大韓機械學會誌 第16卷 第2號 pp. 179~185, 1976

<論 文>

콤퓨터에 의한 六節機構의 設計와 토오크 解析*

배 순 훈** · 정 순 길***

(1975年 8月 18日 接受)

Computer Aided Design of Six-Revolute-Pair Mechanism and Its Torque Analysis

Soon-Hoon Bae · Soon-Kil Chung

Abstract

A computer aided design of a Stephenson type of Chained six-link mechanism with synthesis equations of the precision positions technigue to generate a required point path is presented.

Analysis of this mechanism is carried out by the matrix method. The torque on the input link required to operate the mechanism was obtained by considering inertia and gravity forces of the coupler link.

I. 序 說

Displacement Matrices[1)]을 이용한 두 강체의 상대운동에 관한 synthesis equation[2)]으로써 체인 6절기구(Chained Six-Revolute-Pair Mechanism)을 설계한다. 이 6절기구는 Stephenson 6절기구[3)]의 일종으로 두개의 입력링크가 체인링크로 연결되어 있다.

일반적으로 두 강체의 상대운동은 두 가지로 분류한다. 하나는 그림 1의 링크 QA와 링크 BP의 상대운동이고 또 하나는 링크 CD와 링크 DP의 상대운동이다. 강체링크 위의 한 점 $A_n(A_{nx}, A_{ny})$의 위치벡터(position vector) A_n를

$$\overline{A}_n=\begin{pmatrix} A_{nx} \\ A_{ny} \\ 1 \end{pmatrix} \cdots\cdots (1)$$

로 두면, 강체링크의 평면운동과 관련하는 변위행렬을 나타내는 연산자$D(\overline{A}_n, \overline{A}_1, \phi_{1n})$를

$$D(\overline{A}_n, \overline{A}_1, \phi_{1n}) \equiv \begin{pmatrix} \cos\phi_{1n} & -\sin\phi_{1n} & A_{nx}-A_{1x}\cos\phi_{1n}+A_{1y}\sin\phi_{1n} \\ \sin\phi_{1n} & \cos\phi_{1n} & A_{ny}-A_{1x}\sin\phi_{1n}-A_{1y}\cos\phi_{1n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdots\cdots (2)$$

로 정의하고, 강체 위의 점 A의 n번째 위치벡터 $\overline{A}_n$와 그의 첫 위치벡터 $\overline{A}_1$와의 관계는 그림 1에서

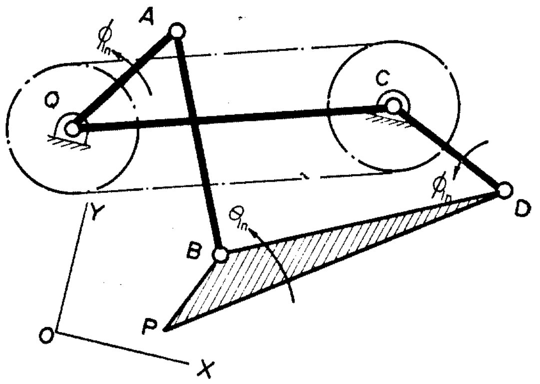

Fig. 1. Chained Six-Revolute-Pair Mechanism

* 1975年 10月 18日 1976年度定期總會에서 發表
** 正會員, 韓國科學院
*** 學生會員, 韓國科學院

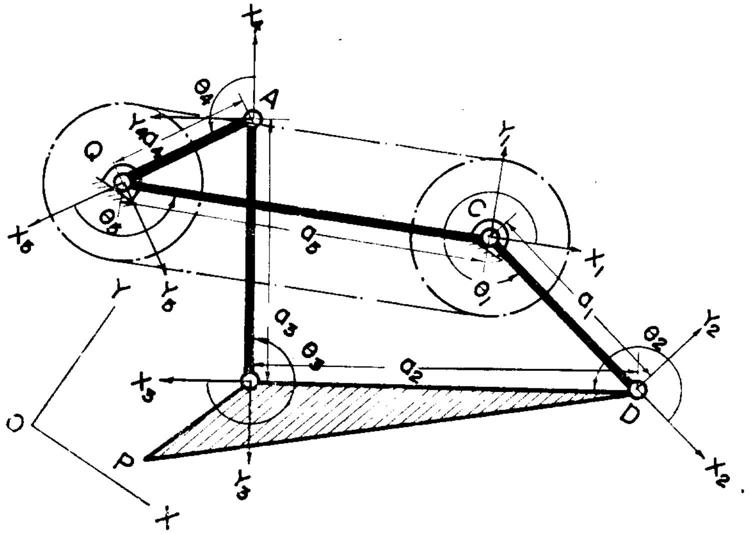

Fig. 2. D-H Kinematic Notation of Six-Revolute-Pair Mechanism

$\overline{A}_n \equiv D(\overline{Q}_n,\ \overline{Q}_1,\ \phi_{1n})\overline{A}_1$ .... (3)

로 표시된다. 위와같은 연산자 D의 역할로 기구의 상대운동을 나타내는 synthesis equation을 구하여 이것의 해를 얻음으로써 기구를 설계한다.

설계된 체인6절기구의 해석의 목적은 커플러 링크 (coupler link)의 속도, 가속도를 구하여 이 링크의 관성력 및 중력에 의한 입력토오크를 구함에 있다. 복잡한 기구를 콤퓨터로 조작을 편리하게 하기 위하여 D-H Kinematic Notation[4]에 의한 좌표변환환렬(Coordinate Transformation Matrix)을 이용한다(그림 2). 링크 i에 고정된 좌표계 $O_iX_iY_i$로부터 이에 인접한 링크 $i+1$에 고정된 좌표계 $O_{i+1}X_{i+1}Y_{i+1}$으로의 변환행렬 A_i는

$$A_i(\theta_i) \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_i\cos\theta_i & \cos\theta_i & -\sin\theta_i \\ a_i\sin\theta_i & \sin\theta_i & \cos\theta_i \end{pmatrix} \qquad (4)$$

로 정의된다[5]. 이 좌표변환행렬의 정의에 따라, 폐•루우프(closed loop)를 이루는 링크들에 대한 모든 변환행렬의 곱은 unit matrix가 된다. 즉,

$A_1 \cdot A_2 \cdots A_6 = I$ .... (5)

식(5)를 행렬•루우프 방정식이라 하며, 이 식을

$$\frac{\partial A_i(\theta_i)}{\partial\theta_i} = Q_iA_i \qquad (6)$$

로 정의되는 미분 연산자 행렬[6]

$$Q_i \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (7)$$

로 연속 미분함으로써 속도 및 가속도를 얻게된다. 식(4)의 A_i의 inverse를 구하면

$$A_i^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -a_i & \cos\theta_i & \sin\theta_i \\ 0 & -\sin\theta_i & \cos\theta_i \end{pmatrix} \qquad (8)$$

이 되고, 이로부터 A_i의 2×2 submatrix(점선부분)는 orthogonal 함을 알 수 있다.

Ⅱ. 6절 기구의 설계

그림 1에서 링크 QA와 링크 BP의 상대운동의 제한조건은 링크 AB의 길이가 일정한 것이며, 이 조건은

$(\overline{A}_n-\overline{B}_n)^T(\overline{A}_n-\overline{B}_n)=(\overline{A}_1-\overline{B}_1)^T(\overline{A}_1-\overline{B}_1)$ ... (9)

여기서, $\overline{A}_n = D(\overline{Q}_n, \overline{Q}_1, \phi_{1n})\overline{A}_1$, ... (10)

$\overline{B}_n = D(\overline{P}_n, \overline{P}_1, \theta_{1n})\overline{B}_1$ .... (11)

로 표시된다.

식(9)에 식(10)과 식(11) 및 식(1)과 식(2)의 관계를 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\Delta_1^2+\Delta_2^2+k_1^2+k_2^2+k_3^2+k_4^2 \\ &+2(\Delta_1\sin\phi_{1n}-\Delta_2\cos\phi_{1n})k_1-2(\Delta_1\cos\phi_{1n}+\Delta_2\sin\phi_{1n})k_2 \\ &-2(\Delta_1\cos\theta_{1n}+\Delta_2\sin\theta_{1n})k_3+2(\Delta_1\sin\theta_{1n}-\Delta_2\cos\theta_{1n})k_4 \\ &+2k_1k_4\cos(\theta_{1n}-\phi_{1n})+2k_2k_3\cos(\theta_{1n}-\phi_{1n}) \\ &+2k_1k_3\sin(\theta_{1n}-\phi_{1n})-2k_2k_4\sin(\theta_{1n}-\phi_{1n}) \\ &=(A_{1x}-B_{1x})^2+(A_{1y}-B_{1y})^2 \end{aligned} \qquad (12)$$

여기서,

$\Delta_1 \equiv P_{nx}-Q_{nx},\quad \Delta_2 \equiv P_{ny}-Q_{ny}$

$k_1 \equiv B_{1y} - Q_{1y},\ \ k_2 \equiv P_{1x} - Q_{1x}$

$k_3 \equiv P_{1x} - A_{1x},\ \ k_4 \equiv P_{1y} - A_{1y}$

링크 CD와 링크 DP의 상대운동에 대한 제한조건은 강체고정링크 OC(혹은 QC)의 길이가 일정하다는 조건이다. 즉,

$$(\overline{C}_n - \overline{O}_n)^T(\overline{C}_n - \overline{O}_n) = (\overline{C}_1 - \overline{O}_1)^T(\overline{C}_1 - \overline{O}_1) \quad (13)$$

여기서,

$$\overline{C}_n = D(\overline{D}_n, \overline{D}_1, \phi_{1n})\overline{C}_1 \cdots\cdots (14)$$

$$\overline{D}_n = D(\overline{P}_n, \overline{P}_1, \theta_{1n})\overline{D}_1 \cdots\cdots (15)$$

식(13)에 식(14) 및 식(15)을 대입하면 링크 OC, 링크 DP에 대한 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} &P_{nx}^2 + P_{ny}^2 + k_1'^2 + k_2'^2 + k_3'^2 + k_4'^2 \\ &+2(P_{nx}\cos\phi_{1n} + P_{ny}\sin\phi_{1n})k_1' \\ &-2(P_{nx}\sin\phi_{1n} - P_{ny}\sin\phi_{1n})k_2' \\ &+2(P_{nx}\cos\theta_{1n} + P_{ny}\sin\theta_{1n})k_3' \\ &-2(P_{nx}\sin\theta_{1n} - P_{ny}\cos\theta_{1n})k_4' \\ &+2k_1'k_3'\cos(\phi_{1n} - \theta_{1n}) + 2k_1'k_4'\sin(\phi_{1n} - \theta_{1n}) \\ &-2k_2'k_3'\sin(\phi_{1n} - \theta_{1n}) + 2k_2'k_4'\cos(\phi_{1n} - \theta_{1n}) \\ &= C_{1x}^2 + C_{1y}^2 \cdots\cdots (16) \end{aligned}$$

여기서,

$k_1' \equiv D_{1x} - C_{1x},\ \ k_2' \equiv D_{1y} - C_{1x},$

$k_3' \equiv C_{1x} - P_{1x},\ \ k_4' \equiv D_{1x} - P_{1y}$

링크 QA, 링크 BP 및 링크 CD, 링크 DP와 링크 QC의 길이는 이 기구의 설계의 목적이며, 이것은 A_{1x}, B_{1x}, A_{1y} 및 B_{1y}와 D_{1x}, C_{1x}, D_{1y} 및 C_{1y}를 각각 미지수로 하는 식(12) 및 식(16)의 비선형 연립방정식의 해를 구함으로써 얻어진다. 이 미지수 외의 항들은 설계할 기구가 취하여야 할 한계조건으로 주어진다. 즉, 한계조건에서 얻어지는 값은 식(12)에서는 점 $P_n(P_{nx}, P_{ny})$ 점 $Q_n(Q_{nx}, Q_{ny})$, 각변위 θ_{1n} 및 ϕ_{1n}이고, 식(16)에서는 점 $P_n(P_{nx}, P_{ny})$, θ_{1n} 및 ϕ_{1n}이다. 결국 두 synthesis equation의 해는 n=2, 3, 4, 5에 대한 두 개의 4원연립방정식의 해이다. 바꾸어 말하면 P점과 Q점의 5개의 Precision Point와, 링크 QA 혹은 링크 CD 및 링크 BP의 임의의 첫 위치에서 임의의 n번째 위치로의 상대각변위 ϕ_{1n} 및 θ_{1n}는 설계해야 할 조건으로 취할 수 있다. 즉 path generating point P의 속도를 ϕ_{1n}의 함수로 정의하거나, θ_{1n}와 ϕ_{1n}의 관계를 정하여 주고 이를 만족하는 두 개의 연립방정식의 미지항 8개를 구함으로써 이 기구를 설계할 수 있다.

Table 1. Input Data

Precision Points	Length of Links	Angular Displacements	
$P_1(1.0,\ 2.8)$	$a_1=10.0$	θ_{1n}	ϕ_{1n}
$P_2(-2.8,\ -3.8)$	$a_2=20.4$	$\theta_{12}=\ 0.5°$	$\phi_{12}=-45°$
$P_3(-8.3,\ -7.3)$	$a_3=\ 8.2$	$\theta_{13}=16.5°$	$\phi_{13}=-90°$
$P_4(-8.9,\ -6.7)$	$a_4=\ 7.2$	$\theta_{14}=27.0°$	$\phi_{14}=-150°$
$P_5(-7.2,\ 3.2)$	$a_5=20.1$	$\theta_{15}=27.0°$	$\phi_{15}=-210°$

Table 2. Computer Output (Solution of the Synthesis Equations)

LINKAGE SYNTHESIS OF SIX REVOLUTE MECHANISM

FI1(1−4)=				TH1(1−4)=			
−.79	−1.57	−2.62	−3.66	.01	.29	.47	.47
PX1(1−4)=				QX1(1−4)=			
−2.80	−8.30	−8.30	−7.20	−8.70	−8.70	−8.70	−8.70

PXZERO1=	PYZERO1=	QXZERO1=	QYZERO1=
1.00	2.80	−3.70	12.90

FAR1(1)	FAR1(2)	FAR1(3)	FAR1(4)
−.1697E+03	.5716E+02	.1519E+03	−.4190E+02
XAR1(1)	XAR1(2)	XAR1(3)	XAR1(4)
.4368E+01	−.1599E+01	−.3770E+01	.1149E+02
FAR2(1)	FAR2(2)	FAR2(3)	FAR2(4)
−.3366E+03	−.1851E+03	−.2935E+03	−.2983E+03
XAR2(1)	XAR2(2)	XAR2(3)	XAR2(4)
.1843E+02	.1223E+02	.2037E+02	.2238E+02

XAR1(1) $=A_{1x}$ XAR1(2) $=B_{1x}$ XAR1(3) $=A_{1y}$ XAR1(4) $=B_{1y}$
XAR2(1) $=C_{1x}$ XAR2(2) $=D_{1x}$ XAR2(3) $=C_{1y}$ XAR2(4) $=D_{1y}$

예로서, 표 1에 있는 5개의 Precision point와 고정점 $Q(-3.7,\ 12.9)$ 및 8개의 각변위를 input data로 하여 Generalized Newton-Raphson Method에 의하여 콤퓨터로 해를 얻었으며 그 결과가 표 2에 주어져 있다.

Ⅲ. 토오크 解析

기구에서 복잡한 운동을 하는 링크는 커플러 링크이며, 이 운동을 이용하는 여러가지 기구의 설계가 중요시 되어 이의 운동에 대한 연구가 많다. 이 커플러 링크의 운동에 관한 해석은 변위, 속도, 가속도 및 토오크에 대한 것이며 여기에서는 전체를 포함할 수 있는 토오크에 대하여 살펴보겠다. 일반적으로 간단한 기구의 해석에는 도해법이 편리하여 많이 이용되나, 교선이 평행할 경우나 복잡한 기구에 대하여는 비능률적이며 부정확할 우려가 있고 많은 시간을 필요로 한다. 따라서 콤퓨터에 의한 해석은 대단히 유용하며 이러한 목적으로 좌표변환행렬에 의한 해석이 도입된다.

기구의 커플러 링크의 가속도로 야기되는 관성력에 의한 토오크의 영향은 고속기구에서는 대단히 중요하며 일반 중·저속기구에서도 이 링크의 운동상태에 따라 빼놓을 수 없는 요인이 될 수 있다. 따라서 커플러 링크의 重心의 가속도를 구하여야 한다.

그림 2와 같이, 각각의 링크에 고정된 좌표계에 대하여 커플러 링크의 重心의 좌표는 좌표계 BX_3Y_3에서 $(X_3,\ Y_3)$로 표시되고 이 기구의 고정좌표계 CX_1Y_1과의 관계는 식(4)의 좌표변환행렬 A_i의 정의에 따라,

$$\overline{X}_1=\begin{pmatrix}1\\X_1\\Y_1\end{pmatrix}=A_1\begin{pmatrix}1\\X_2\\Y_2\end{pmatrix}=A_1\cdot A_2\cdot\begin{pmatrix}1\\X_3\\Y_3\end{pmatrix}=A_1\cdot A_2\overline{X}_3\cdots(17)$$

로 된다. 중심 G의 절대속도는, 식(17)을 미분연산자 행렬 Q_i로써 미분하여,

$$\frac{d\overline{X}_1}{dt}=\begin{pmatrix}0\\ \dfrac{dX_1}{dt}\\ \dfrac{dY_1}{dt}\end{pmatrix}=Q_1A_1A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_1}{dt}+A_1Q_2A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_2}{dt}\cdots(18)$$

로 된다. 식(18)에서 $\dfrac{d\theta_2}{dt}$를 $\dfrac{d\theta_1}{dt}$의 항으로 얻기 위하여 행렬·루우프 방정식(5)를 미분하면,

$$Q_1A_1A_2A_3A_4A_5\frac{d\theta_1}{dt}+A_1Q_2A_2A_3A_4A_5\frac{d\theta_2}{dt}$$
$$+A_1A_2Q_3A_3A_4A_5\frac{d\theta_3}{dt}+A_1A_2A_3Q_4A_4A_5\frac{d\theta_4}{dt}$$
$$+A_1A_2A_3A_4Q_5A_5\frac{d\theta_5}{dt}=0\cdots\cdots\cdots(19)$$

로 되고, 식(19)을 간단히 쓰면,

$$B_2\frac{d\theta_2}{dt}+B_3\frac{d\theta_3}{dt}+B_4\frac{d\theta_4}{dt}+B_5\frac{d\theta_5}{dt}=-Q_1\frac{d\theta_1}{dt}\cdots(20)$$

여기서,

$$B_i=A_1\cdots A_{i-1}Q_iA_i\cdots A_5=\begin{pmatrix}0&0&0\\B_{i21}&B_{i22}&B_{i23}\\B_{i31}&B_{i32}&B_{i33}\end{pmatrix}\cdots\cdots(21)$$

로 된다. 미분연산자행렬 Q_i의 antisymmetry와 행렬 A_i의 2×2 submatrix의 orthogonality에 의하여 식(20)은 3개의 등식으로 표시되며 행렬식으로는 다음과 같이 된다.

$$MD_v=C_v\cdot\frac{d\theta_1}{dt}\cdots\cdots\cdots(22)$$

여기서,

$$M=\begin{pmatrix}B_{221}&B_{321}&B_{421}&B_{521}\\B_{231}&B_{331}&B_{431}&B_{531}\\B_{232}&B_{332}&B_{432}&B_{532}\end{pmatrix},\ D_v=\begin{vmatrix}\dfrac{d\theta_2}{dt}\\ \dfrac{d\theta_3}{dt}\\ \dfrac{d\theta_4}{dt}\\ \dfrac{d\theta_5}{dt}\end{vmatrix},\ C_v=\begin{vmatrix}0\\0\\-1\end{vmatrix}.$$

Least square 법에 의하여

$$D_v=[M^TM]^{-1}M^TC_v\frac{d\theta_1}{dt}=\overline{D}_v\frac{d\theta_1}{dt}\cdots\cdots(23)$$

여기서,

$$D_v\equiv[M^TM]^{-1}M^TC_v\cdots\cdots(24)$$

식(20)을 다시 미분하고 정리하면,

$$\overline{D}_a=[M^TM]^{-1}M^TC_v\frac{d^2\theta_1}{dt^2}+[M^TM]^{-1}M^TC_a\left(\frac{d\theta_1}{dt}\right)^2$$
$$=\overline{D}_v\frac{d^2\theta_1}{dt^2}+\overline{D}_a\left(\frac{d\theta_1}{dt}\right)^2\cdots\cdots(25)$$

여기서,

$$D_a=\begin{pmatrix}\dfrac{d^2\theta_2}{dt^2}\\ \dfrac{d^2\theta_3}{dt^2}\\ \dfrac{d^2\theta_4}{dt^2}\\ \dfrac{d^2\theta_5}{dt^2}\end{pmatrix},\ C_a=\begin{vmatrix}-E_{21}\\-E_{31}\\-E_{32}\end{vmatrix},\ \overline{D}_a=[M^TM]^{-1}M^TC_a$$

$$E=Q_1Q_1+(W_1+W_2)B_2\overline{D}_v+(W_2+W_3)B_3\overline{D}_v$$
$$+(W_3+W_4)B_4\overline{D}_v+(W_4+W_5)B_5\overline{D}_v$$
$$W_i=B_1+B_2(\overline{D}_v)_2+\cdots\cdots+B_i(\overline{D}_v)_i\ (i=1,2,3,4,5)$$

$(\overline{D}_v)_i$; ith component of $\overline{D}_v$

로 된다. 따라서 커플러 링크의 重心 G의 절대속도는

$$\frac{d\overline{X}_1}{dt}=Q_1A_1A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_1}{dt}+A_1Q_2A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_2}{dt}$$
$$=Q_1A_1A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_1}{dt}+A_1Q_2A_2\overline{X}_3(\overline{D}_v)_2\frac{d\theta_1}{dt}$$

$$=Q_1A_1A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_1}{dt}$$

$$+A_1Q_2A_2(A_3A_4A_5)(A_3A_4A_5)^{-1}\overline{X}_3(\overline{D}_v)_2\frac{d\theta_1}{dt}$$

$$=Q_1A_1A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_1}{dt}+B_2(\overline{D}_v)_2A_1A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_1}{dt}$$

$$=[Q_1+B_2(\overline{D}_v)_2]A_1A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_1}{dt}$$

$$=W_2A_1A_2\overline{X}_3\frac{d\theta_1}{dt} \quad\cdots\cdots(26)$$

같은 방법으로 식(26)을 미분하여 다음과 같이 절대가 속도를 얻는다.

$$\frac{d^2\overline{X}_1}{dt^2}=\begin{pmatrix}0\\ d^2X_1/dt^2\\ d^2Y_1/dt^2\end{pmatrix}=W_2A_1A_2\begin{pmatrix}1\\ X_3\\ Y_3\end{pmatrix}\frac{d^2\theta_1}{dt^2}$$

$$+V_3\begin{pmatrix}1\\ x_3\\ y_3\end{pmatrix}\left(\frac{d\theta_1}{dt}\right)^2 \quad\cdots\cdots(27)$$

여기서,

$$V_3=[B_2(\overline{D}_a)_2+Q_1Q_1+(W_1+W_2)B_2(\overline{D}_v)_2]A_1A_2 \quad\cdots\cdots(28)$$

커플러 링크의 어느 순간의 관성력과 중력에 의한 커플러 링크에 고정된 좌표계의 원점 B에 대한, 합성 모우멘트는 간단히 구해지며 이것을 N_3라 두자. 이 링케이지가 정력학적 평형을 유지하도록 가해 주어야 할 입력 토오크 T는 체인으로 연결된 두 링크 QA 및 CD가 각각 지탱하여야 할 토오크 F_1 및 F_2의 합이다. 즉,

$$T=F_1+F_2 \quad\cdots\cdots(29)$$

입력링크의 pair 변수를 고정했을 때 모우멘트 N_3에 의한 예측하는 방향으로의 그 링크의 infinitesimal virtual deformation Δf_i를 가정하면, virtual work의 원리에 따라 모우멘트 N_3에 대한 일은 Δf_i에 의한 변형일과 같으므로,

$$F_1=-\frac{\Delta\theta_3}{\Delta f_1}N_3 \quad\cdots\cdots(30)$$

$$F_5=-\frac{\Delta\theta_3}{\Delta f_5}N_3 \quad\cdots\cdots(31)$$

로 된다. 음부호는 링크 3의 pair 변수의 양의 방향(반시계 방향)의 증가 $\Delta\theta_3$는 링크 4에 대하여 자신의 링크 3를 시계방향으로 회전시키기 때문이다. 변형이 일어난 후에도 링케이지는 폐·루우프를 형성하므로, 가상변형에 대한 변환행렬 D_i를 포함하여 모든 좌표변환행렬의 곱은 unit matrix가 되므로,

$$A_1(\theta_1)A_2(\theta_2+\Delta\theta_2)\cdots A_{i-1}(\theta_{i-1}+\Delta\theta_{i-1})D_iA_i(\theta_i+\Delta\theta_i)$$
$$\cdots A_5(\theta_5+\Delta\theta_5)=I \quad\cdots\cdots(32)$$

여기에서,

$$D_i=I+Q_i\Delta f_i \quad\cdots\cdots(33)$$

Table 3. Computer Output

TORQUE REQUIRED

THETA (1) =6.020			
GNPUT1=	−.264	GNPUT2=	−.228
RNPUT1=	1.781	RNPUT2=	1.523
THETA (1) =5.500			
GNPUT1=	.001	GNPUT2=	.024
RNPUT1=	−.004	RNPUT2=	−.083
THETA (1) =5.000			
GNPUT1=	−.435	GNPUT2=	.046
RNPUT1=	1.893	RNPUT2=	−.198
THETA (1) =4.450			
GNPUT1=	−.012	GNPUT2=	.081
RNPUT1=	−.066	RNPUT2=	.457
THETA (1) =3.930			
GNPUT1=	−.004	GNPUT2=	−.012
RNPUT1=	−.011	RNPUT2=	−.034
THETA (1) =3.400			
GNPUT1=	−.001	GNPUT2=	.007
RNPUT1=	.002	RNPUT2=	−.021
THETA (1) =2.880			
GNPUT1=	.306	GNPUT2=	.238
RNPUT1=	−2.492	RNPUT2=	−1.944
THETA (1) =2.360			
GNPUT1=	−.357	GNPUT2=	.094
RNPUT1=	2.758	RNPUT2=	−.723
THETA (1) =1.830			
GNPUT1=	−1.146	GNPUT2=	8.249
RNPUT1=	14.625	RNPUT2=	−25.307
THETA (1) =1.190			
GNPUT1=	.000	GNPUT2=	−.000
RNPUT1=	−.000	RNPUT2=	.000
THETA (1) =.720			
GNPUT1=	−.000	GNPUT2=	−.000
RNPUT1=	.000	RNPUT2=	.000
THETA (1) =.260			
GNPUT1=	.001	GNPUT2=	.001
RNPUT1=	.000	RNPUT2=	.000

** RNPUT1: torque required on link 1 for inertia force
RNPUT2: torque required on link 4 for inertia force
GNPUT1: torque required on link 1 for gravity force
GNPUT2: torque required on link 4 for gravity force

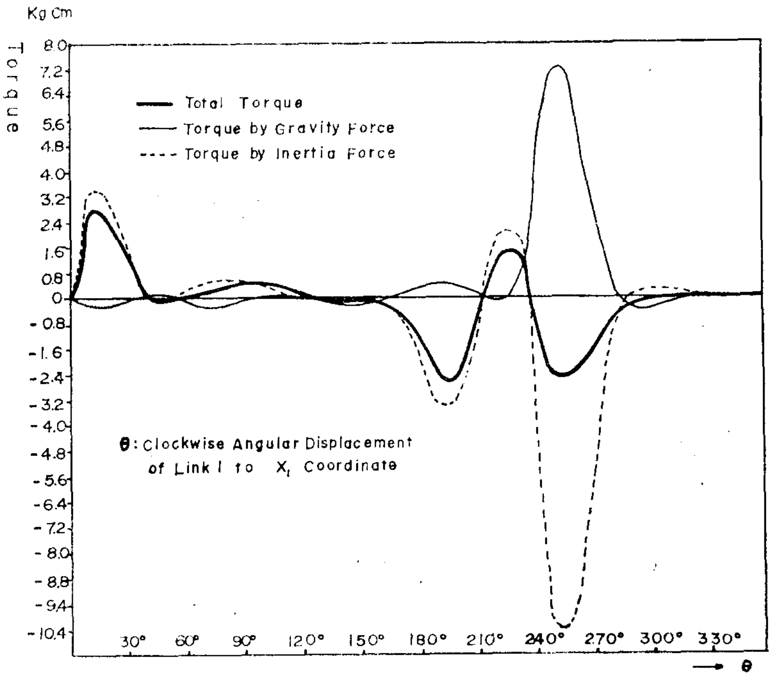

Fig. 3. Torque Diagram of Six-Revolute-Pair Mechanism

$$A_i(Q_i+\Delta\theta_i)=(I+Q_i\Delta\theta_i)A_i,\quad i=1,5\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

이므로 식 (30)에 대입하여 정리하면,

$$B_2\frac{\Delta\theta_2}{\Delta f_i}+B_3\frac{\Delta\theta_3}{\Delta f_i}+B_4\frac{\Delta\theta_4}{\Delta f_i}+B_5\frac{\Delta\theta_5}{\Delta f_i}$$

$$=-A_1\cdots A_{i-1}Q_iA_i\cdots A_6\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

로 되고, 행렬·루우프 방정식 (5)에 의하여 식 (35)은

$$(A_1\cdots A_{i-1})Q_i(A_1\cdots A_{i-1})^{-1}=\begin{pmatrix}0&0&0\\C_{i1}&0&-C_{i3}\\C_{i2}&C_{i3}&0\end{pmatrix}\quad(36)$$

로 된다. 식 (35)를 행렬식으로 쓰면

$$M\cdot\begin{pmatrix}\frac{\Delta\theta_2}{\Delta f_i}\\ \vdots\\ \frac{\Delta\theta_5}{\Delta f_i}\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}C_{i1}\\C_{i2}\\C_{i3}\end{pmatrix},\quad(i=1,5)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(37)$$

식 (22)에서와 같이 식 (36)과 식 (37)에서 $\frac{\Delta\theta_3}{\Delta f_1}$와 $\frac{\Delta\theta_3}{\Delta f_6}$를 구하여 식 (30)와 식 (31)에서 F_1과 F_6를 구하고 식 (29)에서 하나의 입력링크에 가해 주어야 할 입력 토오크 T를 구한다. 이상의 과정에 대한 행렬 manipulation 을 콤퓨터 program 하여 표 3과 같은 답을 얻고 이에 의한 토오크 선도를 그리면 그림 3과 같다.

Ⅳ. 결 론

Displacement Matrix를 사용한 두 가지의 비선형 4원 연립방정식의 해를 Newton-Rapson 方法에 의하여 얻음으로써 요구되는 path를 그리는 기구를 설계한 수 있으며 예로서 체인 6절기구를 설계하였다.

이 기구의 커플러 링크의 重心에 대한 속도 및 가속도를 좌표변환행렬로 구하여 이 링크의 관성력을 구하였고, 가상변형일의 개념으로 이 관성력 및 중력에 대한 입력 토오크를 구하는데, 유도되는 여러 행렬들의 조작들은 차례로 프로그램함으로써 구할 수 있다. 이 연구에서 해석한 체인 6절기구에서는 입력 토오크를 각 스프로켓·휘일에 대하여 구하고 이 입력의 합이 한 개의 스프로켓·휘일에 입력으로 작용한다고 생각하여 해석하였다. 이를 한 개의 입력으로만 생각하여 구하면 틀리게 된다.

이 체인 6절기구는 적은 토오크를 요하는 人力移秧機의 planting mechanism에 응용된다.

References

1) C.H. SUH and C.W. RADCLIFFE, "Synthesis of Plane Linkage with use of the Displacement Matrix", *Trans. ASME*, Series B, pp. 206-214, May, 1967

2) D. KOHLI and A.H. SONI, "Synthesis of Seven-Link Mechanism", *Trans. ASME, Jr. of Eng. for Ind.*, pp. 533-540, May, 1973
3) K. HAIN, *Applied Kinematics*, Second Edition McGraw-Hill, 1967
4) J. DENAVIT and R.S. HARTENBERG, "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices", *Jr. of Applied Mechanics*, pp. 215-221, June, 1955
5) J. DENAVIT and R.S. HARTENBERG, *Kinematic Synthesis of Linkage*, McGraw-Hill, 1964
6) J.J. UICKER, Jr., J. DENAVIT and R.S. HARTENBERG, "An Iterative Method for the Displacement Analysis of Spatial Mechanisms", *Jr. of Applied Mechanics*, pp. 309-314, June, 1964
7) J. DENAVIT, R.S. HARTENBERG, R. RAZI and J.J. UICKER, Jr., "Velocity, Acceleration and Static-Force analysis of Spatial Linkage", *Jr. of Applied Mechanics*, pp. 903-907, December, 1965