

磁心코일의 Q의 周波數特性을 考慮한 回路의 最適化設計

(Optimal Circuit Design Taking into Account the Frequency Dependence of Coil's Q)

朴 松 培*

(Park, Song Bai)

要 約

磁心코일을 포함한 回路를 精確하게 설계하는데 있어서 늘 골치거리가 되는 것은 실제의 코일의 Q가 주파수에 따라 변하는 사실을 어떻게 처리할 것인가 하는 것이다. 磁心損失 자체가 주파수에 따라 복잡하게 변하기 때문에 一定한 直列抵抗, 並列커패시턴스를 附加한 從來의 등가회로는 이 경우 거의 有用성을 상실한다.

本論文에서는 우선 주어진 磁心の Q를 인덕턴스와 주파수의 함수로 표시하는 수학적 표시식을 가정하고 그것이 磁心제조업자가 제공하는 또는 실험적으로 얻어지는 data에 가장 잘 들어맞도록 표시식의 係數들을 결정한다. 다음에 회로설계는 最適化方法을 쓰되 그 各 反復段階에서 요구되는 회로의 주파수응답의 精確한 계산을 위해서 얻은 Q의 표시식을 이용하여 수행한다.

換言하면 본 논문에서 제시된 방법은 코일의 Q의 近似的 表示式과 最適化方法을 効果的으로 함께 사용한 것이며 이것으로서 上述한 실제적 코일에 부수된 난문제는 많이 해결되었다고 본다.

最適化方法으로서의 Fletcher-Powell 방법을 이용했으며 한가지 例를 들어 본 논문에서 제시한 방법을 설명하였다.

Abstract

One of the consistent nuisances in accurate design of circuits containing coils with core is how to take into account the frequency dependence of Q of actual coils. The conventional equivalent circuit consisting of an inductance and a series (constant) resistance and possibly a parallel (constant) capacitance is of little use in this situation since the core loss itself is strongly dependent on the frequency.

In order to circumvent this difficulty, in this paper, a mathematical expression for Q of a given core as a function of inductance and frequency is first assumed and parameters in this expression are optimized so as to best fit the data provided by the core manufacturer or obtained experimentally. This expression is then utilized in accurate calculation of the frequency response of a given circuit required in the optimal design of circuits containing coils.

In other words the proposed approach is an effective combination of an approximate expression of coil's Q and circuit optimization technique, which seems to have solved, to a great extent, the stated difficulty associated with actual coils.

As for the optimization technique, the Fletcher-Powell procedure was employed and one example was given to illustrate the proposed approach.

1. 緒 論

낮은 주파수에서 어느 정도의 인덕턴스(L)를 수동

소자로 얻으려면 磁心을 사용할 수 밖에 없는데 실제의 磁心 코일의 Q가 주파수에 따라서 복잡하게 변하기 때문에(그림 2,3 참조) L을 포함한 회로망의 합성에 있어서 이것을 고려에 넣어 해석적으로 취급한다는

* 正會員, 韓國科學院

接受日字: 1974年 10月25日

것은 거의 無望하다. 그래서 아직도 실제에 있어서는 L 을 無損失로 가정하고 이론적으로 설계한 다음 실험적으로 각 素子를 조정하는 방식에 의존하고 있는 것이 보통이다.

그런데로 이 문제를 이론적으로 취급하기 위하여 제안된 한 방법에 **predistortion** [1]이라는 것이 있는데 이것은 純터랙티브회로망에서 L 및 C 에 각각 적열, 및 병열저항을 연결하여 그 時定數들을 모두 같게 δ 로 하면 회로망함수의 極, 零點들이 모두 複素周波數平面上에서 δ 만큼 左側으로 이동하게 되어 이론적 취급이 용이해진다는데 착안한 것이다. 이 방법이 이론적으로는 흥미 있으나 실용되고 있지 않는 이유는 L, C 에 저항을 첨가해야 하므로 소자의 수가 증가 할 뿐 아니라 挿入損失이 불필요하게 증가된다는 단점과 또 코일의 손실의 파수특성이 전혀 무시되어 있다는 점에 있다.

또 한가지 제안된 방법은 무손실 L, C 를 가정하고 合成된 회로에 대하여 각 L 및 C 에 실제적인 손실을 대표하는 적열저항 및 병열저항을 첨가한 다음, 각 소자의 Q 를 一定하게 유지한 대로 最適化方法을 써서 L, C 를 反復調整하여 所望의 對答에 가장 가까운 응답을 얻는 방법이다[2]. 여기서도 실제의 코일의 Q 가 L 와 주파수에 따라서 변한다는 사실이 전혀 무시되고 있다.

본 논문의 목적은 이러한 실제적인 문제를 해결하기 위하여 사용하고자 하는 특정된 磁心에 대하여 제조업자가 제공하는 또는 실측에 의하여 얻은 **data**를 기초로 하여 코일의 Q 를 L 및 주파수의 多項式으로 표시하고 그 係數들을 **data**에 가급적 맞도록 결정하는 기초작업을 한 다음, 회로설계는 合成的方法에 의하지 않고(前述한 이유로 이것은 거의 無望하다) 最適化方法을 쓰되 그 각 과정에서 요구되는 회로의 주파수 응답의 정확한 계산을 위해서 얻은 Q 의 표시식을 이용하여 구함으로써 한층 정밀한 회로설계를 수행하자는 데 있다.

最適化方法으로서의 현재 가장 有力하다고 인정되고 있는 Fletcher-Powell의 방법을 사용하였으며, 본 논문에서 제시한 방법을 예로서 低周波通過여파기(L.P.F.)에 적용한 결과, 손실을 무시하고 설계한 결과에 비하여 현저하게 개선된 특성을 얻을 수 있음이 밝혀졌다.

磁心코일의 Q 의 주파수특성과 회로최적화를 병용한 본 방법은 더욱 정밀성이 요구되는 L 을 포함한 회로 설계에 있어서 큰 진전을 주는 것으로 믿는다.

2. 磁心코일의 Q 의 周波數變化와 그 近似的表示式

그림 1, 2는 日本 TDK회사에서 제작되는 代表的 ferrite pot core를 사용한 경우의 코일의 Q 의 주파수 특성을 實測에 의하여 구한 곡선들이다. 여기서 코일선의 직경은 銅損을 가급적 적게 하기 위하여 磁心の 可用空間을 전부 이용하도록 充分히 굵은 것을 택하였다. 이러한 곡선들은 그림 3.과 같은 磁心材料의 損失만으로 解釋이 안되며, 鐵損, 銅損, 表皮作用, 近接效果, 分布容量등이 복잡하게 얽혀서 結果的으로 端子上 나타나는 특성이라고 밖에 볼 수 없다. 그러므로 이런 코일을 그림 4.와 같은 等價回路로 代表할 때 r 을 一定히 한다면 실제와는 크게 어긋나는 결과를 가져온다. 비록 r 가 주파수의 함수로 주어질 경우에도 이것을 그대로 회로함수에 이용한다는 것은 無望한 일인 것 같다.

이러한 디렘버를 타게 하는 가장 직접적이고 아마도 유일한 회로설계 방법은 컴퓨터를 사용한 최적화설계법일 것이고 그 과정에서 요구되는 회로응답의 계산에서 Q 의 주파수특성을 충분히 반영하는 것일 것이다.

이 목적을 위하여 本章에서는 그림 1, 2와 같은 실측 **data**에 잘 맞는 L 와 주파수 (f)의 함수로서의 Q 의 近似式을 구하기로 한다.

이 곡선들로부터 L 을 일정하게 할 때의 Q 對 f 의 곡선, 또 f 를 일정하게 할 때의 Q 對 L 의 곡선들은 모두 매우 平滑하게 변하므로 Q 를 L 와 f 의 多項式으로 표시함으로써 좋은 근사식이 얻어지리라 예측된다. 다만 L 와 f 의 범위가 넓으므로 對數尺度를 이용하는 것이 타당하며 또 Q 가 항상 正이 되는 것을 보장하기 위하여 Q 도 對數尺度로 표시하는 것이 좋을 것이다. 결국 $\log Q$ 를 $\log f$ 와 $\log L$ 의 多項式으로 表示하고자 한다. 多項式的 次數를 높일 수록 더 近似的인 表示式이 얻어지겠지만 여기서는 다음과 같은 式을 가정한다.

$$\begin{aligned} \log Q = & a_1 + a_2(\log L) + a_3(\log L)^2 + [a_4 + a_5(\log L) \\ & + a_6(\log L)^2](\log f) + [a_7 + a_8(\log L) \\ & + a_9(\log L)^2](\log f)^2 + [a_{10} + a_{11}(\log L) \\ & + a_{12}(\log L)^2](\log f)^3 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 계수 $a_i (i=1, 2, \dots, 12)$ 들은 가급적 많은 **data**의 set (L_j, f_j, Q_j) ($j=1, 2, \dots, n$)들을 代入하여 最少自乘法을 이용하여 구한다. 본 연구에서는 그림 1의 ferrite pot core를 대상으로 하여 $20\text{kHz} \leq f \leq 300\text{kHz}$, $0.1\text{mH} \leq L \leq 4\text{mH}$ 의 범위에서 각 범위를 7개로 구분하여 $7 \times 7 = 49$ 개의 格子點에 대한 Q 의 값을 읽은 다음, 內插法에 의하여 格子點의 간격을 半으로 한 점에 대한 Q 의 값을 계산하여 도합 $13 \times 13 = 169$ 개의 **data**點을 취하고 (**data**點을 많이 취할수록 더 정확한 a_i 의 값을 구할 수 있다) 최소자승법으로 다음과 같은 a_i 의

값을 구했다.

$a_1 = 0.12509$	$a_2 = -0.024336$
$a_3 = -0.072088$	$a_4 = 0.31765$
$a_5 = -0.029575$	$a_6 = 0.092646$
$a_7 = 0.60103$	$a_8 = 0.032617$
$a_9 = -0.065686$	$a_{10} = -0.087606$
$a_{11} = -0.004799$	$a_{12} = 0.0080117$

이 계수를 이용하면 數 %의 오차범위내에서 上記 磁心을 사용한 코일의 Q의 값이 계산된다. 제 4장의 예제에서는 위의 계수들을 사용하기로 한다.

3. 回路最適化方法

회로망의 최적화방법에는 여러가지가 있으나[5] 그 중 일반적으로 가장 有力하다고 인정되고 있는 것은 Fletcher와 Powell에 의하여 제안된 일종의 gradient 방법이다[4]. 다음에 이 방법을 설명하기로 한다.

지금 회로망의 조정가능한 n 개의 파라미터는 벡터 $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 로서 표시하고 요망되는 응답과 그때 그때의 回路의 실제의 응답과의 오차를 대표하는 함수를 $P(x)$ 라짓 하자. 회로최적화문제는 결국 \underline{x} 및 $P(x)$ 로서 구성되는 $(n+1)$ 次元空間에서 $P(x)$ 가 가장 빠르게 그 最小點으로 收斂하도록 \underline{x} 를 조직적으로 反復調整해가는 문제에 귀착된다.

最急降下法(steepest descent method)에서는 \underline{x} 의 始發點 \underline{x}^0 에서 $P(x)$ 의 gradient를 구하고 그 反對方向으로 즉 $-\nabla P(x^0)$ 方向으로 $P(x)$ 가 최소화되는 點 \underline{x}^1 까지 進行한 다음 거기서 새로이 $\nabla P(x)$ 를 계산하여 $-\nabla P(x^1)$ 의 方向으로 $P(x)$ 가 최소화되는 點 \underline{x}^2 까지 進行한다. 이것을 反復하여 $P(x)$ 의 局部的最小點(local minimum)을 찾아간다. 이 방법에서는 $-\nabla P(x^{i+1})$ 와 $-\nabla P(x^i)$ 는 서로 直角이 되므로 反復過程의 初期에는 $P(x)$ 가 크게 감소되나 反復過程이 進行함에 따라 \underline{x} 의 경로가 zig-zag 모양으로 되어 最小點에 도달하는데 시간이 걸린다.

한편 Newton의 gradient 方法에서는 i 番제의 反復過程에서의 進行方向을 $-\nabla P(x^i)$ 代身 $-Q^{-1}(x^i) \nabla P(x^i)$ 로 하는데 여기서 Q 는 P 의 Hessian matrix로서 二次偏微分이 필요하다는 결점이 있으나, 대개의 함수가 그 最小點 附近에서는 \underline{x} 의 二次形式에 가까우므로 Newton의 方法은 특히 $P(x)$ 의 最小點 附近에서 收斂性이 強하다.

Fletcher-Powell의 方法은 以上 兩者의 長點을 取한 것으로서 反復過程의 처음에는 gradient 方向으로 進行하다가 각 反復段階에서 그 前의 모든 進行方向과 orthogonal되는 方向으로 進行함으로써 最小點에

가까와 점에 따라 점차로 Newton의 gradient 方法으로 展開되게 하는 方法을 쓴 것이다.

이 구체적으로 말하면 지금 H^i 를 $n \times n$ 의 positive definite matrix라 하자. i 번제의 反復過程에서 다음으로 정의되는 벡터 S^i 를 도입한다.

$$S^i = -H^i \nabla P(x^i) \tag{2}$$

i 번제의 \underline{x}^i 에서 출발하여 S^i 의 方向에 따라 $P(x)$ 의 最小點까지 進行하고 그점을 \underline{x}^{i+1} 라고 한다.

$$\underline{x}^{i+1} = \underline{x}^i + \alpha^i S^i \tag{3}$$

여기서 α^i 는 S^i 方向에 있는 最小點까지의 step size를 의미한다. 지금

$$\begin{aligned} \sigma^i &= \alpha^i S^i \\ \underline{d}^i &= \nabla P(\underline{x}^{i+1}) - \nabla P(x^i) \\ A^i &= \frac{\sigma^i \sigma^{iT}}{\sigma^{iT} \underline{d}^i} \\ B^i &= \frac{H^i \underline{d}^i \underline{d}^{iT} H^i}{\underline{d}^{iT} H^i \underline{d}^i} \\ H^{i+1} &= H^i + A^i - B^i \end{aligned} \tag{4}$$

라 놓자. \underline{x}^{i+1} , H^{i+1} 를 (3), (4)와 같이 정하면 H^{i+1} 도 positive definite가 되고, $P(x)$ 는 계속 감소되고 또 $P(x)$ 가 x 의 二次形式이면(最小點 附近에서는 보통 이런 형식에 가까워진다) H^n 은 Hessian matrix의 逆數가 됨을 증명한 수 있다[4]. 실제로 있어서 다음의 H^0 는 unit matrix를 사용한다.

위의 方法에서 S^i 의 方向에 沿한 $P(x^i)$ 最小點 $\underline{x}^i + \alpha^i S^i$ 를 찾는 문제는 step size α 를 변수로 하는 單一變數의 函數의 最小值를 구하는 문제가 되며 이에 是 黃金分割法, Fibonacci法, quadratic fitting, cubic fitting등 여러가지가 있으나[5], 본 논문에서는 quadratic fitting을 사용하였다. 즉 S^i 方向으로 step size를 증가하면서 $P(x)$ 의 最小點을 찾아갈때 $P(x)$ 가 감소되었다가 다시 증가하는 前後의 3點에 대하여 α 의 함수로서의 $P(\underline{x}^i + \alpha S^i)$ 의 곡선을 二次곡선으로 fitting한다.

回路最適化과정에서는 우선 다음과 같은 것이 주어지야 한다.

- (a) 요망되는 회로응답
- (b) 오차의 표현식
- (c) 회로의 구조와 소자의 초기치
- (d) 反復過程을 終結짓는 criteria

(b)에서는 $\Sigma(\text{오차})^p$ (여기서 p 는 正의 짝수이고 Σ 는 각 주파수 점에 대하여 한다)가 흔히 사용되는데 본 연구에서는 $p=4$ 로 택했다. (c)에 관해서는 無損失 L, C 를 가정하여 合成한 回路의 구조와 소자치를 초기치로서 사용하기로 하였다. (d)에 관해서는 反復

段階의 數를 제한한다든가, 오차가 주어질 값 이하가 된다는가 또는 $P(x)$ 가 局部的最小點에 도달하였다고 인정되는 때에 終結하는 등 여러가지 있으나 본 연구에서는 이 최후의 criteria를 사용하였다.

다음에 反復過程을 요약하면 다음과 같다.

第 1 단계—회로소자의 초기치를 정한다.

第 2 단계—회로의 응답 및 오차의 함수 P 를 계산한다.

第 3 단계— P 가 (d)의 criteria를 만족하는가 살핀다.

만일 만족하면 최적화과정을 종결짓고 아니면

Fletcher-Powell 方法에 의하여 소자치를 조절하여 다시 上記 第 2 단계로 돌아간다.

4. 例 題

한가지 회로의 예를들어 본 논문의 방법을 설명하기로 한다. 어느 경우에서나 간단을 위하여 C 의 손실은 무시하였으나 필요하면 이것도 Q 의 주파수 특성과 똑같은 방법으로 취급할 수 있다. 코일의 Q 의 표시식은 제 2장에서 구한 것을 썼다.

예로 든 회로는 그림 5와 같이 通過域(P.B.)과 減衰域(A.B.)에서 一定한 ripple을 갖는 저주파통과여파기(L.P.F.)이다.

그림 6에서 곡선 (a)는 L, C 에 손실이 없는 경우의 응답이고 곡선 (b)는 식 (1)에 의하여 계산한 코일의 손실을 고려에 넣은 경우이다. 계산은 모두 $R_g = R_L = 1, \xi$ 차단 각 주파수 $\omega_c = 1$ 로 基準化한 경우에 대하여 하였다. 단 코일의 Q 의 값은 실제의 f 와 L 에 대하여 구해야 하므로 여기서는 실제의 값을 $\omega_c' = 2\pi \times 50 \times 10^3, R_g' = R_L' = 600\Omega$ 로 가정하여 인덕턴스 LR_g'/ω_c' 및 주파수 $\omega \times \omega_c'/2\pi$ 에 대한 Q 의 값을 (1)식에 의하여 구하고 코일의 임피던스를

$$\frac{\omega L}{Q}(1+jQ)$$

에 의하여 계산하였다. 단 위에서 ω, L 는 기준화 된 값들이다.

실제적인 코일을 사용할 때 그림 6에서 보다시피 특히 cutoff 부근에서 특성 惡化를 이르기는데 이것을 시정하기 위하여 (1)식과 Fletcher-Powell 方法을 써서 회로소자의 값을 反復修正하기로 하였다.

우선 코일의 손실 때문에 P.B.에서나 A.B.에서 특성이 나빠지는 것은 이질 수 없으므로 처음부터 P.B.에 1dB의 均一한 감쇠, A.B.에서는 40dB이상의 감쇠를 요구하기로 하고, 오차함수를

$$\sum_{i=1}^{10} (A_i - 1.0)^4 + \sum_{i=11}^{15} (A_i - 40.)^4 / 1000.$$

와 같이 정의하였다. 여기서 $i=1, \dots, 10$ 에 대한 A_i 는 P.B.에서 10개의 周波數點(그림 6에서 \times 로 表示된 점)에 대한 감쇠를 dB로 나타낸 것이고 $i=11, \dots, 15$ 에 대한 A_i 는 A.B.에서 가장 작은 감쇠가 예상되는 5개의 주파수 점에 대한 응답이다. 만일 이 감쇠가 40dB 이상이면 이 Σ 에서 除外하였다. 또 A.B.에서의 오차는 그다지 重要하지 않다고 가정하고 weighting factor 1/1000을 도입하였다.

表 1에는 素子の 처음 값과 最適化 後의 값이 주어지고, 表 2에는 각 反復過程에서의 오차가 주어지 있는데 계속 그것이 감소되고 있음을 볼 수 있다. 그림 6에서 곡선 (c)는 최적화의 결과로 얻어진 응답을 나타내는데 P.B.의 전범위에서 1dB에서 ± 0.5 dB 정도의 변동이 있으나 최적화 이전에 비하면 현저하게 개선되었음을 볼 수 있다. A.B.에서는 전범위에서 40dB 이상의 감쇠가 얻어지서 초기의 목표가 달성되고 있음을 볼 수 있다.

5. 結 論

從來 實際의 必要性이 있었으나 어려운 탓으로 未解決問題로 남아 있었던 磁心코일의 Q 의 주파수특성을 고려에 넣은 回路設計를 試圖하였다. 우선 磁心코일의 Q 에 관한 data를 기초로 하여 그것에 잘 들어맞는 L 와 f 의 函數로서의 Q 에 대한 近似的 表示式을 얻어 回路最適設計過程에서 요구되는 回路應答의 보다 正確한 計算에 이를 利用함으로써 精密한 回路設計를 期할 수 있게 되었다. 예로 든 回路의 最適化결과는 本方法의 有力함을 보여주었다.

본 연구에서 引用한 TDK data book에는 저주파에서의 Q 곡선의 변화가 주어지지 않으므로 식 (1)이 저주파에서 어느 정도 精確한지 밝힐 도리가 없었다.

TDK TYPE 3 POT CORE

Q-curves for P14/8 pot cores

Hex AL160

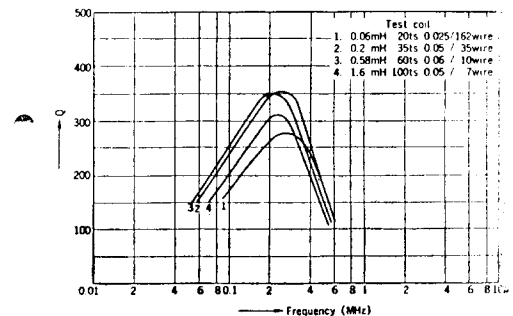


그림 1. TDK type5, p14/8 pot core의 Q -곡線

만일 그런 data가 있다면 또는 실험적으로 그것을 얻는다면 그 data들도 이용하여 多項式계수를 결정할 것이고 그 결과는 낮은 주파수에서의 Q도 충분히 대표할 수 있을 것이다. 또 次數가 더 높은 多項式을 이용한다면 더 다른 近似式을 쓴다면 더 하여 더욱 좋은 결과를 얻을 수도 있을 것이다.

끝으로 본연구에서의 모든 계산은 한국과학기술연구소의 CYBER 70에 의하였다.

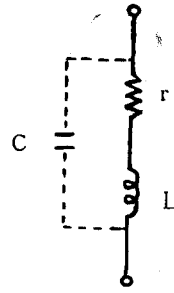


그림 4. 慣用되고 있는 코일의 等價回路

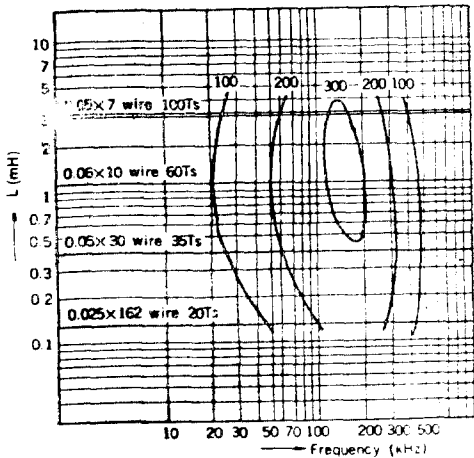


그림 2. TDK type 5, p14/8 pot core의 Q-曲線

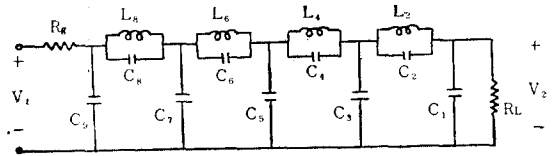
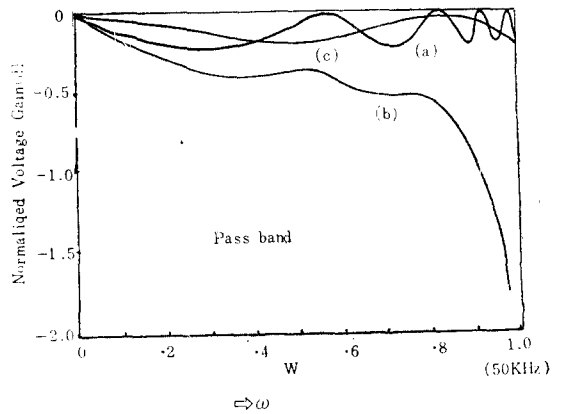


그림 5. Chebyshev-Chebyshev型 低周波通過濾波器



\$\Rightarrow \omega\$

TDK FERRITE MATERIALS

Material characteristics

Characteristics of $\tan \delta/\mu_i$ vs. frequency

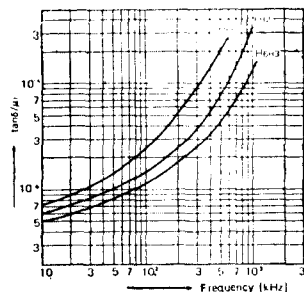
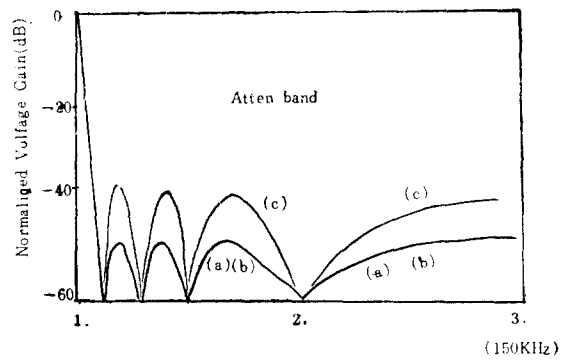


그림 3. 代表的 TDK ferrite 材料의 $\tan \delta/\mu_i$ 의 周波數特性 δ 는 損失角, μ_i 는 初期透磁率로서 各材料에 있어서 10³ kHz까지 거의 不變



\$\Rightarrow \omega\$

그림 6. 그림 5의 回路의 周波數 응답

表 1.

記 號	初 期 值	最 終 值
C_1	0.7875	0.2277
C_3	1.018	0.8171
C_5	0.8233	0.8914
C_7	1.401	1.877
C_9	1.176	1.2575
C_2	0.8303	1.049
C_4	2.012	2.460
C_6	1.382	2.169
C_8	0.2079	0.2729
ω_0^2	1.267	1.267
ω_0^4	1.056	1.056
ω_0^6	1.100	1.100
ω_0^8	2.009	2.009

$$(\omega_0^i = 1/\sqrt{L_i C_i})$$

表 2.

Iteration	오 차 값	Iteration	오차값
1	1.024	13	0.0151
3	0.7956	15	0.0134
5	0.1115	17	0.00585
7	0.0676	19	0.00404
9	0.0531	21	0.00344
11	0.0333		

參 考 文 獻

1. N. Balabanian: "Network Synthesis," Prentice-Hall, pp.414—419, 1958.
2. D.A. Calahan: "Computer design of linear frequency selective networks," Proc. of IEEE, Vol. 53, pp.1701—1706, Nov. 1965.
3. TDK Ferrites for Telecommunication and Industrial Fields, TDK Electronics Co., Ltd.
4. R. Fletcher and M.J.D. Powell: "A rapidly convergent descent method for minimization," The British Computer J., Vol. 6, pp.163—168, 1963.
5. G.C. Temes and D.A. Calahan: "Computer aided network optimization—The state of the art," Proc. IEEE, Nov. 1967.