m}\right)^2}+\frac{x_2^2}{\left(\varepsilon_2-\dfrac{d}{c+m}\right)^2(c+m)}=1;x_2\leq 0\right\}\cdots(23)$$

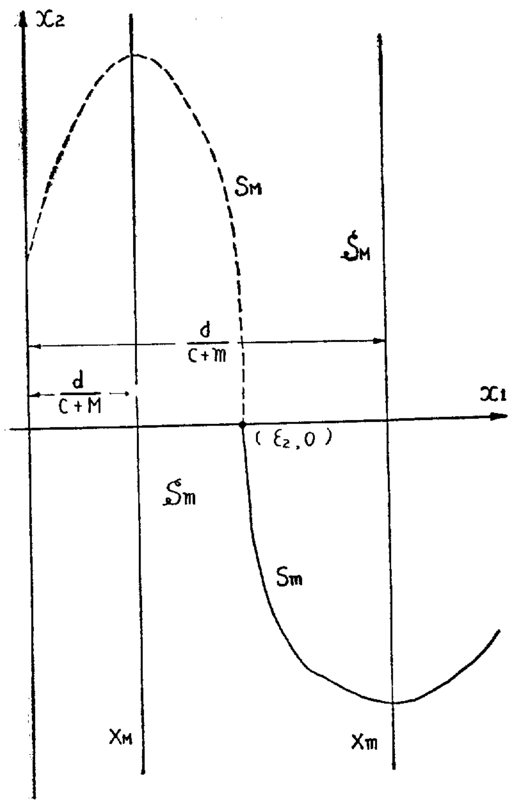

그림 5. 스위치 곡선

Fig 5. The switch curve

이다. 구역 S_M은 곡선 s_M과 곡선 s_m의 윗 부분인데 回轉子를 最終狀態(ε_2, 0)까지 이동시키기 위하여 먼저 制御變數 $u=M$로 하여 회전자를 이동시켜 그 狀態가 點線 s_m상에 왔을때 制御變數 $u=m$로 하여 회전자를 最終狀態까지 이동시킬 수 있는 初期狀態들의 集合이다. 또한 구역 S_m은 구역 S_M과 반대로 제어변수 $u=m$로 하고 그 상태가 實線 s_M상에 왔을때 제어변수 $u=M$로 하여 회전자를 최종상태까지 이동시킬 수 있는 초기상태들의 집합이다.

그러므로 電動機의 回轉子를 어떤 初期狀態에서 最終狀態까지 最小時間으로 이동시킬 수 있는 제어변수 $\bar{u}$는 (x_1, x^2)의 함수인데

$$\left.\begin{array}{l}(x_1, x_2)\in S_M\cup s_M \text{ 일때 } \bar{u}(x_1, x_2)=M \\ (x_1, x_2)\in S_m\cup s_m \text{ 일때 } \bar{u}(x_1, x_2)=m\end{array}\right\} \cdots(24)$$

이다.

(4) 變位時間

電動機가 初期의 평형상태(ε_1, 0)에서 最終狀態(ε_2, 0)까지 最適궤도를 따라 이동한 경우 그 경과한 시간이 여기서 구하려고 하는 變位時間이다.

그림 6에서 타원 I 및 타원 II는 각각 초기조건(ε_1, 0)와 최종조건(ε_2, 0)를 지나는 타원인데 그 방정식은 각각

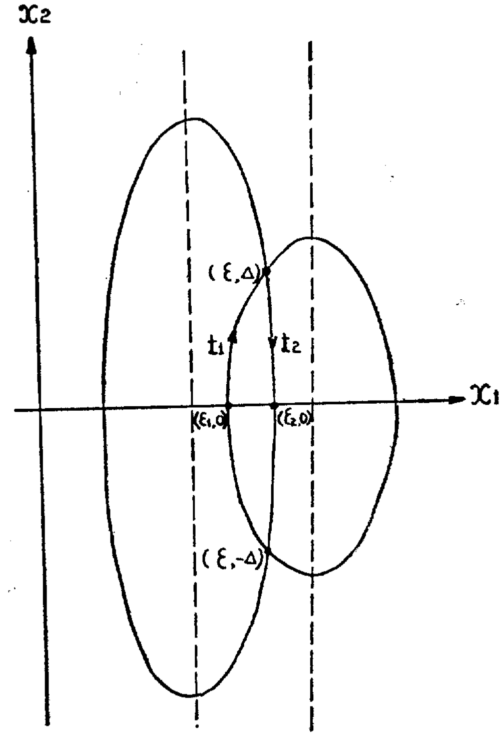

그림 6. 최적궤도의 보기

Fig 6. One of the time optimal trajectories.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\left(x_1-\dfrac{d}{c+m}\right)^2}{\left(\varepsilon_1-\dfrac{d}{c+m}\right)^2}+\dfrac{x_2{}^2}{\left(\varepsilon_1-\dfrac{d}{c+m}\right)^2(c+m)}=1 \\ \dfrac{\left(x_1-\dfrac{d}{c+M}\right)^2}{\left(\varepsilon_2-\dfrac{d}{c+M}\right)^2}+\dfrac{x_2{}^2}{\left(\varepsilon_2-\dfrac{d}{c+M}\right)^2(c+M)}=1\end{array}\right\}\cdots(25)$$

이고 두 타원의 교점을 각각 (ε, Δ) 및 ($\varepsilon, -\Delta$)라고 하면 식(25)에서

$$\varepsilon=\sqrt{\frac{\left(\varepsilon_2-\dfrac{d}{c+M}\right)^2(c+M)-\left(\varepsilon_1-\dfrac{d}{c+m}\right)^2(c+m)}{M-m}}$$

$$\frac{-\dfrac{d^2}{c+M}+\dfrac{d^2}{c+m}}{M-m} \cdots\cdots(26)$$

이다. 상태 (ε_1, 0)에서 상태 (ε, Δ)까지 회전자가 이동하는 시간을 t_1이라고 하면 식(20)에서

$$t_1=\left\{\sin^{-1}\left(\frac{\varepsilon-\dfrac{d}{c+m}}{\varepsilon_1-\dfrac{d}{c+m}}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}/\sqrt{c+m}\cdots(27)$$

이고 상태 (ε, Δ)에서 상태 $(\varepsilon_2, 0)$까지 회전자가 이동하는 시간을 t_2라고 하면 이것은 회전자가 상태 $(\varepsilon_2, 0)$에서 상태 $(\varepsilon, -\Delta)$까지 이동한 시간과 같으니까 식(20)에서

$$t_2=\left\{\sin^{-1}\left(\frac{\varepsilon-\dfrac{d}{c+M}}{\varepsilon_2-\dfrac{d}{c+M}}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}/\sqrt{c+M}\cdots(28)$$

이다. 그러므로 회전자가 初期狀態 $(\varepsilon_1, 0)$에서 最終狀態 $(\varepsilon_2, 0)$까지 이동하는데 소요된 시간 T는

$$T=t_1+t_2 \cdots\cdots(29)$$

이며 또한 이것은 회전자를 $(\varepsilon_1, 0)$에서 $(\varepsilon_2, 0)$까지 이동하는데 소요되는 시간중 가장 짧은 시간이다.

4. 最適制御回路

앞에서 논술한 同期電動機 계통의 最適制御回路를 구성하는데는 첫째 系統의 出力에서 상태변수 $x_1(t)$를 測定하고 補助方程式 식(15)를 풀어서 $P_2(t)$를 구하여 $sgn\{x_1(t)P_2(t)\}$를 구하고 이 부호에 따라 制御變數 $u(t)$를 M 또는 m로 하여 系統을 制御하는 방법과 둘째로 系統의 出力에서 상태변수 $x_1(t)$ $x_2(t)$ $\dot{x}_2(t)$를 測定하여 負荷를 想定한 후 그림 5와 같은 스위치 곡선을 구하고 이것과 현재 이 계통의 상태를 비교하여 制御變數 $u(t)$를 M 또는 m로 하여 계통을 제어하는 방법이 있다.

前者의 방법을 이용할때는 보조방정식 식(15)의 解 식(17)에서 적분상수 A 및 φ를 결정하여야 하는데 이것을 計算하기 위하여는 $P_1(t)$ 및 $P_2(t)$의 초기조건 k_1, k_2를 알아야 한다. 負荷가 정하여 지고 초기조건이 정하여 지면 k_1 k_2의 값은 시행교정법을 사용하여 구할 수 있는데 매우 복잡하다. 더욱이 부하가 임의로

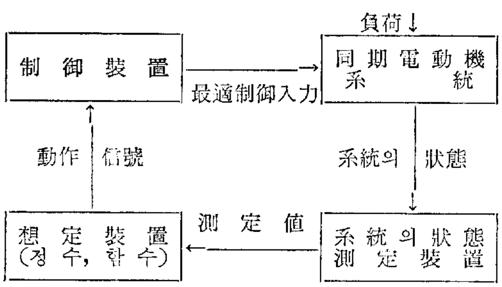

그림 7. 最適制御回路 系統圖

Fig 7. The block diagram of the time optimal controller.

변화하는 것에 대하이는 k_1 k_2의 값을 구하기는 더욱 복잡하므로 여기서는 둘째 방법을 택하기로 한다.

그림 7은 이 제어회로의 계통도이다. 여기서 부하는 임의로 변화하므로 이 계통은 자기최적제어 형식으로 구성 되어 있다.

그림 8은 자기 최적제어회로의 한 예이다. 同期電動機의 축으로 부터 $x_1(t)$ $\dot{x}_2(t)$를 측정하고 제어기 R

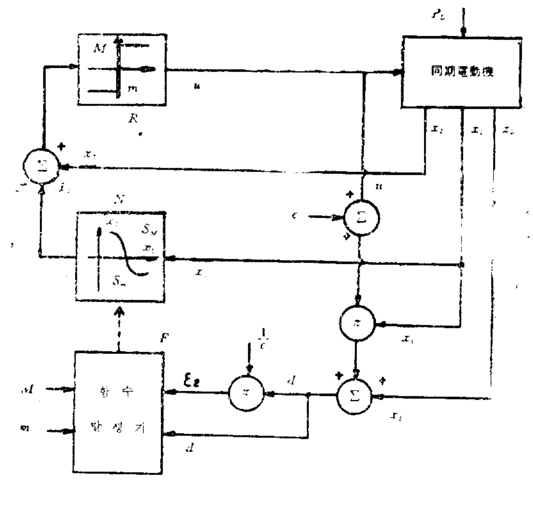

그림 8. 최적제어 회로의 상세도

Fig 8. An engineering realization of the time opimal cotroller

로 부터 제어량 $u(t)$를 얻어 계통방정식 식(11)을 이용하여 d를 계산하고 여기에 $\frac{1}{c}$을 곱하여 현재의 부하 P_L에서의 最終狀態 $(\varepsilon_2, 0)$를 얻는다. ε_2 d M m의 값을 이용하여 함수발생기 F로 부터 스위치 곡선 N(그림5와 동일함)을 발생시킨다. 이 스위치 곡선 N에 $x_1(t)$를 넣으면 출력으로 $\hat{x}_2$이 나오는데 이것과 전동기의 상태변수 $x_2(t)$와를 비교한다. 여기서 $\hat{x}_2=\hat{x}_2[x_1(t)]$ 이다. 만일

$$x_2(t)-\hat{x}_2<0 \cdots\cdots(30)$$

이면 (x_1, x_2)는 구역 S_m에 있다는 것을 나타내므로 $n(t)=m$이 되도록 제어기 R에 一信號를 보내주고 만일

$$x_2(t)-\hat{x}_2>0 \cdots\cdots(31)$$

이면 (x_1, x_2)는 구역 S_M에 있다는 것을 나타내므로 $u(t)=M$이 되도록 제어기 R에 十信號를 보내게 하였다. 만일 (x_1, x_2)가 곡선 S_M 상에 있어서

$$x_2(t)-\hat{x}_2=0 \cdots\cdots(32)$$

가 되면 $u(t)=0$이 되리라고 생각되나 $u(t)=0$ 이면 전동기는 현재 평형상태에 있지 아니하므로 주계자 권선의 여자에 의하여 그 상태가 S_M 곡선상에서 S_M 지역으로 이동하게 되어 $x_2(t)-\hat{x}_2>0$가 되어 $u(t)=M$

을 취한다.

즉 (x_1, x_2)가 곡선 s_M상에 있으면

$$x_2(t)=\hat{x}_2=0_+>0 \cdots\cdots (32')$$

가 되어 $u=M$이 되고 같은 방법으로 (x_1, x_2)가 곡선 s_m상에 있으면 $u(t)=m$이 된다. 이렇게 하여 전동기의 회전자는 평형상태 $(\varepsilon_2, 0)$까지 이동하게 된다.

5. 制御界磁卷線과 制動卷線의 효능 비교

制動卷線이 있는 同期電動機의 운동방정식은

$$I\frac{d^2\delta}{dt^2}+T_f\frac{d\delta}{dt}+T_m \sin\delta=T_L \cdots\cdots (33)$$

이고 이것을 앞에서와 같이 狀態變數로 바꾸면

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx_1(t)}{dt}&=x_2(t)\\ \frac{dx_2(t)}{dt}&=-bx_2(t)-cx_1+d\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (34)$$

와 같이 된다. 여기서 $\sin\delta=\sin x_1 \fallingdotseq x_1$으로 놓고 b는 制動卷線에 의한 回轉力 常數이다.

식(34)를 다시 정리하면

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2x_1(t)}{dt^2}+b\frac{dx_1(t)}{dt}+cx_1(t)=d\\ \frac{d^2x_2(t)}{dt^2}+b\frac{dx_2(t)}{dt}+cx_2(t)=0\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (35)$$

와 같이 되고

$$x_1(t)=\frac{d}{c}+D\,e^{-\frac{bt}{2}}\sin\left(\frac{1}{2}\sqrt{4c-b^2}t+\Phi\right) \cdots (36)$$

이다. 초기상태가 $(\varepsilon_1, 0)$라고 하면 식(36)에서

$$\left.\begin{aligned}D&=\frac{\varepsilon_1-\dfrac{d}{c}}{\sqrt{1-\dfrac{b^2}{4c}}}\\ \Phi&=\tan^{-1}\sqrt{\frac{4c}{b^2}-1}\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (37)$$

이다.

또 식(34)로 부터

$$\frac{dx_2}{dx_1}=\frac{-bx_2-cx_1+d}{x_2} \cdots\cdots (38)$$

이 되고 $\dfrac{dx_2}{dx_1}=K$ (常數)인 직선 즉

$$x_2=-\frac{c}{b+K}x_1+\frac{d}{b+K} \cdots\cdots (39)$$

인 직선(등경사선)을 몇개의 K값에 대하여 그린것이 그림 9의 $K=-1$ $K=0$ $K=1$ $K=\infty$인 직선들이다. 制動卷線을 갖인 동기전동기가 初期狀態 1에서 回轉子가 最終狀態 2로 이동하는 모양을 보면 궤도 I과 같이 된다. 궤도 II는 앞에서 논한 제어계자를 사용한 同期電動機의 回轉子 궤도이다. 이 두 궤도를 비교 하여 보면 궤도 II는 궤도 I에 비하여 최종상태에 이르는 경로가 짧고 또 궤도 II에서는 회전자의 진동(난조현상)이 없음을 알 수 있다.

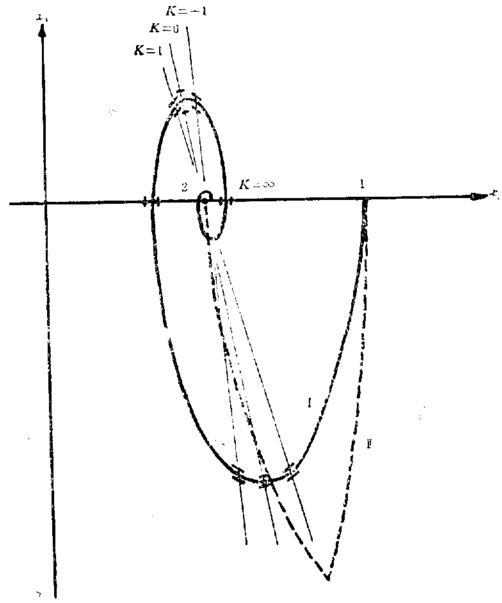

그림 9. 계자제어와 제동권선제어의 비교

Fig 9. The phase planes of two synchronous motors with damping, and control field winding.

예제

식(20)과 식(36)에서 $b=2$ $c=10$ $d=2$ $m=-5$ $M=5$ $\varepsilon_1=0.4$ $\varepsilon_2=0.2$ 라고 하면

(ㄱ) 制御界磁의 경우

$$\left.\begin{aligned}&x_1(t)=0.133+0.267\sin(3.87t+1.57)\\ &\qquad 0\leq t\leq 0.133\\ &x_1(t)=0.4-0.2\sin(2.24t-0.19)\\ &\qquad 0.133\leq t\leq 0.787\end{aligned}\right\} \cdots (40)$$

(ㄴ) 制動卷線의 경우

$$x_1(t)=0.2+0.211\,e^{-t}\sin(3t+1.25) \cdots\cdots (41)$$

이다. 그림 10은 식(40)과 식(41)을 나타낸 그림이다. 곡선 I은 제동권선이 있는 동기전동기의 부하각의 변화인데 진폭감쇠 시정수가 1초이므로 안정상태에 이르는 시간을 이 時定數의 5倍로 보면 안정상태에 이르는 시간은 5초정도 이다. 곡선 II는 제어계자를 가지는 동기전동기의 부하각 변화인데 안정상태에 이르는 시간은 0.787 초이다. 이것은 앞의 곡선 I에 비하면 약 6~7분의1 밖에 되지 않는다.

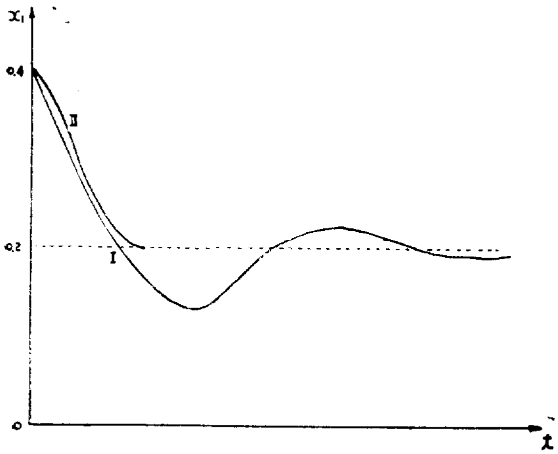

그림 10. 계자제어 동기전동기와 제동권선 동기전동기의 부하각 변화비교

Fig 10. The load angles of two synchro nous motors with damping windnig, control filed winding.

6. 結　論

본 연구에서는 同期電動機의 回轉子에 制御用 界磁卷線을 설치하여 電動機의 負荷가 변화하는 경우 이 권선의 여자를 제어함으로서 회전자가 새로운 평형부하각으로 이동하는 과정에서 진동하지 않게 하는 방법에 대하여 논하였다. 종래의 제동권선이 있는 동기전동기와 비교검토하여 개선된 점을 들어 보면

(ㄱ) 전동기의 부하가 변화하는 경우 회전자가 새로운 부하각으로 이동하는 시간을 훨씬 단축 할 수 있다.

(ㄴ) 전동기의 회전자는 진동하지 않고 새로운 부하각으로 이동한다. 즉 난조현상이 없다.

(ㄷ) 난조현상이 없어 전동기의 과도 안정도가 매우 향상된다.

(ㄹ) 난조현상이 없어 전동기에서 최대출력에 대한 정격출력의 비율을 높일 수 있다.

끝으로 본 연구결과는 제어용 계자권선을 갖이는 동기전동기의 설계에 있어서 도움이 되리라고 생각되고 그동안 적극적으로 협조하여 주신 황희융교수에게 감사를 드린다.

참 고 문 헌

李承院　同期機

Michael Athans, Peter L. Falb　Optimal Control 1966

Rufus Oldenburger Optimal Control 1966

Andrew P. Sage　Optimum Control System 1968

V.J. Darcy, R.A. Hannen　An Application of on Analog Computer to salve the two-point Boundary Value Proflem. IEEE Trans. Automatic Control. Feb. 1967