원자력 압력용기의 설계기준과 응력 해석방법

<中>

김 천 옥
(연세대학교 이공대 교수)

3. 응력 해석 방법

내압을 받는 원자로용기의 응력해석을 그림 3과 같이 역학적(力學的) 특성이 알려진 쉘 요소로 분할하여 미지의 불정정력 M^i, H^i를 가정하고 이들에 의한 단부의 변위와 회전각을 구한다. 그리고 내압에 의한 변위와 회전각을 구한다. 지금 i번 쉘 요소의 반경방향 변위를 S, 회전각을 β로 표시하면

$$\delta^i{}_1 = M\delta^i{}_1 M_1 + H\delta^i{}_{11} H_1 + M\delta^i{}_{12} M_2 + H\delta^i{}_{12} H_2 + p\triangle^i{}_1 p$$

$$\beta^i{}_1 = M\delta^i{}_{11} M_1 + H\theta^i{}_{11} H_1 + M\theta^i{}_{12} M_2 + H\theta^i{}_{12} H_2 + p\theta^i{}_1 p$$

$$\delta^i{}_2 = M\delta_{21} M_1 + H\delta^i{}_{21} H_1 + M\delta^i{}_{22} M_2 + H\delta^i{}_{22} H_2 + p\triangle^i{}_2 p$$

$$\beta^i{}_1 = M\theta_{21} M_1 + H\theta^i{}_{21} H_1 + M\theta^i{}_{22} M_2 + H\delta^i{}_{22} H_2 + p\theta^i{}_2 p$$

로 된다. 이들의 접속부에서의 연속조건

$$\left.\begin{array}{l}\delta^i{}_2 = \delta^i{}_1 \\ \beta^i{}_2 = \beta^i{}_1\end{array}\right. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

을 대입하면 각 단부에 2개의 적합방정식이 생기게 된다. 따라서 n개의 쉘요소로 구성된 용기에는 (n−1)개의 접속부가 있으므로 2(n−1)개의 방정식과 미지수를 갖는 연립방정식(運立方程式)을 얻는다. 이들은 다음 행열의 모양으로 표시되다데

$$(amn) \times (Xn) = (Cn) \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

계수 amn은 영향계수에 관한 n차 정방행열이고 벡터 Xn은 부정정력으로 H^1, M^1, H^2, ……, M^3, 그리고 Cn은 정수벡터로서 내입 p의 함수이

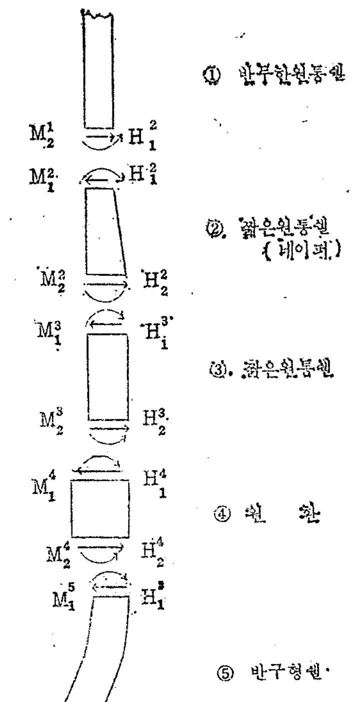


그림 3. 원자로압력용기의 쉘요소

다. 윗식의 근이 부정정력으로 산출되므로 원자로용기와 복잡한 구조의 용기는 상당히 큰 연립방정식을 풀어야 한다. 한편 계수 *amn* 도 쉘요소의 역학적 특성에 따라 매우 복잡한 공식으로부터 산정되는 것이므로 원자로용기의 응력해석에는 전자계산기가 주로 이용된다.

전자계산기용 콤퓨터 프로그램의 구성에는 쉘요소의 역학적(力學的) 특성이 고려되어야 하므로 이들 특성을 먼저 분석한다.

3—1. 쉘 요소의 역학적 특성

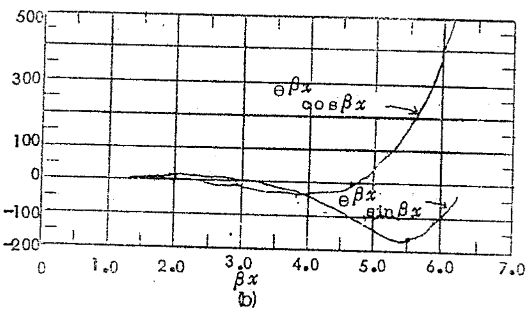
3—1.1. 원 통 쉘

관통부가 없는 용기의 하중은 축대칭(軸對稱)으로 생각할 수 있으므로 축대칭 하중을 받는 원통쉘의 기본방정식은 널리 알려진 Timoshenko의 교과서[3]로부터 다음 식을 얻는다.

$$\frac{d^4w}{dx^4}+4\beta^4w=\frac{Z}{D} \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

이 미분방정식의 일반해는

$$w=e\beta x(C_1\cos\beta x+C_2\sin\beta x)+e^{-\beta x}(C_3\cos\beta x+C_4\sin\beta x)+f(x)\cdots\cdots(6)$$



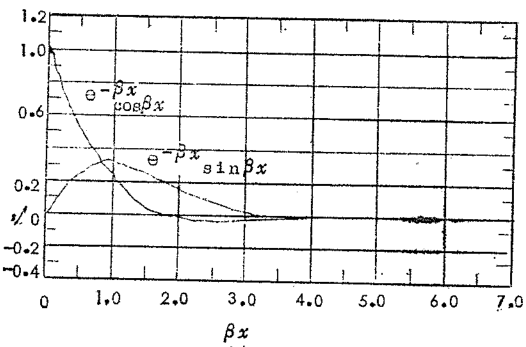


그림 4. **Solutionfunctions for circuar cylindrical Shells**

로 표시되며 여기서 $f(x)$는 식(5)의 특수해 이다. 이 해(解)의 특성을 살펴 보기 위하여 동차해(同次解)들을 위의 그림 4에서 그래프로 표시한다.[4]

그림 4를 검토하면 음의 지수함수는 매우 급히 값이 작아지고, 한편 양의 지수함수는 βx의 증가에 따라 급속히 커짐을 알 수 있다. 그러므로 매우 긴 원통쉘을 생각할 때에는 βx가 증가하여도 유해한 해를 얻기 위해 $C_1=C_2=0$ 이어야 하고 따라서 일반해(6)은

$$w=e^{-\beta x}(C_3\cos\beta x+C_4\sin\beta x)+f(x)\cdots\cdots(7)$$

로 된다. 이 쉘 요소의 이론은 미소변형이론이므로 선형이고 따라서 중첩법(重疊法)을 사용할 수 있으므로 일반적으로 내압에 의한 특수해는 따로 생각한다.

지금 그림 5와 같이 반무한 원통쉘의 일단에 전단력 Qx와 모우멘트 Mx가 작용할 때 변위 w는

$$w=\frac{e^{-\beta x}}{2\beta^3_D}[\beta M_0(\sin\beta x-\cos\beta x)-Q_0\cos\beta x] \cdots\cdots(8)$$

이고 단수에서의 변위 w는

$$(w)x=0=-\frac{1}{2\beta^3_D}(\beta M_0+Q_0) \cdots\cdots(9)$$

로 된다. 한편 단부에서의 회전각은 $(dw/dx)_{x=0}$ 이므로

$$\left(\frac{dw}{dx}\right)x_{x=0}=\frac{1}{2\beta^2_D}(2\beta M_0+Q_0) \cdots\cdots(10)$$

를 얻는다,

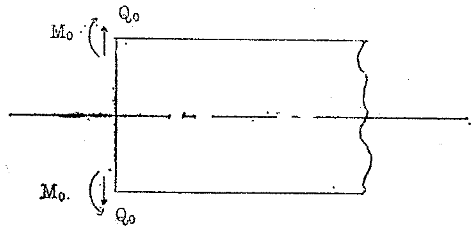


그림 5. **Long cylindrical shell subjected to the Shear force and moment at its end.**

그림 4(a)에서 보면 $\beta x\geq\pi$이면 함수의 값이 무시할 수 있도록 작아진다. 따라서 원통쉘의 함수길이 Lc를 다음과 같이 정의하고

$Lc=\pi/\beta$ ……………………………………(11)

원통쉘의 길이가 2Lc 이상이면 긴 원통 쉘로 생각하고 일단의 하중이 타단에 영향을 미치지 않는 것으로 한다.

만일 원통쉘의 길이가 2Lc 보다 짧으면 일단의 하중이 타단의 영향을 미치게 되는데 이런 경우를 중간원통쉘이라고 한다. 원통쉘의 길이가 아주 짧으면 원환으로 생각할 수 있다. 따라서 원통쉘은 그 길이에 따라 3종의 특성을 가진 요소로 정의된다. 이 연구에서는 ASME code에서 추천한 공식들을 사용하였는데 내용은 아래와 같다.

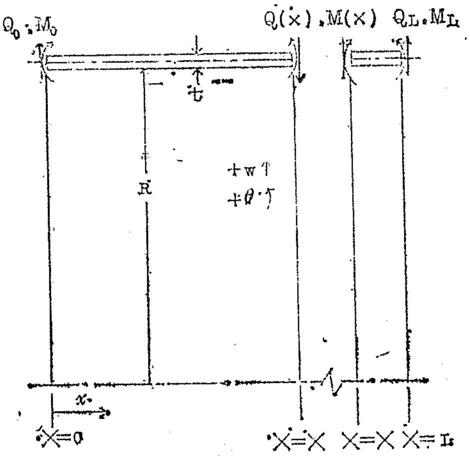


그림 6. 원통 쉘요소

(a) 내압에 의한 주응력과 변위

내압에 의한 쉘의 임의의 점에서의 주응력은 다음 공식으로 주어진다.

$$\sigma_1=\sigma_t=P(1+Z^2)/(Y^2-1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12a)$$

$$\sigma_2=\sigma_e=P/(Y^2-1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12b)$$

$$\sigma_3=\sigma_r=P(1-Z^2)/(Y^2-1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12c)$$

그리고 반경방향 변위 w는

$$w=\frac{PR^2}{E(R^2_0-R^2)Rm}[R^2_m(1-2v)+R^2_0(1-v)] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12d)$$

로 주어지고 회전각 $\theta=0$ 이다.

(b) 단부에 작용하는 하중에 의한 특성치

단부에 작용하는 하중 Q_0, M_0, Q_L, 및 M_L에 의한 회전각은 다음 공식으로 주어진다.

$$w_0=(B_{11}/2\beta^3{}_D)Q_0+(B_{12}/\beta^2{}_D)M_0 \quad \cdots\cdots(13a)$$
$$+(G_{11}/2\beta^3{}_D)Q_L+(G_{12}/2\beta^2{}_D)M_L$$

$$-Q_0=(B_{12}/2\beta^2{}_D)Q_0+(B_{22}/2\beta_D)M_0$$
$$+(G_{12}/2^3{}_D)Q_L+(G_{22}/2\beta_D)M_L \quad \cdots\cdots(13b)$$

$$w_L=(G_{11}/2\beta^3{}_D)+(G_{12}/2\beta^2{}_D)M_0$$
$$+(B_{11}/2\beta^3{}_D)Q_L+(B_{12}/2\beta^2{}_D)M_L \quad \cdots(13c)$$

$$Q_L=(G_{12}/2\beta^3{}_D)Q_0+(G_{22}/2\beta_D)M_0$$
$$+(B_{12}/2\beta^2{}_D)Q_L+(B_{22}/2\beta_D)M_L \quad \cdots(13d)$$

그리고 원통쉘의 임의의 점 x에서의 반경방향변위, 회전각, 굽힘모우멘트 및 전단력은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$w(x)=(Q_0/2B^3{}_D)F_{11}(\beta x)+(M_0/2\beta^2{}_D)F_{12}(\beta x)$$
$$+(Q_0/\beta)F_{13}(\beta x)+w_0F_{14}(\beta x) \quad \cdots(14a)$$

$$Q(x)/\beta=(Q_0/2\beta^2{}_D)F_{12}(\beta x)$$
$$+2(M_0/2\beta_{2D})F_{13}(\beta x)$$
$$+(Q_0/\beta)F_{14}(\beta x)-2w_0F_{11}(\beta x)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(14b)$$

$$M(x)2\beta^2{}_D=(Q_0/2\beta^3{}_D)F_{13}(\beta x)$$
$$+(M_0/2\beta^2{}_D)F_{14}(\beta x)$$
$$-(Q_0/\beta)F_{11}(\beta x)-2w_0F_{12}(\beta x)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(14c)$$

$$Q(x)2\beta^2{}_D=(Q_2/2\beta^3{}_D)F_{14}(\beta x)$$
$$-2(M_0/2\beta^2{}_D)F_{11}(\beta x)$$
$$-(Q_0/\beta)F_{12}(\beta x)-2w_0F_{13}(\beta x)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(14d)$$

만일 원통쉘의 길이가 $3/\beta$ 이상인 긴 원통쉘에 대해서는 식(14) 대신 아래의 간단한 공식을 사용할 수 있다.

$$w(x)=(Q_0/2\beta^3{}_D)f^1(\beta x+M_D/2\beta^2{}_D)$$
$$f_2(\beta x) \quad \cdots\cdots\cdots(15a)$$

$$Q(x)/\beta=-(Q_0/2\beta^3{}_D)f_3(\beta x)$$
$$-2(M_0/2\beta^2{}_D)f_1(\beta x) \quad \cdots\cdots\cdots(15b)$$

$$M(x)/2\beta^2{}_D=(Q_0/2\beta^3{}_D)f_4(\beta x)$$
$$+(M_0/2\beta^2{}_D)f_3(\beta x) \quad \cdots(15c)$$

$$Q(x)2\beta^2{}_D=(Q_0/2\beta^3{}_D)f_2(\beta x)$$
$$-2(M_0/2\beta^2{}_D)f_4(\beta x) \quad \cdots(15d)$$

또한 식(13)에서의 계수에 대해서도 근사치를 쓸 수 있다.

즉

$$B_{11}=B_{12}=1,\quad B_{22}=2$$
$$G_{11}=G_{12}=G_{22}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

그러므로 ASME code 에서는 식(11)으로 정의된 감쇠 길이 Lc를 다음과 같이 관용하고 있다.

$Lc=3/\beta$ ……………………………………(17)

한편 원통쉘이 아주 짧을 때에는 ring theory

와 같은 결과를 갖게 되는데 쉘의 길이가 $L \leq 1/2\beta$일 경우에는 계수의 값을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$B_{11}=2/\beta_L \qquad G_{11}=-1/\beta_L$$
$$B_{12}=3/(\beta_L)^2 \quad G_{12}=3(\beta_L)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$
$$B_{22}=6/\varepsilon(\beta_L) \quad G_{33}=-6(\beta_L)^3 \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

원통쉘에 대한 모든 특성치가 결정되면 임의의 점 x에서 균등히 분포된 단부 하중에 의한 주응력은 다음 공식들에 따라서 산정된다.

$$\sigma_1=\sigma_t(x)=Ew(x)/(R+t/2)\pm^{6v}M(x)/t^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(19a)$$
$$\sigma_2=\sigma_e(x)=\pm 6M(x)/t^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19b)$$
$$\sigma_3=\sigma_r=0$$

3—1.2. 반구형 쉘

구형쉘이 단부에서 하중을 받을 때 이론해는 Hypergenometric function 으로 표시되어 —함수를 이용하여야 하므로 계산기 프로그램을 작성하기에 적당하지 않다. 따라서 근사해가 필요한데 Gecheler의 근사해법(5)에 의하여 일반초월함수로 표시할 수 있다. 여기서는 ASME code에 주고 있는 근사이론을 사용한다.

(a) 내압에 의한 주응력과 변위

그림 7과 같은 반구형쉘에서 주응력은 다음식으로 주어진다.

$$\sigma_1=\sigma_e=p(Z^3+2)/2(Y^3-1)$$
$$\sigma_2=\sigma_t=p(Z^3+2)/2(Y^3-1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$
$$\sigma_3=\sigma_r=p(1+Z^3)/\ (Y^3-1)$$

중위면의 반경방향변위는

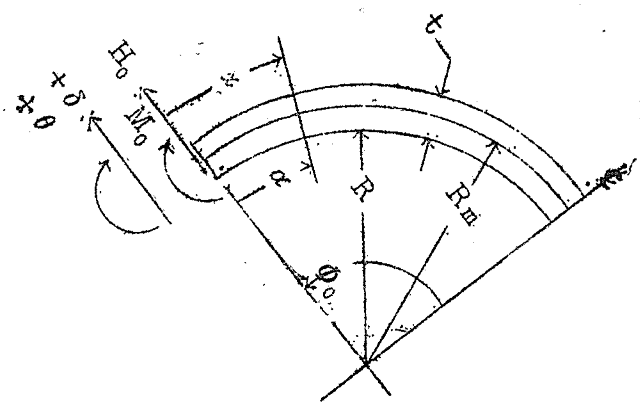


그림 7. 반 구 형 쉘

$$w_0=\delta_0=\frac{pR^3}{2E(R^3_0-R^3)R^2_m}[2R^2_m(1-2v)+R^3_0(1+v)] \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

이고 회전각 $Q_0=0$ 이다.

(b) 단부에 작용하는 하중에 의한 특성치

단부에 작용하는 균등이 분포된 굽힘모우멘트 M_0와 힘 H_0에 의한 변위와 회전각은 다음 공식으로 주어진다.

$$\delta_0=M_0\frac{2\lambda^2}{E_t}+H_0\frac{2R_m\lambda}{E_t} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22a)$$
$$\theta_0=M_0\frac{4\lambda^3}{R_mE_t}+H_0\frac{2\lambda^2}{E_t} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22b)$$

그리고 구형쉘의 임의의 점 2에서 단하부중 M_0와 H_0에 의한 변위(δ), 회전각(θ), 굽힘모우멘트(M_e), (M_t)와 막응력(N_e), (N_t)는 다음 공식에서 산정 된다.

$$\delta=M_0\{\frac{2\lambda^2}{E_tk_1}F(\alpha)e^{-\lambda d}[\cos(\lambda\alpha)-K_2\sin(\lambda\alpha)\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23a)$$
$$+H_0\{\frac{R_m\lambda}{E_tk_1}A_0F(\alpha)e^{-\lambda\alpha}[\cos(\lambda\alpha+\gamma_0)-K_2\sin(\lambda\alpha+\gamma_0)\}$$
$$\theta=M_0\{\frac{4\lambda^3}{R_mE_tk_1}C(\alpha)e^{-\lambda\alpha}\cos(\lambda\alpha)\} \cdots\cdots(23b)$$
$$+H_0\{\frac{2\lambda^2}{E_tk_1}A_0C(\alpha)e^{-\lambda\alpha}\cos(\lambda\alpha+\gamma_0)\}$$
$$M_l=M_0\{\frac{1}{k_1}C(\alpha)e^{-\lambda\alpha}[K_1\cos(\lambda\alpha)+\sin\lambda\alpha]\} \cdots\cdots\cdots\cdots(23c)$$
$$+H_0\{\frac{R_m}{2\lambda k_1}A_0C(\alpha)e^{-\lambda\alpha}[K_1\cos(\lambda\alpha+\gamma_0)+\sin(\lambda\alpha+\gamma_0)\}$$
$$M_t=M_0\{\frac{C(\alpha)}{2vk_1}e^{-\lambda\alpha}[B(\alpha)\cos(\lambda\alpha)+2v^2\sin(\lambda\alpha)\}$$
$$+H_0\{\frac{R_m}{4v\lambda k_1}A_0C(\alpha)e^{-\lambda\alpha}[B(\alpha)\cos(\lambda\alpha+\gamma_0)+2v^2\sin(\lambda\alpha+\gamma_0)]\}$$
$$N_o=M_0\{\frac{2\lambda}{R_mk_1}C(\alpha)e^{-\lambda\alpha}\sin(\lambda\alpha)\tan\alpha\} \cdots\cdots\cdots\cdots(23c)$$
$$=H_0\{\frac{1}{k_1}A_0\tan\alpha\, C(\alpha)e^{-\lambda\alpha}\sin(\lambda\alpha+\lambda_0)\}$$
$$N_t=M_0\{\frac{2\lambda^2}{R_mk_1}C(\alpha)e^{-\lambda\alpha}[\cos(\lambda\alpha)-(\frac{k_1+k_2}{2})\ \sin(\lambda\alpha)]\}$$
$$+H_0\{\frac{2}{k_1}A_0C(\alpha)e^{-\lambda\alpha}[\cos(\lambda\alpha+\gamma_0)-(\frac{k_1+k_2}{2})\ \sin$$

〈다음호의 계속〉