

◆ 連載講座 ◆

第 2 回

往復式 壓縮機의 電算機 시뮬레이션

裴 洵 勳\*

5. 밸브運動의 모델

氣筒의 制限體積을 밸브를 통하여 出入하는 流動을 吸入과 排出 밸브를 통한 配管으로 構成되는 熱力學 過程으로 考慮할 수 있다. 質量流量方程式을 구하는데 다음과 같은 假定을 한다.

- 1) 一次元的인 等엔트로피 流動,  $n=k$
- 2) 非正常流動에서 일어나는 瞬間的인 값을 正常流動方程式으로 부터 얻을 수 있다.
- 3) 밸브 上流의 流動은 停滯조건에 있다.
- 4) 流動係數는 正常상태 에서나 非正常상태에서나 同一하다.
- 5) 流動係數는 正方向의 流動과 逆方向의 流動에서 서로 같지 않다.
- 6) 열린 밸브는 어떠한 기하적 모양을 가졌던간에 일정한 有效斷面積을 가진 단순한 오리피스로 간주할 수 있다.

그림 4와 5를 참고하여 다음과 같은 부호를 쓰면

$P_d$ : 下流의 壓力, psi

$P_u$ : 上流의 壓力, psi

$A_v$ : 有效流動面積, in<sup>2</sup>

$k$ : 比熱의 比  $C_p/C_v$ (공기는 1.4, R-22는 1.2, R-12는 1.18)

$T_u$ : 上流의 溫度, R

$R$ : 氣體常數, ft lbF/°R lbm(공기는 53.3; R-22는 17.89, R-12는 12.77)

$r$ :  $P_d/P_u$

$r_c$ : 임계유동에서의  $P_d/P_u$  ( $M_v=1$ )

$v$ : 속도, ft/sec

$g_c$ : 重力常數, (32.2 ft/sec<sup>2</sup>)

$h$ : 엔탈피

$h_u$ : 停滯엔탈피

$T_u$ : 停滯溫度, R

$T$ : 部分的인 溫度, R

$C_p$ : 定壓比熱

$M$ : 마하數

停滯엔탈피는

$$h_u = h + \frac{v^2}{2g_c} \quad (12)$$

完全氣體라고 가정하면

$$h_u - h = C_p(T_u - T) \quad (13)$$

式(12)와 (13)에서

$$C_p(T_u - T) = \frac{v^2}{2g_c} \quad (14)$$

氣體常數로 표시하면

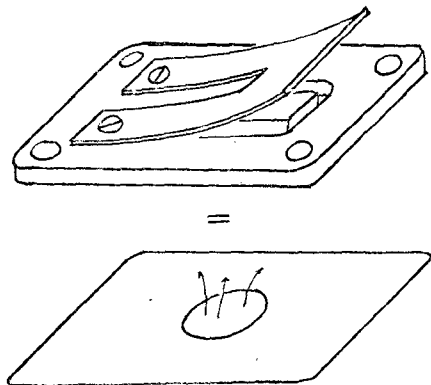


Fig. 4 Equivalent Orifice

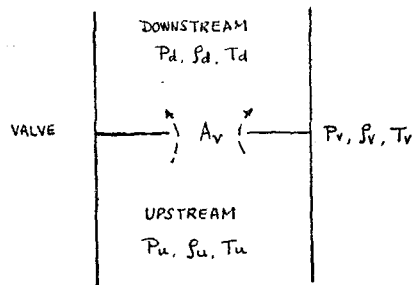


Fig. 5 Orifice Flow

\*正會員, 韓國科學院

$$\frac{KR}{K-1}(T_u - T) = \frac{v^2}{2g_c} \quad (15)$$

理想氣體에서 音速은

$$C = \sqrt{kg_c RT} \quad (16)$$

따라서 마하數는

$$M = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{2}{k-2} \left( \frac{T_u}{T} - 1 \right)} \quad (17)$$

斷熱加逆過程에서는  $P/\rho^k = \text{Const}$  이므로

$$M = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{P_u}{P} \right)^{k-1/k} - 1 \right]} \quad (18)$$

그러면 오리피스를 통한 質量流量은

$$\dot{m}_v = P_u A_v V_v$$

따라서

$$\dot{m}_v = P_u A_v \sqrt{kg_c RT_u} \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{P_u}{P} \right)^{k-1/k} - 1 \right]} \quad (19)$$

完全氣體方程式에서

$$\dot{m}_v = \frac{P_u A_v}{R T_u} \left( \frac{P_u}{P} \right)^{1/k} \sqrt{kg_c RT_u} \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{P_u}{P} \right)^{k-1/k} - 1 \right]} \quad (20)$$

이고 이 式을 다시 정리하면

$$\dot{m}_v = A_v P_u \sqrt{\frac{2 kg_c}{(k-1) RT_u}} \sqrt{\left( \frac{P_u}{P} \right)^{2/k} - \left( \frac{P_u}{P} \right)^{k+1/k}} \quad (21)$$

위의 式은 임계유동안에서만 유효하다.

$$\frac{P_v}{P_u} > \frac{P_{crit}}{P_u}$$

단약에 임계유동이라고 하면  $M=1$

$$\frac{P_{crit}}{P_u} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{k/(k+1)} = r_c \quad (22)$$

$P_d = P_u$  라고 假定을 하면

$$\dot{m}_{ocrit} = P_u A_v \sqrt{\frac{2 kg_c}{(k-1) RT_u}} \sqrt{r_c^{2/k} - r_c^{k+1/k}} \quad (23)$$

임계유동이 아닌 경우에  $r = \frac{P_d}{P_u}$  라고 하면

$$\dot{m}_v = P_u A_v \sqrt{\frac{2 kg_c}{(k-1) RT_u}} \sqrt{r^{2/k} - r^{k+1/k}} \quad (24)$$

위에서 有意하여야 할 것은 有效流動斷面積,  $A_v$  는 實驗的으로 얻어지고 이 값들은 밸브變位の 函數로 電算機에 기록되어 있다는 點이다. 이 값을 實驗으로 얻는 方法에 관하여는 後에 說明하기로 한다.

### 6. 밸브의 動力學方程式

壓縮機의 밸브는 大部分 스프링강철로 만든 리드밸브(reed valve)이다. 이 리드밸브의 運動方程式을 誘導하는데는 밸브運動은 自由振動모드(mode)의 重疊으로 이루어져 있다는 假定이 필요하다. 밸브의 運動을 이렇게 표시하는 方法은 임의의 幾何的인 形狀의 밸브에는 適

用할 수 있다. 만약 밸브모양이 단순해서 數學的으로 해결할 수 있다면 振動모드는 理論的으로 규명할 수 있고 그보다 더 복잡한 형상은 實驗的으로 測定해야 한다.

解析을 簡單히 하기 위하여 永久 變形이 안되는 平板 밸브를 고려하자. 이 밸브의 質量은  $M$ , 有效스프링常數는  $K$ 라고 하자. 그림 6을 보고 運動方程式을 記述하면

$$-KW(t) - C\dot{W}(t) + F(t) = M\ddot{W}(t) \quad (25)$$

위에서

$W(t)$ : 밸브의 變位, in

$\dot{W}(t)$ : 밸브의 速度, in/sec

$\ddot{W}(t)$ : 밸브의 加速度, in/sec<sup>2</sup>

$C$ : 有效振動減衰係數, lbf sec/in

$F(t)$ : 밸브에 作用하는 힘, lbf

式 (25)를 다시 쓰면

$$\ddot{W}(t) + 2\zeta\omega_0 \dot{W}(t) + \omega_0^2 W(t) = \frac{F(t)}{M} \quad (26)$$

여기서

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}, \text{ 固有振動角速度, rad/sec}$$

$$\zeta = \frac{C}{2M\omega_0}, \text{ 減衰係數}$$

밸브의 판이 밸브자리이상 움직일 수 없고 가장 크게 열려 있을 때의 變位를  $W_s$  라고 하면

$$0 \geq W(t) \geq W_s$$

回復係數  $C_r$  을 導入하면

$$\dot{W}(t)_{\text{impact}} = -C_r \dot{W}(t)_{\text{impact 前}}$$

大部分의 경우에는  $C_r = 0$ 이다. 다시 말하자면 밸브의 全運動에너지가 충격을 받을 순간에 모두 熱에너지로 變하는 것을 意味한다.

그러나 一般적으로 밸브의 自由度는 1보다 많다. 유

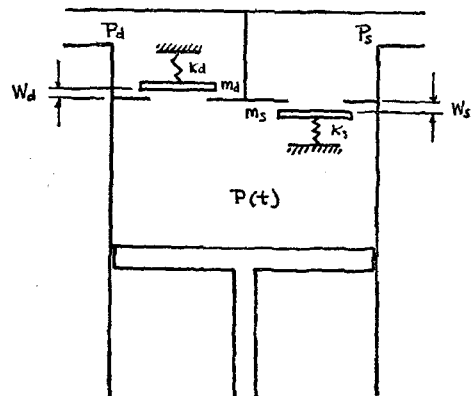


Fig. 6 One Degree of Freedom Valve

연한 리드밸브는 多自由度시스템이다. 이런 경우에는 밸브를 板이나 보로 간주할 수 있는데 가장 일반적인 경우가 板形리드밸브라고 할 수 있다.

板形밸브의 運動은 한 要素에 作用하는 힘을 고려하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$D\nabla^4 W(x, y, t) + \rho h \ddot{W}(x, y, t) = p(x, y, t) \quad (27)$$

여기서

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$$

$W(x, y)$ : 板의 上下方向의 點(x, y)에서 時間(t) 變位, in

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \text{ 벨브리드의 유연강도 lbf in}$$

$E$ : 영율, psi

$h$ : 벨브리드의 두께, in

$\nu$ : 포아손의 비

$$\rho: \text{벨브재질의 密度, } \frac{\text{lbf sec}^2}{\text{in}^3} / \text{in}^2$$

$p(x, y, t)$ : 點(x, y)와 時間(t)에서 單位面積當荷重, psi

式(27)의 解를 級數的으로 표시하면

$$\begin{aligned} W(x, y, t) &= g_1(t)\phi_1(x, y) + g_2(t)\phi_2(x, y) + \dots \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} g_m(t)\phi_m(x, y) \end{aligned} \quad (28)$$

여기서  $\phi_m(x, y)$ 는 固有振動모드이고 이에 따른 固有振動角速度,  $\omega_m$ 은 實驗으로 혹은 理論으로 規明할 수 있다.  $g_m(t)$ 는 mode participation factor 라고 부른다. 式(28)을 式(27)에 代入하면

$$\begin{aligned} D \sum_{m=1}^{\infty} g_m(t) \nabla^4 \phi_m(x, y) + \rho h \sum_{m=1}^{\infty} g_m(t) \phi_m(x, y) \\ = P(x, y, t) \end{aligned} \quad (29)$$

自由振動인 경우

$$D\nabla^4 W(x, y, t) + \rho h \ddot{W}(x, y, t) = 0 \quad (30)$$

어떤 固有振動數에서든 間に 振動은 單純調和振動으로 이루어지고 따라서

$$W(x, y, t) = A_m \phi_m(x, y) \sin \omega_m t \quad (31)$$

라고 표시할 수 있다.  $A_m$ 은 任意의 常數이다.

式(30)을 式(29)에 代入하면

$$D\nabla^4 \phi_m(x, y) = \rho h \omega_m^2 \phi_m(x, y)$$

式(32)를 式(32)에 代入하면

$$\begin{aligned} \rho h \sum_{m=1}^{\infty} \omega_m^2 g_m(t) \phi_m(x, y) + \rho h \sum_{m=1}^{\infty} g_m(t) \phi_m(x, y) \\ = p(x, y, t) \end{aligned} \quad (33)$$

固有振動에서 直交性(orthogonality)을 고려하면

$$\iint_S \phi_m(x, y) \phi_n(x, y) ds = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ \iint_S \phi_m^2(x, y) ds & n = m \end{cases}$$

여기서  $S$ 는 벨브리드의 표면적이다.

式(33)에  $\phi_n(x, y)$ 를 곱하고 直交性을 고려하여 式을 간단히 하면

$$\ddot{g}_m(t) + \omega_m^2 g_m(t) = \frac{\iint_S \phi_m(x, y) p(x, y, t) ds}{\rho h \iint_S \phi_m^2(x, y) ds} \quad (34)$$

式(26)와 式(34)를 比較하면

$$\iint_S \phi_m(x, y) p(x, y, t) ds = F_m, \text{ 일반적인 힘}$$

$$\rho h \iint_S \phi_m^2(x, y) ds = M_m \quad \text{일반적인 질량}$$

그리고 式(34)에 減衰項을 考慮하면

$$\begin{aligned} \ddot{g}_m(t) + 2\zeta\omega_m \dot{g}_m(t) + \omega_m^2 g_m(t) \\ = \frac{\iint_S \phi_m(x, y) p(x, y, t) ds}{\rho h \iint_S \phi_m^2(x, y) ds} \end{aligned} \quad (35)$$

式(35)에서  $m$ 은 0에서 부터  $\infty$ 까지 고려하여야 하겠으나 대부분 첫 세번째 項까지 고려하면 近似值를 얻을 수 있다. 만약에 벨브리드가 보(beam)의 形態라고 하면 式(35)는

$$\begin{aligned} \ddot{g}_m(t) + 2\zeta\omega_m \dot{g}_m(t) + \omega_m^2 g_m(t) \\ = \frac{\int_0^L \phi_m(x) p_1(x, t) dx}{\rho_1 \int_0^L \phi_m^2(x) dx} \end{aligned} \quad (36)$$

$p_1(x, y)$ : 單位길이당 荷重, lbf/in

$\rho_1$ : 單位길이당 質量,  $\frac{\text{lbf sec}^2}{\text{in}} / \text{in}$

위의 微分方程式을 풀기 위하여 初期條件이 필요한데

$$\begin{cases} g_m(t=0) = 0 \\ \dot{g}_m(t=0) = 0 \end{cases}$$

이 條件은  $t=0$ 일 때 벨브가 정지상태에 있다는 것을 意味한다.

### 7. 流體가 벨브에 作用하는 힘

위의 微分方程式은 벨브리드에 作用하는 힘을 알아야 풀 수가 있는데 이 힘은 벨브의 前後의 壓力差와 流體가 벨브를 통해서 지나갈 때 생기는 힘이다. 이 힘은 理論的으로 계산하기 힘들므로 正常狀態의 實驗結果를 適用하여 算出하도록 한다. 먼저 解析을 시작할 때 正常狀態의 값이 非正常狀態에서 各瞬間의 값과 같다는 假定을 하였다. 벨브에 作用하는 全體 힘,  $F(t)$ 는

$$F(t) = B(W) \Delta p(t) \quad (37)$$

여기서  $B(W)$ 는 有效 힘面積이고  $\Delta p(t)$ 는 瞬間의 벨브 前後의 壓力差이다.

여기서 벨브리드는 대부분의 경우에 벨브자리(valve seat)와 平行하게 運動하는 것이 아니므로  $B(W)$ 를 직접 式(35)에 사용할 수 없다.

첫째로 그림 7과 같은 가장 간단한 경우를 고려해 보자.

$$p(x, y, t) \Delta A_1 = B(W(x, y)) \Delta p(t) \quad (38)$$

點  $(x_1, y_1)$ 에 있는 구멍  $\Delta A_1$ 을 고려하면

$$\iint \phi_m(x, y) p(x, y, t) ds = \phi_m(x, y_1) p(x_1, y_1, t) \Delta A_1 \quad (39)$$

따라서

$$\iint \phi_m(x, y) p(x, y, t) ds = \phi_m(x_1, y_1) B(W(x_1, y_1)) \Delta p(t) \quad (40)$$

그리고 式 (35)는

$$\begin{aligned} & \ddot{g}_m(t) + 2\zeta \omega_m \dot{g}_m(t) + \omega_m^2 g_m(t) \\ &= \frac{\phi_m(x_1, y_1) B(W(x_1, y_1)) \Delta p(t)}{\rho h \iint \phi_m^2(x, y) ds} \end{aligned} \quad (41)$$

만약에 그림 8과 같이 두개의 別個로 된 구멍이 있다고 하면 式 (38)은

$$p(x_1, y_1, t) \Delta A_1 = B(W(x_1, y_1)) \Delta p(t) \frac{\Delta A_1}{A} \quad (42)$$

$$p(x_2, y_2, t) \Delta A_2 = B(W(x_2, y_2)) \Delta p(t) \frac{\Delta A_2}{A} \quad (43)$$

로 쓸 수 있다. 여기서

$\Delta A_1$ : 點  $(x_1, y_1)$ 에서의 구멍의 斷面積,  $in^2$

$\Delta A_2$ : 點  $(x_2, y_2)$ 에서의 구멍의 斷面積  $in^2$

$A$ : 구멍의 全斷面積,  $in^2$

따라서 式 (40)는

$$\iint \phi_m(x, y) p(x, y, t) ds = [\phi_m(x_1, y_1) B(W(x_1, y_1)) \Delta A_1$$

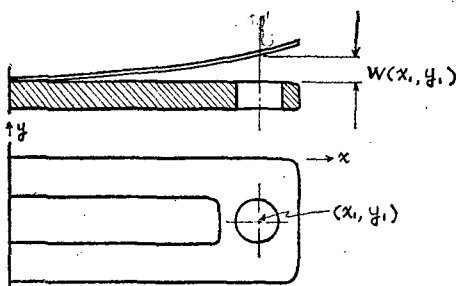


Fig. 7 Single Port Valve

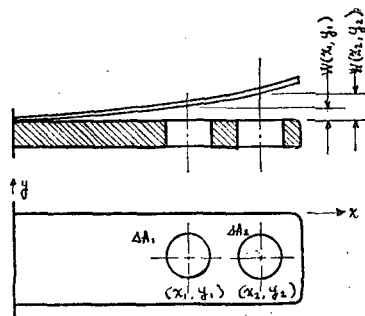


Fig. 8 TwoPort Valve

$$+ \phi_m(x_2, y_2) B(W(x_2, y_2)) \Delta A_2] \frac{\Delta p(t)}{A} \quad (44)$$

그리고 式 (41)은

$$\begin{aligned} & \ddot{g}_m(t) + 2\zeta \omega_m \dot{g}_m(t) + \omega_m^2 g_m(t) \\ &= \frac{\Delta p(t) \phi_m(x_1, y_1) B(W(x_1, y_1)) \Delta A_1}{A \rho h \iint \phi_m^2(x, y) ds} \\ &+ \frac{\Delta p(t) \phi_m(x_2, y_2) B(W(x_2, y_2)) \Delta A_2}{A \rho h \iint \phi_m^2(x, y) ds} \end{aligned} \quad (45)$$

一般的으로  $K$ 개의 구멍이 있는 벨브, 혹은 그림 9와 같이 연속구멍을  $K$ 개로 分割한 경우를 고려하면 式(45)는

$$\begin{aligned} & \ddot{g}_m(t) + 2\zeta \omega_m \dot{g}_m(t) + \omega_m^2 g_m(t) \\ &= \frac{\Delta p(t)}{A \rho h} \frac{\sum_{i=1}^{i=K} \phi_m(x_i, y_i) B(W(x_i, y_i)) \Delta A_i}{\iint \phi_m^2(x, y) ds} \end{aligned} \quad (46)$$

要約하면  $\phi_m(x, y)$ ,  $\omega_m$ ,  $B(W(x, y))$ 는 實驗을 해서 測定하고  $\Delta A_i$ ,  $A$ ,  $\rho$ ,  $h$ ,  $\zeta$ 는 設計에서 定해지는 값이므로 시뮬레이션에서는  $\Delta p(t)$ 를 計算할 수 있게 된다.

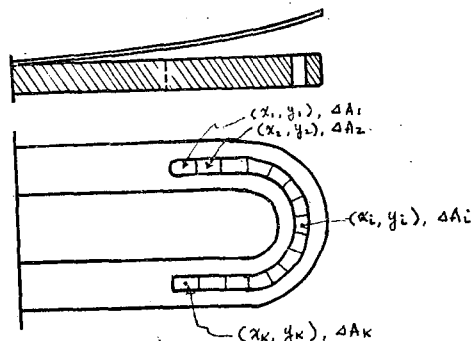


Fig. 9 Multi Port or Continuous Port Valve (次號에 繼續)