

싸이리스터 AC Chopper의 高調波 除去에 관한 研究

논 문

24~6~3

Generalized Techniques of Harmonics Elimination in Thyristor AC Chopper

韓 松 曜* 元 相 喆**

(Song Yop Hahn) (Sang Chul Won)

Abstract

A generalized theoretical method is developed to eliminate a given number of harmonics in AC chopper output waves.

The results show that halfwave symmetric and sinusoidal symmetric chopping are required to eliminate all even numbers of harmonics and, at least, $M+1$ times per half cycle chopping is required to eliminate any M odd number of harmonics in the given effective value of the output wave.

1. 序 論

近來에 와서 싸이리스터를 포함한 半導體 整流器에 관한 研究의 급속한 發展으로 電壓調整器의 改善에 커다란 관심을 쏟게 되었다.

從來의 電壓調整은 단지 願하는 實効值가 되게끔 한 번 chopping을 하여 그림 1과 같은 出力波形을 그대로 이용하였기 때문에, 高調波로 인하여 여러가지 문제가 많았다.

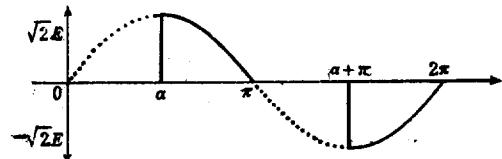


그림 1. 一般的인 AC Chopper의 出力波形
Fig. 1. Output wave form of typical AC Chopper.

표 1.은 實効值가 E 인 入力電壓을 在來式의 AC Chopper를 사용하여 出力의 實効值 E_0 가 $\frac{2}{3}E$ 가 되도록 한 경우 出力의 高調波 次數 및 그 크기를 計算하여 본 것이다. 出力波形이 半波對稱이므로 偶數倍 高調波는 없으나, 第 3, 5, 7,등의 奇數倍 高調波가 많이 포함되어 있음을 알 수 있다.

그러나 近來에 와서 싸이리스터 Turn-Off 時間의 極小化(數 Micro Seconds까지 가능하다)로 出力이 正弦

표 1. 實効值가 $\frac{2}{3}E$ 인 出力波形의 高調波. ($\alpha=95.0^\circ$)
Table 1. Harmonics of output wave form with $\frac{2}{3}E$ effective value. ($\alpha=95.0^\circ$)

고조파 차수	고조파 크기 (절대치)
1	0.54 E
2	0.
3	0.32 E
4	0.
5	0.11 E
6	0.
7	0.10 E
8	0.
9	0.07 E
10	0.
11	0.06 E
12	0.
13	0.05 E

波에 가까운 電壓調整器가 研究되고 있다.

Miyairi¹⁾는 電壓을 그림 2와 같은 chopping을 하였다.

즉, Chopping週期 T 와 Duty Cycle $\frac{T_2}{T}$ 를 變化하여 出力波形의 實効值를 調整하면서 高調波分을 減少시켰다.

이 方法으로는 半週期 동안 M 번 chopping을 하면, 半波對稱이므로 偶數倍 高調波는 전부 除去되고 $M-2$

* 正會員 · 서울工大 助教授

** 正會員 · 서울工大 大學院

接受日子 : 75年 10月 21日

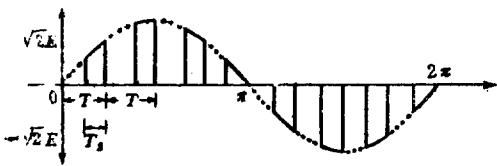


그림 2. 時間比 制御式 AC Chopper의 出力波形
Fig. 2. Output wave form of time ratio controlled AC Chopper.

개의 奇數倍 高調波가 除去된다. 結果的으로 出力波形을 正弦波에 가깝게 하려면 chopping回數를 증가시켜야 하는데 chopping回數를 증가하면 chopper의 効率이 低下되므로 보다 적은 回數의 chopping으로 出力波形의 高調波를 賦이 除去하는 方法이 요구된다.

本論文에서는 그림 3과 같이 正弦波入力を 半波對稱 및 正弦對稱이 되도록 chopping하고, 그때의 出力波形을 Fourier級數로 展開하여任意의 特定한 高調波의 係數가 零이 되는 角度 α 값들을 구함으로서 보다 적은 回數의 chopping으로任意의 高調波를 除去할 수 있는 chopping方法을 理論的으로 誘導하였다.

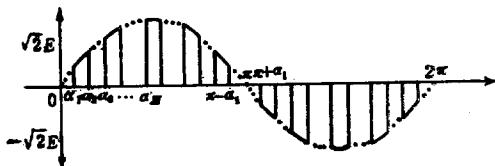


그림 3. 半波 및 正弦對稱으로 Chopping한 AC Chopper의 出力波形.

Fig. 3. Output wave form of the AC chopper chopped halfwave and sinusoidal symmetrically.

2. AC Chopper의 出力波形에서 任意의 高調波量 除去하는 一般的의 方法

먼저 出力波形에 있어서, chopping回數와, 位置, 波形의 實効值, 除去하려는 高調波의 次數와 係數의 相互關係식을 誘導하여 본다.

그림 3과 같이 半週期 동안 M번 chopping을 하되, 正弦對稱 및 半波對稱이 되도록 하면 出力波形은

M이 偶數일 때

$$Y(\omega t) = \sqrt{2} E \sin(\omega t) \quad (1)$$

단 $\alpha_1 \leq \omega t < \alpha_2, \alpha_3 \leq \omega t < \alpha_4, \dots, \dots, \alpha_{M-1} \leq \omega t < \alpha_M$

$$Y(\omega t) = 0 \quad (2)$$

단 $0 \leq \omega t < \alpha_1, \alpha_2 \leq \omega t < \alpha_3, \dots, \dots, \alpha_M \leq \omega t < \frac{\pi}{2}$

M이 奇數일 때

$$Y(\omega t) = \sqrt{2} E \sin(\omega t) \quad (1)'$$

단 $\alpha_1 \leq \omega t < \alpha_2, \alpha_3 \leq \omega t < \alpha_4, \dots, \dots, \alpha_M \leq \omega t < \frac{\pi}{2}$

$$Y(\omega t) = 0 \quad (2)'$$

단 $0 \leq \omega t < \alpha_1, \alpha_2 \leq \omega t < \alpha_3, \dots, \dots, \alpha_{M-1} \leq \omega t < \alpha_M$

이다.

여기서 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M, \pi-\alpha_1, \dots, \pi-\alpha_M$ 은 M개의 chopping區間을 나타낸다.

이 出力波形을 Fourier級數로 展開하면

$$Y(-\omega t) = -Y(\omega t) \quad (3)$$

$$Y(\pi-\omega t) = Y(\omega t) \quad (4)$$

이므로

$$Y(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t) \quad (5)$$

$$\text{단 } A_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} Y(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t) \quad (6)$$

단 $n = 1, 3, 5, \dots$

이다.

M이 偶數일 때

(6)式에 (1)式과 (2)式을 代入하면

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{4\sqrt{2}E}{\pi} \left[\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t) \right. \\ &\quad + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \sin(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t) + \dots \\ &\quad \dots + \int_{\alpha_{M-1}}^{\alpha_M} \sin(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t) \left. \right] \\ &= \frac{2\sqrt{2}E}{(n-1)\pi} \left[-\sin(n-1)\alpha_1 + \sin(n-1)\alpha_2 - \dots + \sin(n-1)\alpha_M \right] \\ &\quad + \frac{2\sqrt{2}E}{(n+1)\pi} \left[\sin(n+1)\alpha_1 - \sin(n+1)\alpha_2 + \dots - \sin(n+1)\alpha_M \right] \\ &= \frac{2\sqrt{2}E}{(n-1)\pi} \sum_{k=1}^M (-1)^k \sin(n-1)\alpha_k \\ &\quad + \frac{2\sqrt{2}E}{(n+1)\pi} \sum_{k=1}^M (-1)^{k+1} \sin(n+1)\alpha_k \quad (7) \end{aligned}$$

단 $n = 1, 3, 5, \dots$

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \frac{\pi}{2}$$

M이 奇數일 때

(6)式에 (1)'式과 (2)'式을 代入하면

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{4\sqrt{2}E}{\pi} \left[\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t) \right. \\ &\quad + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \sin(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t) + \dots \\ &\quad \dots + \int_{\alpha_M}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t) \left. \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2\sqrt{2}E}{(n-1)\pi} \left[-\sin(n-1)\alpha_1 + \sin(n-1)\alpha_2 - \right. \\
 &\quad \cdots \cdots + \sin\{(n-1) \cdot \frac{\pi}{2}\} \Big] \\
 &+ \frac{2\sqrt{2}E}{(n+1)\pi} \left[\sin(n+1)\alpha_1 - \sin(n+1)\alpha_2 + \right. \\
 &\quad \cdots \cdots - \sin\{(n+1) \cdot \frac{\pi}{2}\} \Big] \\
 &= \frac{2\sqrt{2}E}{(n-1)\pi} \sum_{k=1}^M (-1)^k \sin(n-1)\alpha_k \\
 &+ \frac{2\sqrt{2}E}{(n+1)\pi} \sum_{k=1}^M (-1)^{k+1} \sin(n+1)\alpha_k \quad (7)'
 \end{aligned}$$

단 $n = 1, 3, 5, \dots$

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \frac{\pi}{2}$$

여기서 (7)式과 (7)'式은 같으므로 모든 M 에 대하여 (7)式이成立한다.

出力波形의 實効値 E_0 는

$$E_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \{Y(\omega t)\}^2 d(\omega t)} \quad (8)$$

이 다.

M 이 偶數일 때

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \sqrt{\frac{4E^2}{\pi} \left\{ \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin^2(\omega t) d(\omega t) + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \sin^2(\omega t) d(\omega t) \right.} \\
 &\quad \left. + \dots + \int_{\alpha_{M-1}}^{\alpha_M} \sin^2(\omega t) d(\omega t) \right\}} \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_0^2 &= \frac{4E^2}{\pi} \left\{ \left[\frac{1}{2}(\omega t) - \frac{1}{4} \sin 2(\omega t) \right] \Big|_{\omega t=\alpha_1}^{\alpha_2} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \left[\frac{1}{2}(\omega t) - \frac{1}{4} \sin 2(\omega t) \right] \Big|_{\omega t=\alpha_{M-1}}^{\alpha_M} \right\} \\
 &= \frac{2}{\pi} E^2 \sum_{k=1}^M (-1)^k \{\alpha_k - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_k\} \quad (10)
 \end{aligned}$$

또 M 이 奇數일 때

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \sqrt{\frac{4E^2}{\pi} \left[\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin^2(\omega t) d(\omega t) + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \sin^2(\omega t) d(\omega t) + \right.} \\
 &\quad \left. \dots + \int_{\alpha_M}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(\omega t) d(\omega t) \right]} \quad (9)'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_0^2 &= \frac{4E^2}{\pi} \left\{ \left[\frac{1}{2}(\omega t) - \frac{1}{4} \sin 2(\omega t) \right] \Big|_{\omega t=\alpha_1}^{\alpha_2} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \left[\frac{1}{2}(\omega t) - \frac{1}{4} \sin 2(\omega t) \right] \Big|_{\omega t=\alpha_M}^{\frac{\pi}{2}} \right\} \\
 &= \frac{2}{\pi} E^2 \sum_{k=1}^M (-1)^k \{\alpha_k - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_k\} + E^2 \quad (10)'
 \end{aligned}$$

이다. 出力波形의 實効値가 E_0 이고 除去하려는 高調波의 次數가 n_1, n_2, \dots, n_{M-1} 이라면 式(7)에서

$$\left. \begin{aligned}
 An_1 &= f_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = 0 \\
 An_2 &= f_2(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = 0 \\
 &\vdots \\
 An_{M-1} &= f_{M-1}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

이 고 (10)式 또는 (10)'式에서

$$\begin{aligned}
 \frac{E_0^2}{E^2} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^M (-1)^k \{\alpha_k - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_k\} \\
 = f_M(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = 0
 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{E_0^2}{E^2} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^M (-1)^k \{\alpha_k - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_k\} - 1 \\
 = f_M(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = 0
 \end{aligned} \quad (12)'$$

를 만족하는 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ 을 구하여 이에 따라 入力波形을 chopping을 하면 된다.

3. 數值解析

(11)式 및 (12)式의 非線形聯立方程式을 풀려면 電子計算機에 의한 數值解析的 方法을 適用하면 충분히 실제적인 解를 구할 수 있다.

(11)式 및 (12)式의 非線形聯立方程式을 Vector로 표시하면

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{0} \quad (13)$$

단 $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_M]^T M \times 1$ 行列

$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M]^T M \times 1$ 行列

(13)式의 解는 近似線形化 方法에 의하여 解를 구할 수 있었는데 그 과정은 아래와 같다.

i) $\boldsymbol{\alpha}$ 의 初期值를 假定한다.

$$\boldsymbol{\alpha}^0 = [\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_M^0] \quad (14)$$

ii) $\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}^0)$ 의 值을 計算한다.

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}^0) = \mathbf{f}^0 \quad (15)$$

iii) (13)式을 $\boldsymbol{\alpha}^0$ 에서 線形化하면

$$\mathbf{f}^0 + \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \right]^0 d\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0} \quad (16)$$

$$\text{단 } \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \right] = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_1}, & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_2}, & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_3}, & \dots, & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_M} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_1}, & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_2}, & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_3}, & \dots, & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_M}{\partial \alpha_1}, & \frac{\partial f_M}{\partial \alpha_2}, & \frac{\partial f_M}{\partial \alpha_3}, & \dots, & \frac{\partial f_M}{\partial \alpha_M} \end{pmatrix} \quad (17)$$

iv) (16)式으로부터 $\boldsymbol{\alpha}^0$ 에서 $d\boldsymbol{\alpha} = [d\alpha_1, d\alpha_2, \dots, d\alpha_M]^T$ 를 계산한다.

v) $\boldsymbol{\alpha}$ 의 值을 교정한다.

$$\boldsymbol{\alpha}^1 = \boldsymbol{\alpha}^0 + d\boldsymbol{\alpha} \quad (18)$$

i) 과정을 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}) < \varepsilon^0$ 될 때까지 반복한다. 단 ε 은 許容誤差이다.

i) 과정에서 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha})$ 가 零으로 收斂하면 그 때의 $\boldsymbol{\alpha}$ 값이 解가 된다.

단, 이 때 $\boldsymbol{\alpha}$ 는

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \frac{\pi}{2} \quad (19)$$

를 만족하여야 한다.

만일 어떤 $\boldsymbol{\alpha}^0$ 의 假定에 대하여 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha})$ 가 收斂하지 않

으면 初期假定 α^0 의 值을 바꾸어야 한다.

와 같다.

이에 대한 電子計算機 Program의 流通圖는 그림 4

단, 여기서

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} =$$

$$\left. \begin{array}{lll} -\cos(n_1-1)\alpha_1 + \cos(n_1+1)\alpha_1, & \cos(n_1-1)\alpha_2 - \cos(n_1+1)\alpha_2, \dots, & \cos(n_1-1)\alpha_M - \cos(n_1+1)\alpha_M \\ -\cos(n_2+1)\alpha_1 + \cos(n_2+1)\alpha_1, & \cos(n_2-1)\alpha_2 - \cos(n_2+1)\alpha_2, \dots, & \cos(n_2+1)\alpha_M - \cos(n_2+1)\alpha_M \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos(n_{M-1}-1)\alpha_1 + \cos(n_{M-1}+1)\alpha_1, & \cos(n_{M-1}-1)\alpha_2 - \cos(n_{M-1}+1)\alpha_2, \dots, & \cos(n_{M-1}-1)\alpha_M - \cos(n_{M-1}+1)\alpha_M \\ 1 - \cos(2\alpha_1), & -1 + \cos(2\alpha_2), \dots, & -1 + \cos(2\alpha_M) \end{array} \right\}$$

이다.

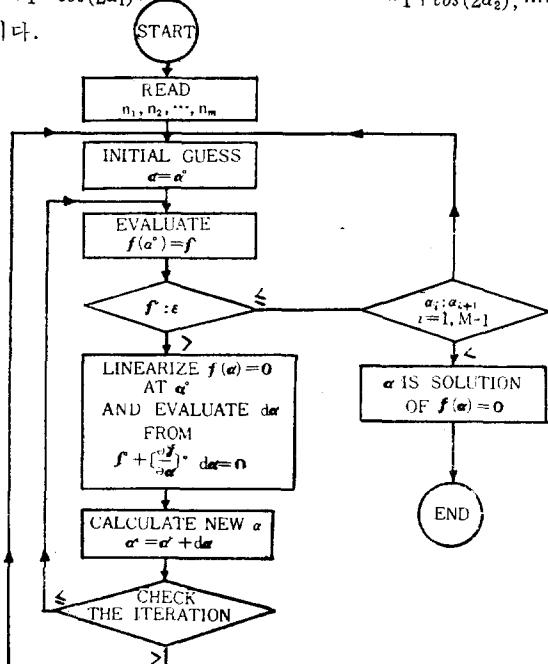


그림 4. 流通圖
Fig. 4. Flow Chart

4. 計算例 및 檢討

a) 單相 AC Chopper의 경우

單相 AC Chopper 回路에서 入力電壓의 實効值 E_0 가 $\frac{2}{3}E_0$ 이고, 出力波形에서 第3高調波 및 第5高調波를 除去하는 경우를 計算하여 본 結果, 다음과 같은 結果를 얻었다.

2개의 奇數倍 高調波를 除去하는 경우이므로 半週期 동안 3번 chopping을 하여야 하고, 이 때의 chopping 角度는

$$\alpha_1 = 34.1^\circ$$

$$\alpha_2 = 54.6^\circ$$

$$\alpha_3 = 79.9^\circ$$

이었다. 이 경우 出力의 高調波分布를 보면 표 2와 같다.

이것을 보면 第7高調波 및 第9高調波가 각각 0.33 E, 0.27E로 나타났다.

표 2. 3번 chopping한 單相 AC Chopper의 出力波形의 高調波

Table. 2. Harmonics of Single Phase AC Chopper output wave form with 3 times chopping.

고조파 차 수	고조파 크기 (절대치)		
	본 연구 결과에 의하여 3번 chopping한 경우	시간비 제어식 에 의하여 3번 chopping한 경우	시간비 제어식 에 의하여 4번 chopping한 경우
0	0	0	0
1	0.46 E	0.44 E	0.44 E
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0.31 E	0
6	0	0	0
7	0.33 E	0.31 E	0.31 E
8	0	0	0
9	0.27 E	0	0.31 E

이것을 時間比制御方式 AC Chopper 와 비교하여 보면 半週期동안 4번 chopping한 것과 비슷한 結果가 됨을 알 수 있다.

b) 三相 AC Chopper의 경우

三相 AC Chopper의 경우 第16高調波까지 제거하는 경우를 생각해 보면, 실제로 第3, 5, 7, 9, 11, 13, 15高調波를 제거하여야 하는데, 三相의 경우 3의 倍數의 高調波는 제거하지 않아도 出力에 나타나지 않으므로 第5, 7, 11, 13高調波만 제거하면 된다. 出力電壓의 實効值를 $\frac{2}{3}E$ 로 하는 경우 위의 4개의 高調波를 제거하는 計算을 한 結果 아래와 같은 結果를 얻었다.

chopping 角度는

$$\alpha_1 = 46.1^\circ$$

$$\alpha_2 = 52.6^\circ$$

$$\alpha_3 = 64.0^\circ$$

$$\alpha_4 = 74.4^\circ$$

$$\alpha_5 = 82.8^\circ$$

이고, 出力의 高調波分의 分布를 보면
基 本 波 0.44 E

第17高調波 0.29E

第19高調波 0.20E

로 나타났다.

이것을 時間比制御方式 AC Chopper와 비교하여 보면 半週期동안 9번 chopping한 것과 비슷한 結果가 된다.

5. 結 論

本論文은 쌔이리스터를 이용한 AC Chopper式 電壓調整器에서 出力에 포함된 高調波分을 제거하는 方法에 대하여 취급하였다.

出力波形을 Fourier級數로 展開하여 特定한 高調波의 係數가 零이 되게 chopping함으로서 出力에 高調波分을 제거하는 理論的인 方法을 誘導하였다.

즉 出力의 偶數倍 高調波를 제거하기 위하여 入力を 半波對稱 및 正弦對稱이 되게 chopping하였고 出力이

願하는 實効值가 되면서 出力의 奇數倍 高調波中 特定한 M개의 高調波를 제거하기 위해서는 半週期 동안 M+1번 chopping을 하여야 한다.

몇 가지 例를 들어 從來의 AC Chopper식電壓調整器와 비교한 결과 高調波를 제거하는데 있어서 本研究의 結果가 보다 効果의이 있음을 알게 되었다.

本研究에서는 理論的인 面만 취급하였으나 앞으로 실제 回路에 대한 研究가 기대된다.

參 考 文 獻

- (1) 宮入庄太, 高橋勲, “사이리스터를 이용한 電力變調技術의 應用理論” J.I.E.E.J Vol. 88-11, No. 962, pp2107-2116, 1968
- (2) General Electric Company “SCR Manual” pp. 100-109, 1968