"船體建造에 있어서 熔接工作으로 因한 熱應力 및 殘留應力에 對한 考察"

——熔接作業으로 因한 熱應力解析——

金 曉 哲*, 金 在 瑾*

"Study on the Thermal Stresses and Residual Stresses due to Welding in Hull Constructruction"

——Thermal Stresses due to Welding——

Hyochul Kim* Zae Geun Kim*

Abstract

Analytical solutions for the transient temperature and quasi-static thermal stresses which arise in thin plates subjected to an instantaneous point source of heat have been investigated. And the solutions have been extended to the case of a moving source of heat with the aid of the Duhamel's superposition integral.

For finite disk an experiment was conducted, the measured temperature histories show a good agreement with the theoretical temperature histories, And the histories of thermal stresses show a good qualitative agreement with the physical phenomena. and also we can find out that the maximum temperature and thermal stresses and their location can be estimated by using the solutions for infinite plates instead of the solutions for a finite plate.

The solutions can be used for the problems such as a welding or line heating in a hull construction.

I. 序 論

造船工業에 熔接技術이 導入되면서부터 造船工業은 刮目할만한 發展을 이룩하게 되었다. 그런데 第二次大戰當時에 建造된 수많은 全熔接船의 境遇에 있어서는 수없이 많은 損傷事故를 겪게되었다. 例컨데 大戰當時 建造된 2110隻의 Liberty型船의 境遇에 있어서는 10.6%에 該當하는 224隻의 船舶이 hatch corner 近處에서 損傷을 입게되었다. 이러한 事故는 rivet構造로 建造된船舶에서는 期待되지 않던 類型이었으므로 船舶構造設計뿐아니라 熔接工作에 이르기까지 수많은 硏究가 이루어저서 造船工業의 發展과 熔接技術의 發展이 同時에 이루어지게되었고 熔接은 船舶建造工程의 根幹을 이루는 主要한 工作法이 되기에 이르렀다. 그러나 造船工業에 있어서 熔接이 隨伴하는 수 많은 問題들이 아직 未解決狀態로 남아 있다. 이들 問題들 중에서 熔接熱應力 및 殘留應力의 問題는 船舶의建造工程 뿐아니라 船舶의 使用性能에까지 影響을 주는 主要한 問題가되고 있다.

1. 熔接缺陷의 種類

熔接缺陷	値數上缺陷	變 形
		値數不良
		外觀不良
	構造上缺陷	氣 孔
		slag 混入
		penetration不良
		熔融不良
		under cutting
		over lapping
		龜 裂
		非金屬介在物
	性質上缺陷	機械的性質
		化學的性質

表 1. 熔接缺陷

接受日字 1976年 2月
*正會員, 서울大學校 工科大學

一般的으로 熔接缺陷은 表 1에서와 같이 多樣하게 分類된다. 이들 熔接缺陷은 그 發生機構가 明確히 究明된바 없으나 母材 및 熔接棒의 材質에 起因되는 部分과 熔接作業에서의 作業條件에 起因되는 것으로 생각할 수 있다. 따라서 實驗的 研究들에 根據를 둔作業標準에 依하여 適正한 熔接棒을 選定하고 groove의 形態, 部材의 配材狀態, 値數의 精度 表面의 淸淨度 및 作業場의 雰圍氣等과 같은 作業前 準備狀態 그리과 電弧의 電流 電壓, 길이, 運棒法 및 運棒速度, 熔接姿勢 및 順序等과 같은 作業中의 條件들을 適正히 維持함으로서 缺陷發生을 最少限으로 줄이려는 것이 熔接作業에서의 品質管理의 要領으로 되어있다. 그러나 熔接에서는 母材와 熔接棒을 熔融點溫度以上으로 急激히 局部的으로 加熱시키어 熔融狀態에서 部材를 結合시키게되므로 作業中發生되는 熱應力과 그로 因하여 發生되는 龜裂이나 殘留應力 및 殘留變形 等은 避하기 대단히 어렵다.

2. 熱應力과 그 發生原因

前述한 바와 같이 熔接作業中에는 반드시 局部的인 높은 熱을 받게 되므로 部材內部에는 不均一한 溫度分布가 形成되고 그에 對應되는 熱變形이 形成되고 이 熱變形은 鄰接한 要所와 幾何學的인 適合條件을 充足하기 爲하여 要所相互間에 拘束이 이루어지게 되므로, 材質이 等方性이고 物性의 變化가 없는 理想的인 境遇에 있어서도 必然的으로 熱應力이 發生되게된다. 實際의 造船用壓延鋼材의 境遇에 있어서는 材質自體가 完全한 等方性이 아니며 線膨脹係數, 및 彈性係數等이 溫度에 따라 變化하며 加熱 및 冷却過程에서 溫度變化率이 크기 때문에 그 變化樣狀이 同一한 經路를 따르지 않는 現像을 갖고 있다. 뿐만 아니라 溫度에따라結晶組織 및 合金狀態의 變化가 따르게 마련이다. 따라서 이들 要因들이 複合되어 熱應力을 일으킨다고 생각할 수 있다. 그러나 이들 條件을 모두 勘案한 理論解는 얻어질 수 없고 等方性材質에 對하여 物性을 常數로 取扱한 基礎的인 解析만이 이루어지고 있는 形便이다.

3. 殘留應力과 그 發生原因

殘留應力을 形成하는 要因도 熱應力의 境遇에서와 같이 多樣하다. 그러나 가장 重要한 것은 形成된 熱應力에 起因하는 것으로 볼 수 있다. 例로서 鋼棒의 境遇에 있어서는 兩端固定인 境遇 均一하게 143°F의 溫度上昇이 이루어지면 許容應力水準에 到達하게되는 30,000 psi의 壓縮應力이 發生하며 알루미늄棒의 境遇에 있어서는 153°F의 溫度上昇으로 20,000 psi의 熱應力이 發生되어 許容應力水準에 到達하게된다. 따라서 母材의 熔融點溫度以上으로 加熱되는 熔接의 境遇에 있어서는 熱應力水準이 材料의 彈性限界를 넘게되는 것이 當然히 期待된다. 熔接의 境遇에 對하여 計算한 Watanabe[1][2]나 Masubuchi[3][4]의 研究에 依하면 殘留應力의 形成이 이루어지는 區間은 熔接部의 最大値數의 約 2.3倍 程度에 局限되는 것이 알려져 있다.

4. 船舶의 主强度部材에 미치는 殘留應力과 殘留變形의 影響

船舶의 主强度部材라함은 船舶의 垂線間長의 約 1/2 程度에 該當하는 船體中央部에서의 部材로서 縱强度에 가장 크게 寄與하는 甲板部 및 船底部의 部材들을 일컬으는 말이다. 船尾機關의 油槽船의 境遇에 있어서는 一般的으로 船底部에서 最大의 引張應力이 發生되며 船體中央部에 機關이 設置된 一般貨物船의 境遇에 있어서는 甲板部에 最大의 引張應力이 發生되는 것으로 알려져 있다. 따라서 船舶의 主强度部材에 熔接으로 因한 殘留應力이 形成되어 있을 때는 靭性이 떨어지게되어 큰 損傷事故를 당하기 쉽게되며 이는 이미 第二次世界大戰中建造된 全熔接船의 損傷事故例에서 立證된바 있다. 또한 殘留應力이나 熔着金屬의 收縮으로 因한 殘留變形은 橫肋體方式의 船舶에서는 顯著한 抵抗의 增加를 가져올 뿐 아니라 壓縮荷重에 對하여 挫屈現象을 일으키기 쉽게하여 船體의 縱强度를 크게 떨어뜨리게 된다. 따라서 甲板部나 船底部의 外板을 熔接함에 있어서는 熱應力에 依한 龜裂의 發生뿐 아니라 殘留變形을 最少限으로 抑制하기 爲한 配慮가 設計와 工作順序等에 주어지게 된다.

5. 船舶의 準强度部材에 미치는 殘留應力과 殘留變形의 影響

準强度部材라함은 主强度部材에 二次的으로 附着되는 bilge keel, 舷牆, 船樓等의 部材를 일컬으는 말이다. 따라서 一見하여 생각하면 强度上 크게 重要하지 않은 것으로 보아 工作等에 있어서 疎忽하게 取扱되기 쉽다 그러나 熔接工作으로서 船舶을 建造하는 境遇에 있어서는 모든 部材가 하나로 結合되기 때문에 어느하나도 疎忽히 取扱될 수 없다. 實際의 損傷事故例中에는 舷牆에 發生된 單純한 熔接龜裂이 破壞傳播의 始發點이 되어 船體를거의 세토막으로 破壞시킨 事例를 찾아 볼 수 있다. 따라서 破壞傳播를 勘案하면 主强度部材에 못지않은 施工上의 主意가 要望된다. 特히 船樓와 같은 住居區域에 있어서는 板의 두께가 一般的으로 얇기 때문에 過度한 熱變形을 남게하는 事例가 많고 造船所에서는 이들 殘留變形의 矯正을 爲하여 많은 勞力을 드리고 있음을 볼 수 있다.

6. 殘留應力 및 殘留變形의 緩和

熔接構造物의 境遇에 있어서 熱應力으로 因한 殘留應力 및 殘留變形을 緩和시키는 方法으로서 가장바람직한

것은 熔接된 部材를 爐中에서 再結晶溫度以上으로 一定時間以上加熱하는 熱處理法을 생각할 수 있다. 그러나 船體建造에 있어서는 쉽사리 適用할 수 없다. 따라서 船尾骨材나 舵等과 같이 接合할 部材들 사이의 幾何學的値數의 差異가커서 熔接缺陷의 發生이나 殘留應力의 發生이 憂慮되는 境遇에 있어서 小組立된 部品은 熱處理하고 大組立過程에서는 이들은 熔接할때 充分히 豫熱하여 冷却速度를 떨어트림으로서 殘留應力이나 殘留變形의 發生을 最少限으로 抑制하는 方法을 使用하고 있다. 大部分의 船殼工事에 있어서는 上述한바와 같은 熱處理方法의 適用이 困難하기 때문에 線狀加熱法이나 點狀加熱法으로 殘留應力을 緩和시키거나 變形을 矯正하고 있다. 即 熔接된 狀態에서는 熱應力으로 因하여 發生된 殘留應力은 熔接線近處에서 가장 큰 값을 갖게되는데 이를 緩和하기 爲하여 熔接線과 一定한 距離를 두고 熔接線에 緣하여 火焰으로 加熱함으로서 熱應力을 發生시키어 殘留應力을 平準化시킴으로서 殘留應力을 緩和시키는 方法을 使用하고있다. 이러한 方法은 殘留應力이나 熔加된 熔着金屬의 收縮으로 因하여 形成된 殘留變形을 矯正하는 境遇에 있어서도 相當한 效果가 있다. 그러나 이러한 加熱과 强制冷却에 依한 殘留應力 및 殘留變形의 緩和法은 經驗을 土臺로하여 施行錯誤法에 依하여 遂行됨으로 作業員의 熟鍊度에따라 크게 左右되는것을 避할 수 없고 經費와 勞力이 뒤따르게 된다.

그리고 機械的인 方法으로서 hammering이나 peening 等에 依하여 熔接線 周圍의 熱應力을 緩和하는 方法이 使用되고 있는데 熔接後 slag의 除去等의 目的을 兼하여 使用하므로서 相當한 效果를 볼 수 있다. 이러한 peening方法은 熱間 또는 冷間에서도 效果를 볼 수 있다. 그리고 特히 多層熔接의 境遇에 있어서는 每層間에 實施하는 것이 바람직하나 最終層의 peening이 가장 效果가 있는 것으로 알려지고있다. 그러나 板의 두께가 큰 境遇에 있어서는 그 效果가 크지 않으며 熔接部의 兩側으로 50 mm 程度의 區間에 對한 peening 作業이 效果가 있는 것으로 알려지 있다.

7. 研究의 目的

前述한 바의 事實들에 依하면 熔接의 境遇에 있어서는 供給된 熱에 依하여 熱應力이 發生되고 이는 殘留應力과 殘留變形을 誘發하게된다. 이러한 現象은 逆으로 利用하여 殘留應力이나 殘留變形을 緩和하는데 使用되기도하나 그 基礎가되는 熱應力에 對하여서도 理論解가 整理되어있지 않다. 따라서 本研究에서는 熔接및 線狀加熱法等의 理論的 近據가 될 수 있는 移動熱源에 關하여 解析된 理論解들은 綜合整理하므로서 應用例들에 適用하기 쉽게하는데 目的을 둔다.

Ⅱ. 理論解析

1. 基本方程式

熔接의 境遇에 있어서 使用되는 工業用材料를 等方性이라고 생각하고 모든 物理的 特性을 溫度에 無關한 常數로 表示될 수 있다고 假定하면 2次元平面部材에서 任意點에서의 溫度 T는 極座標系로 表示하면 熱擴散率을 κ라할 때 (1)式과 같은 熱傳導方程式을 滿足하여야 한다.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}-\frac{1}{\kappa}\frac{\partial T}{\partial t}=0 \quad (1)$$

$$(0\leq t<\infty)$$

그리고 溫度分布에 對應力은 熱應力이 形成되는데 所要되는 時間遲延効果와 溫度分布와의 相乘効果等을 無視할 때 二次元平面應力 問題로서 表示할 수 있게된다. 따라서 (2)式으로 表示되는 熱應力函數 Ψ에 關한 微分方程式을 滿足하던가 또는 (3)式으로 表示되는 變位 potential Φ에 關한 微分方程式을 滿足하여야 한다.

$$\nabla^4\Psi+\alpha E\ \nabla^2 T=0 \quad (2)$$

$$但\ \nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

여기서 α는 線膨脹係數이고 E는 彈性係數이다.

$$\nabla^2\Phi-(1+\nu)\ \alpha T=0 \quad (3)$$

그리고 ν는 Poisson比이다.

2. 瞬間點熱源에 依한 溫度分布

熔接의 境遇에 있어서 熱源의 形態는 部材의 치수에 比하여 대단히 적기때문에 하나의 點으로 생각할수 있게된다. 따라서 部材內에 주어진 瞬間點熱源에 依한 溫度分布는 熔接으로 因한 溫度分布의 한 素解가 된다 이 素解는 Fig. 1과 같은 極座標系에서 (4)式으로 주어지는 條件式을 滿足하여야 한다.

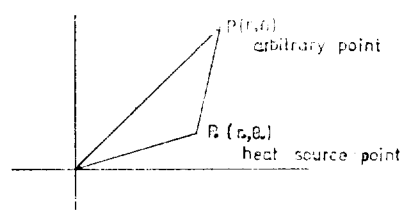

Fig. 1 Coordinate system for infinite plate.

$$\left.\begin{aligned}&\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right\}_{r=\infty}=0\\&\lim_{R\to 0}\left(-2\pi R\frac{\partial T}{\partial R}k\right)=q\end{aligned}\right\}\quad (4)$$

但 $R=\sqrt{r^2+r_o^2-2rr_o\cos(\theta-\theta_0)}$

여기서 k는 熱傳導度이고 q는 熱源의 單位時間當 熱放出量이다. 따라서 (5)式과 같은 解가 얻어진다[5].

$$\left.\begin{aligned} T&=\frac{q_o}{4\pi\kappa t}E_R \\ q_o&=\frac{q}{c\rho} \qquad E_R=\exp(R^2/4\kappa t)\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

또한 Carslaw[5]에 依하면 이 解를 素解로하여 半無限板 및 有限幅平板에서의 溫度分布가 鏡像法으로 重疊되어얻어지게 됨을 알 수 있다.

또 板에 半徑이 r_d인 圓形구멍이 있거나 板이 圓形인 境遇에 있어서는 그 周緣에서 對流에 依한 熱損失이 이루어지게 된다. 따라서 이 境遇에 있어서는 (4)式을 使用할 수 없고 (6)式을 使用하여 解를 求하여야 한다.

$$\left.\begin{aligned} &T(0,\theta,t)=0 \\ &\frac{\partial}{\partial r}[T(r_d,\theta,t)]+HT(r_d,\theta,t)=0 \\ &\lim_{R\to 0}\left(-2\pi R\frac{\partial T}{\partial R}k\right)=q \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

板이 內部에 圓形구멍을 갖는 無限遠板인 境遇에 있어서는 熱源이 周緣上에 瞬間的으로 주어지면 (6)式의 條件을 滿足하는 (1)式의 解는 (7)式과 같이 얻어지게 된다.[6]

$$\left.\begin{aligned} T&=\frac{q_o}{\pi^2 r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\cos n(\theta-\theta_o) \\ &\quad\times\int_0^\infty\frac{J_n(\alpha_n r)B_n-A_nY_n(\alpha_n r)}{A_n^2+B_n^2}\alpha_nE_nd\alpha_n \\ A_n&=\left[H+\frac{n}{r_d}\right]J_n(\alpha_n r_d)-\alpha_nJ_{n+1}(\alpha_n r_d) \\ B_n&=\left[H+\frac{n}{r_d}\right]Y_n(\alpha_n r_d)-\alpha_nY_{n+1}(\alpha_n r_d) \\ E_n&=\exp(-\kappa\alpha_n^2t) \\ \varepsilon_n]_{n=0}&=1,\ \varepsilon_n]_{n>0}=2 \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

熱源이 周緣上에 있지 않은 경우에 對하여서는 溫度分布가 Carslaw에 依하여 이미 얻어진 바 있다.

圓板上의 任意의 點에 熱源이 주어지는 境遇에 있어서는 (6)式을 滿足하는 (1)式의 解는 (8)式의 形態를 갖게된다.[7][8].

$$T=\frac{q_o}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\cos n(\theta-\theta_o)\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\alpha_{nm}^2E_{nm}}{r_d(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2}$$

$$\times\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)J_n(\alpha_{nm}r)}{[J_n(\alpha_{nm}r_d)]^2}$$

$$E_{nm}=\exp(\kappa\alpha_{nm}^2t)$$

$$\left[H+\frac{n}{r_d}\right]J_n(\alpha_{nm}r_d)-\alpha_{nm}J_{n+1}(\alpha_{nm}r_d)=0 \qquad (8)$$

3. 瞬間熱點源에 依한 熱應力

(5)式으로 表示된 溫度分布에 對應되는 熱應力은 熱源에 關하여 對稱條件을 滿足하여야하고 熱源近處에서 有限應力을 갖고 無限遠方에서 應力이없다는 條件을 滿足하여야함으로 (2)式의 Ψ를 (9)式으로 놓으면(2)式의 解는 (10)式으로 얻어진다.

$$\Psi=\Psi_1-\Psi_2 \qquad (9)$$

$$\Psi=-\frac{\alpha Eq_o}{4\pi\kappa}\int_o^R\frac{1}{R}\left[\int_o^R RE_R\right]dR \qquad (10)$$

따라서 應力函數와 熱應力과의 關係로부터 熱應力成分들은 (11)式으로 얻어지게 된다.

$$\begin{aligned} \sigma_{RR}&=\frac{\alpha Eq_o}{2\pi}\frac{1}{R^2}(E_R-1) \\ \sigma_{\theta\theta}&=\frac{\alpha Eq_e}{2\pi}\frac{1}{R^2}\left\{(E_R-1)-\frac{R^2}{2\kappa t}(E_R-1)\right. \\ &\quad\left.-\frac{R^2}{2\kappa t}E_R\right\} \qquad (11) \\ \sigma_{R\theta}&=0 \end{aligned}$$

이 解는 (3)式을 使用하여 Laplace Hankel 變換으로 解를 求한 Melan[9]의 解와 一致된다. 圓形의 구멍을 갖는 板의 境遇 또는 圓板의 境遇에 있어서는 $r=r_d$인 周緣에서 接線方向의 應力 $\sigma_{\theta\theta}$ 이 주어질수 있다. 따라서 無限遠板의 圓形구멍 周緣上에 瞬間的으로 주어졌던 點熱源에 依한 熱應力은 (7)式과 (3)式으로부터 얻어진다. 즉 (1)式과 (3)式으로부터 變位 potential을 求하면 (12)式을 얻는다.

$$\Phi=(1+\alpha)\alpha\kappa\int_o^t Tdt+\Phi_0+\Phi_1t \qquad (12)$$

Φ_0는 初期條件을 滿足하는 變位 potential임으로 自然狀態로 놓여저있다는 初期條件으로부터 $\Phi_0=0$이되고 Φ_1은 調和函數의 解가됨으로 (7)式과 (12)式을 使用하여 Laplace 變換과 Abel의 整理로부터 Φ를 求하면 (13)式이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \Phi&=\frac{-(1+\upsilon)\alpha q_o}{\pi^2r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\cos n(\theta-\theta_o) \\ &\quad\times\int_0^\infty\frac{J_n(\alpha_nr)B_n-A_nY_n(\alpha_nr)}{A_n^2+B_n^2}\frac{E_n}{\alpha_n}d\alpha_n \\ &\quad-\frac{(1+\upsilon)\alpha q_o}{2\pi r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\varepsilon_nr_d^n}{\left[H-\frac{n}{r_d}\right]r^n}\cos n(\theta-\theta_o) \quad (13)\end{aligned}$$

여기서 接線方向應力만이 周緣에 주어질 수 있다는 條件은 (13)式으로서 充足되지 않음으로 Airy의 應力函數를 附加應力函數로 導入하여 이를 充足시키면 熱應力成分들은 (14)式으로 주어지게 된다.

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}&=\frac{-\alpha Eq_o}{\pi^2r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\cos n(\theta-\theta_o)\int_0^\infty\frac{E_n}{A_n^2+B_n^2}\left\{\frac{n(n-1)}{r^2}F_n-\frac{1}{r}H_nG_n-\frac{2n(n-1)r_d^{n-1}}{\pi r^{n+2}\alpha_n}\right. \\ &\quad\left.+\frac{n(n+1)r_d^n}{\pi r^{n+2}\alpha_n}H_n-\frac{(n+2)(n-1)r_d^{n-2}}{\pi r^n\alpha_n}H_n\right\}d\alpha_n+\frac{\alpha Eq_o}{\pi^2r_d}\int_0^\infty\frac{E_0}{A_0^2+B_0^2}\left\{\frac{1}{r_d^2}-\frac{1}{r^2}\right\}\frac{2H}{\pi\alpha_0}d\alpha_o\end{aligned}$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\frac{\alpha E q_o}{\pi^2 r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\cos n(\theta-\theta_o)\int_0^{\infty}\frac{E_n}{A_n^2+B_n^2}\left\{\frac{n^2-n-\alpha_n^2r^2}{r^2}F_n+\frac{1}{r}H_nG_n-\frac{2n(n-1)r_d^{n-1}}{\pi r^{n+2}\alpha_n}\right.$$
$$\left.+\frac{n(n+1)r_d^n}{\pi r^{n+2}\alpha_n}H_n+\frac{(n-1)(n-2)r_d^{n-2}}{\pi r^n\alpha_n}H_n\right\}d\alpha_n+\frac{\alpha E q_o}{\pi^2 r_d}\int_0^{\infty}\frac{E_0}{A_0^2+B_0^2}\left\{\frac{2H}{\pi r_d^2\alpha_0}\right\}d\alpha_0$$
$$\sigma_{r\theta}=\frac{-\alpha E q_o}{\pi^2 r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\sin n(\theta-\theta_o)\int_0^{\infty}\frac{E_n}{A_n^2+B_n^2}\left\{\frac{n(n-1)}{r^2}F_n-\frac{n}{r}H_nG_n-\frac{2n(n-1)r_d^{n-1}}{\pi r^{n+2}\alpha_n}\right.$$
$$\left.+\frac{n(n+1)r_d^n}{\pi r^{n+2}\alpha_n}H_n-\frac{n(n-1)r_d^{n-2}}{\pi r^n\alpha_n}H_n\right\}d\alpha_n \qquad (14)$$

여기서 F_n, G_n 및 H_n은 (15)式을 滿足하는 값이다.

$$F_n=J_{n+1}(\alpha_n r_d)Y_n(\alpha_n r)-Y_{n+1}(\alpha_n r_d)J_n(\alpha_n r)$$
$$G_n=J_{n+1}(\alpha_n r)Y_n(\alpha_n r_d)-Y_{n+1}(\alpha_n r)J_n(\alpha_n r_d)$$
$$H_n=H+\frac{n}{r_d} \qquad (15)$$

圓板의 境遇에 있어서는 그 內部의 任意點에 주어진 瞬間點熱源에 依한 熱應力은 (8)式의 溫度分布를 滿足하여야 함으로 (12)式을 滿足하는 變位 potential은 (16)式으로 얻어진다.

$$\Phi=\frac{(1+\upsilon)\alpha q_o}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varepsilon_n[H_n(r_d^{2n}-r_o^{2n})r_d+2nr_o^{2n}]r^n}{2H_nr^nr_d^{2n+1}}\cos n(\theta-\theta_o)-\frac{(1+\upsilon)\alpha q_o}{2\pi}\left\{\log\frac{r_d}{r_o}+\frac{1}{Hr_d}\right\}$$
$$-\frac{(1+\upsilon)\alpha q_o}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\cos n(\theta-\theta_o)\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2E_{nm}}{[r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2]}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)J_n(\alpha_{nm}r)}{[J_n(\alpha_{nm}r_d)]^2}$$

但 $0<r<r_o$

$$\Phi=\frac{(1+\upsilon)\alpha q_o}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varepsilon_n[H_n(r_d^{2n}-r^{2n})r_d+2nr^{2n}]r_o^n}{2H_nr_o^nr_d^{2n+1}}\cos n(\theta-\theta_o)-\frac{(1+\upsilon)\alpha q_o}{2\pi}\left\{\log\frac{r_d}{r}+\frac{1}{Hr_d}\right\}$$
$$-\frac{(1+\upsilon)\alpha q_o}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\cos n(\theta-\theta_o)\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2E_{nm}}{[r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2]}\frac{J_n(\alpha_{nm}r)J_n(\alpha_{nm}r_o)}{[J_n(\alpha_{nm}r_d)]^2}$$

但 $r_0<r<r_d$ (16)

圓板周緣에서는 接線方向의 應力 이 주어질수 있다는 境界條件을 充足시키기 爲하여 Airy 應力函數를 附加應力函數로 導入하고 $r=r_o$에서 應力의 連繼條件을 同時에 充足할수 있도록 常數들을 決定하여 熱應力을 求하면 (18)式으로 얻어진다.

$$\sigma_{rr}=\frac{-\alpha E q_o}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\left\{\frac{n(1-n)r^{n-2}}{r_d^n}(2+Hr_d+n)+\frac{(n-2)(n+1)r^n}{r_d^{n+2}}(Hr_d+n)\right\}\cos n(\theta-\theta_o)$$
$$\times\sum_{m=1}^{\infty}\frac{E_{nm}}{r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{J_n(\alpha_{nm}r_d)}+\frac{\alpha E q_o}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\cos n(\theta-\theta_o)$$
$$\times\sum_{m=1}^{\infty}\frac{E_{nm}}{r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{[J_n(\alpha_{nm}r_d)]^2}\left\{\frac{n(1-n)}{r^2}J_n(\alpha_{nm}r)-\frac{\alpha_{nm}}{r}J_{n+1}(\alpha_{nm}r)\right\}$$
$$\sigma_{\theta\theta}=\frac{\alpha E q_o}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\left\{\frac{n(1-n)r^{n-2}}{r_d^n}(2+Hr_d+n)+\frac{(n+1)(n+2)r^n}{r_d^{n+2}}(Hr_d+n)\right\}\cos n(\theta-\theta_o)$$
$$\times\sum_{m=1}^{\infty}\frac{E_{nm}}{r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{J_n(\alpha_{nm}r_d)}+\frac{\alpha E q_o}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\cos n(\theta-\theta_o)$$
$$\times\sum_{m=1}^{\infty}\frac{E_{nm}}{r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{[J_n(\alpha_{nm}r_d)]^2}\left\{\frac{n^2-n-r^2\alpha_{nm}^2}{r^2}J_n(\alpha_{nm}r)+\frac{\alpha_{nm}}{r}J_{n+1}(\alpha_{nm}r)\right\}$$
$$\sigma_{r\theta}=\frac{\alpha E q_o}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\left\{\frac{(1-n)r^{n+2}}{r_d^n}(2+Hr_d+n)+\frac{n(n+1)r^n}{r_d^{n+2}}(Hr_d+n)\right\}\sin n(\theta-\theta_o)$$
$$\times\sum_{m=1}^{\infty}\frac{E_{nm}}{r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{J_n(\alpha_{nm}r_d)}+\frac{\alpha E q_o}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\sin n(\theta-\theta_o)$$
$$\times\sum_{m=1}^{\infty}\frac{E_{nm}}{r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{[J_n(\alpha_{nm}r_d)]^2}\left\{\frac{n(n-1)}{r^2}J_n(\alpha_{nm}r)-\frac{n\alpha_{nm}}{r}J_{nm}(\alpha_{nm}r)\right\} \qquad (18)$$

(18)式으로 주어진 熱應力成分들은 $r_o=r_d$일때 Hsu[10]의 研究結果와 完全히 一致되며 周緣이 固定된 境遇에 對하여서는 文獻[7]에서 얻어진 바 있다.

4. 移動熱源에 依한 過渡的 熱應力

(5), (7) 및 (8)式으로 얻어진 瞬間點熱源으로 因한 溫度分布와 그로 因한 熱應力所分들, (11), (14)및 (18)式은 熔接과 같은 移動熱源으로 因한 溫度分布 및 熱應力成分들의 素解가 됨으로 Duhamel의 積分重疊原理에 依하면 任意의 線上을 移動하는 境遇에 對한 溫度分布와 熱應力을 求할 수 있게된다.

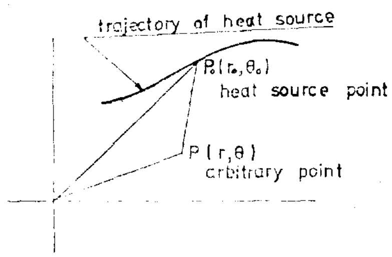

Fig. 2. Coordinate System for moving heat source in a infinite plate

Fig. 2에서와 같은 座標系에서 $P_o(r_o,\theta_o)$에 τ秒前에 주어진 瞬間點熱源에 依한 $P(r,\theta)$에서의 溫度上昇과 熱應力成分들의 增分이 (5)式과 (11)式으로 주어졌으므로 熔接作業等과 같은 工學的應用例에서 熱源의 移動經路가 確定되면 이들을 Duhamel의 積分重疊原理에 依하여 移動熱源에 對한 過渡的 溫度分布와 熱應力成分들을 얻을 수 있게 된다. 즉 熔接作業에서는 一般的으로 熔接線速度는 一定하나 移動經路는 多樣하다. 따라서 r 및 θ는 線速度 s와 經過된 時間 t의 函數가 된다는 點을 생각하고 (11)式으로 얻어진 熱應力成分들은 그 點에서의 主應力이된다는 點을 勘案하여 移動熱源으로 因한 溫度分布와 熱應力을 求하면 (19)式으로 얻어지게된다. 여기서 作業에 所要된 시간은 t_ω이고 作業後 現在까지 所要된 時間은 τ라 한다.

$$T=\frac{q_o}{4\pi\kappa}\int_{t_1}^{t_2}\frac{1}{t}E_R\,dt$$

$$\sigma_{xx}=\frac{\alpha Eq_o}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2}\left\{\frac{-1}{2\kappa t}E_R+\left\{\frac{2}{R^2}(E_R-1)+\frac{1}{2\kappa t}E_R\right\}\cos 2\Theta\right\}dt$$

$$\sigma_{yy}=\frac{\alpha Eq_o}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2}\left\{\frac{-1}{2\kappa t}E_R-\left\{\frac{2}{R^2}(E_R-1)+\frac{1}{2\kappa t}E_R\right\}\cos 2\Theta\right\}dt$$

$$\sigma_{xy}=\frac{\alpha Eq_o}{4\pi}\int_{t_1}^{t_2}\left\{\frac{2}{R^2}(E_R-1)+\frac{1}{2\kappa t}E_R\right\}\times\sin 2\Theta\Big\}dt$$

$$\Theta=\theta+\sin^{-1}\left[\frac{r_o\sin(\theta-\theta_o)}{\sqrt{r^2+r_o^2-2rr_0\cos(\theta-\theta_o)}}\right]$$

$$t=t_\omega+\tau \tag{19}$$

即 (19)式을 利用하면 熱源의 移動經路, 始發點, 線速度作業時間等이 알려졌을때 溫度分布와 熱應力成分들을 求할 수 있게된다. 例로서 熱源이 x軸上의 任意區間에서 一定速度로 移動하였고 時間이 經過되어 現在에 이르렀다고하면 $r_o=r_o-v_t$이고 $\theta_o=0$임으로(19)式은 (20)式으로 表示되게된다.

$$T=\frac{q_o}{4\pi\kappa}2e^{-\frac{VD}{2\kappa}}\left[S_0\left(\frac{VR}{2\kappa}\right)\right]_a^b$$

$$\overline{\sigma_{xx}}=\frac{\alpha Eq_o}{4\pi}\Big[\frac{2}{V}\frac{D_t}{R_t^2}(1-E_{Rt})-\frac{2}{V}\frac{D_\tau}{R^2}(1-E_{R\tau})-e^{-\frac{VD_\tau}{2\kappa}}\times\left\{\left[S_0\left(\frac{VR_\tau}{2\kappa}\right)\right]_a^b-\frac{D_\tau}{R_\tau}\left[S_1\left(\frac{VR_\tau}{2\kappa}\right)\right]_a^b\right\}\Big]$$

$$\overline{\sigma_{yy}}=\frac{\alpha Eq_o}{4\pi}\Big[\frac{-2}{V}\frac{D_t}{R_t^2}(1-E_{Rt})+\frac{2}{V}\frac{D_\tau}{R^2}(1-E_{R\tau})-e^{-\frac{VD_\tau}{2\kappa}}\times\left\{\left[S_0\left(\frac{VR_\tau}{2\kappa}\right)\right]_a^b+\frac{D_\tau}{R_\tau}\left[S_1\left(\frac{VR_\tau}{2\kappa}\right)\right]_a^b\right\}\Big]$$

$$\overline{\sigma_{xy}}=\frac{\alpha Eq_o}{4\pi}\Big[\frac{1}{V}\left\{\frac{D_s}{R_t^2}(1-e^{-}E_{Rt})-\frac{D_\tau}{R^2}(1-E_{R\tau})\right\}+\frac{D_\tau}{R_\tau}e^{-\frac{VD_\tau}{2\kappa}}\times\left[S_1\left(\frac{VR_\tau}{2\kappa}\right)\right]_a^b\Big]$$

$R^2=r^2+r_o^2-2rr_o\cos\Theta_o$,

$R_t^2=r^2\sin^2\theta+[R\cos\Theta_o+V(t-\tau)]^2$,

$R_\tau^2=r^2\sin^2\theta+[R\cos\Theta_o-V\tau]^2$,

$D_s=r\sin\theta$

$Dt=R\cos\Theta_o+V(t-\tau)$

$D_\tau=R\cos\Theta_o-V\tau$

$D=R\cos\Theta_o$

$$\Theta_o=\theta+\sin^{-1}\left[\frac{r_o\sin\theta}{\sqrt{r^2+r_o^2-rr_o\cos\theta}}\right]$$

$$S_n(Z)\Big]_a^b=\frac{Z^n}{Z^{n+1}}\int_a^b\frac{e^{-t-\frac{z^2}{4t}}}{t}dt$$

$$S_n(Z)\Big]_a^b=S_n(Z)\Big]^b-S_n(Z)\Big]^a$$

$$S_n(Z)\Big]^\infty=K_n(Z)$$

$$b=\frac{V^2}{4\kappa}(t)\qquad a=\frac{V^2}{4\kappa}\tau \tag{20}$$

$E_{Rt}=\exp(-R_t^2/4\kappa t)$ $E_{R\tau}=\exp(-R_t^2/4\kappa\tau)$

같은 方法으로 熱源의 移動 經路가 주어지면 溫度分布

와 熱應力을 얻을 수 있게 된다.

圓形구멍을 갖는 板이나 圓板에 對하여 얻어진 解에 對하여서도 같은 方法으로 解가 얻어지게된다. 예로서 熱源이 ω의 角速度를 가지고 圓軌道上을 移動하는 境遇에 있어서 溫度分布와 熱應力은 다음과 같이 얻어진다. 즉 圓形구멍을 갖는 板에서는 (21)式이 얻어지고 圓板에서는 (22)式이 얻어지게 된다.

$$\bar{T}=\frac{q_o}{\pi^2 r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{\infty}\frac{E_n\alpha_n^2}{A_n^2+B_n^2}F_nC_n\,d\alpha_n$$

$$\sigma_{rr}=\frac{-\alpha Eq_o}{\pi^2 r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{\infty}\frac{E_n}{A_n^2+B_n^2}\left\{\frac{n(n-1)}{r^2}F_n\right.$$

$$-\frac{1}{r}H_nG_n-\frac{2n(n-1)r_d^{n-1}}{\pi r^{n+2}\alpha_n}+\frac{n(n+1)r_d^n}{\pi r^{n+2}\alpha_n}H_n$$

$$\left.-\frac{(n+2)(n-1)r_d^{n-2}}{\pi\alpha_n r^{n+2}}H_n\right\}C_nd\alpha_n+\frac{\alpha Eq_o}{\pi r^n}$$

$$\times\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{A_0^2+B_0^2}\right\}\left\{\frac{1}{r_d^2}-\frac{1}{r^2}\right\}\frac{2H}{\pi\alpha_0}C_0d\alpha_0$$

$$\overline{\sigma_{\theta\theta}}=\frac{\alpha Eq_o}{\pi^2 r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{\infty}\frac{E_n}{A_n^2+B_n^2}\left\{\frac{n^2-n-\alpha_n^2 r}{r^2}F_n\right.$$

$$+\frac{1}{r}H_nG_n-\frac{2n(n-1)r_d^{n-1}}{2\pi r^{n+2}\alpha_n}+\frac{n(n+1)r_d^n}{\pi r^{n+2}\alpha_n}H_n$$

$$\left.+\frac{(n-1)(n-2)r_d^{n-2}}{\pi r^n\alpha_n}H_n\right\}C_nd\alpha_n$$

$$+\frac{\alpha Eq_o}{\pi^2 r_d}\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{A_0^2+B_0^2}\right\}C_0d\alpha_0$$

$$\overline{\sigma_{r\theta}}=\frac{-\alpha Eq_o}{\pi^2 r_d}\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{\infty}\frac{E_n}{A_n^2+B_n^2}\left\{\frac{n(n-1)}{r^2}F_n\right.$$

$$-\frac{n}{r}H_nG_n-\frac{2n(n-1)r_d^{n-1}}{\pi r^{n+2}\alpha_n}+\frac{n(n+1)r_d^n}{\pi r^{n+2}\alpha_n}H_n$$

$$\left.-\frac{n(n-1)r_d^{n-2}}{\pi r^n\alpha_n}H_n\right\}S_nd\alpha_n$$

$$C_n=\frac{E_{n\tau}}{\kappa^2\alpha_n^4+n^2\omega^2}\{\kappa\alpha_n^2[\cos n(\theta+\omega\tau)E_{n\tau}$$

$$-\cos n(\theta+\omega t)E_n]-n\omega[\sin n(\theta+\omega\tau)E_{n\tau}$$

$$-\sin n(\theta+\omega t)E_n]\}$$

$$S_n=\frac{E_{n\tau}}{\kappa^2\alpha_n^4+n^2\omega^2}\{\kappa\alpha_n^2[\sin n(\theta+\omega\tau)E_{n\tau}$$

$$-\sin n(\theta+\omega t)E_n]+n\omega[\cos n(\theta+\omega\tau)E_{n\tau}$$

$$-\cos n(\theta+\omega t)\,E_n]\}$$

$$E_{n\tau}=\exp(-\kappa\alpha_n^2\tau) \qquad (21)$$

$$\bar{T}=\frac{q_o}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\alpha_{nm}^2J_n(\alpha_{nm}r_o)J_n(\alpha_{nm}r)}{[J_n(\alpha_n r_d)]^2}C_{nm}$$

$$\overline{\sigma_{rr}}=\frac{-\alpha Eq_o}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\frac{n(1-n)r^{n-2}}{r_d^n}(2+Hr_d+n)+\frac{(n-2)(n+1)r^n}{r_d^{n+2}}(Hr_d+n)\right\}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{J_n(\alpha_{nm}r_d)}C_{nm}$$

$$+\frac{\alpha Eq_o}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{[J_n(\alpha_{nm}r_d)]^2}\left\{\frac{n(1-n)}{r^2}J_n(\alpha_{nm}r)-\frac{\alpha_{nm}}{r}J_{n+1}(\alpha_{nm}r)\right\}C_{nm}$$

$$\overline{\sigma_{\theta\theta}}=\frac{\alpha Eq_o}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\frac{n(1-n)r^{n-2}}{r_d^n}(2+Hr_d+n)+\frac{(n+1)(n+2)r^n}{r_d^{n+2}}(Hr_d+n)\right\}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{J_n(\alpha_{nm}r_d)}C_{nm}$$

$$+\frac{\alpha Eq_o}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{[J_n(\alpha_{nm}r_d)]^2}\left\{\frac{n^2-n-r^2\alpha_{nm}^2}{r^2}J_n(\alpha_{nm}r)+\frac{\alpha_{nm}}{r}J_{n+1}(\alpha_{nm}r)\right\}C_{nm}$$

$$\overline{\sigma_{r\theta}}=\frac{\alpha Eq_o}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\frac{n(1-n)r^{n-2}}{r_d^n}(2+Hr_d+n)+\frac{n(n+1)r^n}{r_d^{n+2}}(Hr_d+n)\right\}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{J_n(\alpha_{nm}r_d)}S_{nm}$$

$$+\frac{\alpha Eq_o}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_n(\alpha_{nm}r_o)}{[J_n(\alpha_{nm}r_d)]^2}\left\{\frac{n(n-1)}{r^2}J_n(\alpha_{nm}r)-\frac{\alpha_{nm}}{r}J_{n+1}(\alpha_{nm}r)\right\}S_{nm}$$

$$C_{nm}=\frac{\varepsilon_n}{r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2}\,\frac{E_{nm\tau}}{\kappa^2\alpha_{nm}^4+n^2\omega^2}\{\kappa\alpha_{nm}^2[\cos n(\theta+\omega\tau)E_{nm\tau}-\cos n(\theta+\omega t)E_{nm}]$$

$$-n\omega[\sin n(\theta+\omega\tau)E_{nm\tau}-\sin n(\theta+\omega t)\,E_{nm}]\}$$

$$S_{nm}=\frac{\varepsilon_n}{r_d^2(H^2+\alpha_{nm}^2)-n^2}\,\frac{E_{nm\tau}}{\kappa^2\alpha_{nm}^4+n^2\omega^2}\{\kappa\alpha_{nm}^2[\sin n(\theta+\omega\tau)\,E_{nm\tau}-\sin n(\theta+\omega t)E_{nm}]$$

$$+n\omega[\cos n(\theta+\omega\tau)\,E_{nm\tau}-\cos n(\theta+\omega t)E_{nm}]\} \qquad (22)$$

$$E_{nm\tau}=\exp(-\kappa\alpha_{nm}^2\tau)$$

III. 實驗 및 數値計算

理論解析된 理論解의 檢證을 爲하여 熔接構造物에서 흔히 使用되는 軟鋼板을 使用하여 Fig. 3과 같은 試驗片을 製作하였다. 試驗片과 同心인 軌跡圓上을 定速回轉裝置에 依하여 電極을 回轉시키고 熔接機를 使用하여 電弧를 發生시키고 thermocouple을 使用하여 溫度를 記錄하여 Fig. 4와 같은 過渡的 溫度履歷線圖를 얻었다.

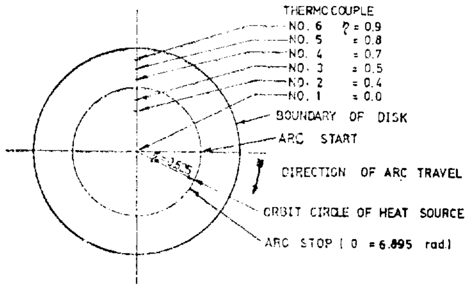

Fig. 3. Location of thermocouple

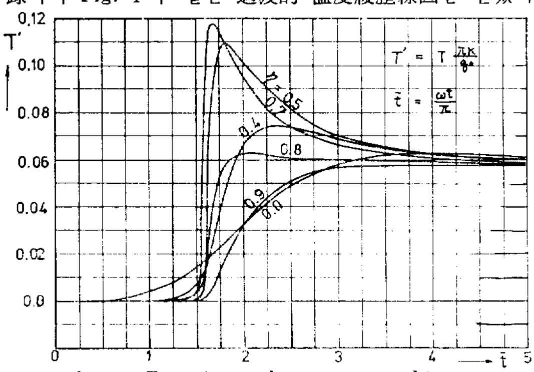

Fig. 4. Experimental temperature histories

上記의 實驗條件에 相應되는 理論解는 (22)式이므로 實驗에서 使用된 값들을 適用하여 理論溫度履歷을 計算하면 Fig. 5를 얻는다.

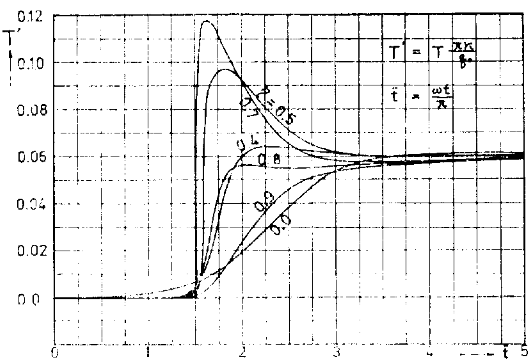

Fig. 5. Theoretical temperature histories in a disk

위 計算에 使用된 實驗資料들은 表 2와 같다.

極 性	正 極 性	r_d	3.15 inch
電 流	DC 70 amp	r_o	1.89 inch
電 壓	23 volt	ω	0.204 rad/sec
入熱効率	0.6	κ	0.0178 in^2/sec
試片두께	0.23 inch	k	0.00056Btu/in-°F-sec
熱 電 對	IC熱電對	B	0.02

表 2. 實驗資料

또 無限板에 對한 移動熱源의 解 (19)式을 使用하여 同一한 資料를 適用하여 數値計算을 實施하면 Fig. 6과 같은 溫度履歷線圖를 얻는다.

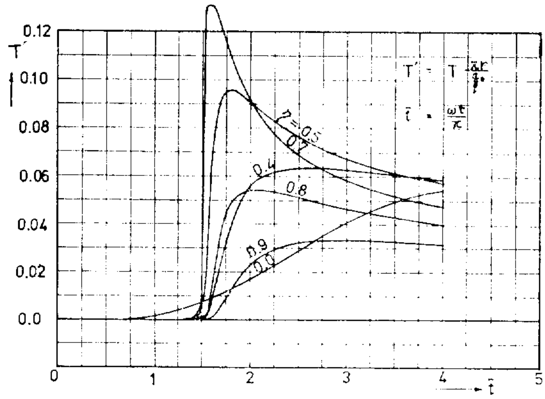

Fig. 6. Theoretical temperature historis in a infinite disk

IV. 檢 討

1. 溫度履歷

Fig. 4에 보여진바와 같은 計測된 溫度履歷과 Fig. 5에 주어진바의 溫度履歷線圖를 比較하여보면 두 線圖가 잘 一致되는 것을 볼 수 있다. 熔接初期와 熔接終了後에 있어서는 거의 完全하게 一致되나 熔接이 進行中인 境遇에 있어서는 熱源과 計測點 사이의 相對的인 距離가 멀어질수록 計測溫度와 理論溫度와의 差異가 커지는 것을 볼 수 있다. 이것은 理論解析過程에서 物性을 溫度에 無關하다고 생각한데에 原因이 있는 것으로 생각되어진다. 따라서 (22)式은 工業的으로 充分히 有用한 結果를 提示하는 數學的 嚴密解가 됨을 알 수 있다. 그러나 (22)式의 解를 使用하여 數値計算을 實施하여 充分히 收斂된 結果를 얻는데 있어서는 電子計算組織 IBM 1130을 使用하여 計算할때 點當 約 15分程度가 所要되므로 相當한 量의 計算에 있어서는 莫大 時間이 所要되게되는 缺點이있다. 그런데 (19)式에 依하여 計算된 溫度履歷線圖 Fig. 6을 보면 圓板에 直接適用할수 없는 것임에도 不拘하고 熱溫에 그러는 軌跡圓에 隣接된 計

測點들에서는 實驗値와 比較的 接近된 結果를 보이고 軌跡圓의 外測에서는 實驗値와 差異가커지는 것을 볼 수 있다. 따라서 Sodel[11]의 硏究에서와 같이 適當한 調整係數를 使用하면 (19)式을 圓板의 境遇에 對하여서도 適用할수 있음을 豫測할 수 있다. 그러나 軌跡圓 近處에서 溫度의 極値가 나타나며 (19)式에 依한 計算으로서도 工學的으로 充分히 使用할 수 있는 結果가 얻어진다는 點이 大端히 重要하다. 特히 (19)式을 數値積分으로 計算되어져야 함에도 不拘하고 計算時間이 點當 約 10初 程度밖에 所要되지 않음을 생각하면 더욱 그 價値가 認定된다.

따라서 溫度分布 또는 溫度履歷等을 計算함에 있어서 一般的인 工學問題에서는最大溫度等이 問題됨으로 (19)式을 使用하여 最大溫度發生區間 및 時間等을 求하고 (22)式에 依하여 該當 區間만에 着目한 計算을 實施함으로서 計算所要時間을 크게 短縮할 수 있을 것이 期待된다.

2. 熱應力

實驗條件에 對應되는 熱應力을 計算하면 Fig.7, Fig. 8, Fig. 9와 같은 圓板에서의 移動熱源에 依한 熱應力履歷線圖를 (22)式으로부터 얻을 수 있으며 (19)式으로 부터는 Fig 10, Fig. 11 및 Fig. 12의 無限板에서의 熱應力履力線圖가 얻어지게된다. 두 境遇에 對하여 熱源과 計測點과의 相對的인 位置를 勘案하여 物理的인 現象을 類推하면 計算된 熱應力이 物理的 現象과 잘一致됨을 發見할 수 있다.

特히 主要한 事實은 發生된 熱應力成分들의 極値가 두 境過에 거의 같은 位置에서 나타나며 그 크기도 接近되어 있음을 알 수 있다.

따라서 最大溫度 또는 最大應力成分等이 問題되는 工學的 應用例에 對하여서는 (19)式의 數置積分으로 부터 얻어진 解의 有用性이 大端히 크다고 보여지며 무한한 境界條件을 갖는 境遇에 對한 解析結果가 (20), (21), (22)式 等과 같이 收斂이 좋지않은 境遇에 있어서 嚴密한 計算이 要請되는 區間을 確認하는데 큰 價値를 가지고 있다. 即 (19)式으로 計算된 結果들로부터 그 變化率이 클수록 嚴密計算을 많은 點을 取하여 計算하는 것이 바람직함을 確認할 수 있다.

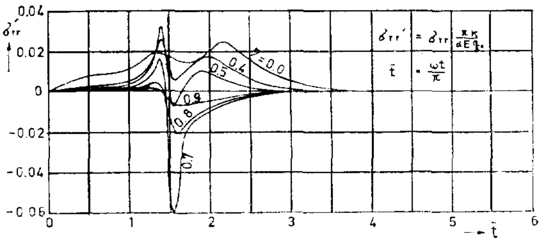

Fig. 7. Histories of radial stresses in a disk

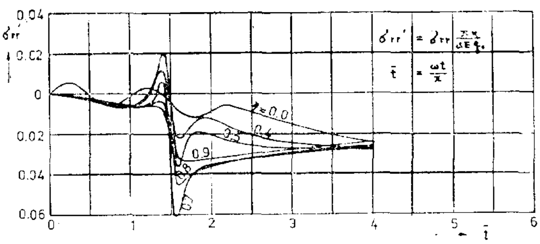

Fig. 10. Histories of radial stresses in a infinite disk

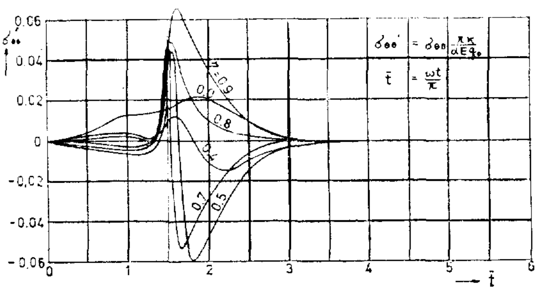

Fig. 8. Histories of tangential stresses in a disk

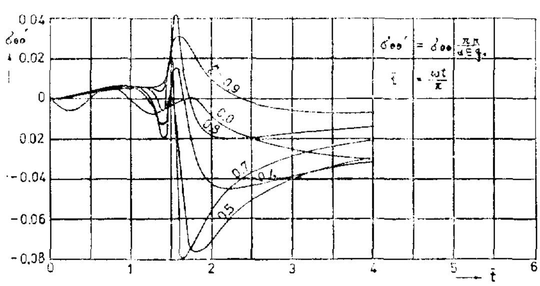

Fig. 11. Histories of tangential stresses in a infinite disk

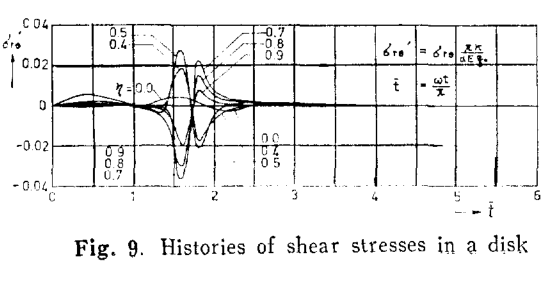

Fig. 9. Histories of shear stresses in a disk

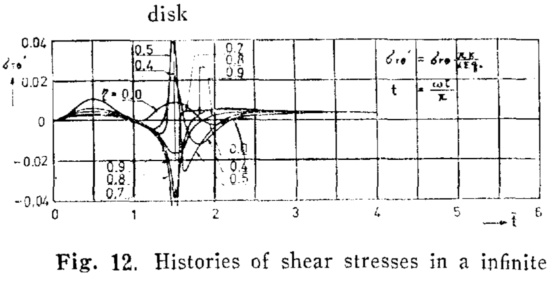

Fig. 12. Histories of shear stresses in a infinite disk

V. 結 論

理論解析된 理論解들은 熔接工作等과 같이 熱源이 2次元平面上에서 一定時間동안 定速移動하는 境過에 關한 過渡的인 溫度分布와 熱應力成分들을 表示하는 數學的 嚴密解가된다. 特히 數値計算으로부터 無限遠板에 對하여 얻어진 解는 熱源이 周緣上에 있지 않는 境過에 있어서는 制限된 板에 對하여 適用한다면 溫度 및 熱應力成分들의 極値에 關한 有用한 知識을 提示하여 變化率로부터 嚴密解를 數値計算의 量을 줄이는데 크게 寄與하게 된다.

따라서 얻어진 理論解들은 熔接工作과 같은 工學的 應用例에 對한 溫度와 熱應力을 나타내며 殘留應力을 解析하는 基礎資料가 된다.

後 記

本硏究의 進行에 있어서 끊임 없는 激勵를 주신 學內 여러 敎授님들께 깊은 謝意를 表하는 바입니다. 또 本硏究를 爲하여 硏究費를 마련하여주신 産學財團에 深甚한 謝意를 表하는 바입니다.

參 考 文 獻

〔1〕 Masaki Watanabe and Kunihiko Sato, "Plastic Study on Residual Stresses due to Welding", *Technical Reports of Osaka University*, p.179～p.190, 1951

〔2〕 Masaki Watanabe and Kunihiko Sato, "Thermal Stresses and Residual Stresses of Circular Plate Heated at its Centre", *Journal of the Society of Naval Architects in Japan*, p.185～p.197, 1949.

〔3〕 Koichi Masubuchi, "Distribution of Residual Stresses in Butt Welded Joint", *Journal of the Society of Naval Architects in Japan*, p.99～p.109, 1957

〔4〕 Koichi Masubuchi, "Analytical Investigation of Residual Stresses and Distorsions due to Welding", *Welding Journal Research Supplement*, p.525～p.539, 1960.

〔6〕 Carslaw and Jeager, "*Conduction of Heat in Solids*", Oxford University Press, 1973.

〔6〕 Hyochul Kim, "On the thermal Stresses due to Welding of a Penetration Piece for a Watertight Bulbhead Plate (Ⅰ)—Thermal Stresses in Bulkhead Plate—", *Journal of the Society of Naval Architects in Korea*, p.1～p.8, 1975.

〔7〕 Hyochul Kim, "On the Thermal Stresses due to Welding of a Penetration Piece for a Watertight Bukhead Plate (Ⅱ) —Thermal Stresses in a Penetration Piece—", *Journal of the Society of Naval Architects in Korea*, p.9～p.22, 1975.

〔8〕 Hyochul Kim, "Transient Thermal Stresses in a Thin Circular Disk due to a Moving Point Source of Heat on a Concentric Circle", *Journal of the Society of Naval Architects in Korea*, p.13～p.34, 1975.

〔9〕 E. Melan, "Spannungen infolge nichtsationärer Temperaturfelder", *Österr. Ing. Arch.*,, Vol.9, p.171, 1955.

〔10〕 T.R.Hsu, "Thermal Shock on a Finite Disk due to an instantaneous Point Heat Source", *Journal of Applied Mechanics*, p.113～p.120, 1969.

〔11〕 W. Sodel and R Cohen, "Arc Welding Tempera tures in a Thin Circular Disk Structure", *Welding Journal Research Supplement*, p.337～p.340, 19 70

〔12〕 T.R. Hsu, "Transient Thermal Shock on a Finite Disk due to a Continuous Point Heat Source", *Journal of Engineering for Industry*, p.357～p.365, 1970.

〔13〕 Masak: Watanabe and Kunihiko Sato, "Theoretical Analysis of Thermal Stresses due to a Moving Heat Source," *Journal of the Society of Naval Architects in Japan*, p.87～p.96, 1954.

〔14〕 N. Fox, "Stresses Associated with a Moving Line Source of Heat", *Quartely Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, p.85～p.89, 1964

〔15〕 Lambert Tall, "Residual Stresses in a Plates-A Theoretical Study", *Welding Journal Research Supplement*, p.10～p.23, 1964.