

三角比의 指導上的 問題點

江原大學 金 道 相

§1. 序

中等數學에 있어서 三角比, 三角函數의 內容을 보면 과거에는 三角法이라 하여 三角形의 解法에 關한 內容이 中心이 되었으나 현재는 函數의 面에 重點을 두고 三角形에 關한 것은 三角函數의 圖形에의 應用이라는 立場에서 취급하는 傾向이다.

다시 말하면 三角比라 하는 三角形에서의 考察과 三角函數라는 圓運動에서의 考察을 혼용하여 圖形的인 內容과 函數의 內容의 유대를 밀접히 함으로서 論理의 運用이 공통됨을 깨닫게 하려는 것 같다.

勿論 數學에서 흔히 생각할 수 있는 것이지만 이때 생기는 問題性을 論하려 한다.

§2. 問題點

中等學校 教科內容의 三角函數의 單元을 살펴 보면 처음에 三角比를 直角三角形에서 定義한 다음에 一般角으로 확장하여 一般角의 三角函數를 定義한다. 即 예각의 三角比에서 直接 一般角의 三角函數로 比약한다는 것이다.

다시 말하면 둔각의 삼각비를 따로 定義하지 않고 一般角의 三角函數에 흡수시켜 버린다.

바로 여기서 問題가 생긴다는 것이다. 지금 三角形의 넓이공식, 正弦法則, 餘弦法則 등이 둔각삼각형에서도 예각삼각형에서와 마찬가지로 成立한다는 것을 증명하는데 '있어서 다음의 몇 가지 方法에 對하여 問題點을 지적하고자 한다. 첫번째로 一般角의 三角函數에서 밝힌 補角關係를 利用하는 경우 一般角의 三角函數의 定義를 살펴볼 때 이때의 補角關係는 순수한 圖形上的 意味를 갖는 것이 아니므로 幾何圖形에 적용시킨다는 것은 곤란하다.

다시 말하면 三角形에서 成立하는 넓이공식, 正弦法則, 餘弦法則 등을 三角函數 라는 圓運動

에서 생긴 函數의 性質을 결부시킨다는 것은 論理的으로 無理가 있다는 것이다.

두번째는 中學校에서 補角關係를 說明할 때 둔각삼각형을 座標面 위에 놓고 밝히려한 경우에 둔각의 삼각비를 명확히 定義하지 않고는 애매하게 다루어지고 만든다.

세번째로 현재 中學3학년 교과서에서는 三角形의 면적공식 및 餘弦法則을 說明하는 과정에서 둔각삼각형에서도 예각삼각형인 경우와 같은 結果를 얻기 爲하여 補角關係가 成立함을 要한다고 해명하므로서 數學上的 規約처럼 해석하였는데 이 方法은 三角形에 關한 公式를 證明한다는 立場에서 볼 때 無理한 論理를 展開한 것이다. 要컨데 以上과 같은 思考를 한다는 것은 둔각의 삼각비에 對한 幾何學의 定義를 하지 않는데 原因이 있는 것이다. 이제 角이라는 圖形 自體에서 둔각의 삼각비를 定義하면 위의 모든 問題가 明確하고 순조롭게 해결된다.

即 둔각의 한 위 邊의 點 P에서 다른 邊의 연장에 내린 正射影을 H라 할 때 그 角의 正弦은 PH와 OP의 길이의 比로서 餘弦은 OH의 길이에 陰의 符號를 부친 것과 OP의 길이의 比로서 定義하면 된다는 것이다.

高等學校에서 幾何 Vector의 內積의 幾何學的 意味를 생각할 때 두 Vector의 交角이 둔각인 경우에도 이 定義에 依하여 自然스럽게 說明된다.

§3. 結論

中等學校 教科內容에서 三角比의 指導는 예각의 삼각비를 정의한 다음 반드시 둔각의 삼각비를 幾何的으로 定義하여 두는 것이 必要하다는 것을 강조한다.

또 三角形에 關한 部分은 예각과 둔각의 삼각비에서만 취급하는 것이 타당하다는 것을 말하고 圖形上的 內容을 一般角의 三角函數에서 생
(page 4로 계속)