論 文

論文 74-11-1-7

樹木과 補木의 位相數學的 生成法

(The Method of Realizable Generation of Trees and Co-Trees)

李 樟 雨*

(Lee, Jang Woo)

要 約

本論文은 回路網解析의 첫 過程으로 必要로 하는 주어진 回路의 樹木과 補木을 具體的으로 生成하는 位相數學的方法을 硏究하려고 努力했고 또한 다른 方法들과의 効率을 比較한 例를 提示했다. 이 結果는 다른 어떤 方法들보다 더욱 効率的이고 電氣回路網의 位相數學的 解析에 있어서 根本的인 役割를 할 것으로 믿는다.

Abstract

In this paper, we have tried to study topological method for generating trees and Co-trees of a given circuit which is required in the first step of analysis of networks, and also illustrative examples that compare with other available methods in aspect of the efficiency are given.

It is believed that the proposed method is more efficient than other methods already available and that it will play a fundamental role in the topological analysis of electrical networks.

I. 序 論

回路網解析에 있어서 普通 行列 또는 行列式(Impedance, admittance 등등)이 많이 使用되고 있다. 그러나 그 階數가 커지면 實際的 計算이 매우 번거러워지며 電子計算機에 依存치 않고서는 偶然히 隨伴되는 誤差를 除去하기에는 到底히 不可能해질 것이다. 따라서 주어진 回路網의 그래프의 樹木과 補木의 集合을 求하는것이 要求되었고 이것이 곧 回路網의 位相數學的解析의 基本이 되는 것이다.

近來 回路網의 問題解決에 있어서 位相數學的方法이 날날이 發展되고 流行되고 있는 理由도 이것을 利用하므로서 硏究對象下의 回路系의 多變數間의 因果關係를 直觀的으로 明示해 줄 뿐만이 아니라 閉路行列式과 餘因子의 計算이 줄어지는데 있다.

* 正會員 漢陽大學校 文理科大學 數學科
Dept. of Mathematics, College of Liberal Arts and Science, Hanyang University
接受日字：1973年 11月 20日

樹木과 補木을 生成하는 方法에 對한 硏究는 거듭되고 있으며 近來 發表된 論文中에서 簡便하다고 느껴지는 方法들은 參考文獻 [1]—[4]에서 볼수 있다.

本論文에서는 位相數學的方法에 依한 回路網의 樹木, 補木의 生成法을 硏究하며 上述한 參考文獻에서 發表된 方法들과 效率面에서 比較檢討해 본다.

II. 定義와 記號

그래프理論에서의 節點(點, 頂點, 接合點)과 線分(邊, 弦, 要素)을 本文에서는 各各 0-胞體, 1-胞體라하고 이들을 各各 $\{v_i\}$, $\{e_i\}$ $(i=1, 2, \cdots)$로서 表現할 것이다. 또한 다른말이 없는 限 그래프라함은 標識된 無向連結그래프를 뜻하며 이것을 1-胞體 e_i의 並列積 Πe_i로서 表現할 것이다. 또한 演算記號로서 2項演算 "$\cap$" "$\cup$" "$-$" "$\times$", 環和 "$\oplus$", 微分演算子 $\dfrac{\partial G}{\partial e_i}$와 境界作用素 ∂, 雙對境界作用素 δ 등이 使用될 것이고 用語로서는 鎖(chain) 輪體, 輪體群, 位相合同, 雙

對位相合同등이 使用된다. 이들에 關해서는 參考文獻 [2] [4] [5] [6]을 參照하기 바란다.

Ⅲ. 位相數學的 生成法

回路網의 그래프 G의 雙對境界란 그것이 G에 있어서 任意의 0-鎖의 雙對境界로 되어 있을때이고 G의 0-胞體의 任意의 集合 $\{v_i\}$의 雙對境界는 $\{v_i\}$의 0-胞體와 $\{v_i\}$에 屬하지 않는 0-胞體와를 G中에서 잇는 1-胞體 全體의 集合에 지나지 않으므로 雙對境界는 모든 切斷集合이다.

따라서 모든 切斷集合은 0에 雙對位相合同이고 0에 雙對位相合同類 H_o에 속한다. 지금 H_o를 하나의 集合이라 생각할때 H_o의 集合의 元素들은 0을 비롯해서 m, $m+i$, $m-i$ 個의 1-胞體의 並列積으로 이루어진 元素들로서 構成된다. 이들을 各各 0, H_o^m, H_o^{m+i}, H_o^{m-i} 로서 表示하면 H_o는 $H_o=\{0,\ H_o^m,\ H_o^{m+i},\ H_o^{m-i}\}$ $(i=1,2)$이다. 여기서 H_o^m에 속하는 元素들은 當然히 G의 樹木을 이루고 H_o^{m+i}와 H_o^{m-i}에 속하는 元素들은 G의 樹木이 될 수 없을 것이다. 따라서 G의 모든 樹木의 集合을 T이라면 $H_o^m \in T$이다. G의 任意의 1-胞體 e_i에 雙對位相合同類 H_{ei}의 集合은 e_i를 비롯해서 H_o의 集合의 元素들과 $\{e_i\}$와를 環和演算 ⊕을 實施해서 얻어지는 元素들로 構成되므로 H_o元素中에서 e_i를 包含하는 閉路에서는 e_i를 開放한것이 該當되고 e_i를 包含치 않는 元素에는 e_i를 加해서 閉路 또는 閉路를 包含치 않는 任意의 部分그래프를 이루게 되어 H_{ei}는 곧 $H_{ei}=\{e_i,\ H_{ei}^m,\ H_{ei}^{m+i},\ H_{ei}^{m-i}\}$로 된다. 여기서 H_{ei}^m는 G의 樹木에 該當되는 元素들로서 構成된다. 이와같이 順次的으로 모든 1-胞體에 對한 雙對位相合同類를 求하여 그중에서 m個의 1-胞體의 並列積인 元素만을 取하면 G의 樹木全體의 集合 T를 얻을수 있을 것이다. 따라서 G의 T는

$$T=\sum_i H_{ei}^m \cup H_o^m \tag{1}$$

이다.

G의 補木이란 G의 1-胞體의 集合에서 樹木의 小枝의 集合을 除去한 나머지 즉 弦의 集合으로 이루어진 G의 部分 그래프이다. 換言하자면 樹木의 共役은 補木이다. 또한 雙對境界의 共役은 輪體이고 雙對位相合同의 共役은 位相合同이므로 모든 輪體는 0에 位相合同이고 0에 位相合同類 H^o에 속한다.

H^o는 G에서 閉路를 이루는 1-胞體의 並列積 Πe_i를 元素로 取하는 集合으로 생각될 수 있다. H^o의 元素中에서 m個의 1-胞體의 並列積 $\underset{m}{\Pi} e_i$로서 이루어진 元素들은 各各 G의 基本閉路(f-閉路) H_m^o를 이루며 다른 並列積 $\underset{m+i}{\Pi} e_i$ 또는 $\underset{m-i}{\Pi} e_i$인 元素들은 G의 補木이 되지 못한다. 따라서 H^o는 $H^o=\{0,\ H_m^o,\ H_{m+i}^o,\ H_{m-i}^o\}$로서 表現될수 있고 G의 모든 補木의 集合을 T^*이라면 $H_m^o \in T^*$이다. 또한 樹木의 경우와 같이 해서 任意의 1-胞體 e_i에 位相合同類 H^{ei}를 求하면 $H^{e_i}=\{e_i,\ H_m^{ei},\ H_{m+i}^{ei},\ H_{m-i}^{ei}\}$로 되고 $H_m^{ei} \in T^*$이다.

따라서 G의 모든 補木의 集合 T^*는

$$T^*=\sum_i H_m^{ei} \cup H_m^o \tag{2}$$

로서 주어진다.

Ⅳ. 다른 方法과의 比較

回路網의 그래프 G의 樹木, 補木을 具體的으로 求하는 方法에는 G의 1-胞體를 短絡 및 開放시키는 樹木補木等式 [8], 部分小行列의 直和形式 또는 變換에 依한法 [1], 0-胞體의 眞性分割에 依하는 法 [3], G의 分割과 通路를 利用하는 生成法 [2]等이 있으나 매우 簡便하다고 느껴지는 것은 閉路, 切斷集合, 初等木變換과 距離를 利用한 Wai-kai Chen과 Shew-kin Mark의 生成法 [4]이다. 이곳에 그 結果만을 記述한다면 G의 樹木과 補木의 集合을 各各 T, T^*이라하고 獨立閉路를 $c_i(i=1,2\cdots r)$, 獨立切斷集合을 $Q_j(j=1,2\cdots q)$, 이라면

$$T=\frac{\partial^r\{G\}}{\partial c_1 \partial c_2 \cdots \partial c_r},\quad T^*=\frac{\partial q\{G\}}{\partial Q_1, \partial Q_2 \cdots \partial Q_q} \tag{3}$$

G의 基準樹木과 補木을 각각 t, t^*, $t^* \cap t(e_{ij})=e_{ij}(j=1,2\cdots q)$로 되는 G의 樹木과 $t \cap t^*(e_{ij})=e_{ij}$로되는 G의 補木을 各各 $t(e_{ij})$ $t^*(e_{ij})$이라하고 $T(e_{ij})$와 $T^*(e_{ij})$를 G의 $t(e_{ij})$와 $t^*(e_{ij})$인 樹木과 補木의 集合, $p_{ij}(j=1,2\cdots q)$를 t^*의 弦의

頂點을 잇는 t의 唯一한 通路, $Q_{ij}^*(j=1,2\cdots r)$를 t에 關한 基本切斷集合에서 樹木의 小枝 e_{ij}를 뺀 것 즉 $Q_{ij}=e_{ij}\cup Q_{ij}^*$ 이라면

$$T(e_{i1},\ e_{i2},\cdots,\ e_{iq})=\{e_{i1},\ e_{i2},\cdots,\ e_{iq}\}\times\frac{\partial^q\{t\}}{\partial p_{i1}\,\partial p_{i2}\cdots\partial p_{iq}}$$

$$T^*(e_{i1},\ e_{i2},\cdots,\ e_{iq})=\{e_{i1},\ e_{i2},\cdots,\ e_{iq}\}\times\frac{\partial^r\{t^*\}}{\partial Q_{i1}^*\ e_{i2}^*\cdots\partial Q_{iq}^*} \quad (4)$$

이다.

이제 아래의 그림에서 주어진 그래프 G의 樹木과 補木을 具體的으로 求하는 例로서 上述한 方法과 앞절에서 述한 새로운 方法과를 實際計算을 通해서 比較檢討해 보기로 하자.

<獨立閉路와 基本切斷集合에 依한 生成法>獨立閉路를 $c_1=e_1e_3e_5$, $c_2=e_1e_4e_6$, $c_3=e_2e_5e_6$ 이라면 위 公式 ③에 依해서

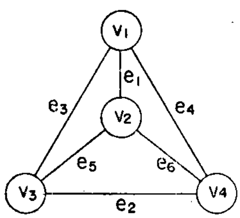

그림 1. 선형 그래프 G.
Fig. 1. A linear graph G.

$$T=\frac{\partial^3\}G\}}{\partial c_1\partial c_2\partial c_3}=\frac{\partial^3\{e_1e_2e_3e_4e_5e_6\}}{\partial(e_1e_3e_5)\ \partial(e_1e_4e_6)\partial\ (e_2e_5e_6)}$$

$$=\frac{\partial^2}{\partial e_1e_3e_5\ \partial e_1e_4e_6}\left[\begin{array}{l}\{e_1e_2e_3e_4e_5\}\oplus\{e_1e_2e_3e_4e_6\}\\ \oplus\{e_1e_3e_4e_5e_6\}\end{array}\right]$$

$$=\frac{\partial}{\partial e_1e_3e_5}\left(\begin{array}{l}\{e_1e_2e_3e_5\}\oplus\{e_2e_3e_4e_5\}\oplus\{e_1e_2e_3e_4\}\\ \oplus\{e_1e_2e_3e_6\}\oplus\{e_2e_3e_4e_6\}\oplus\\ \{e_1e_3e_4e_5\}\oplus\{e_1e_3e_5e_6\}\oplus\{e_3e_4e_5e_6\}\end{array}\right)$$

$$=\{e_1e_2e_3,\ e_1e_2e_4,e_1e_2e_5,\ e_1e_2e_6,e_1e_3e_4,e_1e_3e_6,\ e_1e_4e_5,\ e_1e_5e_6,\ e_2e_3e_5,e_2e_3e_6,\ e_2e_4e_5,\ e_2e_4e_6,\ e_3e_4e_5,\ e_3e_4e_6,\ e_3e_5e_6,\ e_4e_5e_6\}$$

G의 基本切斷集合을 $Q_1=e_1e_3e_4$, $Q_2=e_2e_3e_5$, $Q_3=e_2e_4e_6$ 이라면

$$T^*=\frac{\partial^3\{G\}}{\partial Q_1\partial Q_2\partial Q_3}=\frac{\partial^3\{e_1e_2e_3e_4e_5e_6\}}{\partial e_1e_3e_4\ \partial e_2e_3e_5\ \partial e_2e_4e_6}$$

$$=\frac{\partial^2}{\partial e_1e_3e_4\ \ \partial e_2e_3e_5}\left[\begin{array}{l}\{e_1e_2e_3e_4e_5\}\oplus\{e_1e_2e_3e_5e_6\}\\ \oplus\}e_1e_3e_4e_5e_6\}\end{array}\right]$$

$$=\frac{\partial}{\partial e_1e_3e_4}\left(\begin{array}{l}\}e_1e_2e_3e_4\}\oplus\{e_1e_2e_4e_5\}\oplus\}e_1e_3e_3e_5\}\\ \oplus\{e_1e_2e_3e_6\}\oplus\{e_1e_2e_5e_6\}\oplus\\ \{e_1e_3e_4e_6\{\oplus\{e_1e_3e_4e_6\}\oplus\{e_1e_4e_5e_6\}\end{array}\right)$$

$$=\{e_4e_5e_6,\ e_3e_5e_6,\ e_3e_4e_6,e_3e_4e_5,e_2e_5e_6,\ e_2e_4e_5,\ e_2e_3e_6,\ e_2e_3e_4,\ e_1e_4e_6,\ e_1e_4e_5,\ e_1e_3e_6,e_1e_3e_5,\ e_1e_2e_6,\ e_1e_2e_5,\ e_1e_2e_4,\ e_1e_2e_3\}$$

<初等木變換과 距離에 依한 生成法> G의 基準樹木을 $t=e_1e_3e_4$, 基準補木을 $t^*=e_2e_5e_6$, 그리고 e_2, e_5, e_6의 唯一한 通路를 各各 $Pe_2=e_3e_4$, $Pe_3=e_1e_3$, $Pe_4=e_1e_4$ 이라면 위公式 ④에 依해서 t에서 距離가 1인 樹木集合은

$$T(e_2)=\{e_2\}\times\frac{\partial\{t\}}{\partial Pe_2}=\{e_2\}\times[\{e_1e_4\}+\oplus\{e_1e_3\}]$$

$$=\{e_1e_2e_4,\ \ e_1e_2e_3\}$$

$$T(e_5)=\{e_5\}\times\frac{\partial\{t\}}{\partial Pe_5}=\{e_5\}\times[e_3e_4\}\oplus\{e_1e_4\}]$$

$$=\{e_3e_4e_5,\ \ e_1e_4e_5\}$$

$$T(e_6)=\{e_6\}\times\frac{\partial\{t\}}{\partial Pe_6}=\{e_6\}\times[\{e_3e_4\}\oplus\{e_1e_3\}]$$

$$=\{e_3e_4e_6,\ \ e_1e_3e_6\}$$

이고 t에서 距離가 2인 樹木集合은

$$T(e_2e_5)=\{e_5\}\times\frac{\partial T(e_2)}{\partial Pe_5}=\{e_5\}\times\{e_2e_4,e_2e_3,e_1e_2\}$$

$$=\{e_2e_4e_5,\ \ e_2e_3e_5,\ \ e_1e_2e_5\}$$

$$T(e_2e_6)=\{e_6\}\times\frac{\partial T(e_2)}{\partial Pe_6}=\{e_6\}\times\{e_2e_4,e_1e_2,e_2e_3\}$$

$$=\{e_2e_4e_6,\ \ e_1e_2e_6,\ \ e_2e_3e_6\}$$

$$T(e_5,e_6)=\{e_5\}\times\frac{\partial T(e_6)}{\partial Pe_5}=\{e_5\}\times\{e_4e_6,e_3e_6,\ e_1e_6\}=\{e_4e_5e_6,\ \ e_2e_5e_6,\ \ e_1e_5e_6\}$$

t에서 距離가 3인 樹木集合은

$$T(e_2e_5e_6)=\{e_6\}\times\frac{\partial T(e_2e_5)}{\partial Pe_6}=\{e_6\}\times\{e_2e_5\oplus e_2e_5\}=\{e_6\}\times\phi=\phi$$

따라서 G의 T는

$$T=\{t\}\cup T(e_2)\ \cup T(e_5)\ \cup T(e_6)\ \cup T(e_2e_5)\ \cup T(e_2e_6)\ \cup T(e_5e_6)$$

$$=\{e_1e_3e_4,\ e_1e_2e_4,\ e_1e_2e_3,\ e_3e_4e_5,\ e_1e_4e_5,\ e_3e_4e_6,\ e_1e_3e_6\ e_2e_4e_5,\ e_2e_3e_5,\ e_1e_2e_5,\ e_2e_4e_6,\ e_1e_2e_6,\ e_2e_3e_6,\ e_4e_5e_6\ e_2e_5e_6,\ e_1e_5e_6\}$$

다음에 補木을 求하면 e_4, e_3, e_1을 잇는 唯一한 通路는 $Q^*e_4=e_2e_6$, $Q^*e_3=e_2e_5$, $Q^*e_1=e_5e_6$ 이므로 t^*에서 距離가 1인 補木集合은

$$T^*(e_4)=\{e_4\}\times\frac{\partial\{t^*\}}{\partial Q^*e_4}=\{e_4\}\times\{e_5e_6, e_2e_5\}$$
$$=\{e_4e_5e_6,\ e_2e_4e_5\}$$
$$T^*(e_3)=\{e_3\}\times\frac{\partial\{t^*\}}{\partial Q^*e_3}=\{e_3\}\times\{e_5e_6, e_2e_6\}$$
$$=\{e_3e_5e_6,\ e_2e_3e_6\}$$
$$T^*(e_1)=\{e_1\}\times\frac{\partial\{t^*\}}{\partial Q^*e_1}=\{e_1\}\times\{e_2e_6,\ e_2e_5\}$$
$$=\{e_1e_2e_6,\ e_1e_2e_5\}.$$

t^* 에서 距離가 2인 補木의 集合은

$$T^*(e_4e_3)=\{e_3\}\times\frac{\partial T^*(e_4)}{\partial Qe_3{}^*}$$
$$=\{e_3\}\times\{e_4e_6,\ e_4e_5,\ e_2e_4\}$$
$$=\{e_3e_4e_6,\ e_3e_4e_5,\ e_2e_3e_4\}$$
$$T^*(e_4e_1)=\{e_1\}\times\frac{\partial T^*(e_4)}{\partial Q^*e_1}$$
$$=\{e_1\}\times\{e_4e_6,\ e_4e_5,\ e_2e_4\}$$
$$=\{e_1e_4e_6,\ e_1e_4e_5,\ e_1e_2e_4\}$$
$$T^*(e_3e_1)=\{e_1\}\times\frac{\partial T^*(e_3)}{\partial Q^*e_1}$$
$$=\{e_1\}\times\{e_3e_6,\ e_3e_5,\ e_2e_3\}$$
$$=\{e_1e_3e_6,\ e_1e_3e_5,\ e_1e_2e_3\}$$

t^* 에서 距離가 3인 補木의 集合은

$$T^*=(e_4e_3e_1)=\{e_1\}\times\frac{\partial T^*(e_3e_4)}{\partial Q^*e_1}$$
$$=\{e_1\}\times\{e_3e_4\oplus e_3e_4\}=\{e_1\}\times\phi=\phi$$

따라서 G의 T^*는

$$T^*=\{t^*\}\cup T^*(e_4)\cup T^*(e_3)\cup T^*(e_1)\cup T^*(e_4e_3)\cup T^*(e_4e^1)\cup T^*(e_3e_1)\cup T^*(e_4e_3e_1)$$
$$=\{e_2e_5e_6,\ e_4e_5e_6,\ e_2e_4e_5,\ e_3e_5e_6,\ e_2e_3e_6,\ e_1e_2e_6,\ e_1e_2e_5,\ e_3e_4e_6,\ e_3e_4e_5,\ e_2e_3e_4,\ e_1e_4e_6,\ e_1e_4e_5,\ e_1e_2e_4,\ e_1e_3e_6,\ e_1e_3e_5,\ e_1e_2e_3\}$$

<位相數學的 生成法> 雙對境界를 이루는 1-鎖에서 0에 雙對位相合同類 H_o 는

$$H_o=\{e_1e_3e_4,\ e_2e_3e_5,\ e_2e_4e_6,\ e_1e_5e_6,\ e_1e_2e_4e_5,\ e_1e_2e_3e_6,\ e_3e_4e_5e_6\}.$$

여기서 $H^3_o, H^3_{e_1}, H^3_{e_2}, H^3_{e_3}, H^3_{e_4}, H^3_{e_5}, H^3_{e_6}$ 을 各各 求하면

$$H^3_o=\{e_1e_3e_4,\ e_2e_3e_5,\ e_2e_3e_6,\ e_1e_5e_6\}$$
$$H^3_{e_1}=\{e_2e_4e_5,\ e_2e_3e_6\},\ H^3_{e_2}=\{e_2e_4e_5,\ e_2e_3e_6\}$$
$$H^3_{e_3}=\{e_1e_4e_5,\ e_1e_3e_6\},\ H^3_{e_4}=\{e_1e_2e_5,\ e_3e_5e_6\}$$
$$H^3_{e_5}=\{e_1e_2e_4,\ e_3e_4e_6\},\ H^3_{e_6}=\{e_1e_2e_3,\ e_3e_4e_5\}$$

따라서 G의 T는

$$T=\sum_i H^3_{ei}\cup H^3_o=\{e_1e_3e_4, e_2e_3e_5, e_2e_4e_6,\ e_1e_5e_6,\ e_2e_4e_5,\ e_2e_3e_6,\ e_2e_4e_5,\ e_2e_3e_6, e_1e_4e_5, e_1e_3e_6,\ e_1e_2e_5,\ e_3e_5e_6,\ e_1e_2e_4,\ e_3e_4e_6\ e_1e_2e_3, e_3e_4e_5\}$$

다음에 1-輪體에서 0에 位相合同類 H^o,

$$H^o=\{e_1e_3e_5,\ e_1e_4e_6,\ e_2e_5e_6,\ e_2e_3e_4,\ e_3e_4e_5e_6,\ e_1e_2e_3e_6,\ e_1e_2e_4e_5\}$$

에서 $H^o_3, H^{e_1}_3, H^{e_2}_3, H^{e_3}_3, H^{e_4}_3, H^{e_5}_3, H^{e_6}_3$를 各各 求하면

$$H^o_3=\{e_1e_3e_5,\ e_1e_4e_6,\ e_2e_5e_6,\ e_2e_3e_4\}$$
$$H^{e_1}_3=\{e_2e_3e_6,\ e_2e_4e_5\},\ H^{e_2}_3=\{e_1e_3e_6,\ e_1e_4e_5\}$$
$$H^{e_3}_3=\{e_4e_5e_6,\ e_1e_2e_6\},\ H^{e_4}_3=\{e_3e_5e_6,\ e_1e_2e_5\}$$
$$H^{e_5}_3=\}e_3e_4e_6,\ e_1e_2e_4\},\ H^{e_6}_3=\{e_3e_4e_5,\ e_4e_2e_3\}$$

따라서 T^*는

$$T^*=\sum_i H^{ei}_3\cup H^o_3$$
$$=\{e_4e_5e_6,\ e_3e_4e_6,\ e_2e_5e_6,\ e_2e_3e_6,\ e_1e_4e_6,\ e_1e_3e_6,\ e_1e_2e_6, e_1e_2e_4, e_3e_5e_6, e_3e_4e_5,\ e_2e_4e_5,\ e_2e_3e_4,\ e_1e_4e_5,\ e_1e_3e_5,\ e_1e_2e_5,\ e_1e_2e_3\}$$

V. 結　　論

주어진 그래프 G의 樹木과 補木을 生成하는 새로운 具體的 方法을 試圖했으며 또한 다른 方法들과의 操作에 따르는 効率性을 實際計算을 通해서 比較檢討하였다.

短絡과 開放操作에 따른 樹木, 補木等式에 依한 生成法은 그 操作의 手續이 매우 번거롭고 또한 S.L. Hakimi와 D.G. Green이 發表한 그래프의 分解와 偏微分演算子를 利用한 方法은 주어진 回路網의 그래프를 어떻게 分解하느냐에 따라서 計算이 混雜 또는 縮約될 수 있으나 實際的인 큰 回路網에 있어서는 그래프의 分解自體가 問題가 된다. 또한 앞절에서 提示한바 있는 Wai-kai Chen과 Shen-kim Mark가 發表한 閉路, 切斷集

合, 初等木變換과 距離를 利用한 生成法은 비록 代數的關係에서는 重要하다고 할 수 있으나 實際 問題解析에 있어서는 閉路나 切斷集合의 個數가 커짐으로 偏微分演算과 環和 ⊕演算을 일일이 計算한다는 自體가 容易하지는 않다. 이들 方法에 比해서 試圖된 새로운 方法은 原그래프 G에서 0에 位相合同類 또는 0에 雙對位相合同類만이 求하면 다음 計算段階에서는 原그래프에 다시 되돌아갈 必要가 없이 順次的으로 具體的인 樹木과 補木이 算出된다는 點에서 매우 効率的이며 理論面에서나 電子計算機에 依存되는 計算의 경우에서도 다른 方法에 比해 매우 有効하다고 生覺된다. 이方法이 비록 無向 그래프에 對해서 誘導되었으나 作用素子나 變壓器等을 包含하는 回路網 즉 有向그래프에 對해서도 充分히 活用될 수 있다.

參 考 文 獻

1. P.V. O'Neil and P. Slepian, "The number of trees in a network", IEEE. Trans. Circuit Theory, Vol. CT-13, No. 4, PP. 271-281, September 1966.
2. S.L. Hakimi and D.G. Green, "Generation and Realization of Trees and K-Trees", IEEE. Trans. Circuit Theory, Vol. CT-11. PP. 247-255. June 1964.
3. Wai-kai Chen, "Computer generation of Trees and Co-Trees in a Cascade of Multi-terminal Networks", IEEE. Trans. Circuit Theory, Vol. CT-16, No. 4, PP. 518-526, November 1969.
4. Wai-kai Chen and Shew-kin Mark, "On the Algebraic Relationships of Trees, Co-trees, Circuits, and Cutsets of a graph", IEEE. Trans. Circuit Theory, Vol. CT-16, No. 2, PP. 176-184, May 1969.
5. Edwin H. Spanier, "Algebraic Topology", TATA, McGraw-hill Pub. Comp. LTD. 1966.
6. Frank Harary, "Graph Theory", Addison-Wesley Pub. Company, Inc. 1971.
7. Kim & Meadows, "Modern Network Analysis", John Wiley & Sons, Inc. 1971.
8. 小野寺力男, 大類活, "最新電氣回路計算法", 日刊工業新聞社, 1958.