

最適品質設計를 위한 費用, 品質 製造時間의 綜合的 最適化方案

李 相 鎭

建國大學校工科大學 工業經營學科

(1976. 2 受理)

An Algorithm for Estimating Time-cost-Quality Trade-offs in the Selection of the optimal Design Specifications

Abstract

In the quality planning phase, the techniques for measuring cost-quality trade-offs are used for the selection of the optimal design specifications when design flexibility permits significant trade-offs to be made.

But the product quality is not only depends on the developing cost, but also the time for developing that product.

Therefor it is important to seek a methodology for estimating time-cost-quality trade-offs associated with the quality planning projects.

This paper is aimed to find a methodology of time-cost-quality trade-offs and to develop a proper algorithm.

1. 品質, 費用, 時間의 綜合的 最 適化의 必要性

品質管理시스템은 顧客의 要求를 充足시킬 수 있는 (1) 製品의 品質目標를 設定하고 (2) 이를 設計·製造하여 (3) 製造된(또는 製造되고 있는) 製品이 定해진 品質標準을 充足시키고 있는지를 測定·分析하고 (4) 定해진 品質標準을 達成하도록 矯正行爲를 行하여 (5) 나아가서는 더 좋은 品質의 製品를 製造하게 하는 生產管理시스템의 하나의 副次시스템(Subsystem)이다.

이러한 品質management 시스템의 機能別 부록線圖(Block diagram)을 그려보면 다음의 (그림 1)과 같으며 品質計劃와 品質統制의 2個의 副次시스템으로 大分하여 생각할 수 있다.

品質計劃시스템에서는 (그림 1)에서 볼 수 있는 바

와 같이 (1) 品質政策과 目標의 設定 (2) 費用 對 品質分析 (3) 製品設計 (4) 品質評價 等을 行한다.

品質政策과 目標의 設定은 需要者의 品質要求와 生產者的 生產能力를 比較分析하여 消費者의 慾求를 最大限으로 充足시키고 또한 販賣市場을 席卷할 수 있는 自社製品의 品質政策과 目標를 設定하는 것으로 이것은 設計機能과 密接한 關係를 가진다.

費用 對 品質analysis은 設定된 品質目標를 達成할 수 있는 製品의 品質特性(Quality Requirements)과 어려한 品質特性을 갖는 製品를 開發하는데 所要되는 費用과의 知互關係를 分析하여 最少의 費用으로 製造할 수 있는 製品의 最適設計仕様(Design Specification)을 決定하는 것이다.

製品의 最適設計仕様이 決定되면 이에 따라 製品이 設計되고 試作品이 製造된다. 그리고 製品의 最適設計

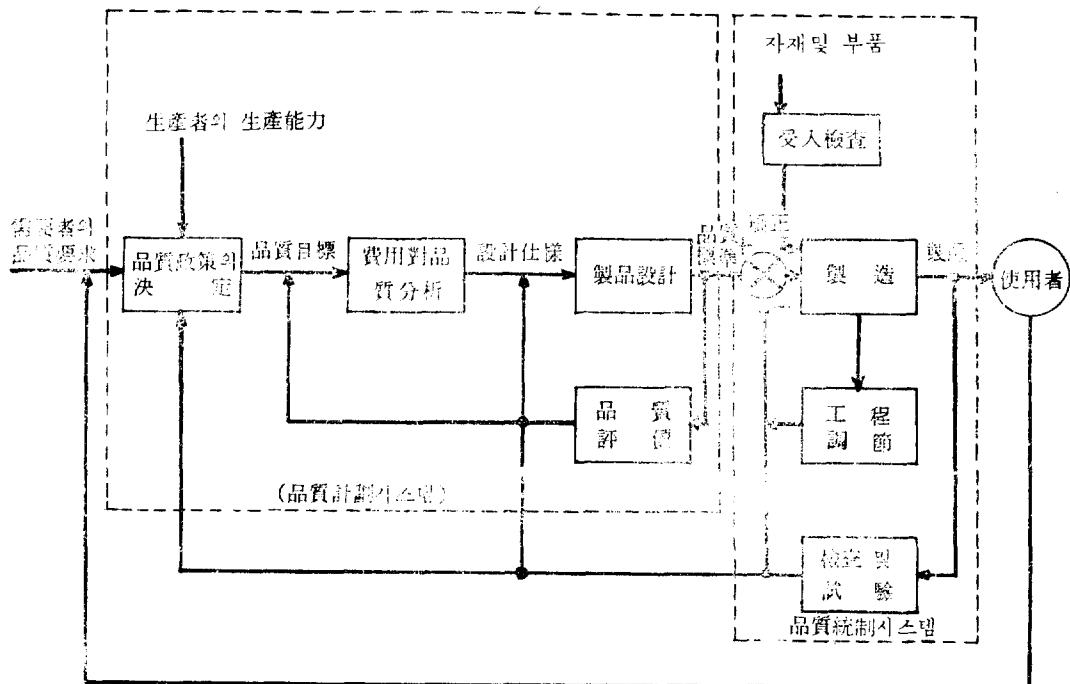


그림 1.品質管理의機能別部署線図

仕様에 따라試作된製品에對하여 그의性能과壽命等品質特性이評價되고 이에依據製品의設計仕様이補完되어終局에는品質標準이確定된다.

以上과같이하여品質標準이決定되면製品이製造에들이가게되며따라서(1)析品의製造에使用되는原資材와部品에對한受入検査(2)製造工程의調節(또는工程制御)(3)完製品에對한最終検査 및試驗等의品質統制活動이行하여지게된다.

以上品質管理시스템의機能을간략하게살펴보았으나本論文에서다룰主內容은品質管理시스템의機能中最適設計仕樣을決定하는데使用하는費用對品質分析에關於 것이다.

그런데이와같은費用對品質分析은費用와品質特性에關於交易關係만을分析하는것으로서時間에對한交易關係의分析은行하지않는다.

그러나生產시스템은質(또는性能)이좋은製品을되도록싼값에그리고쉽고빠르게製造할수있도록製品을設計하고이를製造하고자하는것을그의目標로하고있기때문에品質費用時間의3者를考慮하지않으면아니된다하지만3者の綜合적인分析方法의未備로지금까지는費用對品質分析만이實施되었던것이다.

따라서本論文에서는費用,品質(또는性能),時間의3個要素를考慮한綜合的分析모델을定立하고이의最適化를꾀하는方法을 모색하여보고자한다.

2. 費用對品質特性的交易分析을 위한設計모델

費用對品質分析은最少의費用으로주어진品質特性을滿足시키는製品의最適設計仕樣을決定하는데use된다.여기서品質特性(또는性能)은例를들어自動車의速度,走行距離,有貨荷重等과같은것을말하며設計仕樣은엔진推力(Thrust),車體의크기等과같은것을말한다.

그런데이와같은品質特性,設計仕樣,開發時間 및開發費用間에는一般的으로다음과같은特性과關係를갖게된다.

(1)製品의品質特性은그製品을構成하는構成要素(Components)의設計仕樣과函數關係를갖는다.即,自動車의速度는엔진의推力과車體의크기에따라달라진다.

(2)構成要素의設計仕樣間에는相互密接한相互關係를가진다.例를들면自動車의엔진推力を크게하

기 위하여 大型의 엔진을 채택하면 車體의 크기나 무게는 커지게 된다.

(3) 製品의 開發과 製造를 위한 諸般法動(Activity)間에는 時間的 先後關係(Time Precedence Relations-hip)가 있다.

(4) 製品의 開發과 製造費用은 一様하게 (Uniquely) 決定할 수 없다. 即 어떤 設計仕様을 채택하느냐 또는 어떤 日程計劃(Schedule)에 따르느냐에 따라 그 費用이 달라진다.

이제 上以上과 같은 關係를 가지고 있는 品質特性과 費用 및 開發時間의 關係를 綜合的으로 分析하기 前에 우선 品質特性과 費用과의 關係를 分析하기 위한 設計 모델(Design model)을 定立하여 보기로 한다.

여기서 設計모델이라 함은 (1) 製品의 定해진 品質特性과 設計仕様과의 關係 (2) 設計仕樣間의 相互關係 (3) 設計仕樣의 許容範圍(Feasible Range)等을 規定한 一連의 線形 또는 非線形方程式의 集合을 말한다.

例를 들어 만일 開發한 製品을 自動車라고 假定하고
이의 品質特性으로서 速度와 走行距離 2個만을 考慮
하여, 速度는 28(單位는 省略한다)以上이고 走行距離
는 8 以上이 되어야 한다고 假定하자.

그리고 이러한品質特性을左右하는重要的設計仕様으로는車體의크기 S_1 과エン진의推力 S_2 , 2個만을考慮한다고假定하자.

다음으로 品質特性인 速度와 走行距離는 設計仕様 S_1 과 S_2 에 依해 다음과 같은 關係式으로 決定된다고 假定하자.

$$\left. \begin{array}{l} 4S_1 + 7S_2 \geq 28 \\ 2S_1 + 1S_2 \geq 8 \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

그리고 設計仕様 S_1 과 S_2 는 다음과 같은相互關係(即車體의 크기에 比하여 엔진의 크기가 너무 커서는 안된다.)를 가지고 있다고 하자.

$$2 + 2S_1 \geq S_2 \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

마지막으로 設計仕様 S_1 과 S_2 의 許容範圍는 다음과 같다고 假定하자.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \leq S_1 \leq 6 \\ 1 \leq S_2 \leq 7 \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

以上은自動車의定해진品質特性과設計仕様과의關係를規定한數學모델(Mathematical model)이다.

그러나 以上의 品質特性과 이러한 品質特性을 갖는
設計仕様의 製品을 開發하는데 所要되는 費用과의 關係
係를 分析하기 위해서는 設計仕樣과 費用과의 關係를
規定한 目的函數(Objective Function)가 있어야 한다.

따라서 設計仕様 $S = (S_1, S_2)$ 을 充足시키는 製品을 開發하는데 所要되는 費用을 $\varphi(S)$ 라 하고 이것은 S_1 및

$$S_2 \text{와 다음과 같은 函數關係를 가지고 있다고 假定하자} \\ \varphi(S) = 4S_1 + 5S_2 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$\varphi(S) = 4S_1 + 5S_2 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

以上을 綜合하면 最少의 費用으로 주어진 自動車의
品質特性을 滿足시키는 最適設計仕様을 決定하기 위한
設計모델은 다음과 같은 線形計劃(Linear Programmi-
ng)모델이 될을 알 수 있다.

$$\text{極少化 } \varphi(S) = 4S_1 + 5S_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4S_1 + 7S_2 \geq 28 \\ 2S_1 + S_2 \geq 8 \\ 2S_1 - S_2 \geq -2 \\ S_1 \geq 2 \\ S_2 \geq 1 \\ S_1 \leq 6 \\ S_2 \leq 7 \end{array} \right.$$

一般的으로 製品의 品質特性과 이와 같은 品質特性를 決定하는 設計仕様은 위의 例와 같이 2個만이 아니라 여러개가 됨으로 이것은 다음과 같이 「베타」로 取扱할 수 있다. 即 $S = (S_1, S_2, \dots, S_n)$ 을 設計仕様의 베타라 하고, $P = (P_1, P_2, \dots, P_r)$ 을 品質特性의 베타라고 하면, 그리고 $U_j(S)$ 와 $V_j(S)$ 을 베타 S 의 函數라 하면 費用對 品質分析을 위한 設計모델의 一般形態는 다음과 같아 되다.

極少化 $\psi(S)$

$$\text{制限式: } \begin{cases} U_j(S) - P_j \geq 0, & j=1, \dots, r \\ V_j(S) \geq 0, & j=1, \dots, m-r \end{cases}$$

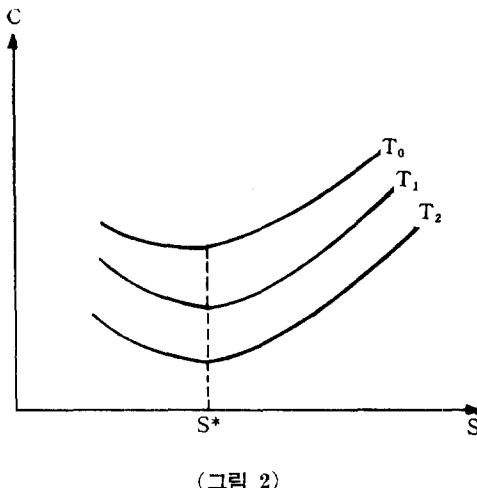
但 m 是制限式의 總數

以上과 같이設計모델이定立되면 設計모델의解를
求하여 最適設計仕様 即 開發費用을最少로하는 S_1 과
 S_2 의最適值를決定하여야한다. 此의設計모델의경
우 이것은線形計劃問題가되므로 Simplex法을使用
하면쉽게그의最適解를求할수있다.

그러나 여기에서企圖하는目的是費用과品質特性
과의相互關係를分析하여最適設計仕樣을決定하는
것이다. 따라서品質特性을許容範圍안에서여러가지
로變化시키면서品質特性의變化에따른最少費用의
變化가어떻게되는가하는費用對品質特性의交易
分析(Cost-Quality Trade-off Analysis)을實施하여야
한다.

그러므로 이와 같은 費用對 品質特性의 交易分析을 實施하면 (그림 2)와 같은 品質特性에 對한 費用曲線을 얻을 수 있고 最少의 費用으로 開發할 수 있는 品質特性值를 求할 수 있다. 勿論 이와 같은 交易分析時에는 品質特性(위 例의 경우 速度와 走行距離)을 除外한 其他의 모든 變數는 原來대로 一定하게 두어야 한 다.

以上의 費用 對 品質特性의 交易分析을 通하여 만일
品質特性의 變化가 不可避하다면 이에 따라 設計仕樣



도 달라지게 되며 따라서 개발费도 달라지게 된다.
事實 設計모델에서의 目的函數 $\varphi(S)$ 는 設計仕様 S 만의 函數가 아니라 그 設計化樣에 따라 製品을 開發하는데 所要되는 時間 T 의 函數이기도 하다. 따라서 設計仕様 S 가 달라지면 目的函數의 式도 달라지게 된다.

그러므로 費用 對 品質特性分析의 結果에 依據 設計仕樣의 變化에 따른 效果의 變化를 分析하는 것도 兼하여 必要하다.

이러한 2 가지의 分析을 通하여 結局에는 最少의 費用으로 開發할 수 있는 製品의 設計仕樣이 決定되지만 여기에는 開發이나 製造에 所要되는 時間을 考慮하지 않으면 아니된다. 왜냐하면 品質特性이나 設計仕豫에 따라 製品의 開發과 製造時間이 달라지며 또한 開發 및 製造時間이 달라지면 開發費用도 달라지게 되기 때문이다.

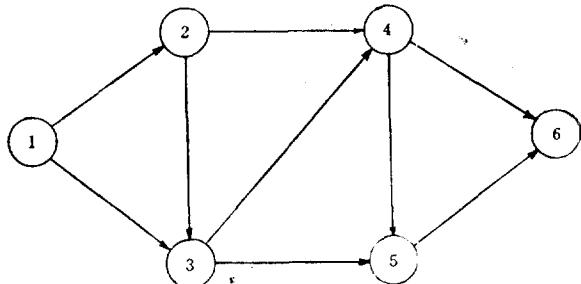
3. 費用 對 開發時間의 交易分析을 위한 日程모델

Project에 對한 日程管理를 效果的으로 實施하기 위한 手法으로서 現在까지 開發된 것 중 第一 좋은 것은 PERT와 CPM이다.

PERT (Program Evaluation & Review Technique) 와 CPM (Critical Path Method)은 手法의 名稱만 相異할 뿐이지 手法의 內容이나 方法에 있어서는 두드러진 差異가 없다. 다만 다른 點이 있다면 PERT는 要素作業(Activity 또는 Job)의 時間을 樂觀值(Optimistic time), 悲觀值(Pessimistic time) 및 최빈치(Most-likely time)의 3個로 推定하여 使用하고, CPM은 單

一值을 使用하고 있다는 點이다.

PERT와 CPM은 어떤 Project를 要素作業의 組合으로 構成되는 Network로 表示한 것이며, Network는 다음의 (그림 3)과 같이 2個의 基本要素 即 Event(그림에서 圓)와 Activity(그림에서 화살표)로 構成된다.



(그림 3)

어떤 Project를 이와 같은 要素作業의 Network로 構成하여 Project의 日程을 計劃하고 管理하는 方法을 PERT 또는 CPM이라 하며, 이와 같은 方法에 依해 日程管理를 實施하면 다음과 같은 여러 가지의 利得을 얻을 수 있다.

(1) Project의 內容이 明確해 지며 一目瞭然하게 Project를 把握할 수 있다. 왜냐하면 PERT와 CPM은 從來의 Gantt Chart와 같이 하여야 할 要素作業들을 列舉만 하는 것이 아니라 要素作業間의 相互關係를 究明해서 그의 時間的 先後關係(Time Precedence Relationship)을 明確하게 뱉어 놓았기 때문이다.

(2) Network上의 餘裕가 있는 作業과 없는 作業을 미리 알고 있기 때문에 Project의 進行狀況을 把握하고 臨機應變의 對策을 講究하기가 容易하다.

(3) Network上에서 Critical Path(最長經路 即 餘裕가 零인 要素作業의 經路)를 미리 알고 있기 때문에 Project의 完了豫定日을 短縮할 必要가 있을 때는 費用 對 時間의 交易分析(Time-Cost Trade-offs Analysis)을 通하여 Project完了日을 短縮할 수 있다.

以上과 같이 PERT와 CPM은 Project의 日程管理에 有効한 여러 가지의 利點을 가지고 있기 때문에 이것을 費用 對 開發時間의 交易分析을 위한 日程모델(Schedule model)로 使用할 수 있다.

따라서 이제 費用 對 開發時間의 關係를 分析하기 위한 日程모델을 CPM의 概念에 立却하여 定立해 보기로 하겠다.

어떤 製品을 開發하는데 所要되는 全體費用은 그 製品을 開發하기 위해서 해야 할 諸 要素作業의 費用의

和이며 다음과 같은 式으로 表現할 수 있다.

여기서 A 는 製品을 開發하기 위해 해야 할 모든 要素作業(i, j)의 集合 即 $A = \{(i, j) | \text{여기서 } C_{ij} \text{는 각要素作業 } (i, j) \text{의 費用이다.}\}$

그런데 어떤 要素作業(i, j)를 遂行하는데 所要되는 費用은 要素作業을 完了하는데 所要되는 時間 t_{ij} 의 函數일 뿐만 아니라 作業의 難易度를 決定하는 設計仕様 S 의 函數이기도 하다. 따라서 이것은 다음과 같은 式으로 表現할 수 있다.

$$C_{ij} = f_{ij}(S; t_{ij}) \text{ for all } (i, j) \in A \quad \dots \dots \dots (2)$$

그러나 만일設計仕様 S 가 設計모델의 分析結果에
따라서 一定值로 決定되었다고 假定하면 이것은 t_{ij} 만의
函數로 생각할 수 있다. 따라서 開發費를 t_{ij} 만의 函數
라고 하고 이때의 全體開發費를 $\varphi(T)$ 라 하면

가 된다. 여기서 T 는 모든 要素作業時間의 베타이다.

따라서 (3)式을 最少로 하는 t_{ij} 을 求하는 것이 全體開發費를 最少로 하는 開發日程을 決定하는 것이 된다. 그런데 (3)의 目的函數를 極少化하는 t_{ij} 을 求하기 위해서는 다음과 같은 CPM手法上의 制限(Constraints)을 考慮해야 된다.

(1) 要素作業의 時間的 先後關係(Time Precedence Relationship)

(2) 開發完了時限(또는 納期)

이제 開發完了時限을 d 라 하고 이들 制限을 數式으로 表現하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{array}{l} t_j - (t_i + t_{ij}) \geq 0 \\ t_j - t_i \geq d \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

여기서 n 은 最終 Event의 番號이고 1은 始發 Event의 番號를 뜻한다.

以上을 綜合하면 開發費用과 開發時間의 交易分析을 위한 日程모델은 다음과 같이 되다

$$\text{極少化 } \varphi(T) = \sum_{(i,j) \in A} f_{ij}(S; t_{ij})$$

$$\text{制限式: } \begin{cases} t_{ij} - (t_i + t_{ij}) \geq 0 \\ t_n - t_1 \leq d \end{cases}$$

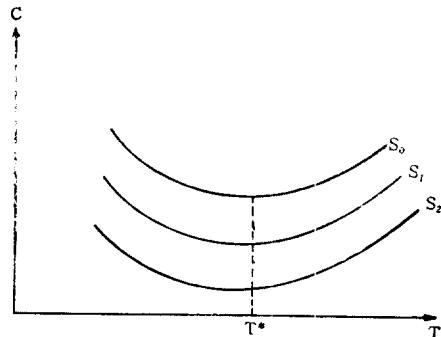
위의 日程모델에서 要素作業의 時間的 先後關係를 規定한 制限式은 餘裕變數(Slack Variable) S_{ij} を 導入 하므로서 다음과 같은 等式으로 만들수 있다.

$$t_i = (t_i + t_{\bar{i}i}) + S_{ii} = 0$$

여기서 S_{ij} 는 要素作業 (i, j) 에 配當되는 餘裕時間이 된다. 그러므로 $S_{ij} = 0$ 인 要素作業은 Critical Path 上의 要素作業이 되고 그렇지 않으면 Critical Path 가 아닌 經路의 要素作業이 된다. 그리고 이것이 바로 CPM.

의 手法上의 要緒가 되는 것이다.

위의 日程모델을 開發完了時限 d 를 變化시키면서 풀면 d 의 變化에 따른 開發費用 $\varphi(T)$ 의 變化를 알 수 있다. 即(그림 4)와 같은 費用 對 時間의 交易分析(Cost Time Trade-off Analysis)을 實施할 수 있다.



(그림 4)

(그림 4)에서 볼 수 있는 바와 같이 開發完了時限에 對한 制限式

$$t_n - t_1 \leq d$$

에서 d 를 變化시키면서 日程모델을 풀면 d 의 값 (d 의 값은 設計仕様 S 에 따라 달라진다)에 따라 全體開發費 $\phi(T)$ 의 값이 어떻게 变하는가 하는 것을 알 수 있다.

따라서 開發費用 $\varphi(T)$ 를 最少로 하는 最適開發完了時間 d 를 決定할 수 있고 또한 이에 따라 各要素作業時間 t_i 의 最適值를 알 수 있다

4. 費用, 品質, 時間의 綜合的 最 適化 方案

前述한 바와 같이 設計모델에 依해서는 費用對品質特性(또는 設計仕様)과의 交易分析을 行할 수 있고, 日程모델에 依해서는 費用對時間과의 交易分析을 行할 수 있다. 따라서 이 2 가지 모델의 交易分析을 合理的으로 組合하면 結局 費用, 品質, 時間의 3者를 綜合한 最適化 方案을 講究할 수 있다.

그런데 設計모델은 日程모델의 最適解로서 最適開發日程이 決定되었다는前提下에 그의 目的函數를 決定할 수 있고, 또한 日程모델은 設計모델의 最適解로서最適設計仕様이 決定되었다는前提下에 그의 目的函數를 決定할 수 있다.

그러나 設計모델에 있어서나 日程모델에 있어서나
目的函數는 全體開發費 C 이며, 全體開發費 C 는 設計
모델에서는 設計仕様 S 의 函數이여고, 日程모델에 이

어서는 要素作業時間 T 의 函數이었다.

따라서 全體開發費 C 는 다음과 같이 表現할 수 있으
며 이것은 即 開發費用, 品質特性(또는 設計仕様) 및
開發時間의 3者를 綜合하여 最適화하고자 하는 目的
函數가 된다.

그러나 만일 日程모델에서 T 가 어떤 값으로決定되었다면, 그리고 이 값을 위의 目的函數에 代入하면 目的函數는 다음과 같이 된다.

$$C = \varphi(S) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

즉 목적函數 C 는 設計仕樣 S 만의 函數가 됨다. 따라서 (2)의 목적函數를 極少化하는 S 를 求하고 이 欲을 다시 (1)에 代入하면 목적函數는 다음과 같이 T 만의

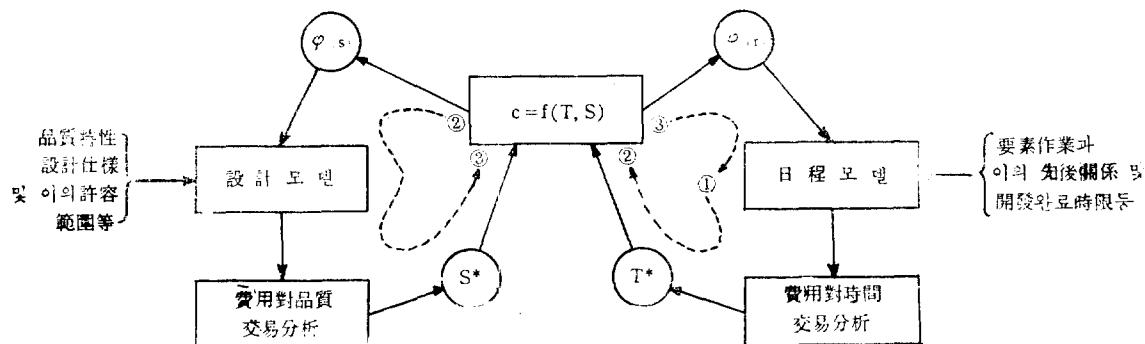
의 噴數가 된다.

$$C = \varphi(T) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

이와 같이 日程모델의 最適解를 設計모델에 代入하여 設計모델의 最適解를 求하고, 또한 이 값을 日程모델에 代入하여 日程모델의 最適解를 求하고 하는 式으로 反復的인 演算(Iterative Algorithm)을 할 수 있다.

그러므로 이와 같은 反復演算을 行하면 決局 費用, 品質特性 및 時間의 3者를 綜合한 全體의 最適化를 期할 수 있게 되다.

이제 이와 같은 反復演算의 過程을 圖示하면 다음의 (그림 5)와 같다. 여기서 點線화살표는 反復演算의 過程을 表示한다.



(그림 5)

그리고 上의 反復演算의 結果 設計모델에서 얻을 수 있는 設計仕様 對 費用의 交易分析曲線은 앞의 (그림 2)와 같은 形態가 되며 또한 日程모델에서 얻을 수 있는 時間 對 費用의 交易分析曲線은 앞의 (그림 4)와 같은 形態가 되을 想定할 수 있다.

5 結論

品質管理시스템에서는 最適品質設計를 하기 위해서
費用對品質特性의 交易分析을 實施하고 있다.

그러나 最少의 費用으로 製造할 수 있는 製品의 最適設計仕様을 決定하기 위해서는 費用과 品質特性 뿐만아니라 製品의 開發과 製造에 所要되는 時間도 考慮하는 것이 必要하다. 왜냐하면 製品의 品質은 費用과의 函數이 同時に 時間과의 函數이기도 하기 때문이다.

그러나 지금까지는 費用, 品質, 時間의 3者의 綜合의 分析方法의 未備로 費用 對 品質對性의 交易分析 많이 實施되었다.

따라서 本論文에서는 費用 對 品質特性의 交易分析
과 費用 對 時間의 交易分析을 組合하여 費用, 品質,
時間의 3個要素를 考慮한 綜合的인 分析모형을 定立
하고 이의 最適化 方案을 모색하여 보았다.

그 결과 이것은設計모델에 依한 費用 對 品質特性의 交易分析과 日程모델에 依한 費用 對 時間의 交易分析을 反復의演算過程(Iterative Algorithm)을 通하여 行하므로서 費用, 品質, 時間의 3者를 綜合한 全體의 最適화를 期할 수 있음을 알 수 있었다.

勿論 여기에서 提示한 費用, 品質, 時間의 3者를
組合한 最適化의 方法이 단 한번만의 演算으로 最適解
를 求하지 못하고 反復의 演算過程을 거쳐야 한다는

點에서 不便이 없지 않다. 따라서 더 効果的인 演算方法의 開發을 위한 研究가 앞으로도 繼續되어야 하리라고 본다.

参考文献

1. Quade and Boucher, Systems Analysis and Policy Planning, American Elsevier Publishing Co., 1968.
2. Harold Chestnut, Systems Engineering Methods, John Wiley & Sons, 1967.
3. Bernard H. Rudwick, Systems Analysis for Effective Planning, John Wiley & Sons, 1969.
4. Harold Chestnut, Systems Engineering Tools, John Wiley & Sons, 1965.
5. E.G. Kirkpatrick, Quality Control for Managers and Engineers, John Wiley & Sons, 1970.
6. E.L. Grant, Statistical Quality Control, McGraw-Hill, 1964.
7. B.L. Hansen, Quality Control; Theory and Applications, Prentice-Hall, 1966.
8. J.E. Kelley, "The Critical Path Method: Resource Planning and Scheduling," Industrial Scheduling, Muth and Thompson, Editors, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1963.