

# 多素線 Biconical Antenna의 特性임피던스

## Study on the Characteristic Impedance of Biconical Antenna Consisting of 4m Conical Wires

朴 樞 基\*·李 斗 秀\*\*  
(Park, Choung Kee and Lee, Doo Soo)

### 要 約

全方向性을 가지는 多素線으로 만들어진 Biconical Antenna의 特性 임피던스式을 해석적으로 구하고, 이式에 의하여 素線數의 變化가 特性 임피던스에 미치는 영향을 고찰하였다. 이式은 매우 복잡한 형태를 하고 있으나 頂角이  $40^\circ$ 보다 작다고 하였을 때 얻어지는 近似式은 매우 간단해지며 이것이 바로 Shelkunoff의 式과 一致함을 볼 수 있었다. 그러나 上記 嚴密式과 近似式에 의한 特性 임피던스의 電子計算值를 비교 분석한 결과 頂角이  $70^\circ$  이하인 범위에서는兩者的 差가 別로 크지 않았으므로 頂角이  $70^\circ$ 보다 작은 범위에서는 上記의 近似式을 適用할 수 있는 것으로 생각한다.

### Abstract

The characteristic impedance of a biconical antenna which is the conical cage consisting of 4m conical wires is obtained analytically under some assumption. The effect of the number of the elements on the characteristic impedance is observed according to the equation of the characteristic impedance derived in this paper. The equation is not convenient for practical use. However, a compact form of the equation is obtained by assuming that the apexangle is not very large. The numerical solution of this approximate equation is found to show errors no more than 2% over a wide range of the apex angle  $\phi$ .

### 1. 序論

Solid cone으로 만들어진 biconical antenna에 의해서 放射되는 電磁界와 그 안테나의 特性임피던스에 관한 解析은 여러 참고문헌<sup>1), 2)</sup>에서 잘 다루어져 있다. 이러한 biconical antenna에서 放射되는 電磁界가 Principal Mode인 TEM만으로 된다고 하면 안테나의 特性임피던스  $K$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$K = \frac{\eta}{\pi} l_n \cot \frac{\phi}{2}^{(1)} \quad (1)$$

$$\text{단 } \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

여기에서  $\phi$ 는 圓錐의 頂角이다.

그런데 안테나의 길이가 길어지거나 頂角이 커지면

\* 正會員, 高麗大學校 電子工學科  
Dept of Electronic Engineering, Korea University

\*\* 正會員, 全北大學校 電子工學科  
Dept of Electronic Engineering, Chonpuk University  
接受日字: 1974年 3月 27日

solid cone으로 안테나를 만들어 사용하는 것은 여리 가지로 어려운 점이 많이 있다. 따라서 biconical antenna 또는 inverted discone antenna를 제작하여 사용하는 경우에는 그림 1과 같이 가는 conical elements를 圓錐形으로 배치하여 제작한다.

Schelkunoff는 그림 1과 같은 conical cage와 동일한 특성을 가지는 solid cone으로 된 안테나의 頂角을  $\phi_{eff}$ 라 하여 conical cage의 各變數와  $\phi_{eff}$ 와의 관계에 대한 結果式만을 나타낸 바 있으나,<sup>3)</sup> 이式은  $\phi$ 가 작은 경우에 대한 근사식으로 쓰이고 있다.

본 연구에서는 conical cage를 이루고 있는 各 素線에서 방사되는 電磁界가 Principal Mode인 TEM만으로 되고, 重疊의 原理가 성립한다고 가정하여 그림 1과 같은 biconical antenna의 特性임피던스의 式을 解析的으로 유도하고 안테나의 素線數의 變화에 따른 特性임피던스의 變화를 관찰하였다. 아울러 여기에서 유-

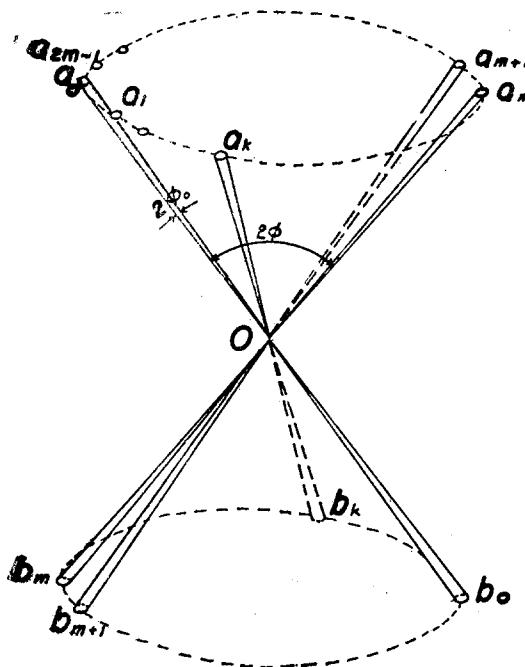


그림 1. Biconical Antenna의 구조  
Fig. 1. structure of biconical antenna

도한 특성임피던스의 式에서 頂角이 작다고 가정하여 같은 式과 Schelkunoff의 式과를 비교 검토하였다.

## 2. 幾何學的인 概念

그림 1과 같이 頂角이  $\phi_0$ 인  $2m$ 개의 symmetrical biconical wires를 頂角이  $\phi$  ( $\phi \gg \phi_0$ )인 symmetrical biconical surface에 같은 간격으로 배치하여 만든 biconical antenna를 頂點  $O$ 에서 給電할 때, 이 안테

나의 特性임피던스를  $K_r$ 라 한다. 邊의 상 頂點의 上側에 있는 素線을  $a_0, a_1, \dots, a_m, \dots, a_{2m-1}$ 이라 부르고, 下側에 있는 素線을  $b_0, b_1, \dots, b_m, \dots, b_{2m-1}$ 이라 부른다.

素線  $a_0$ 와 素線  $b_m$ 을 基準素線으로 定하고 이들과 다른 素線들 사이의 角을 계산하기 위하여 그림 2와 같이 座標軸을 定한다.

즉 biconical surface의 軸과 Z軸이 一致하고,  $a_0$ 와  $b_m$ 이 XZ-平面上에 存在하도록 座標軸을 定한다. 다시 말하면 0번의 biconical wire의 軸과  $m$ 번째의 biconical wire의 軸으로決定되는 平面(이 平面을 “平面  $a_0 \times b_m$ ”이라 부른다.) 이 XZ-平面이 된다.

그림 2에서 原點  $O$ 에서 거리가  $r$ 이 되는 conical elements의 軸上에 있는 點들을 각각  $A_0, A_1, \dots, A_{2m-1}, B_0, B_1, \dots, B_{2m-1}$ 이라 한다(그림에는  $A_0, B_m, A_k$ 만 나타나 있음).

原點에서 素線上의 各點에 이르는 線分을 Vector로 쓰면

$$\begin{aligned}\vec{OA}_0 &= \vec{i} \cdot r \sin \phi + \vec{k} \cdot r \cos \phi \\ \vec{OB}_m &= \vec{i} \cdot r \sin \phi - \vec{k} \cdot r \cos \phi \\ \vec{OA}_k &= \vec{i} \cdot r \sin \phi \cdot \cos \frac{k\pi}{m} + \vec{j} \cdot r \sin \phi \cdot \sin \frac{k\pi}{m} \\ &\quad + \vec{k} \cdot r \cos \phi\end{aligned}\quad (4)$$

$k$ 번째의 素線  $a_k$ 와 基準 素線  $a_0, b_m$  사이의 角을 각각  $\alpha_k, \beta_k$ 라 하면

$$\begin{aligned}\cos \alpha_k &= \frac{\vec{OA}_0 \cdot \vec{OA}_k}{|\vec{OA}_0| \cdot |\vec{OA}_k|} \\ &= \sin^2 \phi \cdot \cos \frac{k\pi}{m} + \cos^2 \phi \\ \cos \beta_k &= \frac{\vec{OA}_k \cdot \vec{OB}_m}{|\vec{OA}_k| \cdot |\vec{OB}_m|} \\ &= \sin^2 \phi \cdot \cos \frac{k\pi}{m} - \cos^2 \phi\end{aligned}\quad (5)$$

## 3. 特性 임피던스의 定義

그림 1에서 上部에 있는 素線은 모두 頂點  $O$ 에서 給電되므로 頂點  $O$ 에서 等距離에 있는 各 素線上의 點들(예를 들면 그림 2에서  $A_0, A_k$ )은 同一한 電位에 있으며, 下部의 各 素線에서도 等距離에 있는 點들은 모두 等電位이다. 따라서 頂點에서  $r$ 만큼 떨어진, 上部에 있는 任意의 素線  $a_i$ 上의 點  $A_i$ 와, 같은 距離에 있고 任意의 下部 素線  $b_j$ 上에 있는 點  $B_j$  사이의 電位差는 一定하다. 따라서 等距離에 있는 上·下部 素線上의 두 點사이의 電位差를 구하는데, 實體적으로  $A_0$ 와  $B_m$  사이의 電位差를 구한다.

$a_0$ 의 軸과  $b_m$ 의 軸으로決定되는 平面  $a_0 \times b_m$ 을 XZ-平面上에서 Z-軸으로 부터  $\theta$  [rad] 만큼 기울어진 點를  $P(\gamma, \theta)$ 라 할 때, 點  $P$ 의 電界의 세기  $E$ 를 알 수 있으면 點  $A_0$ 와 點  $B_m$  사이의 電位差는

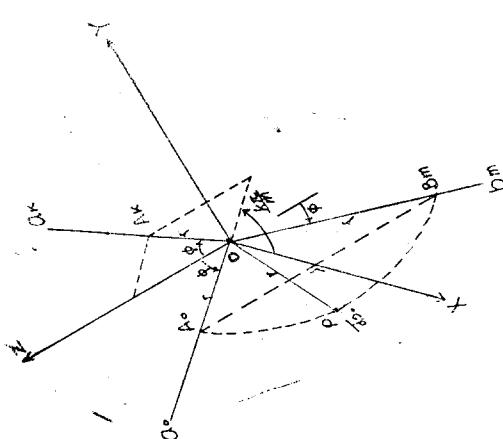


그림 2. 한 素線에 의해 발생되는 電界  
Fig. 2. electric field produced by diverging wire

$$V_{A_0 B_m} = \int_{A_0 - B_m} \vec{E} \cdot \vec{dS}_0 \quad (6)$$

한 쌍의 biconical element  $a_k$ 와  $b_k$ 에 의해서 점  $P$ 에 발생하는 磁界  $H$ 는  $\phi_k$ 方向의 成分만 존재하고, 이成分을  $H_{\phi k}$ 라 쓰면

$$H_{\phi k} = -\frac{1}{2m} \frac{I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r \sin \theta_k} \quad (7)$$

이 식에서  $\theta_k$ 와  $\phi_k$ 는 素線  $a_k$ 의 軸을 基準으로 하였을 때 점  $P$ 의 位置의 角을 나타낸다(그림 3 참조). 또 分子의 項은 素線  $a_k$ 에 흐르는 電流로서 頂點  $O$ 에 供給되는 電流  $I_0$ 가 等分된 量이다.

磁界가  $H_{\phi k}$ 만 存在하므로  $k$ 번째의 biconical element ( $a_k$ 와  $b_k$ )에 의해서 점  $P$ 에 발생되는 電界는  $\theta_k$  方向의 成分만 存在하고, 크기를  $E_k$ 라 하면

$$\begin{aligned} \vec{E}_k &= \bar{a}_{\theta k} \cdot E_{\theta k} \\ &= \bar{a}_{\theta k} \cdot \eta H_{\phi k} \\ &= \bar{a}_{\theta k} \cdot \frac{\eta \cdot I_0 e^{-j\beta r}}{4m\pi r \sin \theta_k} \end{aligned} \quad (8)$$

여기에서  $\bar{a}_{\theta k}$ 는 素線  $a_k$ 의 軸에서 점  $P$ 로 向하는 角  $\theta_k$ 가 증가하는 방향의 벡터이다.

따라서  $2m$  個의 biconical elements에 의해서 점  $P$ 에 발생되는 電界의 세기는 中 접의 정리에 의해서

$$\begin{aligned} E &= \sum_{k=0}^{2m-1} \cdot \vec{E}_k \\ &= \sum_{k=0}^{2m-1} \cdot \bar{a}_{\theta k} \cdot \frac{\eta \cdot I_0 e^{-j\beta r}}{4m\pi r \sin \theta_k} \end{aligned} \quad (9)$$

式(6)과 式(9)로 부터 點  $A_0$ 와 點  $B_m$  사이의 電位差는

$$\begin{aligned} V_{A_0 B_m} &= \int_{A_0 - B_m} \vec{E} \cdot \vec{dS}_0 \\ &= \int_{A_0 - B_m} \sum_{k=0}^{2m-1} \bar{a}_{\theta k} \cdot \frac{\eta \cdot I_0 e^{-j\beta r}}{4m\pi r \sin \theta_k} \cdot \vec{dS}_0 \\ &= \left[ \int_{A_0 - B_m} \sum_{k=0}^{2m-1} \cdot -\frac{\eta \cdot \bar{a}_{\theta k} \cdot \vec{dS}_0}{4m\pi r \sin \theta_k} \right] \cdot [I_0 e^{-j\beta r}] \\ &= K \cdot I_0 e^{-j\beta r} \end{aligned} \quad (10)$$

여기에서

$$K = \int_{A_0 - B_m} \sum_{k=0}^{2m-1} \frac{\eta \cdot \bar{a}_{\theta k} \cdot \vec{dS}_0}{4m\pi r \sin \theta_k} \quad (11)$$

로서 特性 임피던스로 定義된다.

#### 4. 特性 임피던스의 計算

式(11)을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} K &= \sum_{k=0}^{2m-1} \int_{A_0 - B_m} \frac{\eta \cdot \bar{a}_{\theta k} \cdot \vec{dS}_0}{4m\pi r \sin \theta_k} \\ &= \frac{\eta}{4m\pi} \left[ \int_{A_0 - B_m} \frac{\bar{a}_{\theta 0} \cdot \vec{dS}_0}{r \sin \theta_0} + \int_{A_0 - B_m} \frac{\bar{a}_{\theta m} \cdot \vec{dS}_0}{r \sin \theta_m} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^{m-1} \int_{A_0 - B_m} \frac{\bar{a}_{\theta k} \cdot \vec{dS}_0}{r \sin \theta_k} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=m+1}^{2m-1} \int_{A_0 - B_m} \frac{\bar{a}_{\theta k} \cdot \vec{dS}_0}{r \sin \theta_k} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)에서 첫째 항과 둘째 항은 0번의 素線과  $m$ 번의 素線에 의해서 염어지는 값인데, 그림 1에서 알 수 있는 바와 같이 이들 두 素線은 모두  $XZ$ -平面 上에 있다. 따라서  $\bar{a}_{\theta 0}$ 와  $\bar{a}_{\theta m}$ 은  $dS_0$ 와 同一한 方向이다.

또한  $k=1$ 에서  $k=m-1$ 까지의 素線과  $k=m+1$ 에서  $k=2m-1$ 까지의 素線은 서로 대칭이므로 式(12)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} K &= \frac{\eta}{4m\pi} \left[ \int_{A_0 - B_m} \frac{dS_0}{r \sin \theta_0} + \int_{A_0 - B_m} \frac{dS_0}{r \sin \theta_m} \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{k=1}^{m-1} \int_{A_0 - B_m} \frac{\bar{a}_{\theta k} \cdot dS_0}{r \sin \theta_k} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)의 첫째 항에서  $dS_0$ 가 點  $A_0$ 에서 點  $B_m$ 까지 变화한다는 것은  $\theta_0$ 가  $\phi_0$ 에서  $\pi - 2\phi - \phi_0$ 까지 变화하는 것과 같고  $dS_0 = r \cdot d\theta_0$  이므로

$$\begin{aligned} \int_{A_0 - B_m} \frac{dS_0}{r \sin \theta_0} &= \int_{\phi_0}^{\pi - 2\phi - \phi_0} \frac{r d\theta_0}{r \sin \theta_0} \\ &= \int_{\phi_0}^{\pi - 2\phi - \phi_0} \frac{d\theta_0}{\sin \theta_0} \\ &= \left[ \ln \tan \frac{\theta_0}{2} \right]_{\phi_0}^{\pi - 2\phi - \phi_0} \\ &= \ln \tan \left( \frac{\pi}{2} - \phi - \frac{\phi_0}{2} \right) - \ln \tan \frac{\phi_0}{2} \\ &= \ln \left[ \cot \left( \phi + \frac{\phi_0}{2} \right) \cdot \cot \frac{\phi_0}{2} \right] \end{aligned}$$

이 식에서  $\phi$ 의 實際범위는  $10^\circ$  이상이고  $\phi_0$ 는  $0.03^\circ$ 이 하 이므로  $\phi + \frac{\phi_0}{2} \approx \phi$ 라 하면

$$\int_{A_0 - B_m} \frac{dS_0}{r \sin \theta_0} = \ln \left[ \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2} \right] \quad (14)$$

같은 이유에서 두번째 항에서는  $\theta_m$ 은  $2\phi + \phi_0$ 에서  $\pi - \phi_0$ 까지 变화하고  $dS_0 = r \cdot d\theta_m$  이므로

$$\begin{aligned} \int_{A_0 - B_m} \frac{dS_0}{r \sin \theta_m} &= \int_{2\phi + \phi_0}^{\pi - \phi_0} \frac{d\theta_m}{\sin \theta_m} \\ &= \left[ \ln \tan \frac{\theta_m}{2} \right]_{2\phi + \phi_0}^{\pi - \phi_0} \\ &= \ln \tan \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\phi_0}{2} \right) - \ln \tan \left( \phi + \frac{\phi_0}{2} \right) \\ &= \ln \cot \frac{\phi_0}{2} + \ln \cot \left( \phi + \frac{\phi_0}{2} \right) \\ &= \ln \left[ \cot \frac{\phi_0}{2} \cdot \cot \left( \phi + \frac{\phi_0}{2} \right) \right] \\ &\approx \ln \left[ \cot \frac{\phi_0}{2} \cdot \cot \phi \right] \end{aligned} \quad (15)$$

세번째 항은  $a_k$ 에 의해서  $A_0$ 와  $B_m$  사이에 발생되는 項인데  $\bar{a}_{\theta k}$ 와  $dS_0$ 의 方向이 같지 않으므로 積分하는 것이 쉽지 않다. 그림 3에서와 같이  $a_k$ 와  $b_m$ 으로 決定되는 平面  $a_k \times b_m$ 을 생각하자.

素線  $a_k$ 와 素線  $a_0$  사이의 角  $\alpha_k$ 를 유지하면서  $a_k$ 를 中心軸으로 하여 點  $A_0$ 를 回轉시켜 平面  $a_k \times b_m$  上으로 이동시킨 點을  $A'_0$ 이라 하고, 點  $P$ 를 이동시킨 點

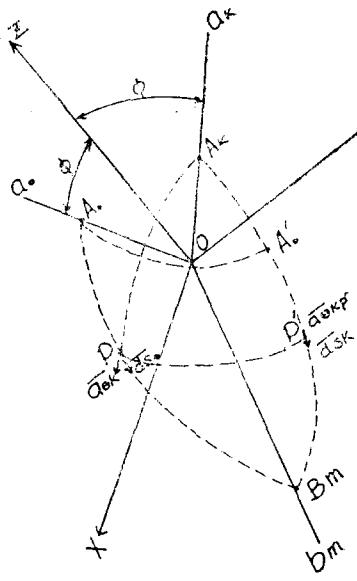


그림 3. 素線間의 電位差

Fig. 3. potential difference between upper and lower elements

을  $P'$ 이라 한다.

이 그림에서

$$|\overrightarrow{OA}_k| = |\overrightarrow{OA}'_k| = |\overrightarrow{OP'}| = |\overrightarrow{OB}_m| = r$$

로서 點  $A_k$ ,  $A'_k$ ,  $P'$  및  $B_m$ 은 모두 同一圓周上에 있으며

$$\angle A_k OP = \angle A_k OP' = \theta_k$$

$$\angle A_k OA_0 = \angle A_k OA'_0 = \alpha_k$$

$$\angle A_k OB_m = \beta_k$$

이다.

素線  $a_k$ 를 中心軸으로 하여 두 點  $A_0$ 와  $A'_0$ 은 同一圓周 上에 있으므로 等電位點이고, 두 點  $P$ 와  $P'$ 도 同一圓周 上에 있어서 等電位點이 된다. 따라서 素線  $a_k$ 에 의해서 點  $A_0$ 와 點  $B_m$  사이에 발생되는 電位差는 點  $A'_0$ 과 點  $B_m$  사이의 電位差와 같다. 그러므로 點  $P$ 의 電界로 부터 計算되는 電位差는 點  $P'$ 의 電界로 부터 일어진다.

式(13)의 세번째 項은

$$\int_{A_0-B_m} \frac{\bar{a}_{\theta_k} \cdot d\bar{S}_0}{r \sin \theta_k} = \int_{A'_0-B_m} \frac{\bar{a}_{\theta_k} \cdot d\bar{S}_k}{r \sin \theta_k} \quad (16)$$

素線  $a_k$ 와  $b_m$ 과 點  $P'$ 은 모두 平面  $a_k \times b_m$  上에 있으므로  $\bar{a}_{\theta_k}$ 와  $d\bar{S}_k$ 는 同一方向이고,  $d\bar{S}_k$ 가 點  $A'_0$ 에서 點  $B_m$ 까지 變化하는 것은 角  $\theta_k$ 가  $\alpha_k$ 에서  $\beta_k$ 까지 變化하는 것과 같으며,  $d\bar{S}_k = r \cdot d\theta_k$  이므로 式(16)을

다시 쓰면

$$\int_{A_0-B_m} \frac{\bar{a}_{\theta_k} \cdot d\bar{S}_0}{r \sin \theta_k} = \int_{\alpha_k}^{\beta_k} \frac{r \cdot d\theta_k}{r \sin \theta_k}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[ \ln \tan \frac{\theta_k}{2} \right]_{\alpha_k}^{\beta_k} \\
 &= \ln \tan \frac{\beta_k}{2} - \ln \tan \frac{\alpha_k}{2} \\
 &= \ln \tan \frac{\beta_k}{2} \cdot \cot \frac{\alpha_k}{2} \\
 &= \ln \sqrt{\frac{1-\cos \beta_k}{1+\cos \beta_k}} \cdot \frac{1+\cos \alpha_k}{1-\cos \alpha_k}
 \end{aligned} \tag{17}$$

式(5)로 부터

$$\begin{aligned}
 1 - \cos \beta_k &= 1 - \sin^2 \phi \cdot \cos \frac{k\pi}{m} - \cos^2 \phi \\
 &= 2\cos^2 \phi + \left( 1 - \cos \frac{k\pi}{m} \right) \cdot \sin^2 \phi \\
 1 + \cos \beta_k &= 1 + \sin^2 \phi \cdot \cos \frac{k\pi}{m} - \cos^2 \phi \\
 &= \left( 1 + \cos \frac{k\pi}{m} \right) \cdot \sin^2 \phi \\
 1 - \cos \alpha_k &= 1 - \sin^2 \phi \cdot \cos \frac{k\pi}{m} - \cos^2 \phi \\
 &= \left( 1 - \cos \frac{k\pi}{m} \right) \cdot \sin^2 \phi \\
 1 + \cos \alpha_k &= 1 + \sin^2 \phi \cdot \cos \frac{k\pi}{m} + \cos^2 \phi \\
 &= 2\cos^2 \phi + \left( 1 + \cos \frac{k\pi}{m} \right) \cdot \sin^2 \phi
 \end{aligned} \tag{18}$$

式(18)을 式(17)에 代入하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &\int_{A_0-B_m} \frac{\bar{a}_{\theta_k} \cdot d\bar{S}_0}{r \sin \theta_k} \\
 &= \frac{1}{2} \ln \frac{\left[ 2\cos^2 \phi + \left( 1 - \cos \frac{k\pi}{m} \right) \sin^2 \phi \right]}{\left( 1 + \cos \frac{k\pi}{m} \right) \sin^2 \phi} \\
 &\quad \cdot \frac{\left[ 2\cos^2 \phi + \left( 1 + \cos \frac{k\pi}{m} \right) \sin^2 \phi \right]}{\left( 1 - \cos \frac{k\pi}{m} \right) \sin^2 \phi} \\
 &= \frac{1}{2} \ln \frac{4\cos^4 \phi + 4\cos^2 \phi \cdot \sin^2 \phi + \left( 1 - \cos^2 \frac{k\pi}{m} \right) \sin^4 \phi}{\left( 1 - \cos^2 \frac{k\pi}{m} \right) \sin^4 \phi} \\
 &= \frac{1}{2} \ln \left( 4\cot^4 \phi + 4\cot^2 \phi + \sin^2 \frac{k\pi}{m} \right) + \ln \frac{1}{\sin \frac{k\pi}{m}}
 \end{aligned} \tag{19}$$

式(13), (14), (15)와 式(19)로 並べ

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{\eta}{4m\pi} \left[ 2\ln \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2} + 2 \sum_{k=1}^{m-1} \ln \frac{1}{\sin \frac{k\pi}{m}} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{k=1}^{m-1} \ln \left[ 4\cot^4 \phi + 4\cot^2 \phi + \sin^2 \frac{k\pi}{m} \right] \right] \\
 &= \frac{\eta}{2m\pi} \left[ \ln \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2} + \sum_{k=1}^{m-1} \ln \frac{1}{\sin \frac{k\pi}{m}} \right]
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{m-1} \ln \left( 4 \cot^4 \phi + 4 \cot^2 \phi + \sin^2 \frac{k\pi}{m} \right) \quad (20)$$

式(20)의 두번째 항을 끌어 쓰면

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m-1} \ln \frac{1}{\sin \frac{k\pi}{m}} &= - \sum_{k=1}^{m-1} \ln \sin \frac{k\pi}{m} \\ &= - \left[ \ln \sin \frac{\pi}{m} + \ln \sin \frac{2\pi}{m} + \cdots + \ln \sin \frac{(m-1)\pi}{m} \right] \\ &= - \ln \left( \sin \frac{\pi}{m} \cdot \sin \frac{2\pi}{m} \cdot \cdots \cdot \sin \frac{(m-1)\pi}{m} \right) \\ &= - \ln \left[ \prod_{k=1}^{m-1} \sin \frac{k\pi}{m} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

式(21)에서 正弦函數의 argument가 특수한 값이 되는 경우 즉  $m=2, 3, 4, 6, 12$  등의 경우에는

$$\prod_{k=1}^{m-1} \sin \frac{k\pi}{m} = -\frac{2^m}{2^m} \quad (22)$$

가 성립함을 쉽게 알 수 있다. 그러나  $m$ 의 값에 따라 正弦函數의 값이 無理數인 경우도 있으므로 式(22)의 일반적인 증명은 간단하지 않다. computer에 의해서  $m=4$ 에서  $m=100$ 까지 數值計算하여 본 결과에 의하면 式(22)의兩邊의 값이 一致함을 쉽게 알 수 있다.

式(21)과 式(22)로 부터

$$\sum_{k=1}^{m-1} \ln \frac{1}{\sin \frac{k\pi}{m}} = \ln \frac{2^m}{2^m} \quad (23)$$

式(23)을 式(20)에 대입하면

$$\begin{aligned} K &= \frac{\eta}{2m\pi} \cdot \left[ \ln \frac{2^m \cdot \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2}}{2^m} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{m-1} \ln \left( 4 \cot^4 \phi + 4 \cot^2 \phi + \sin^2 \frac{k\pi}{m} \right) \right] \end{aligned} \quad (24)$$

式(24)의 두번째 항에서  $\phi < 40^\circ$ 인 범위에서의 數值計算 결과에 의하면

$$\frac{4 \cot^4 \phi + 4 \cot^2 \phi}{10} > \sin^2 \frac{k\pi}{m}$$

이므로 正弦函數値를 무시하면

$$\begin{aligned} \ln \left[ 4 \cot^4 \phi + 4 \cot^2 \phi + \sin^2 \frac{k\pi}{m} \right] &\approx \ln [4 \cot^4 \phi + 4 \cot^2 \phi] \\ &= \ln [4 \cot^2 \phi (\cot^2 \phi + 1)] \\ &= \ln \frac{4 \cot^2 \phi}{\sin^2 \phi} \\ &= 2 \ln \frac{2 \cot \phi}{\sin \phi} \end{aligned} \quad (25)$$

式(25)를 式(24)에 넣으면

$$\begin{aligned} K &= \frac{\eta}{2m\pi} \left[ \ln \frac{2^m \cdot \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2}}{2^m} + \sum_{k=1}^{m-1} \ln \frac{2 \cot \phi}{\sin \phi} \right] \\ &= \frac{\eta}{2m\pi} \left[ \ln \frac{2^m \cdot \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2}}{2^m} + (m-1) \ln \frac{2 \cot \phi}{\sin \phi} \right] \\ &\quad - \frac{\eta}{2m\pi} \ln \frac{2^{2m-1} \cdot \cot^m \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2}}{2^m \cdot \sin^{m-1} \phi} \end{aligned}$$

$$= \frac{\eta}{2m\pi} \ln \left( \frac{\sin \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2}}{4m} \left( 2 \sqrt{\frac{\cot \phi}{\sin \phi}} \right)^{2m} \right) \quad (26)$$

지금까지 안테나가 對稱을 이루게 하여 계산을 쉽게 할 수 있도록 안테나의 素線數를 2m倍하 하였으나,  $n$ 이 짝수만을 가진다면 式(26)은

$$K = \frac{\eta}{n\pi} \ln \left( \frac{\sin \phi \cot \frac{\phi_0}{2}}{2n} \left( 2 \sqrt{\frac{\cot \phi}{\sin \phi}} \right)^n \right) \quad (27)$$

한편 그림 1과 동일한 특성을 가지는 solid cone으로 만들어지는 biconical antenna의 頂角을  $\phi_{eff}$ 라 하면 式(1)에 따라 特性임피던스는

$$K = \frac{\eta}{\pi} \ln \cot \frac{\phi_{eff}}{2} \quad (28)$$

이므로 이 式과 式(27)은 같은 값이므로 두 式으로 부터

$$\tan \frac{\phi_{eff}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\tan \phi \cdot \sin \phi} \left( \frac{2 \tan \frac{\phi}{2}}{\sin \phi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

### 5. $\phi$ 에 관한 近似式의 計算

式(24)의 두번째 항인 對數函數의 argument에서  $\phi$ 가 더 작은 경우에는

$$\begin{aligned} 4 \cot^4 \phi + 4 \cot^2 \phi &= 4 \cot^2 \phi (\cot^2 \phi + 1) \\ &= 4 \left( \frac{1 - \tan^2 \frac{\phi}{2}}{2 \tan \frac{\phi}{2}} \right)^2 \cdot \left[ \left( \frac{1 - \tan^2 \frac{\phi}{2}}{2 \tan \frac{\phi}{2}} \right)^2 + 1 \right] \\ &= 4 \frac{\left( 1 - \tan^2 \frac{\phi}{2} \right)^2}{4 \tan^2 \frac{\phi}{2}} \cdot \frac{\left( 1 - \tan^2 \frac{\phi}{2} \right)^2 + 4 \tan^2 \frac{\phi}{2}}{4 \tan^2 \frac{\phi}{2}} \\ &= \frac{\left( 1 - \tan^2 \frac{\phi}{2} \right)^2 + \left( 1 + \tan^2 \frac{\phi}{2} \right)^2}{4 \tan^4 \frac{\phi}{2}} \\ &= \frac{1}{4} \cot^4 \frac{\phi}{2} \left( 1 - \tan^4 \frac{\phi}{2} \right)^2 \\ &\doteq \frac{1}{4} \cot^4 \frac{\phi}{2} \end{aligned} \quad (30)$$

이 다. 式(30)을 式(24)에 넣으면

$$\begin{aligned} K &= \frac{\eta}{2m\pi} \left[ \ln \frac{2^m \cdot \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2}}{2^m} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{m-1} \ln \frac{\cot^4 \frac{\phi}{2}}{4} \right] \\ &= \frac{\eta}{2m\pi} \left[ \ln \frac{2^m \cdot \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2}}{2^m} + \sum_{k=1}^{m-1} \ln \frac{\cot^2 \frac{\phi}{2}}{2} \right] \\ &= \frac{\eta}{2m\pi} \left[ \ln \frac{2^m \cdot \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2}}{2^m} + (m-1) \ln \frac{\cot^2 \frac{\phi}{2}}{2} \right] \\ &= \frac{\eta}{2m\pi} \left[ \ln \frac{2^m \cdot \cot \phi \cdot \cot \frac{\phi_0}{2}}{2^m} \cdot \frac{\cot^{2m-2} \frac{\phi}{2}}{2^{m-1}} \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{\eta}{2m\pi} \ln \frac{\cot\phi \cdot \cot\frac{\phi_0}{2} \cdot \cot^{2m-1}\frac{\phi}{2}}{m} \quad (31)$$

$\phi$ 가 작다고 하였으므로

$$\begin{aligned} \cot\phi &= \frac{1 - \tan^2\frac{\phi}{2}}{2\tan\frac{\phi}{2}} \\ &= \frac{1}{2\tan\frac{\phi}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \cot\frac{\phi}{2} \end{aligned} \quad (32)$$

式(32)를 式(31)에 넣으면

$$K = \frac{\eta}{2m\pi} \ln \frac{\cot^{2m-1}\frac{\phi}{2} \cdot \cot\frac{\phi_0}{2}}{2m} \quad (33)$$

같은 이유로  $2m$ 을  $n$ 으로 바꾸어 쓰면

$$K = \frac{\eta}{n\pi} \ln \frac{\cot^{n-1}\frac{\phi}{2} \cdot \cot\frac{\phi_0}{2}}{n} \quad (34)$$

마찬가지로 solid cone의 等價角을  $\phi_{eff}$ 라 하면 式(34)로 부터

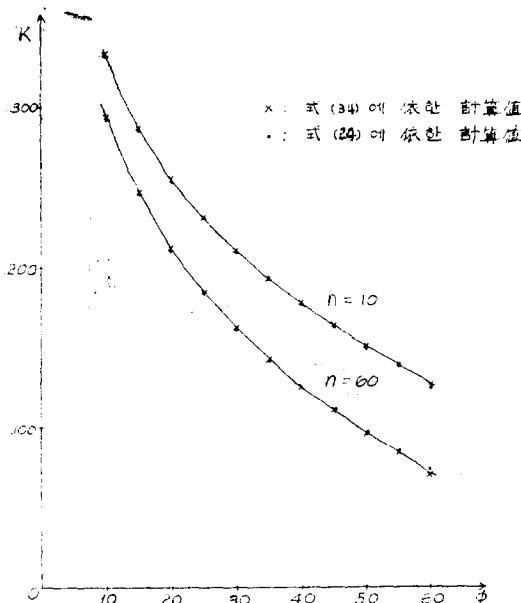


그림 4. 頂角  $\phi$ 에 따른 特性 Impedance의 比較

Fig. 4. curves representing the effect of apex angle on characteristic impedance

$$\tan\frac{\phi_{eff}}{2} = \left(\tan\frac{\phi}{2}\right) \cdot \left(\frac{n \cdot \tan\frac{\phi_0}{2}}{\tan\frac{\phi}{2}}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (35)$$

를 얻는다. 또한 앞 節의 結果式에서  $\phi$ 가 작다고 가정함으로써 式(34)나 式(35)를 얻을 수 있다.

이와 같이 頂角  $\phi$ 가 작다고 가정하여 얻은 式이므로 이 式의 精度를 알기 위하여 앞 節의 結果式과 式(34)에 따라 特性Impedance를 컴퓨터에 의해 계산한 결과를 그림 4에 나타내었다. 또한 頂角  $\phi$ 가 일정할 때 안테나의 素線數의 변화가 特性Impedance에 미치는 영향

을 그림 5에 나타내었다.

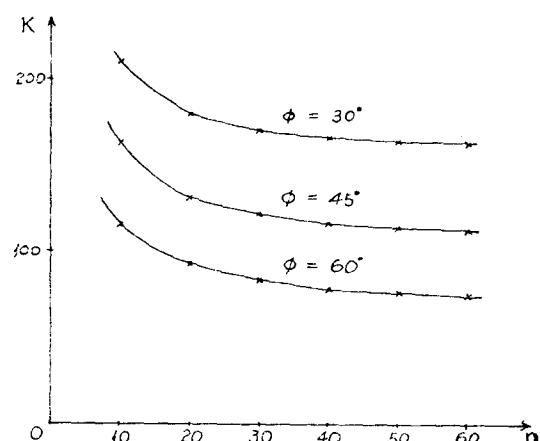


그림 5. Elements 數에 따른 特性 Impedance의 变化  
Fig. 5. curves representing the effect of numbers of elements on the characteristic impedance

## 6. 結論

그림 1과 같은 conical cage에서 頂角  $\phi$ 가 작다고 가정하여 얻은 結果式이지만 그림 4에서 알 수 있듯이 두 結果式([式(24)와 式(34)])의 差異는 극히 적다.  $\phi=60^\circ$ 까지 컴퓨터에 의해서 特性Impedance를 계산하여 본 결과,  $\phi$ 의 全域에 걸쳐 두 式의 誤差는 2%를 넘지 않음을 알 수 있다. 따라서 頂角  $\phi$ 의 모든 영역에 걸쳐 위에서 얻은 結果式들을 분명히 實用化할 수 있다. 또 그림 5에 따르면, 안테나의 素線數가 적은 범위에서는 素線數의 变化에 따라 特性Impedance의 变化가 크다. 전체적으로 볼 때 안테나의 素線數가 30個까지 증가하는 동안에는 特性Impedance는 크게 감소하지만, 素線數를 그 이상 증가시켜도 特性Impedance는 크게 변화하지 않는다. 즉 안테나의 素線의 數를 30個에서 더 증가시켜도 特性Impedance의 크기에는 큰 영향이 미치지 않는다.

## 参考文獻

1. S.A. Schelkunoff: Electromagnetic Waves Chapter 8,11, D. Van Nostrand Company Inc., 1943.
2. E.C. Jordan and K.G. Balmain: Electromagnetic Waves and Radiating Systems. Chapter 11, Prentice-Hall Inc. 1968.
3. S.A. Schelkunoff and H.T. Friis: Antenna Theory and Practice, Chapter 4, John Wiley and Sons, 1952.
4. S.A. Schelkunoff: Electromagnetic Fields Chapter 5, Blaisdell Publishing Company. 1963.