

位相固定回路를 사용한 AM信號 檢波方式의 解析

(An Analysis of a Phase Locked AM signal Detection)

文 相 在*

(Moon Sang-Jae)

要 約

Phase locked AM信號 檢波方式에서는 位相固定回路를 使用하여 入力信號로부터 搬送信號를 分離 再生시킨다. 入力雜音은 白色 Gaussian雜音이고, 電壓制御發振器의 自由發振周波數와 入力搬送信號周波數가 같다는 假定下에 位相固定回路의 動作特性을 解析하고, 本 檢波方式의 信號對 雜音比를 定量的으로 考察하였다. Phase locked AM信號 檢波方式은 従来の 檢波方式에 比해서 雜音의 影響을 적게 받게됨을 本 解析에서 알 수 있다.

Abstract

In the phase locked AM signal detection, phase locked loop is used to extract a synchronous carrier from an input AM signal. Under the assumption that input noise is white Gaussian and free-running frequency of voltage controlled oscillator is the same that of an input carrier, operational behaviours of phase locked loop is analyzed and signal to noise ratio of the detection is derived quantitatively. The results show that the phase locked AM signal detection method offers a higher degree of noise immunity than conventional AM signal detections.

1. 序 論

搬送信號가 포함된 DSB-AM信號 檢波에는 回路가 간단한 包絡線檢波方式을 주로 사용하나 單一側帶波로 구성된 SSB-AM信號 檢波에는 同期波方式을 채택한다. 이러한 同期檢波方式에서는 搬送信號의 再生이 가장 중요한 과제이며, 搬送信號를 再生시키기 위해서는 回路의 복잡성이 수반된다. SSB-AM 通信方式은 占有周波數帶幅이 좁고 비교적 낮은 送信電力으로 良質의 通信이 가능하므로 軍사용 通信이나 雜音의 影響이 큰 space communication에서는 DSB-AM보다 SSB-AM 通信方式을 주로 채택한다.

SSB-AM通信에서 搬送信號를 再生시키기 위한 한 方法으로 送信側에서는 미소한 搬送信號를 加合시켜 送信하고 受信側에서는 特性이 좋은 濾波器를 사용하여 搬送信號만 分離增幅한다. 實際적으로 濾波器의 周波數選擇特性을 개선시키기 위하여 入力信號를 비교적

낮은 100KHz 정도의 周波數帶로 變換시킨다¹⁾.

受動濾波器 대신 位相固定回路(Phase Locked Loop, PLL)를 사용하므로써 入力信號 周波數帶에서도 搬送信號의 分離再生이 가능하다. 이에 關한 여러 論文이 發表되었으며^{2),3)} 雜音特性에 대해서는 包絡線檢波方式보다 좋아짐을 定性的으로 說明하고 있다.

本 論文에서는 사용된 PLL의 動作特性을 解析하고 本 檢波方式의 信號對雜音比(SNR)를 定量的으로 考察하여 PLL를 사용한 AM信號 檢波方式의 動作 및 雜音特性을 解析하였다.

2. PLL同期檢波方式

PLL를 사용한 同期檢波回路의 block diagram은 그림 1과 같다. 入力雜音 $n(t)$ 는 평균치 $E[n(t)]$ 가 零이고 再側周波數 電力스펙트럼이 $\frac{n}{2}$ [w/Hz]인 白色 Gaussian雜音이라 가정한다. 入力信號 $V_1(t)$ 가 SSB-AM波인 경우,

$$V_1(t) = \sqrt{2} A_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) + m(t) \cos(\omega_1 t + \theta_1) + \hat{m}(t) \sin(\omega_1 t + \theta_1) n(t) \quad (1)$$

* 正會員 慶北大學校 通信工學科
接受日字 : 1976年 9月 30日

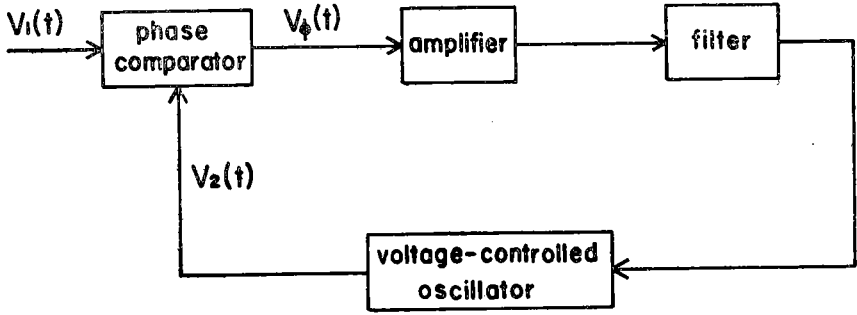


그림 1. PLL同期檢波方式
Fig.1. Block diagram of phase locked synchronous detection

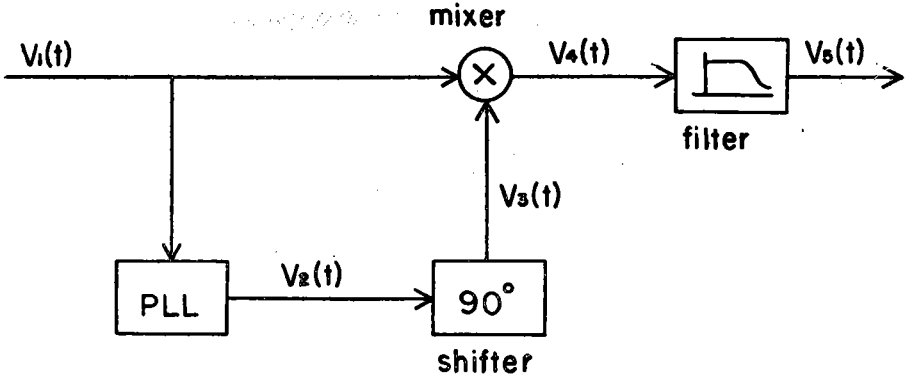


그림 2. 位相固定回路
Fig.2. Block diagram of PLL

$m(t)$ = 變調信號

$\hat{m}(t)$ = $m(t)$ 의 Hilbert transform

이므로, $V_2(t)$ 는 PLL의 電壓制御發振器(VCO)의 出力信號이므로 다음과 같이 들 수 있다.

$$V_2(t) = \sqrt{2} \sin(\omega_1 t + \theta_2) \tag{2}$$

$$V_3(t) = \sqrt{2} \cos(\omega_1 t + \theta_2) \tag{3}$$

그림 1의 PLL은 電壓制御發振器의 周波數가 入力信號의 周波數에 同期固定되도록 구성된 周波數饋還回路이다. 그러므로 PLL의 同期帶幅(locking range)를 적당히 決定하므로써 搬送信號 周波數에 同期된 信號 $V_2(t)$ 를 얻을 수 있다. 이 경우 PLL은 選擇도가 높은 濾波器的 역할을 하게 된다.

PLL 자체내에서 90° 位相變化가 일어난 信號를 90° 位相 還移器에 통과시키므로써 搬送信號에 位相同期된 $V_3(t)$ 를 얻을 수 있다. 두 信號 $V_1(t)$ 와 $V_3(t)$ 를 混合器 및 低域通過回路에 다시 통과시키므로 요구하는 變調信號 $m(t)$ 를 同期檢波할 수 있다.

3. PLL의 解析

PLL은 그림 2와 같이 구성된 周波數饋還回路이다. Phase comparator의 출력信號 $V_\phi(t)$ 의 beat 周波數는 일정한 값이 아닌시간의 函數로 표시된다. 그러나 饋還過程이 반복되므로써 beat 周波數가 점점 줄어 零이 되고 VCO의 周波數는 入力信號 $V_1(t)$ 의 搬送信號 周波數에 同期固定된다. 搬送信號의 周波數가 同期範圍內에서 變動하면 VCO의 出力信號 $V_2(t)$ 도 추적하여 同期된다.

(1) 線坪 PLL

實際로 通信에서 搬送信號 周波數安定度는 10^{-6} 보다 좋다. 그리고 VCO自由發振周波數를 搬送信號周波數와 同一하게 됨으로써, Phase comparator의 出力信號는 $\sin\phi(t) \sim \phi(t)$ 가 된다. 이 경우에 PLL의 動作方程式은 線性微分方程式으로 表示된다⁴⁾.

信號 $V_2(t)$ 가 AM信號의 側帶波 影響으로 位相變調

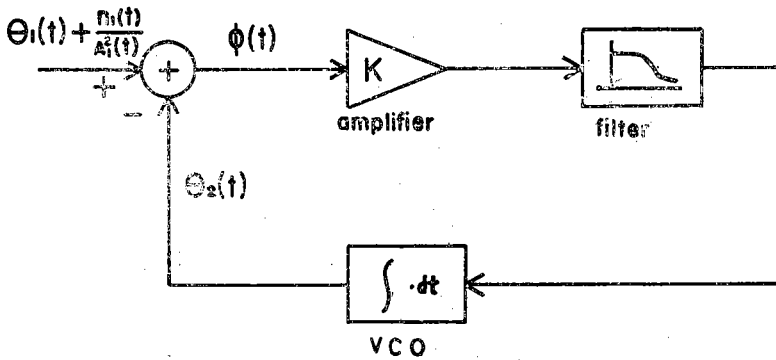


그림 3. 線型 PLL
Fig.3. Linear model of PLL

가 되지 않도록 PLL의 濾波器 Parameter 값을 적당히 設定하므로써 PLL 入力에는 等價的으로 搬送信號와 雜音만 受信된다고 할 수 있다. 이들 位相函數로 표시한 線型 PLL은 다음 그림 3 과 같다.

여기서

$\theta_1(t)$: 搬送信號(= $\sqrt{2}A_1 \cos[\omega_1 t + \theta_1(t)]$)의 瞬時 位相角

$\theta_2(t)$: VCO의 信號(= $\sqrt{2} \sin[\omega_1 t + \theta_2(t)]$)의 瞬時 位相角

K: 回路電壓利得

$F(s)$: 低域通過回路的 傳達函數

이다. 一般적으로 濾波器的 特性은

$$F(s) = \frac{a_0 + a_1 s + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + \dots + b_n s^n}, \quad n \geq m \quad (4)$$

로 표시할 수 있다. 그림 3에서 다음의 (5) 및 (6)식을 유도할 수 있고, 이 두 식과 (4)식을 이용하여 PLL의 動作方程式인 (7)식을 유도할 수 있다.

$$\phi(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t) \quad (5)$$

$$p\theta_2(p\phi) = \frac{a_0 + a_1 p + \dots + a_m p^m}{b_0 + b_1 p + \dots + b_n p^n} \cdot K \cdot \phi \quad (6)$$

$$(b_0 + b_1 p + \dots + b_n p^n) (p\phi(t) - p\theta_1(t)) = -K(a_0 + a_1 p + \dots + a_m p^m) \cdot \phi(t) \quad (7)$$

여기서

$$p = \frac{d}{dt}$$

이다.

그림 3의 雜音 $n_1(t)$ 의 性質을 살펴본다. $n_1(t)$ 는 그림 1이 入力雜音 $n(t)$ 에 VCO의 出力을 곱한 信號이다. 즉

$$n_1(t) \triangleq \sqrt{2} \sin[\omega_1 t + \theta_2(t)] \cdot n(t) = \alpha(t) \cdot n(t) \quad (8)$$

이다. 位相 $\theta_2(t)$ 는 濾波기를 通過한 $\alpha(t) \cdot n(t)$ 의 信號成分에 대해서는 서로 독립적이므로

$$(i) E[n_1(t)] = E[n(t)] \cdot E[\alpha(t)] = 0 \quad (9)$$

이다. 또한 $E[n_1(t) \cdot n_1(t+\tau)] = E[n(t) \cdot n(t+\tau)] E[\alpha(t) \cdot \alpha(t+\tau)]$ 이고, $\alpha(t)$ 의 autocorrelation function $E[\alpha(t) \cdot \alpha(t+\tau)]$ 은 1이 되므로 다음과 같다.

$$(ii) E[n_1^2(t)] = E[n^2(t)] \quad (10)$$

(10)식에서 $n_1(t)$ 의 兩側周波數 電力스펙트럼도 $\frac{\eta}{2}$ [W/Hz]임을 알 수 있다.

(2) 濾波器

사용목적에 따라서 濾波器는 設計 선택된다. PLL의 入力信號가 側帶波를 포함하고 있는 AM信號인 경우에 VCO의 출력信號는 側帶波의 影響을 받게 된다. 그러므로 搬送信號만 分離하기 위해서는 理想的인 低域通過回로가 요구된다.

特性이 좋은 高次 Butterworth filter를 사용하는 경우에는 發振이 일어나는 不安定 상태가 된다. 이러한 安定度 問題는 그림 4와 같은 간단한 지상여파회로(lead-lag filter)를 사용하므로써 해결된다.

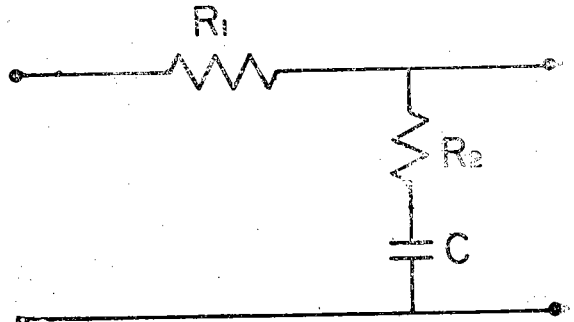


그림 4. 低域通過回로
Fig.4. Low-pass filter

그림 4의 低域通過回로 傳達函數는

$$F(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + \tau_1 s} \quad (11)$$

이다. 여기서 $\tau_1 = (R_1 + R_2)C$ 이고 $\tau_2 = R_2C$ 이다. AM波의 側帶波의 影響을 무시하려면 적어도 다음의 두 경우가 成立되어야 한다.

- (i) 半電力周波數 $\frac{1}{\tau_1} < \omega_{m1}$
- (ii) $\frac{1}{\tau_2} > \omega_{m2}$

여기서

ω_{m1} : 變調信號의 最低周波數

ω_{m2} : 變調信號의 最高周波數

이다. 두 條件의 意味는 濾波器의 電壓應答曲線에서 쉽게 알 수 있다. (11)식과 그림 3에서 閉回로 傳達函數 $H(s)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$H(s) \triangleq \frac{\theta_2(s)}{\theta_1(s)} = \frac{\omega_n^2 + (2\zeta\omega_n - \frac{\omega_n^2}{K})s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (12)$$

여기서

K : 回로電壓利得 (= 同期範圍)

ω_n : the nature resonant frequency ($= \sqrt{\frac{K}{\tau_1}}$)

ζ : the damping ratio ($= \frac{1 + K\tau_2}{2\omega_n\tau_1}$)

이다.

(3) Capture range 및 等價雜音帶幅

回로電壓利得이 K 이므로 locking range도 K [rad/sec]가 된다. 그리고 入力信號의 周波數가 constant-frequency offset인 경우에

$$\theta_1(t) = \omega_d t + \theta_0 \quad (13)$$

이므로 (7)식과 (3)식 그리고 (11)식을 利用하면 PLL의 動作方程式은 다음 (14)식으로 표시할 수 있다.

$$\tau_1 \frac{d^2}{dt^2} \phi(t) + (1 + K\tau_2) \frac{d}{dt} \phi(t) + K\phi(t) = \omega_d \quad (14)$$

(14)식에서 同期되면 $\frac{d}{dt} \phi(t) = \frac{d^2}{dt^2} \phi(t) = 0$ 이므로 정상상태에서의 誤差位相角은

$$\phi_0 = \frac{\omega_d}{K} \quad (15)$$

이다. 여기서 ω_d 는 入力信號와 VCO出力 사이의 周波數 차이이다. 정상상태에서 入力信號와 VCO의 出力사이에는 $\frac{\omega_d}{K}$ [rad]의 位相差가 存在하게 되는데 VCO의 周波數를 入力信號의 周波數에 거의 一致시키고, K 값을 크게 하므로써 位相角 ϕ_0 는 무시된다.

非同期된 상태에서 入力信號에 同期될 수 있는 범위가 capture range이다. 理想的인 濾波器를 사용할 때는 capture range와 locking range가 同一하나, 實際에서는 回로帶幅이 좁아져 capture range는 locking

range보다 좁아진다.

capture range를 구하기 위해서 (11)식을 변형하면 (16)식으로 나타낼 수 있다.

$$F(j\omega) = |F(j\omega)| e^{j\phi(\omega)} \quad (16)$$

phase comparator의 conversion gain을 K_P , 그리고 增幅器의 利得을 K_A 라 두고 VCO의 入力端을 開放시켰을 때 濾波器의 出力은

$$|V_f(t)| = K_P \cdot K_A |F(j\omega)| \quad (17)$$

이다. capture range를 $\Delta\omega_C$ 라 두면 (17)식은

$$|V_f(t)| = K_P \cdot K_A |F(j\Delta\omega_C)| \quad (18)$$

가 된다. 이 電壓이 同期되었을 때 直流電壓과 同一하다고 보면

$$K_P \cdot K_A \left(\frac{\Delta\omega_C}{K}\right) = K_P \cdot K_A |F(j\Delta\omega_C)| \quad (19)$$

이 되고 (11)식과 (19)식에서 다음의 capture range를 유도할 수 있다.⁵⁾

$$\frac{\Delta\omega_C}{K} = \left\{ \frac{\omega_{co}}{K} \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\omega_{co}}{K} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_{co}}{K} \right)^2 \quad (20)$$

여기서 ω_{co} 는 $\frac{1}{\tau_1}$ 이다.

다음은 PLL의 等價雜音帶幅 B_N 를 정의에 의해서 구해보면

$$B_N \triangleq \int_0^\infty |H(j\omega)|^2 \cdot \frac{d\omega}{2\pi} \quad (21)$$

$$B_N = \frac{\omega_n}{8\zeta} \left[1 + \left(2\zeta - \frac{\omega_n}{K} \right)^2 \right] \quad (22)$$

이다. ⁶⁾

4. 雜音特性

PLL의 入力端에 雜音 $n(t)$ 가 없을 경우에 90°位相 shifer의 出力信號는

$$V_3(t) = \sqrt{2} \cos(\omega_1 t + \theta_1 + \frac{\omega_d}{K}) \quad (23)$$

이다. 搬送信號와 VCO의 出力信號의 周波數를 同一하게 하면 $\frac{\omega_d}{K}$ 項은 零이 된다. 이 경우 雜音 $n(t)$ 의 영향을 받는 位相을 $\phi_n(t)$ 라 두면 (24)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_3(t) = \sqrt{2} \cos[\omega_1 t + \theta_1 + \phi_n(t)] \quad (24)$$

(1) 位相 $\phi_n(t)$ 의 variance

random variable인 $\phi_n(t)$ 의 성질을 고찰한다. PLL이 線型微分方程式으로 表示되므로써 $\phi_n(t)$ 의 性質도 역시 白色 Gaussian 雜音이 된다. ⁶⁾

그러므로 평균치는

$$(i) E[\phi_n(t)] = 0 \quad (25)$$

이다. 그리고 $\phi_n(t)$ 의 variance σ_n^2 를 구해보면

$$(ii) \sigma_n^2 = \frac{\gamma}{2A_1^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 \cdot \frac{d\omega}{2\pi} = \frac{\gamma B_N}{A_1^2} [W] \quad (26)$$

이다. 여기서 A_1^2 은 搬送信號 電力이므로 $\frac{\eta B_N}{A_1^2}$ 은 PLL 入力端의 Carrier to Noise의 Ratio(CNR)의 역수에 해당된다. (26)식에서 알 수 있듯이 入力雜音 $n(t)$ 의 影響은 VCO의 出力信號의 位相에 나타나며, 이러한 位相 $\phi_n(t)$ 가 Phase locked AM信號 檢波方式의 等價出力雜音이 된다.

2. 信號對 雜音比(SNR)

(i) DSB-AM波인 경우

入力信號는

$$V_1(t) = \sqrt{2} A_1 [1 + m_d(t)] \cos(\omega_1 t + \theta_1) + n_c \cos(\omega_1 t + \theta_1) - n_s \sin(\omega_1 t + \theta_1) \quad (27)$$

이다. 이 경우 $|m_d(t)| \leq 1$ 이다. PLL를 사용하여 再生된 (24)식을 이용하여 同期檢波하면 出力信號는 (28)

식과 같다.

$$V_5(t) = A_1 \cos \phi_n(t) + A_1 m_d \cos \phi_n(t) + \frac{n_c}{\sqrt{2}} \cos \phi_n(t) + \frac{n_s}{\sqrt{2}} \sin \phi_n(t) \quad (28)$$

出力信號 $V_5(t)$ 의 autocorrelation function을 계산하여 信號電力과 雜音電力을 구하면 각각 다음과 같다.

$$E[V_5(t)^2] = A_1^2 [1 + \overline{m_d^2(t)}] (1 - \sigma_n^2) + \frac{1}{2} E[n_c^2(t)] \quad (29)$$

$$S_o = A_1^2 \overline{m_d^2(t)} (1 - \sigma_n^2) \quad (30)$$

$$N_o = \eta f_M \quad (31)$$

여기서 f_M 은 變調信號帶幅이다. (30)식과 (31)식을 이용하여 SNR를 구하면

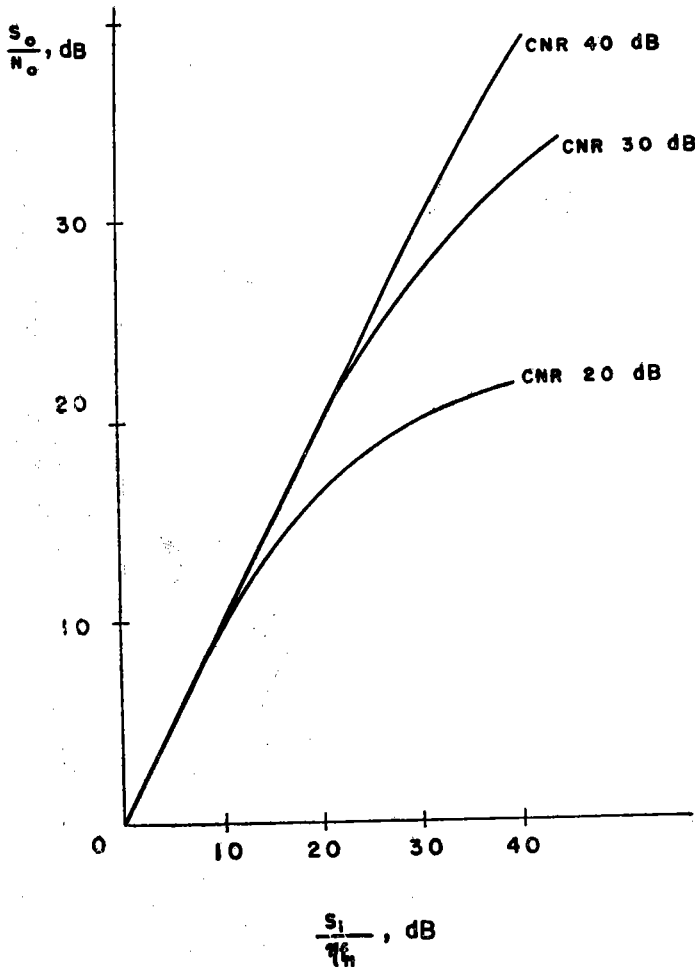


그림 5. 여러 CNR값에 대한 $\left[\frac{S_o}{N_o}\right]_{SSB}$

Fig. 5. $\left[\frac{S_o}{N_o}\right]_{SSB}$ for the various values of CNR

$$\left\{ \frac{S_o}{N_o} \right\}_{DSB} = \frac{\overline{m_s^2(t)}}{1 + \overline{m_s^2(t)}} (1 - \frac{\eta B_N}{A_1^2}) \cdot \left\{ \frac{S_i}{\eta f_M} \right\}_{DSB} \quad (32)$$

이다.

(ii) SSB-AM波인 경우

入力信號는

$$V_1(t) = \sqrt{2} A_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) + m_s(t) \cos(\omega_1 t + \theta_1) + \hat{m}_s(t) \sin(\omega_1 t + \theta_1) + n_c(t) \cos(\omega_1 t + \theta_1) - n_s(t) \sin(\omega_1 t + \theta_1) \quad (33)$$

이다. 再生된 搬送信號 (24)식을 이용하여 日期檢波하면 出力信號는

$$V_5(t) = A_1 \cos \phi_n(t) + \frac{m_s(t)}{\sqrt{2}} \cos \phi_n(t) - \frac{\hat{m}_s(t)}{\sqrt{2}} \sin \phi_n(t) + \frac{n_c(t)}{\sqrt{2}} \cos \phi_n(t) + \frac{n_s(t)}{\sqrt{2}} \sin \phi_n(t) \quad (34)$$

出力信號 (34)식에 대한 autocorrelation function을 계산하여 信號電力과 雜音電力을 구하면 각각 다음과 같다.

$$E[V_5(t)^2] = (A_1^2 + \frac{\overline{m_s^2(t)}}{2})(1 - \sigma_n^2) + \frac{\overline{m_s^2(t)}}{2} \sigma_n^2 + \frac{1}{2} E[n_c^2(t)] \quad (35)$$

$$S_o = \frac{\overline{m_s^2(t)}}{2} (1 - \sigma_n^2) \quad (36)$$

$$N_o = \frac{\overline{\hat{m}_s^2(t)}}{2} \sigma_n^2 + \eta f_M \quad (37)$$

이다. (36)식과 (37)식에서 SNR를 구하면

$$\left\{ \frac{S_o}{N_o} \right\}_{SSB} = \frac{\left[\frac{S_i}{\eta f_M} \right]_{SSB} (1 - \frac{\eta B_N}{A_1^2})}{\left[1 + \left[\frac{S_i}{\eta f_M} \right]_{SSB} \frac{\eta f_M}{A_1^2} \right]} \quad (38)$$

이다.

搬送信號의 電力이 크고 等價雜音帶幅이 좁을수록 SNR가 개선됨을 알 수 있다. 그러나 雜音帶幅 B_N 을 줄이면 PLL의 capture range가 좁아지므로 設計에 따라서 B_N 은 결정된다.

DSB-AM波의 檢波方式은 CNR값이 20dB 이상만 되면 거의 理想的인 경우가 됨을 (32)식에서 알 수 있다 그리고 여러 값의 CNR에 대하여 $\left\{ \frac{S_o}{N_o} \right\}_{SSB}$ 값을 그래프로 나타낸 것이 그림 5이다.

5. 結 論

搬送信號의 周波數安定度가 10^{-6} 정도로 좋을 경우 본 檢波方式의 PLL의 動作特性은 線型的으로 解析된다. PLL의 濾波器 定數中 半電力周波數 ($= \frac{1}{(R_1 + R_2)C}$)은 變調信號의 最低周波數보다 낮게, 그리고 $\frac{1}{R_2 C}$ 값은 變調信號의 最高周波數보다 높게 조정하므로서 側帶波의 影響을 무시하고 搬送信號를 分離再生할 수 있다.

또한 PLL의 雜音帶幅이 좁고 搬送信號의 電力이 雜音에 비해서 크므로 VCO의 位相 variance $\frac{\eta B_N}{A_1^2}$ 은 1에 비해 극히 작은 값이므로 本文에서 구한 SNR 값 ((32) 및 (38))식을 고찰하면 거의 理想的인 경우임을 알 수 있다.

PLL를 사용할 경우 IC화의 전망이 밝다. 그리고 搬送信號 周波數와 VCO의 自由發振周波數 사이에 차이가 있으면 信號電力을 줄이는 결과를 초래하므로 crystal을 이용한 XVCO를 선택해야 한다.

參 考 文 獻

1. B. Fisk and C.L. Spencer, "Synthesizer Ssabilized Single sideband Systems," Proc. IRE, Vol. 44 No.12, pp.1680, December, 1956
2. A.B. Grebene, "The Monolithic Phase locked loop-a Verstile building Block," IEEE Spectrum, March, 1971, pp.38-49
3. Chu, L.P., "Phase-locked AM radio receiver," IEEE Trans. Broadcast and Television Receivers, Vol. BTR-15, pp.300-308, Dec., 1969
4. J.J. stiffer, Theory of Synchronous Communications, Engle-wood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1971
5. Moschytz, G.S., "Minaturized RC filter using phase-locked loop," Bell System Tech. J., Vol.44 pp. 823-870, May, 1965.
6. Harry L. Van Trees, Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part II. New York: Wiley, 1971