

論 文

核沸騰熱傳達에 미치는 傳熱面表面條件의 影響

車 指 永* · 任 將 淳** · 徐 正 潤***

“The Effect of heating Surface Conditions on the Nucleate Boiling Heat Transfer”

J. Y. Cha, C. S. Yim, J. Y. Seo.

Abstract

The importance of surface conditions of nucleate boiling is well recognized and it has been known that the heat transfer to boiling liquid is closely related to the bubble population density.

The bubble population density should depend on various factors such as heat flux, surface roughness, surface contamination, properties of liquid, etc. In this paper the effect of surface conditions on heat transfer in nucleate boiling is treated.

The experiments were carried out with distilled water boiler, on the horizontal heating surfaces, sintered with various bronze particle, under atmospheric pressure.

In addition, experimental investigation for the polished bronze surface was performed. By studing a coefficient X_b defined by eq. (9), which represents the bubble foaming ability of heating surface, generalized formula on the heat transfer in the nucleate boiling were expressed.

The coefficient X_b , determined empirically, is not constant and indicates a major influence of the sintered metal surfaces on the ΔT , necessary to sustain nucleate boiling at any given heat flux.

In this study, the main results are obtained as follows;

- (1) At low temperature difference, the coefficient X_b of sintered metal surface was found to be higher than the polished surface throughout the full range of experiments.
- (2) The optimum sintered structure showing the maximum coefficient X_b has been confirmed to exist and it is encountered when particle diameter is 256μ .

1. 序 論

核沸騰熱傳達의 影響因子中에서 傳熱面의 表面條件은 가장 重要한 것중의 하나다.^{1, 2)}

따라서 傳熱面의 表面條件에 關係되는 因子가 무수히 있다는 것이 認識되고 있고 同時に 여면 特定因子만을 가지고 核沸騰現象을 明確히 表明하여 傳熱特性에 미치는 因子의 영향을 定量的으로 把握한다는 것은 매우 어려운 일이다.³⁾

一般的으로 核沸騰熱傳達에 關해서 從來發表된 整理式을 大別하면 表面條件을 고려하는 因子를 포함하지 않는 것과 이것을 포함하는 것의 두가지로 나눌 수 있다.

* 仁荷大學校 附設 工業專門學校 機械科

** 正會員 慶熙大學校 機械工學科

*** 正會員 仁荷大學校 機械工學科

그러나 核沸騰 热傳達은 傳熱面의 表面條件에 의해서 크게 좌우되며^{3, 4, 5)} 특히 表面의 粗度가 第次的 영향을 미치게 된다는 것을 고려할 때 傳熱面의 表面條件를 고려하지 않는 整理式으로 하여금 모든 核沸騰热傳達을 包含시킨다는 것은 거의 不可能한 것으로 생각된다.

故로 本 實驗에서는 表面條件에 의한 영향을 調查하기 위하여 傳熱面의 表面을 人工의 으로 만들었다. 즉 傳熱面表面은 球形粒子를 燒結하여 만든 金屬層으로 하였다. 따라서 本研究에서는 이 傳熱面에서의 氣泡發生의 難易性 즉 傳熱面의 表面狀態에 의해서 变하는 特性因子를 包含한 係數를 求하고 또한 實驗結果에 따라 이 係數의 變化를 調査 研究하여 鏡面의 경우와 比較検討고자한다.

2. 實驗

2-1. 實驗裝置

Fig 1은 沸騰實驗裝置의 構成圖를 표시하며 Fig 2는 沸騰裝置의 本體를 나타낸다. 沸騰容器는 Stainless steel 板을 사용하여 $30\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 25\text{ cm}$ 로 만들었으며 그 내용積은 1500 cm^3 이다. 容器의 양면에는 沸騰現象을 觀察할 수 있도록 可視窓(유리)를 만들었다. 容器內部에는 補助 加熱器($250\text{ Watt} \times 2$)를 設置하여 沸騰液體를豫熱하는데 사용토록 하였으며 아울러 實驗中에

定溫度를 유지하기 위하여 Thermo-Switch의 連動作用에 대해서 留意하였다. 沸騰容器의 내벽과 외벽사이에 斷熱材를 充填하여 外部로의 热損失을 最小로 되게 하였다.

本 實驗에 사용한 액체로는 蒸溜水를 사용하였으며 使用前에 한번 沸騰을 시켜서 물에 含有된 空氣를 除去시켰다.

또한 實驗中 水位는 底面으로 부터 一定하게 유지되도록 하기 위하여 發生蒸氣를 Condenser에 유도 응축시켜서 다시 환류하도록 하였다. 이때 水位는 20 cm 였다.

加熱體로는 黃銅을 사용하였으며 여기에는 板形 Heater(AC-100 Watt) 數個를 삽입하여 一次의 으로 이 黃銅 Block을 加熱시켰다. 그中央에는 $20\phi\text{mm} \times 20\text{mm}$ 길이의 純銅棒이 삽입되어 있으며 이 上端에 固着된 傳熱面은 間接的으로 加熱되게 된다.

2-2. 傳熱面

本 實驗에 사용된 傳熱面은 球狀青銅粒子를 燒結한 金屬面이며 Table 1과 같은 種類에 따라서 鏡面 傳熱面과 더불어 實驗을 實施하였다.

2-3. 實驗方法

實驗은 먼저 加熱體(黃銅 Block)를 加熱시켜서 中心

Nomenclature

- A = heating surface area, m^2
- A_b = bubble surface area, m^2
- A_{bi} = bubble surface area at heating surface when first formed, m^2
- a = thermal diffusivity of liquid, m^2/hr
- C_i = specific heat of the fluid, $\text{Kcal/kg}^\circ\text{C}$
- f = frequency of bubble formation, $1/\text{hr}$
- J = mechanical equivalent of heat, $427\text{kg}\cdot\text{m}/\text{Kcal}$
- L = latent heat of evaporation, Kcal/kg
- n = number of points of origin of bubble columns per m^2 of heating surface
- Q = heat-transfer rate from heating surface, Kcal/hr
- Q_b = heat-carried away by bubbles, Kcal/hr
- Q_{ob} = heat-transfer rate from liquid to vapor bubble, Kcal/hr
- R = bubble radius, m

- R_i = bubble radius at heating surface when first formed, m
- R_u = bubble radius at heating surface before leaving surface, m
- T = fluid temperature, deg C
- T_u = temperature of heating surface, deg C
- T_s = saturation temperature, deg C
- ΔT = temperature difference equal to $T_u - T_s$, deg C
- t = time variable, hr
- γ_e = specific gravity of liquid, kg/m^3
- γ_v = specific gravity of vapor, kg/m^3
- σ = surface tension, Kcal/m^2
- X_b = coefficient defined by equation(9), nondimensional
- λ = thermal conductivity of saturated liquid, $\text{Kcal}/\text{hr. m. deg C}$

核沸騰熱傳達에 미치는 傳熱面表面條件의 影響

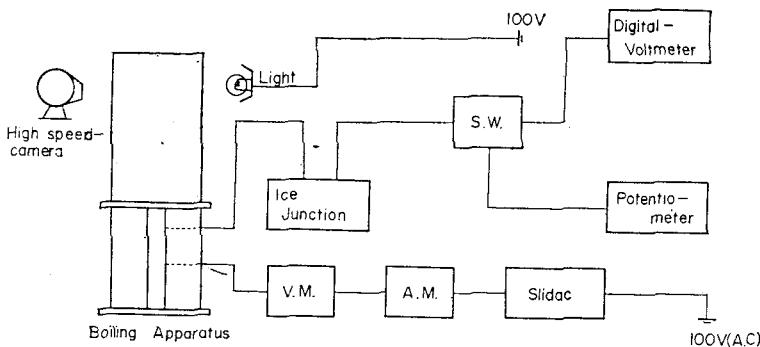


Fig. 1. Schematic Diagram of Experimental Apparatus

Table 1. Metals used for experiment

No.	Meterials	Surface Condition (Particle dia. μ)	Thickness (mm)
B	Bronze metal	Polishing (Emery 4/0)	2.0
S-1	Sintered metal	12.8	2.2
S-2	Sintered metal	32	2.1
S-3	Sintered metal	64	2.0
S-4	Sintered metal	128	2.3
S-5	Sintered metal	256	2.1
S-6	Sintered Metal	448	2.0
S-7	Sintered metal	769	2.8

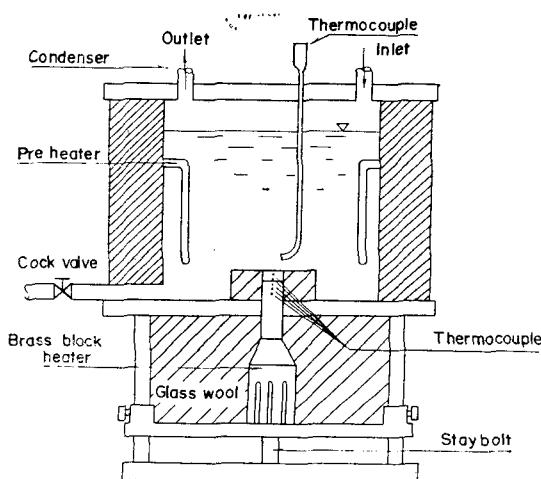


Fig. 2. Boiling Apparatus

部의 銅棒으로 傳達되는 热流가 正常狀態가 되기를 기다려서 各點의 温度를 測定하였으며 이때의 所要時間은 約 1.5時間으로 잡았다. 温度計測은 每實驗마다 同一熱流束에 대해서 30分 간격으로 2回에 걸쳐서 測定하였으며 同時に 可視窓을 通해서 각경우의 沸騰現象을 觀察하였다.

本實驗은 大氣壓下에서 热流束 $30 \times 10^4 \text{ Kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \sim 5 \times 10^5 \text{ Kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{h}$ 의 條件에서 實施하였다. 傳熱面의 크기는 一邊 15 mm의 正四角形이며 이주위에는 直徑 50 mm, 두께 10 mm의 Teflon 板을 써서 둘러쌓게 하여 周邊에서의 热移動損失이 最小가 되게 하였다.

傳熱面으로 傳達되는 热流束은 銅棒上端으로 부터 1 mm, 5 mm, 15 mm, 되는곳에 銅棒의 中心軸까지 직경 1 mm의 구멍을 뚫고 여기에 삽입된 I-C(0.32 ϕ mm) 热電對로부터 測定된 温度差를 通해서 Fourier의 식에 代入하여 구하였다. 또한 傳熱面 表面溫度는 傳熱面 中央部에 삽입된 C-C 热電對(0.1 ϕ mm)에 의하여 測定하였다. 이때 温度測定을 위해서 사용한계기는 YOKOGAWA 製(日本)의 D-C Potentio-Meter 와 Digital-Voltmeter 였다. 그리고 每回 實驗할때마다 傳熱面은 蒸溜水와 Aceton 으로 세척하여 건조시켜서 사용하였다.

3. 核沸騰熱傳達의 整理式

3-1. 整理式의 誘導

本實驗에서는 波體가 饋和溫度일때의 Pool沸騰에 대해서 생각한다. 그리고 傳熱의 Model로서는 傳熱面에 인접하는 一定한 過熱度의 過熱層과 이것에 接하는 波體層을 생각하여 傳熱面에서 發生한 氣泡는 이 過熱層內에서만 成長한다고 가정한다. 지금 半徑 R_0 의 發生初期의 氣泡가 傳熱面에서 半徑 R_0 까지 成長하여 다시 過

熱層內에서 R_u 까지 成長한다고 보고, 이層內에서 一定한 過熱度 ΔT 를 가정하면 Forster and Zuber⁶⁾에 의해서 유도된 方程式에 의하여 氣泡의 成長을 記述할 수 있다.⁷⁾

$$R_i = \frac{2\sigma T_s(r_i - r_v)}{J \cdot r_v \cdot r_i \cdot L(T_w - T_s)} \quad (1)$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{(T - T_s)^2 \cdot C_l^2 \cdot r_i^2 \cdot \pi \cdot a}{2RL^2r_v} \quad (2)$$

溫度 T_w 인 傳熱面에서의 發生初期의 氣泡半徑은 위의 (1)式이 되며 溫度 T 인 液體中의 半徑 R 의 氣泡成長率은 (2)式으로 表示된다.

이때 (2)式은 氣泡의 單位面積當 液體로부터 氣泡로 傳熱되는 傳熱量의 比率을 나타내는 式이며 다음과 같이 表示된다.

$$\frac{Q_{ob}}{A_b} = L \cdot r_v \cdot \frac{dR}{dt} = \frac{(T - T_s)^2 C_l \cdot r_i \cdot \pi \cdot \lambda}{2 \cdot R \cdot L \cdot r_v} \quad (3)$$

最大半徑 R_u 에 到達한 氣泡는 傳熱面에 주여진 热을 가져가게 된다. 즉,

$$Q = n \cdot f \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R_u^3 \cdot L \cdot r_v \quad (4)$$

마찬가지로 半徑 R 의 氣泡에 의해서 移動되는 热量 Q_b 는

$$Q_b = n \cdot f \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot L \cdot r_v \quad (5)$$

따라서 (4)式과 (5)式에서 다음式이 成立된다.

$$Q = Q_b \left(\frac{R_u}{R} \right)^3 \quad (6)$$

(3)式을 써서 (6)式을 整理하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{Q}{A} = \frac{(T - T_s)^2 C_l \cdot r_i \cdot \pi \cdot \lambda}{2 \cdot R \cdot L \cdot r_v} \left(\frac{Q_b}{Q_{ob}} \right) \left(\frac{R_u}{R} \right)^3 \left(\frac{A_b}{A} \right) \quad (7)$$

3-2. 整理式의 適用

(7)式은 本實驗에 있어서는 發生初期의 傳熱面上의 氣泡에 適用하게 되므로 다음條件에 依해 修正되어야 한다.

즉, I) $T = T_w$

II) $Q_{ob}/Q_b = 1$

III) $A_b = A_i$

IV) $R = R_i$

여기서 (1)式을 다시 (7)式에 適用하면 結局 다음式을 얻는다.

$$\frac{Q}{A} = \frac{J \cdot \lambda \cdot C_l \cdot r_i^2}{\sigma \cdot T_s(r_i - r_v)} \left[\left(\frac{\pi}{4} \right) \left(\frac{R_u}{R_i} \right)^3 \left(\frac{A_b}{A} \right) (T_w - T_s)^3 \right] \quad (8)$$

따라서 本實驗에서 求하고자 하는 係數, 即, 氣泡形成의 特性과 더불어 表面條件을 包含하는 X_b 를 생각하면 (8)式은 다음과 같이 表示된다.

즉

$$X_b = \left[\left(\frac{\pi}{4} \right) \left(\frac{R_u}{R_i} \right)^3 \left(\frac{A_b}{A} \right) \right] \quad (9)$$

로 놓으면 다음 式이 된다.

$$\frac{Q}{A} = \frac{J \cdot \lambda \cdot C_l \cdot r_i^2}{\sigma \cdot T_s(r_i - r_v)} \cdot (X_b) (T_w - T_s)^3 \quad (10)$$

4. 整理式 및 實驗結果의 考察

4-1. 整理式의 考察

Levy⁸⁾는 X_b 가 定數라야 한다고 생각하여 實驗結果를 整理한 바 있으나 實驗點의 散亂이 심하게 나타났다.

이것은 X_b 를 定數라고 생각한데서 오는 過誤라고 생각된다.

왜냐하면 Nishikawa⁹⁾의 理論에 의하면 R_u 와 R_i 間에는 다음과 같은 關係가 成立된다는 것이 물에 대해서 實驗한 結果 確認되었다.

즉,

$$(R_u/R_i)^3 = M \cdot n^{-1/2} \cdot Y \quad (11)$$

단, $M = 900 \text{m}^{-1}$

n =氣泡生點數

Y =傳熱面의 代表길이

따라서 (10)式과 (11)式에 의하면 X_b 는 傳熱面의 發泡點密度의 函數라고 볼수 있다. 즉 X_b 中에는 傳熱面의 表面條件에만 因子가 包含되어 있으므로 Levy⁸⁾가 말한 바와 같이 實數로 생각하기는 곤란하다.

故로 X_b 는 傳熱面에서의 氣泡發生의 難易性, 即

傳熱面 表面狀態에 의해서 變化하는 因子이며 液體가 定해지면 傳熱面의 表面條件에 의해서 左右된다고 보는 것이 妥當하다고 생각된다.

結局 모든 核沸騰熱傳達을 포함시키는 整理式에 있어서는 傳熱面 表面의 發泡性을 고려한 X_b 와 같은 係數를 實驗的으로 求함으로써 正確한 热傳達率이 얻여지는 것으로 생각된다.

4-2. 實驗結果의 考察

Fig. 3~10으로부터 각각의 傳熱面에 대하여 核沸騰이 일어난 狀態는 鏡面에서는 約 8°C의 溫度差를 가져야 비로소 核沸騰이 나타나고 있는데 반하여, 燒結金屬面 $D_p = 32 \mu$ 에서는 溫度差가 5°C 정도로 낮아지며 또한 $D_p = 64 \mu$ 이상의 燒結金屬面에서는 5°C 보다

核沸騰熱傳達에 미치는 傳熱面表面條件의 影響

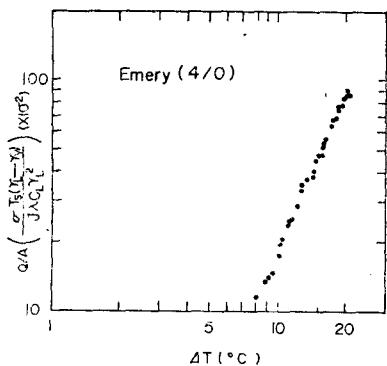


Fig. 3. Correlations of Nucleate Water Boiling Data for Polishing Surface(Emery 4/0)

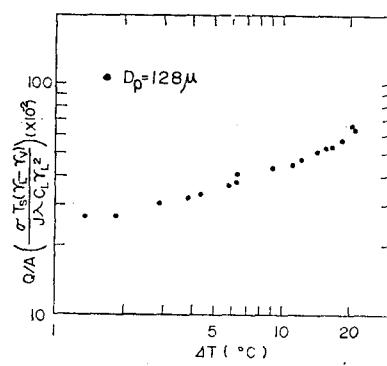


Fig. 6. Correlations of Nucleate Water Boiling Data for $D_p = 64 \mu$

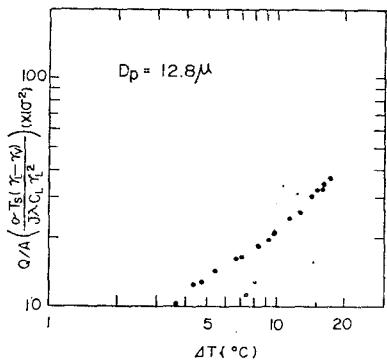


Fig. 4. Correlations of Nucleate Water Boiling Data for $D_p = 12.8 \mu$

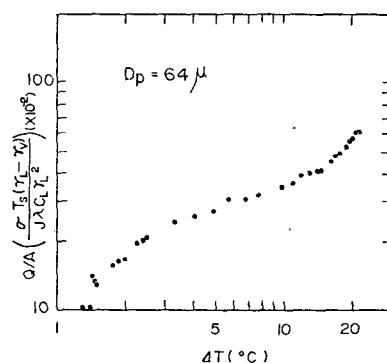


Fig. 7. Correlations of Nucleate Water Boiling Data for $D_p = 128 \mu$

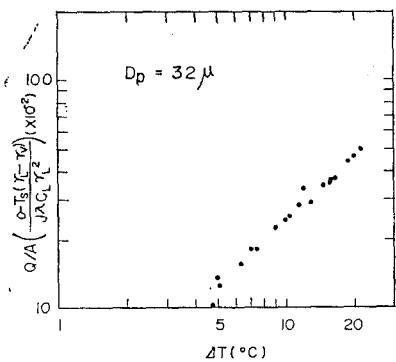


Fig. 5. Correlations of Nucleate Water Boiling Data for $D_p = 32 \mu$

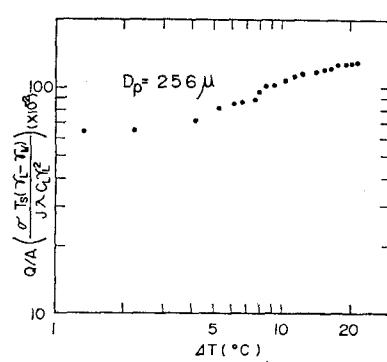


Fig. 8. Correlations of Nucleate Water Boiling Data for $D_p = 256 \mu$

도 낮은 温度差에서 沸騰이 開始됨을 알수 있다.

Fig. 11에 의하면 이미 낮은 温度差에서 燒結傳熱面의 粒子의 粒子가 核沸騰에 크게 영향을 미치고 있다는 사실이 나타나고 있다.

表面條件의 영향을 포함하는 係數 X_b 의 값에 對하여는 Fig. 12~19에 나타나고 있는 바와 같으며, 温度差 $\Delta T = 8^\circ C$ 와 $\Delta T = 10^\circ C$ 에 대한 각 燒結傳熱面에서의 X_b 의 값들을 代表的으로 比較하면 Table 2와 같다.

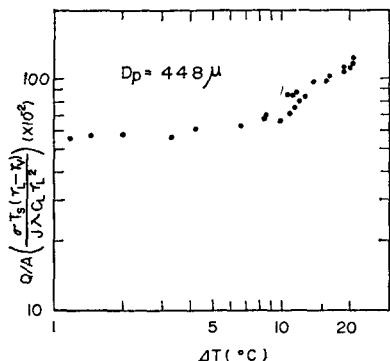


Fig. 9. Correlations of Nucleate Water Boiling Data for $D_p=448\mu$

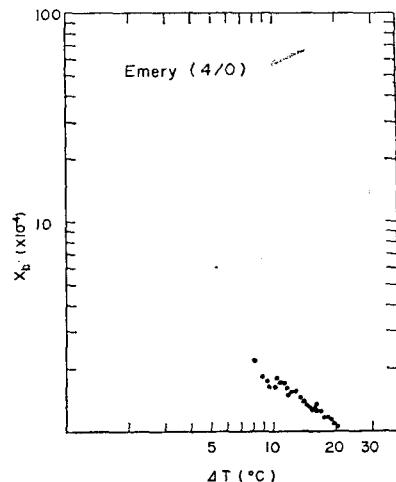


Fig. 12. Determination of Coefficient $1/X_b$ from Boiling Heat Transfer Data for Emery (4/0)

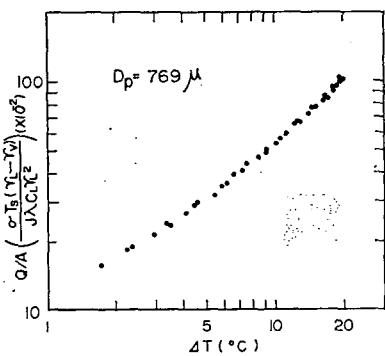


Fig. 10. Correlations of Nucleate Water Boiling Data for $D_p=769\mu$

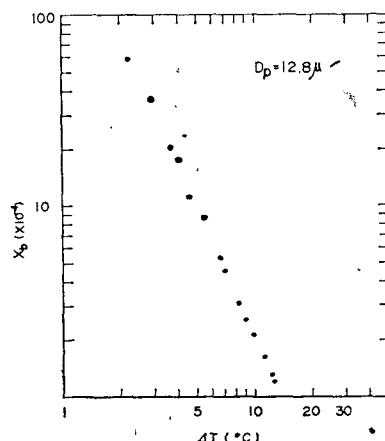


Fig. 13. Determination of Coefficient $1/X_b$ from Boiling Heat Transfer Data for $D_p=12.8\mu$

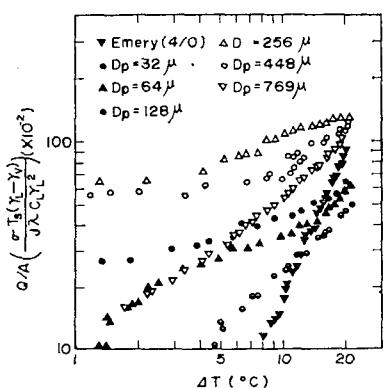


Fig. 11. Comparisons of Nucleate water boiling Data on the Various surfaces

Fig. 20과 Table 2에서 알 수 있는 바와 같이同一한 温度差에 대하여 係數 X_b 의 値은 鏡面에 比하여 烧結金屬 粒子의 粗さ가 커질수록 增加하고 있으며 이 値은 本 研究範圍에서는 $D_p=256\mu$ 에 와서 最大值가 되며 이보다

粒子가 粗은 傳熱面에서는 다시 減少한다.

이것은 烧結金屬의 粒子의 크기에 따라 形成되는 傳熱表面의 凹凸部의 構成이 氣泡發生을 위한 温度差와 粗度에 限界點을 갖고있기 때문이라고 생각된다.

Fig. 20에 의하면 全實驗範圍의 温度差에 대하여 모든 烧結金屬 傳熱面에서의 係數 X_b 의 値은 거의 같은 比率로 增加하고 있다. 热工學的인 立場에서 볼 때 核沸騰 热傳達은 낮은 温度差에서 높은 热傳達效果를 기대하는 것이 바람직한 것이며, 따라서 이에 대한 研究는 많은 關心속에 現在도 進行되고 있다.

그런데 本 實驗結果에 의하면 낮은 温度差에서 烧結

核沸騰熱傳達에 미치는 傳熱面表面條件의 影響

Table 2.

ΔT	Surface Conditions (D_p) : μ	X_b	ΔT	Surface Conditions (D_p) : μ	X_b
8°C	Emery (4/0)	2×10^{-4}	10°C	Emery (4/0)	1.5×10^{-4}
	12.8	4×10^{-4}		12.8	2×10^{-4}
	64	6×10^{-4}		64	3×10^{-4}
	128	8×10^{-4}		128	4.1×10^{-4}
	256	15×10^{-4}		256	9×10^{-4}
	448	12×10^{-4}		448	7.2×10^{-4}
	769	8×10^{-4}		769	5×10^{-4}

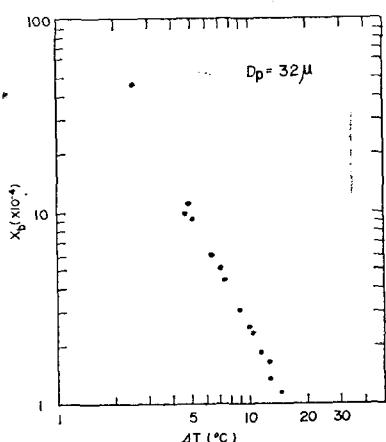


Fig. 14. Determination of Coefficient $1/X_b$ from Boiling Heat Transfer Data for $D_p=32\mu$

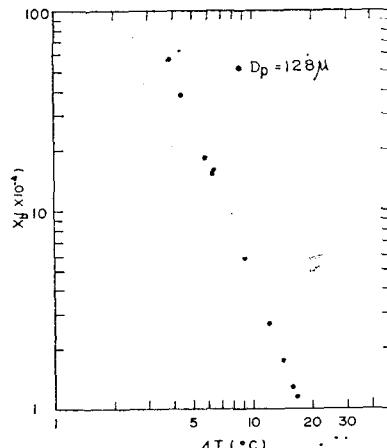


Fig. 16. Determination of Coefficient $1/X_b$ from Boiling Heat Transfer Data for $D_p=128\mu$

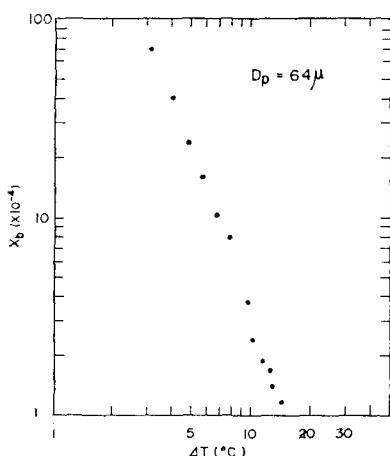


Fig. 15. Determination of Coefficient $1/X_b$ from Boiling Heat Transfer Data for $D_p=64\mu$

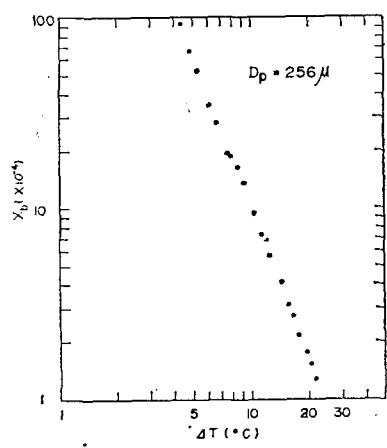


Fig. 17. Determination of Coefficient $1/X_b$ from Boiling Heat Transfer Data for $D_p=256\mu$

金屬 傳熱面에서의 X_b 의 値은 增加하고 있으며 이것은 热傳達率의 增大를 가져오게 하는 것이다.

따라서 本實驗에서의 傳熱面의 表面條件을 人為的으로 變化시켜 줌으로써 위에서 말한 目的에 부합시

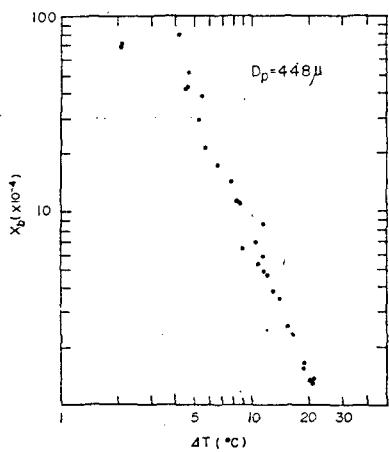


Fig. 18. Determination of Coefficient $1/X_b$ From Boiling Heat Transfer Data for $D_p=448 \mu$

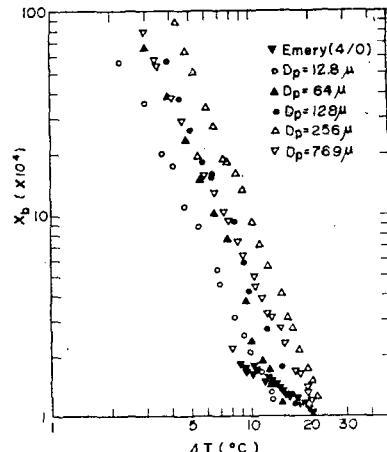


Fig. 20. Comparison of Coefficient $1/X_b$ on the Various surfaces.

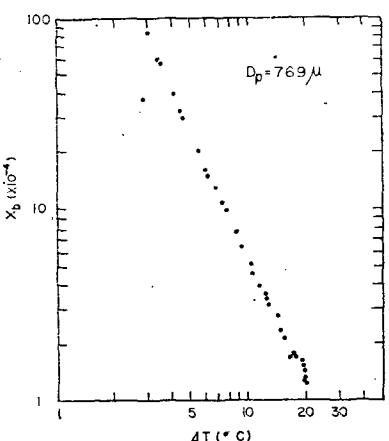


Fig. 19. Determination of Coefficient $1/X_b$ from Boiling Heat Transfer Data for $D_p=769 \mu$

될 수 있을 것으로 생각하며,以上の実験結果와考察에 따라整理하면 다음과 같은事項들로判明된다.

- 1) Levy가 提唱한 바와 같이 燃結金屬面을 傳熱面으로 하는 沸騰熱傳導에서 係數 X_b 의 값은一定하게 나타나지 않고 있다.
- 2) 鏡面[Emery(4/0)]에서의 X_b 값은 $(1.5\sim 2) \times 10^{-4}$ 의 比較的 적은範圍에 있다(Fig. 11)
- 3) 鏡面에서의 그값에 비하여 燃結金屬에서의 X_b 의 값의變化는 Fig.에 나타나는 바와 같이 크게變化한다(Table 2).
- 4) X_b 와 ΔT 의 關係로 부터(Fig. 4~10)
 - a) 燃結面일 때는 鏡面의 경우(Fig. 3)에 비하여

낮은 温度差일수록 X_b 의 영향이 크게 나타나며 特히低溫度差에서의 氣泡發生頻度와 密度가 高溫度差에서보다 커진다는 것을 意味하고 있다. 즉 热傳導率은 沸騰初期에서 크게 나타난다는 것을 알 수 있다.

b) 粒子徑이 큰 燃結金屬面일수록 ΔT 의 영향보다 X_b 의 영향이 크게 나타나지 마는 Fig. 8~10에서 볼 수 있는 바와 같이 $D_p=256 \mu$ 以上일 경우는 X_b 의 값은 감소하는 경향이 있다.

이는 表面條件이 傳熱效果에 미치는 영향의範圍가粒徑에 따라 限制된다는 것을 말한다.

5. 結論

鏡面[Emery(4/0)]과 7種의 粒子徑으로 된 燃結金屬面을 傳熱面으로 하는 蒸留水에 대한 大氣壓下의 核沸騰實驗에서 다음과 같은 結論을 얻었다.

① 實驗結果의 解析으로 부터 係數 X_b 는 傳熱面의 性狀이 核沸騰에 미치는 영향을 나타내는 特性因子임을 알 수 있다.

② 鏡面에서 係數 X_b 는 $(1.5\sim 2) \times 10^{-4}$ 의 값으로 表示된다.

③ 燃結金屬面에서의 係數 X_b 의 값은 鏡面에 比하여 크게 變하고 있으며, 이것은 傳熱面의 表面條件이 傳熱效果의 영향에 크게 作用함을 알 수 있다.

④ 粒徑이 $D_p=256 \mu$ 이상인 燃結傳熱面에서의 係數 X_b 의 값은 감소하며 이와 같은 사실로 부터 傳熱效果를 向上시키는 데는 最適의 表面條件이 存在함을 알 수 있다.

後記

本研究는 仁荷大學校 부설 產業科學技術研究所의 研究補助費에 의하여 이루어 졌으며 본著者는 學校當局의 研究費지급에 대해 감사하는 바입니다. 또한 實驗을 하는데 助力하여준 仁荷大學校 機械工學科 热工學研究室에 竽무하는 助教 여러분께, 그리고 data 整理 및 圖表製作에 協力하여준 慶熙大學校 金元錫씨에게 아울러 사의를 표합니다.

參考文獻

1. E. T. Sauer et al, Mech. Engg., Vol. 60, p669 (1931).
2. J. Y. Seo, K. S. M. E. Vol. 13, No. 3, pp219-333 (1973).
3. K. S. Yamagata and K. Y. Nishikawa, J. S. M. E. Vol. 18, No. 76, pp23-27 (1952).
4. Ibid. pp28-32 (1952).
5. M. Jakob, and W. Fritz, Forschung, Bd 2, S. 435 (1931).
6. H. K. Foster and N. Zuber, J. Appl. Phys. Vol. 25, pp474-478 (1954).
7. M. S. Plesset and S. A. Zwick, J. of Phys. Vol. 25, pp493-500 (1954).
8. S. Levy, A. S. M. E. Vol. 81, pp37-42 (1959).
9. K. Y. Nishikawa, J. S. M. E. Vol. 10, No. 100, pp 808-815 (1954).