測定雜音의 統計的性質이 未知인 境遇의 線形 離散値形系統의 同定에 관한 연구

논 문
22～4～3

A Study on Identification of a Linear Discrete System When the Statistical Characteristics of Observation Noises are Unknown

하 주 식*·박 장 춘**
(Joo Sik Ha, Chang Choon Park)

Abstract

In the view point of practical engineering the identification problem may be considered as a problem to determine the optimal model in the sense of minimizing a given criterion function using the input-output records of the plant.

In the system identification the statistical approach has been known to be very effective when the topological structure of the system and the statistical characteristics of the observation noises are known a priori. But in the practical situation there are many cases when the inforhation about the observation noises or the system noises are not available a priori.

Here, the authors propose a new identification method which can be used effectively even in the cases when the variances of observation noises are unknown a priori. In the method, the identification of unknown parameters of a linear diserete system is achieved by minimizing the improved quadratic criterion function which is composed of the term of square equation errors and the term to eliminate the affection of observation noises. The method also gives the estimate of noise variance.

Numerical computations for several examples show that the proposed procedure gives satisfactory results even when the short time observation data are provided.

1. 序 論

最適制御, 適應制御등의 발전과 더불어 動的系統의 同定(identification) 問題(identification의 뜻으로 識別, 認知등의 용어가 사용되기도 하나 여기서는 同定이란 용어를 사용하기로 한다)는 최근 점점 그 중요성이 증가되어 이에 대한 많은 研究가 行하여 졌으며 多種多樣의 同定法이 提案되고 있으나 同定이란 用語에 대한 定義도 또한 各研究者에 따라서 多樣하다.[1~9] 그러나 一般的으로 同定이란 "物理的系統에 대한 數學的 모델을 決定하는 것"이라고 定義할수가 있으며 이를 大別하면 다음의 두가지가 있다.

(1) 理論的解析에 依한 同定

(2) 實驗的同定

理論的 解析에 의한 同定法이란 同定을 行할 시스템(이를 플랜트(plant)라고도 한다)을 지배하는 에너지, 熱量, 質量등의 平衡方程式을 이용하여 理論的解析에

* 정회원 : 한국해양대학교수(공학박사)
** 정회원 : 연세대학교 콤퓨터센터(주임)

의해서 數學的 모델을 결정하는 方法이며 實驗的同定法이란 플랜트의 入力, 出力과 같은 外部變數의 測定데이터만을 이용하여 플랜트와 位相數學的으로 等價(topologically equralent)인 數學的모델을 決定하는 方法이다. 前者의 方法은 플랜트가 極히 簡單하지 않는 한 적용하기가 곤란하며 플랜트가 복잡해지면 後者의 방법에 의해서 同定을 行할 수 밖에 없으므로 工學的으로는 實驗的同定法이 대단히 중요하다.

그러나 實驗的同定法에서는 다음과 같은 것이 문제가 된다.

(1) 모델의 種類 및 構造

(2) 시스템의 初期值

(3) 入出力데이터에 수반되는 雜音

實驗的同定法에 있어서 시스템의 構造와 初期值 및 入出力의 測定데이터에 수반되는 雜音의 統計的性質이 既知라는 前提下에 시스템의 同定問題를 統計的手法에 의한 파래미터 推定問題로 取扱한 硏究가 從來에 많이 行하여 졌다. 이러한 前提가 성립되는 경우 事實上 統計的 파래미터 推定法은 가장 유력한 시스템 同定法이며 지금까지 提案된 同定法은 그 대부분이 이에 속한다. 그러나 실제에 있어서 前記한 假定이 成立하지않는 경우가 많다. 最近, 이러한 경우를 고려하여 最適制御理論을 이용해서 시스템의 初期值推定및 測定雜音의 分散推定까지를 고려하여 시스템 同定을 行하는 方法이 提案되고 있다.[10-13] 河等은 多變數離散值플랜트에 대해서 狀態方程式모델을 사용하고, 方程式誤差(equation error)로써 만들어지는 改良形評價函數를 이용하여 우선 적당한 次數의 모델을 가정하여 이의 파래미터와 測定雜音의 分散을 推定한 다음, 다시 最小次元實現(ε-minimal nealization)에 의해서 시스템의 파래미터, 次數및 測定雜音의 分散을 同時에 推定하는 방법을 提案하고 있다.[13] 그러나 이 방법에 있어서는 測定雜音의 分散및 共分散으로써 구성되는 어떤 行列 B가 定義되고 이 行列 B가 正則이어야 하는 조건이 요구되므로 例를 들어 入力測定에 雜音이 수반되지 않는경우 등과 같이 行列 B가 非正則이 될때는 사용하기 困難하다. 이에 筆者들은 前記한 行列 B가 非正則일 때도 이용될 수 있는 새로운 시스템 同定法을 提案한다. 시스템의 次數가 未知일 때는 適當히 큰 次數의 모델을 定하여 本 方法에 의해서 이의 파래미터를 구한 다음 文獻(13)에 提案된 ε-minimal realization에 의해서 시스템의 次數와 最小次元시스템의 파래미터를 결정하면 되므로 여기서는 시스템의 次數는 既知라고 한다.

本論文에서는

(1) 離散值形시스템을 狀態方程式모델로 記述하고 그 次數는 既知로 하며

(2) 方程式誤差로써 만들어 지는 改良形 評價函數를 使用하여

(3) 시스템의 파래미터 및 測定雜音의 分散을 同時에 推定하는 方法을 提案하고,

(4) 몇가지 시스템에 대한 數值計算例에 의해서 本方法의 有效性을 提示한다.

2. 同定原理

2.1 一變數플랜트의 同定

일반적으로 線形離散值形플랜트를 observable canonical型의 狀態方程式으로 표시하면 식 (1),

$$\left.\begin{aligned} x_{i+1}&=Fx_i+gu \\ y_i&=h^T x_i \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

x_i : n次元狀態벡터

$F=\left(\begin{array}{c|c} O & \\ \cdots\cdots & -k \\ I_{n-1} & \end{array}\right)$: $n\times n$遷移行列

$h^T=[0,\cdots,0,1]$: n次元벡터

$g^T=[g_1,\cdots,g_k]$: n次元파래미터벡터

$k^T=[k_1,\cdots,k_n]$: n次元파래미터벡터

I_{n-1} : $n-1$次의 單位行列

과 같다. 식(1)을 入出力間의 펄스傳達函數로 표시하면 식 (2),

$$F(z^{-1})=\frac{g_n z^{-1}+\cdots+g_1 z^{-n}}{1+k_n z^{-1}+\cdots+k_1 z^{-n}} \tag{2}$$

와 같고 식 (1)에서 (F,g)가 可制御雙(controllable pair)일때 식 (2)의 분모, 분자는 共通因子를 갖지 않게 된다. 入出力의 測定데이터로 부터 플랜트를 同定할 때는 可制御이고 可觀測인 部分만이 구해지므로 本論文에서는 식 (1) 또는 (2)로 표시되는 플랜트의 파래미터 벡터 g,k를 구하는 문제를 取扱하기로 한다.

플랜트의 入出力데이터는 식 (3),

$$\left.\begin{aligned} v_i&=u_i+m_i \\ z_i&=y_i+n_i \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

에 의해서 얻어지고 여기서 測定雜音 m_i, n_i는 입력 u_i와 統計的으로 독립이며 평균치가 零이고 自己相關函數 및 相互相關函數가 식 (4),

$$\left.\begin{aligned} &E(m_im_j)=c\phi_{m,i-j} \qquad E(n_in_j)=c\phi_{n,i-j} \\ &E(m_in_j)=c\phi_{mn,i-j} \qquad c\geqq 0 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$i=1,2,\cdots$

$\phi_{m,i}$, $\phi_{n,i}$, $\phi_{mn,i}$: 未知 또는 既知

c : 未知

와 같이 표시되는 確率變數라고 한다.

이 때, 方程式誤差벡터 e_i를 식 (5),

$$e_i \triangleq z_i - L_i\alpha \tag{5}$$

$$L_i = \begin{pmatrix} -z_{i-1},\cdots,-z_{i-n},v_{i-1},\cdots,v_{i-n} \\ -z_{i-2},\cdots,-z_{i-n-1},v_{i-2},\cdots,v_{i-n-1} \\ \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \qquad \vdots \\ -z_{i-N},\cdots,-z_{i-N-n+1},v_{i-N},\cdots,v_{i-N-n+1} \end{pmatrix} \tag{6}$$

$z_i^T=[z_i,z_{-1},\cdots,z_{i-N+1}]$: N次元벡터 (7)

$\alpha^T=[k_n,k_{n-1},\cdots,k_1,g_n,g_{n-1},\cdots,g_1]$: $2n$次元파래미터벡터

와 같이 定義한다. m_i n_i가 ergodic이면 $N\to\infty$ 일때 식(8),

$$e^T{}_ie_i/N=(y_i-G_i\alpha)^T(y_i-G_i\alpha)/N + c(\phi_{m,0}+2b^T\alpha+\alpha^TM\alpha) \tag{8}$$

$y^T{}_i=[y_i,y_{i-1},\cdots,y_{i-N+1}]$: N次元

$b^T=[\phi_{m,1},\cdots,\phi_{m,n},-\phi_{mn,1},\cdots,-\phi_{mn,n}]$: $2n$次元벡터

$$G_i = \begin{pmatrix} -y_{i-1},\cdots,-y_{i-n},u_{i-1},\cdots,u_{i-n} \\ -y_{i-2},\cdots,-y_{i-n-1},u_{i-2},\cdots,u_{i-n-1} \\ \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \qquad \vdots \\ -y_{i-N},\cdots,-y_{i-N-n+1},u_{i-n},\cdots,u_{i-N-n+1} \end{pmatrix}$$

: $N\times 2n$行列

$$M=\left(\begin{array}{c:c} \phi_{m,0},\cdots,\phi_{m,n-1} & -\phi_{mn,0},\cdots,-\phi_{mn,n-1} \\ \vdots \qquad \vdots & \vdots \qquad \vdots \\ \phi_{m,n-1},\cdots,\phi_{m,0} & -\phi_{mn,-n+1},\cdots,-\phi_{mn,0} \\ \hdashline -\phi_{mn,0},\cdots,\phi_{mn,-n+1} & \phi_{n,0},\cdots,\phi_{n,n-1} \\ \vdots \qquad \vdots & \vdots \qquad \vdots \\ -\phi_{mn,n-1},\cdots,-\phi_{mn,0} & \phi_{n,n-1},\cdots,\phi_{n,0} \end{array}\right) \tag{9}$$

: $2n\times 2n$ symmetric non-negative definite matrix

이 성립한다. 식(8)의 右邊第一項은 入力系列 $\{u_i\}$가 시스템의 모든 mode를 驅動할때 α에 대해서 unimodal 이 되고 α가 眞値를 取할때 零이 되므로 評價函數를 식 (10),

$$J(\alpha,c)\triangleq\frac{1}{N}(z_i-L_i\alpha)^T(z_i-L_i\alpha) -c(\phi_{m,0}+2b^T\delta+\alpha^TM\alpha) \tag{10}$$

과 같이 定義한다. 식 (10)의 右邊第二項은 雜音의 영향을 제거하기 위한 것으로 Sacrison은 c, $\phi_{m,0}$, b^T 및 M이 既知인 경우 確率近似法(stochastic approximation)을 使用해서 α를 구하는 방법을 제안 하였다.[16] 序論에서도 言及한바 있지만 河등은 α보다 次元이 하나 더 큰 새로운 파래미터벡터 β를 힐버어트 空間(Hilbert space)上에 노름(norm)을 적당히 定義함으로서 식(10)을 식 (10)′,

$$J(\alpha,c)=J'(\beta,c)=\beta^TB\beta-c||\beta||^2 \tag{10)'$$

B : $(2n+1)\times(2n+1)$ positive definite matrix

같이 變形하였으며 식(10)′에 있어서 B의 最小固有値로부터 c를 구하고 이에 대응하는 固有벡터로 부터 未知 파래미터 α를 구하는 방법을 提案한 바[13]있으나 이 방법에 있어서는 人力이나 出力의 어느 한 쪽이 雜音없이 正確히 測定 될 때는 B의 計算이 困難하다.

本論文에서는 식(10)이 最小가 되록록 α를 定하고 이 α에 대하여 식(10)의 값이 零이 되도록 c를 구한다. 즉 α의 最適値를 $\hat{\alpha}$로 하면 식(11),

$$J(\hat{\alpha},c)=0 \tag{11}$$

을 만족하도록 c를 구한다. 이렇게 하기 위하여서는 식(4)에서 定義한 $\phi_{m,i}$, $\phi_{n,i}$ 및 $\phi_{mn,i}$가 既知이어야 하나 이것이 未知인 경우에는 測定雜音 m_i, n_i를 相互獨立인 白色雜音으로 보고 식(10)에서 $\phi_{m,0}=1$, $b=0$, $M=I_{2n}$로 한다.(實際로 이 假定이 성립하는 경우가 많다.) c의 最適値를 $\hat{c}$라 하면 식(10)으로 부터 $\hat{\alpha}$는 다음과 같이 구하여 지고,

$$\hat{\alpha}=\left(\frac{1}{N}L^T{}_iL_i-\hat{c}M\right)^{-1}\left(\frac{1}{N}L^T{}_iz_i+\hat{c}b\right) \tag{12}$$

$\frac{1}{N}L^T{}_iL_i-\hat{c}M$: positive definite

$\hat{c}\geq 0$

여기서 $\hat{c}$는 식(13),

$$J(\hat{\alpha},c)=J'(c)=\frac{1}{N}z^T{}_iz_i-\left(\frac{1}{N}L^T{}_iz_i+\hat{c}b\right)^T \times\left(\frac{1}{N}L^T{}_iL_i-cM\right)^{-1}\left(\frac{1}{N}L^T{}_iz_i+\hat{c}b\right) -c\phi_{m,0}=0 \tag{13}$$

의 解로서 주어진다. 식(13)의 解를 解析的으로 구하는 것은 일반적으로 困難하기 때문에 數値解法에 의할 수 밖에 없으나 이것은 c만의 函數이므로 一方向의 探索問題가 되며, 特히 測定雜音이 白色性인 경우 $J'(c)$는 c에 대해서 單調減少한다는 것이 증명되어, 식(13)의 數値解는 용이하게 구해진다. 다음에 이에 대해서 檢討 해보기로 한다.

2·2 式 (13)의 解의 唯一性에 대한 檢討

m_i, n_i이 白色雜音인 경우, $b=0$, M은 對角行列이 되고 식(13)은 식(14),

$$J'(c)=\frac{1}{N}z^T{}_iz_i-\frac{1}{N}(L_i{}^Tz_i)^T\left(\frac{1}{N}L_i{}^TL_i-cM\right)^{-1} \times\frac{1}{N}L_i{}^Tz_i-c\phi_{m,0} \tag{14}$$

와 같이 된다. 그런데 $J'(0)\geq 0$이고,

$$\frac{dJ'(c)}{dc}=-\left[\frac{1}{N}(L^T{}_iz_i)^T\left(\frac{1}{N}L^T{}_iL_i-cM\right)^{-1}M \times\left(\frac{1}{N}L^T{}_iL_i-cM\right)^{-1}\frac{1}{N}L^T{}_iz_i+\phi_{m,0}\right] \tag{15}$$

되므로 M이 positive semi-definite이고 $\phi_{m,0}\geq 0$임을 考慮하면 $dJ'(c)/dc\leq 0$이 된다. 따라서 $J'(c)$는 c가 증가할때 單調減小하고 評價函數 $J'(c)$의 性質上 $J'(c)=0$을 만족하는 c는 唯一하게 存在한다. 특히 雜音이 없을 때는 $\phi_{m,0}=0$, $M=0$가 되어 $J'(0)=0$, $dJ'(c)/dc=0$이 되어 $\hat{c}=0$이 된다.

2·3 多變數플랜트의 同定

本節에서는 前節의 手法은 多變數시스템에 擴張 하기로 한다. 多變數離散値形플랜트의 入出力 u_i,y_i가 식(16),

$$\left.\begin{aligned} v_t &= u_t + n_t \\ z_t &= y_t + m_t \end{aligned}\right. \left(\begin{aligned} &v_i,\ u_i,\ m_i : m \text{ 次元벡터} \\ &z_i,\ y_i\ n_i : l \text{ 次元벡터} \end{aligned}\right) \qquad (16)$$

과 같이 測定된다고 하자. 여기서 m_i, n_i는 평균치가 零, 分散이 σ^2이고 相互 獨立인 ergodic性 白色雜音이라고 假定한다.

$$\left.\begin{aligned} &E(m_t)=E(n_t)=0 \\ &E(m_t m_\tau)=\sigma^2 I_m \delta_{t\tau},\ E(n_t n_\tau)\sigma^2 I_p \delta_{t\tau} \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

모델로서는 식(18)과 같이 observable canonical型의 狀態方程式 모델을 使用한다.

$$\left.\begin{aligned} x_{t+1} &= F x_t + G u_t \\ y_t &= H x_t \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

x_t : n次元狀態벡터

$$F = \begin{pmatrix} O_p \cdots\cdots O_p & -k_1 I_p \\ I_p \quad\ \ddots \quad\ \vdots & \vdots \\ \vdots \quad \ddots \quad O_p & -k_{l-1} I_p \\ O_p \cdots\cdots I_p & -k_l I_p \end{pmatrix} : n\times n \text{遷移行列}$$

$G^T = [G^T{}_1, \cdots, G^T{}_l]\eta : m\times n$行列

$G^T{}_i = [g_{i1}, \cdots, g_{ip}] : m\times p$行列

$H = [O_p, \cdots, O_p, I_p]\eta^{-1} : p\times n$行列

$n = l\times p$

η : 適當한 scalar定數

식(18)과 같은 狀態方程式으로 표시되는 시스템을 入出力間의 펄스傳達函數로 表示하면 식(19),

$$F(z^{-1}, l) = \frac{G_l z^{-1} + \cdots + G_1 z^{-l}}{1 + k_l z^{-1} + \cdots + k_1 z^{-l}} \qquad (19)$$

와 같다.

前節에서와 같이 p次元의 方程式誤差벡터를 식(20),

$$e_t \triangleq z_t - L^l{}_t \alpha \qquad (20)$$

$$L^l{}_t = [-z_{t-1}, \cdots, -z_{t-l}, V_{t-1}, \cdots, V_{t-l}] \qquad (21)$$

$: p\times l(1+mp)$行列

$$V_{t-i} = \begin{pmatrix} v^T{}_{t-i} & & O \\ & \ddots & \\ O & & v^T{}_{t-i} \end{pmatrix} : p\times mp\text{行列} \qquad (22)$$

$$\alpha^T = [k_l, \cdots, k_1, g^T{}_{l1}, \cdots, g^T{}_{lp}, g_{(l-1)1}, \cdots, g^T{}_{1p}] \qquad (23)$$

$: l(1+mp)$次元파래미터벡터

과 같이 定義하고 評價函數를 식(24),

$$J_m(\alpha, c) \triangleq \left(\frac{1}{N-l+1}\right)\sum_{t=l}^{N}(z_t - L^l{}_t\alpha)^T(z_t - L^l{}_t\alpha) - c(1+\alpha^T I_{l(1+mp)}\alpha) \qquad (24)$$

로 定義한다. 이 때, α와 c의 最適値를 $\hat{\alpha}$, $\hat{c}$로 하면 $\hat{\alpha}$는 식(25),

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{1}{N-l+1}\right)\sum_{t=l}^{N}\left((L^l{}_t)^T L^l{}_t - \hat{c} I_{l(1+mp)}\right)^{-1} \times \frac{1}{N-l+1}\sum_{t=l}^{N}[(L^l{}_t)^T z_t] \qquad (25)$$

로 되고, $\hat{c}$는 식(26),

$$J_m(\hat{\alpha}, c) = J'_m(c) = \frac{1}{N-l+1}\sum_{t=l}^{N}(z^T{}_t z_t) - \frac{1}{N-l+1}\sum_{t=l}^{N}[(L^l{}_t)^T z_t]^T \times \left[\frac{1}{N-l+1}\sum_{t=l}^{N}(L^l{}_t)^T L^l{}_t - c I_{l(1+mp)}\right]^{-1} \times \frac{1}{N-l+1}\sum_{t=l}^{N}(L^l{}_t)^T z_t - c = 0 \qquad (26)$$

의 解로써 주어지며 이것이 分散 σ^2의 推定値가 된다.

3. 數値計算例 및 結果 檢討

〔例題 1〕

다음 식과 같은 一次系統의 플랜트를 생각한다.

$$x_{i+1} = -0.5 x_i + u_i$$

$$y_i = x_i (k=0.5,\ g=1,\ \alpha^T = [0.5,\ 1.0])$$

u_i, m_i 및 n_i가 平均値 零, 그 分散이 각각 1.0, 0.1, 0.1의 正規性 亂數일때 $b=0$, $M=0.0.1\ I_2$, $\phi_{m,0}=0.01$, $c=1$ 로한 경우의 同定結果는 그림 1및 그림 2와 같다.

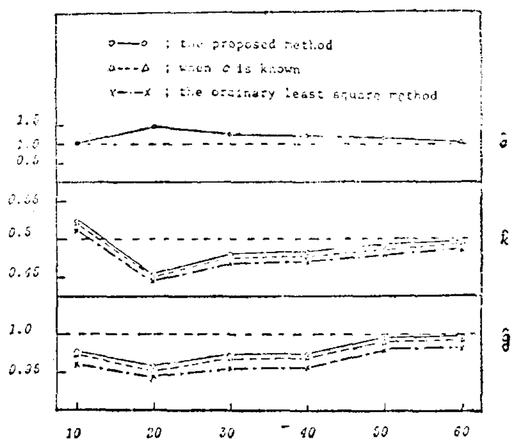


그림 1. 例〔1〕의 一次系플랜트에 대한 $\hat{\alpha}$와 $\hat{c}$의 計算
Fig. 1. computation of $\hat{\alpha}$ and $\hat{c}$ for the 1st order plant of example 〔1〕

그림 1에서는 c를 미지로한 本論文에서 提示한 同定法과 c가 旣知인 경우($\hat{c}=1$) 및 從來의 最小自乘法을 使用한 경우의 g, $\hat{k}$, $\hat{c}$를 각각 比較하였다. 그림 2에서는 이세 경우의 k와 g의 同定誤差의 自乘和를 比較하였다. 이것으로 부터 本 同定法의 有效性을 알 수 있다.

또한 이와 같이 短期間데이터를 使用하여 同定을 行하는 경우 비록 c가 旣知일지라도 이것을 그대로 同定에 이용하는 것이 반드시 有效하다고는 할수 없음을 알 수 있다.

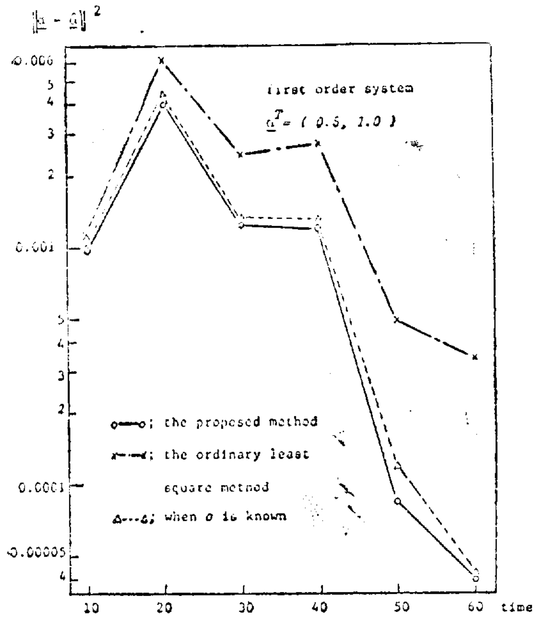


그림 2. 例[1]의 一次系플랜트에 대한 $||\alpha-\hat{\alpha}||^2$ 比較
Fig. 2. comparison of $||\alpha-\hat{\alpha}||^2$ for the 1st order plant of example [1]

[例題 2]

다음 식과 같은 2次系統의 플랜트에 대하여

$$x_{i+1}=\begin{pmatrix} 0 & -0.5 \\ 1 & 0.85 \end{pmatrix} x_i+\begin{pmatrix} -0.25 \\ 0.75 \end{pmatrix} u_i$$

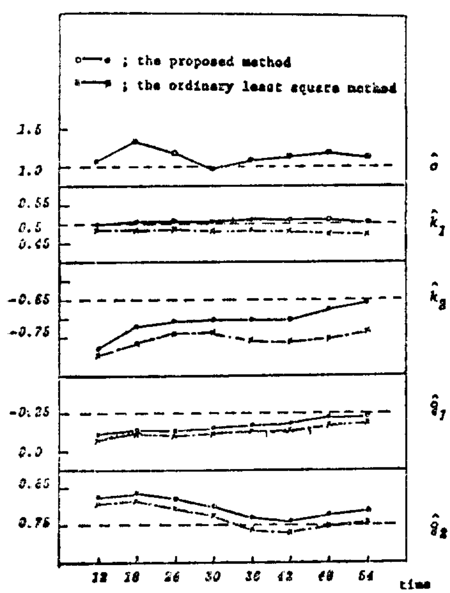


그림 3. 例[2]의 二次플랜트系에 대한 $\hat{\alpha}$와 $\hat{c}$의 計算
Fig. 3. computations of $\hat{\alpha}$ and $\hat{c}$ for the 2nd order plant of example [2]

$$y_i=[0, 1]x_i$$

$$k^T=[0.5, \ -0.85] \quad g^T=[-0.25, \ 0.75]$$

$$\alpha^T=[-0.85, \ 0.5, \ 0.75, \ -0.25]$$

u_i, m_i 및 n_i가 平均値 零, 分散이 각각 1, 0.0025 및 0.0025인 경우, 즉 $b=0$, $M=0.0025\,I_4$, $\phi_{m,0}=0.0025$, $c=1$ 일때 本 論文에서 提示한 同定法 및 最小自乘法에 의한 同定結果를 그림 3및 그림 4에 圖示하였다.

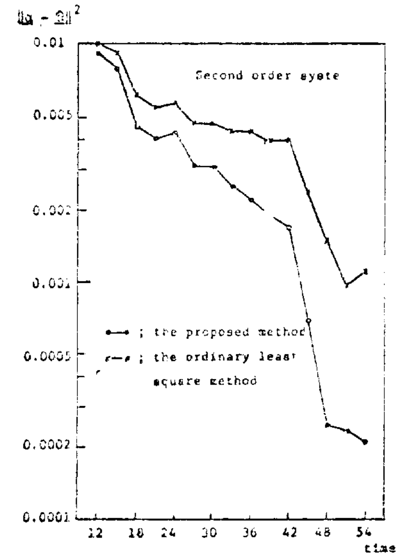


그림 4. 例[2]의 二次系플랜트에 대한 $||\alpha-\hat{\alpha}||^2$比較
Fig. 4. comparison of $||\alpha-\hat{\alpha}||^2$ for the 2nd order plant of example [2]

[例題 3]

다음과 같은 二入力 一出力을 갖는 二次系統의 플랜트에 대하여 檢討 한다.

$$x_{t+1}=\begin{pmatrix} 0 & -0.5 \\ 1 & 0.85 \end{pmatrix} x_t+\begin{pmatrix} -0.25 & 0.75 \\ 0.75 & -1 \end{pmatrix} u_t$$

$$y_t=[0, \ 1]x_t$$

$$l=n=2, \ p=1, \ m=2$$

$$u^T=[-0.85, \ 0.5, \ 0.75, \ -1, \ -0.25, \ 0.75]$$

$$g_{11}=-0.25, \ g_{12}=0.75, \ g_{21}=0.75, \ g_{22}=-1$$

$$k_1=0.5, \ k_2=-0.85$$

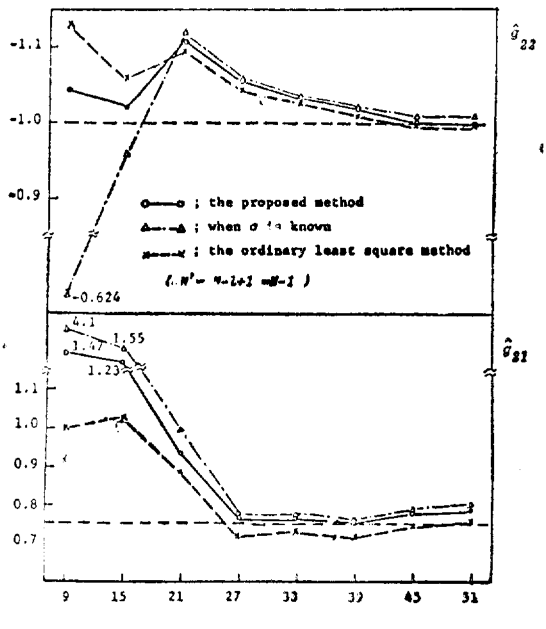
$$u^T_t=[u_{t1}, \ u_{t2}]$$

식(26)을 펄스傳達函數로 表示하면 식(27),

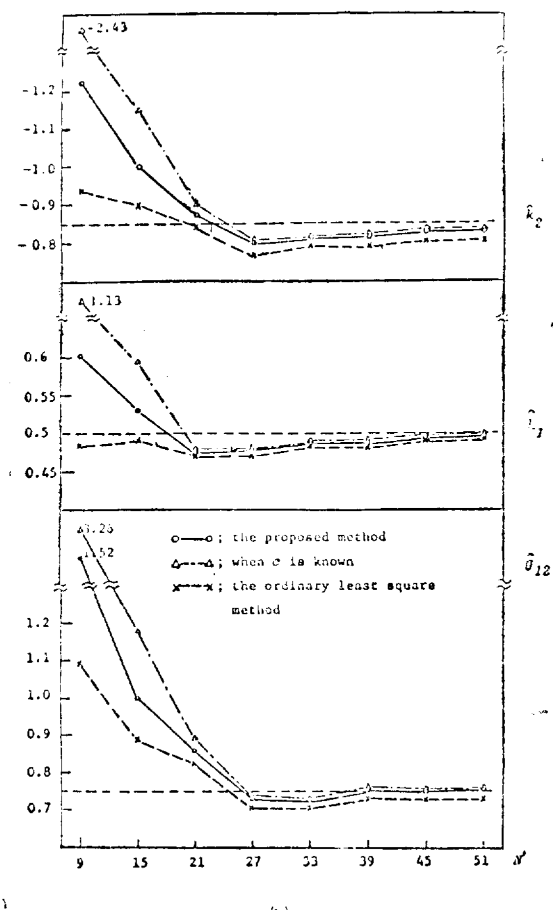
$$F(z^{-1})=\frac{[0.75z^{-1}-0.25z^{-2}-z^{-1}+0.75z^{-2}]}{1-0.85z^{-1}+0.5z^{-2}} \qquad (27)$$

과 같다. 入力 u_{t1}, u_{t2}를 ±1의 M系列信號로서 測定雜音 m_t, n_{t1}, n_{t2}의 平均値가 零, 分散이 0.0025인 正規性亂數인 경우 $c/0.0025$를 c'로해서 $\hat{\alpha}$와 $\hat{c}'$를 推定한 결과는 그림 5 및 그림 6과 같다.

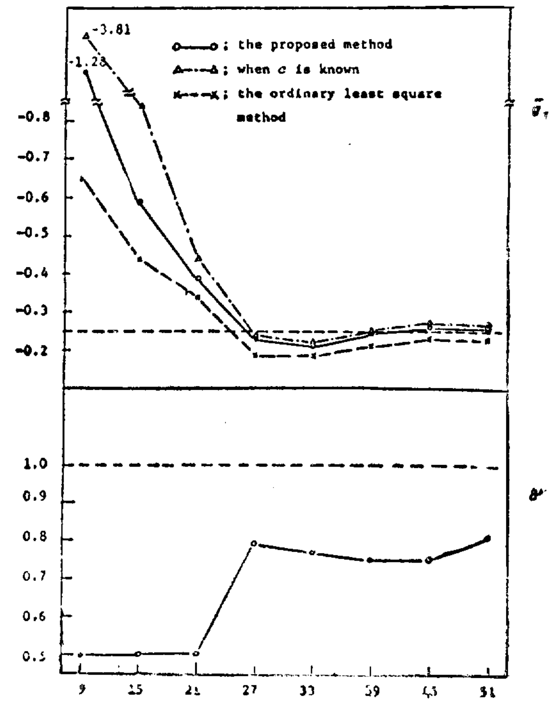
그림 5(a), (b)및 (c)는 本 論文에서 題示한 同定法(c'未知)과 從來의 最小自乘法($c'=0$) 및 c가 旣知의 경우($c'=1$)의 推定値 $\hat{\alpha}$를 比較한 것이고, 그림 6에서



(a)



(b)



(c)

그림 5. 例〔3〕의 二次플랜트系에 대한 $\hat{\alpha}$와 $\hat{c}$의 計算
Fig. 5. computation of $\hat{\alpha}$ and $\hat{c}$ for the 2nd order plant (with two inputs and one output) of example 〔3〕

는 이 세 경우의 $\|\alpha-\hat{\alpha}\|^2$을 比較하였다. 이結果, 短時間 觀測한 경우에는 本 同定法이 測定雜音의 分散이 旣知인 때 보다 오히려 良好하다는 것을 알 수 있다.

4. 結　論

以上 本 論文에서는 方程式誤差로서 만들어지는 從來의 誤差自乘平均의 評價函數에서 雜音의 영향을 제거한 새로운 改良形評價函數를 定義하여 이 評價函數를 最小로 하는 離散値形狀態方程式모델의 最適퍼래미터 $\hat{\alpha}$를 解析的으로 구했다. 이렇게 해서 구한 $\hat{\alpha}$는 測定雜音의 分散 c의 函數가 되므로 이를 評價函數에 代入하여 다시 그 評價函收를 零으로 하는 $\hat{c}$를 구함으로써 시스템의 木知퍼래미터 및 測定雜音의 分散을 同時에 推定하는 方法을 提案하였다.

方程式誤差는 本來, Potts[17]等에 의해서 提案된 것으로서, 이 誤差를 基準으로 시스템의 同定을 行할 때에는 일반적으로 雜音의 처리가 困難하고 플랜트와 모델의 構造가 일치하지 않을 때 評價函數의 意味가 확실하지 않다는 理由에서 시스템 同定法에는 別로 脚光을 받지 못하였다.

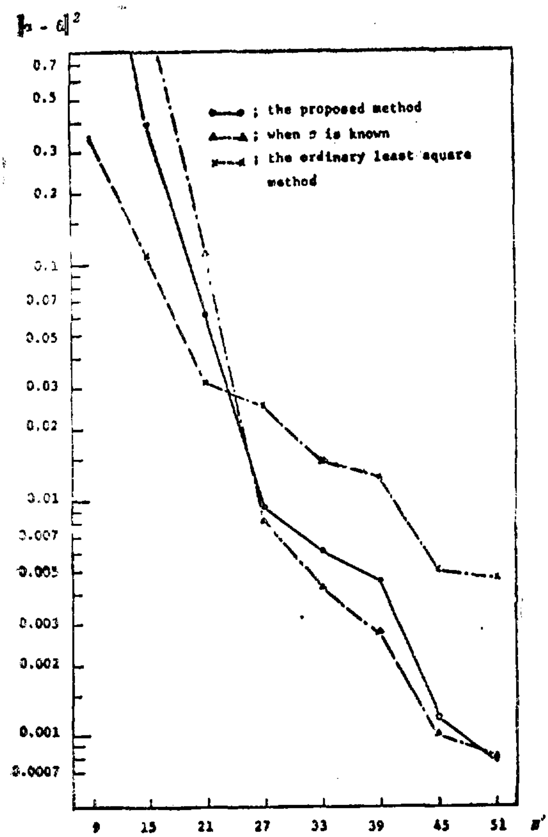


그림 6. 例[3]의 二次플랜트系에 대한 $||\alpha-\hat{\alpha}||^2$比較
Fig. 6. comparison of $||\alpha-\hat{\alpha}||^2$ in Example [3]

그러나 本 硏究에서는 推定퍼래미터에 바이어스를 주는 雜音의 영향을 除去하는 項을 評價函數에 導入하여 雜音의 分散도 同時에 推定함으로써 方程式誤差도 시스템同定에 有効한 基準이 될 수 있음을 提示하였다.

本 硏究의 結果로서

(1) 方程式誤差自乘의 評價函數를 使用함으로서 未知의 퍼래미터를 解析的으로 구할수 있고,

(2) 雜音의 分散이 未知일 때는 雜音을 平均値가 零인 定常性白色雜音으로 取扱함으로서 간단한 數値解析法으로 雜音의 分散도 精度 높게 推定할 수 있으며,

(3) 실제의 工學에서 처럼 有限한 測定데이터를 使用하여 시스템同定을 行할 時에는 비록 測定雜音의 分散이 旣知이라도 이를 未知로 하여 시스템의 퍼래미터와 함께 推定하는 것이 오히려 높은 精度로서 퍼래미터를 推定할 수 있음을 알았다.

또한 本 方法은 시스템 同定을 위해서 특수한 檢査信號를 要하지 않고, 運轉中에 있는 플랜트의 同定을 行할수 있는 利點을 갖고 있다.

測定雜音이 非白色性일때 식(13)에 대한 解의 唯一性에 대한 檢討 및 本 方法을 連續系統에 擴張하는 문제 等은 앞으로 硏究되고 檢討되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. K.J. Aström & P. Eykhoff: "System Identification" A Survey, Automatica, Vol. 7, No. 2, pp. 123~162 (1971).

2) A.V. Balakrishnan & V. Peter Ka: "Identification in Automatic Control System", Forth Congress of the IFAC, Warzawa, Survey Paper 9 (1969).

3) P.Eykhoff: "Process Parameter & State Estimation", Survey Paper, IFAC Symp. on Identification, Praha (1967).

4) M. Cuenod & A.P. Sage: "Comparison of Some Methods Used For Process Identification", Survey Paper, IFAC Symp. on Identification, Praha (1967).

5) A.P. Sage & J.L. Melsa: System Identification, Academic Press (1971).

6) P.B. Liebelt: An Introduction to Optmal Estimation, Addison-Wesley (1967).

7) L.A. Zadeh: "From Circuit Theory to System Theory", Proc. IRE 50, pp. 856~865 (1962).

8) A.V. Balakrishnan: "Identification of Control System from Input-output Data", IFAC Symp. on Identification, Paper I.I, Praha (1967).

9) R.E. Kalman: "Mathmatical Description of Linear Dynamical System", SIAM. J. Control, Vol. I, No. 2, pp. 152~191 (1963).

10) 河注植, 古田勝久 "最適制御の同定への應用" 第10回 SICE學術講演會 豫稿集, No. 303 (1971).

11) 河注植, 古田勝久 "有限次元線形モデル應用いる最適同定法" 計測自動制御學會 論文集掲載豫定

12) Joo-shik Ha, et al.: Identification of Weighting Function using Derministic Input, IEEE Transaction on AC, Vol. 17, No. 6 pp. 801~805. (1972)

13) 河注植, 古田勝久 : 多變數系の同定, 計測自動制御學會論文集, 第八卷 五號 pp.561~567(1972, 10).

14) K.J. Aström & T. Bohlin: "Numerical Identification of Linear Dynamic System from Normal Operating Records", IFAC Symp. on

the Theory of Self Adaptive Control System, pp. 97~111, Teddington (1965).

15) D.Q. Mayne: "Parameter Identification", Automatica, Vol. 3, pp. 245~255 (1970).

16) D.J. Sacrison: "The Use of Stochastic Approximation to Solve System Identification Problem." IEEE Trans. on AC, Vol. AC—12, pp. 563~567 (1967).

17) T.F. Potts, et al: The Automatic Determination of Human and Other System Parameters, Proc. West. Joint Computer Conference. Los Angeles, 19, pp. 645~660 (1961).