Journal of the KSQC
Vol.5, No.1 (1977)

# 幾何學的 計劃法에 의한 水質管理 最適化 모델의 解法에 關한 研究

白 斗 權
高麗大學校 大學院 産業工學科

1976年 11月 30日 受理

## ABSTRACT

Geometric programming is very useful for the solution of certain nonlinear programming problems in which the objective function and the constraints are posynomial expressions.

By solving the dual program, it can be obtained that the solution of the primal program of Geometric programming.

And, more efficient solution is to form an Augmented program possessing degree of difficult zero.

A regional water-quality management problem may involve a multistage constrained optimization with many decision variables. In this problem, especially, appling that solution to it is also useful.

This paper is described that :

1) the efficient solution of a water-quality management model formed by Geometric programming, and

2) the algorithm developed to apply easily a real system by modifing and simplifing the solution.

## 제 1 장 서 론

시스템의 최적화 문제는 대개 수학적 계획법(Mathematical Programming)으로 처리 될 수 있다. 즉 선형 계획법(Livear Programming), 비선형 계획법(Nanlinear Programming), 동적 계획법(Dynamic Programming) 등은 이미 여러 분야에서 활발히 적용되고 있으며 최근에는 기하학적 계획법(Geometric Programming)이 화학공학분야, 전자공학분야에서 적절하게 쓰이고 있으나 토목공학, 특히 구조공학이나 환경공학 등의 분야에서는 거의 응용되고 있지 않으므로 비교적 새로운 수법으로써 연구의 대상이 되고 있다. 이러한 기하학적 계획법은 일반적으로 비선형의 목적함수나 구속조건식이 양계수다항식(posynomial 또는 positive polynomial)형식으로 되는 모델의 최적화에 매우 효과적인 수법이다.

기하학적 계획법에 있어서 모델의 난이도(degree difficult)는 n—m—1(즉, n은 모델 내의 항의 개수 m은 변수의 개수)로 정의되는데, 원모델(Prima Model)의 난이도가 0이면 쌍대모델(Dual Model)의 해도 쌍대 구속조건시스템(dual constraints system)에 의해 유일하게 결정된다. 따라서 원모델의 해는 Duffin, Perterson 및 Zener[1]의 쌍대이론(duality theory)에 의해 구할 수 있다. 쌍대벡터(dual vector)를 구하여 풀어가는 systemetic Procedure들이 있는데, 이에 대한 연구는 Duffin, Perterson 및 Zener[1], Beck and Ecker[2]와 Dinkel, Kochenberger and McCarl[3] 그리고 Reklaitis and Wilde[4] 등에 의한 논문에서 논의 되어 있다. 특히 Kochenberger[5]는 확장된 기하학적 계획법(Augmented Geometric Programming)을 개발하였는데 그의 해법에서는 Fiacco 및 McCormick[6]의 Penalty Methods를 결합했다.

본 논문에서는 Kochenberger의 해법을 이용함으로

써 기하학적 계획모델을 난이도가 0인 확장모델(Augmented Medel)으로 변한 후, 그의 쌍대모델의 해를 구함으로써 쌍대이론에 의해 본래의 원모델의 해도 결정되는 McNamara[7]의 Solution Procedure를 수정 및 응용시켜, 수질관리 최적화모델에 효율적인 해법의 개발에 힘썼다.

하천의 수질관리에 대한 최적화의 연구로는 선형 계획법을 이용한 Revelle, Loucks and Lynn[8][9], Kerri[10]와 Sobel[11] 등의 연구가 있었고, 하천의 용존산소 허용기준을 유지하기 위한 연구가 Leibman and Lynn[12]에 의해 된 바 있고, 오염부하량을 감소시키기 위한 하수천의 처리비용을 적절히 분배하기 위해 정수 계획법(Integer Programming)을 사용한 Liebmming, Lynn and Marks[15]의 연구와 폐수 처리장의 설계에 대한 Shis and Krishman[16]의 연구와 기하학적 계획법을 적용한 Ecker and McNamara[17]의 연구가 있다. 특히 Ecker[18]의 연구 결과, "하천의 수질관리에 있어서 기하학적 계획법이 매우 효과적이다."는 것이다.

본 논문에서는 기하학적 계획법으로써 생화학적 산소요구량의 제거율에 따른 하수천의 하수처리 비용을 최소화 시키기 위해 구성된 수질관리 최적화모델에 있어서, 그의 효율적인 해법을 연구하는데 그 목적을 두었으며, 특히 실제 시스템에 적용할 수 있는 간편한 알고리즘의 개발에 역점을 두었다.

## 제 2 장 수질관리 최적화모델의 해법

### 2-1) 수질관리 최적화모델

하천의 수질관리 최적화를 위한 Ecker[18]의 연구는 용존산소(Dissolved Oxygen ; DO) 및 생화학적 산소요구량(Biochemical Oxygen Demend ; BOD)에 대한 기하학적 계획모델을 구성하였는데, 이것을 수질관리 최적화모델이라 하면 그의 목적함수와 구속조건은 다음과 같다.

목적함수

각 처리공정별 BOD제거율에 따른 처리비용의 관계를 함수로 표시하면 다음과 같다.

$$M_{in}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{mi} c_i\ t_{ij}^{\ a_{ij}}$$

여기서 $c_i$ ; 상수($j$공정에 필요한 처리비용)

$a_{ij}$ ; $i$번째 처리장에서 $j$공정을 택했을때의 지수

$t_{ij}$ ; $i$번째 처리장에서 $j$공정의 BOD제거율

구속조건

① 용존산소에 대한 구속조건

$n$개 처리장에서의 용존산소에 대한 구속조건은 다음과 같다.

$$S11\ \pi_{j=11}^{m1}\ t_{ij}\leqq 1$$

$$S12\ \pi_{j=1}^{m2}\ t1_j + s22\pi_{j=1}^{m2}\ t2_j\leqq 1$$

$$S1n\ \pi_{j=1}^{mn}\ t_{1j} + s_{2n}\ \pi_{j=1}^{m_n}\ t_{2j} + \cdots\cdots + s_{nn}\ \pi_{j=1}^{m_n}\ t_{nj}\leqq 1$$

여기서 $s_{11}, s_{12}, \cdots\cdots, s_{nn}$ ; 상수

② 처리효율의 제한에 대한 구속조건

$i$번째 처리장에서 $j$공정의 처리효율에 대한 제한은 상한 및 하한과 2개 이상의 공정을 거친 유출수에 대한 하한으로써 각각 다음과 같다.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_{ij}\ t_{ij}^{-1}\leqq 1\\ \beta_{ij}\ t_{ij}\ \ \leqq 1\\ \gamma_{ij}\ \pi_{j=1}^{mi}\ t_{ij}\leqq 1\end{array}\right\}\ \text{for each i,j}$$

여기서 $\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}$ ; 상수

③ 자연적인 구속 조건

처리효율의 자연적인 구속조건은 다음과 같다.

$$0<t_{ij}\leqq 1 \qquad \text{for each i,j}$$

이상을 종합하면 다음과 같다.

$$\left.\begin{array}{l}\text{목적함수}\\ M_{in}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{mi} c_j\ t_{ij}^{\ a_{ij}}\\ \text{구속조건}\\ S_{11}\ \pi_{j=1}^{m1}\ t_{1j}\leqq 1\\ S_{12}\ \pi_{j=1}^{m2}\ t_{1j} + s_{22}\ \pi_{j=1}^{m2}\ t_{2j}\leqq 1\\ S_{1n}\ \pi_{j=1}^{mn}\ t_{ij} + s_{2n}\ \pi_{j=1}^{mm}\ t_{2j} + \cdots + s_{nn}\ \pi_{j=1}^{mn}\ t_{nj}\leqq 1\\ \left.\begin{array}{l}\alpha_{ij}\ t_{ij}^{-1}\leqq 1\\ \beta_{ij}\ t_{ij}\ \ \leqq 1\\ \gamma_{ij}\ \pi_{j=1}^{mi}\ t_{ij}\leqq 1\end{array}\right\}\ \text{for each i,j}\\ 0<t_{ij}\leqq 1 \qquad \text{for each i,j}\end{array}\right\}\ (1)$$

### 2-2) 기하학적 계획법

수질관리 최적화모델(1)을 좀더 일반적인 기하학적 계획모델로 바꾸어 이것을 원모델(Primal Model)이라 하자. 즉,

원모델

$$\text{Min } g_0(T)=\Sigma_{i,j,\epsilon\tau(0)}\ c_i\ t_j^{\ aij}, \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$$g_k(T)=\Sigma_{i\epsilon\tau(k)}\ c_i t_1^{ai1}\ t_2^{\ ai2}\cdots\cdots t_m^{aim}\leqq 1,$$

$$k=1,2\cdots\cdots p, \cdots\cdots\cdots (3)$$

$$t_1>0, t_2>0, \cdots\cdots\cdots t_m>0, \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

여기서 $\tau\{k\}$ : 인덱스 집합 $\{m_k, m_k+1, \cdots\cdots m_k\}$, $k=0,1,2,\cdots\cdots p$, 여기서 $m_0=1$, $m_1=n_0+1, \cdots\cdots$, $m_p=n_{p-1}+1, n_p=n$.

위에서 (3)에 있는 $p$개의 구속조건을 강압적인 구속조건(forced constraints)라 하고 (4)에 있는 m개의 구속조건을 자연적인 구속조건(natural constraints)라 한다. 또한 지수 $a_{ij}$가 임의의 실수, 계수 $c_i$가 양수일 때 함수 $g_k(T)$를 양계수다항식(posynomials)이라 한다.

위의 원모델에 대한 쌍대모델(Dual Mcdel)은 다음과 같다.

쌍대모델

$$\text{Max}(Ð)=\prod_{i=1}^{i=n}(c_i/\delta_i)^{\delta i}\prod_{k=1}^{k=p}\lambda_k(Ð)^{\lambda k(Ð)}\cdots\cdots\cdots (5)$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} a_{ij}\ \delta_i=0, j=1,\cdots\cdots m, \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

$$\Sigma_{i\epsilon\tau(0)}\ \delta_i=1, \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

$$\delta_1\geqq 0, \delta_2\geqq 0, \cdots\cdots,\ \delta_n\geqq 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

여기서 $\lambda_k(Ð)=\Sigma_{i\epsilon\tau(k)}\delta_i$, $k=1,\cdots\cdots p$.

벡터 $Ð=(\delta_1,\cdots\cdots\delta_n)$는 쌍대변수(dual variable)의 $n$차 벡터라 한다.

## 제 3 장 수질관리 최적화를 위한 3단계 알고리즘

수질관리 최적화모델의 풀이를 위해 좀더 효율적이며 실제문제에 적용시키기 쉽도록 알고리즘을 개발할 필요가 있음으로 다음과 같이 2장에서 논의된 모델의 해법을 중심으로 수정 보완하여 개발한 3단계 알고리즘을 설명해 보자.

### 3-1) 제 1 단계 알고리즘

일반적인 수질관리 최적화모델은 난이도가 항상 0보다 크기 때문에 원래 모델의 확장모델을 작성한 후, 먼저 그 모델의 지수행렬(exponents matrix ; **A**)과 계수행렬(coefficients matrix ; **C**)을 구하여 입력하고, 또한 제 2 단계의 처리를 위해 필요한 초기입력치를 구한다.

알고리즘은 다음과 같다.

처리 : 1) 원확장모델의 지수행렬 **A**와 계수행렬 **C**를 입력하고 처리 2)로 간다.

처리 : 2) 지수행렬 **A**의 전치행렬(tramsposed exponents matrix ; $\mathbf{A}^T$)을 구하고 처리 3)으로 간다.

처리 : 3) 전치행렬 $\mathbf{A}^T$의 대각행렬(diagonalized matrix ; $\sigma$)을 구하고 처리 4)로 간다.

처리 : 4) 슬랙변수의 지수벡터 $\mathbf{b}'(b_i', i=m+1, \cdots\cdots n)$의 초기치를 각각 다음식을 만족하는 값 중에서 $-1$에 가까운 정수로 놓는다.

$$(22)\cdots\cdots\sum_{i=m+1}^{i=n}\gamma_{ji}\ b_i'>0,\ j=1,\cdots\cdots,n, \text{과}$$

$$(23)\cdots\cdots b_i'\leq -1,\ i=m+1,\cdots\cdots,n.$$

### 3-2) 제 2 단계 알고리즘

이 단계에서는 제 1 단계 혹은 제 3 단계에서 언어진 입력치를 중심으로, 멈저 쌍대확장모델(Dual Augmented Model)의 해와 함수값을 구한 후 쌍대이론(duality theory)에 의해 원확장모델의 해를 구한다.

알고리즘은 다음과 같다.

처리 : 5) 입력치 $\mathbf{b}'$을 다음식에 대입함으로써 쌍대확장모델의 해 $Ð'$을 구하고 처리 6)으로 간다.

$$(19)\cdots\cdots\delta_{n+1}'=1/\sum_{i=m+1}^{j=m}\sum_{i=m+1}^{i=n}\gamma_{ji}\ b_i',$$

$$(20)\cdots\cdots\delta_j'=\delta_{n+1}'(\sum_{i=m+1}^{i=n}\gamma_{ji}\ b_i'),\ j=1,\cdots\cdots,m,$$

$$(21)\cdots-\delta_i'=-\delta_{n+1}'\ b_i',\ i=m+1,\cdots\cdots,n.$$

처리 : 6) $Ð'$을 쌍대확장모델의 쌍대함수(dual function), 즉,

$$(5)\cdots\cdots\upsilon(Ð'')=\prod_{i=1}^{i=n}(c_i/\delta_i')^{\delta_i'}\prod_{k=1}^{k=p}\lambda_k(Ð')^{\lambda k(Ð')}$$

여기서 $\lambda_k(Ð')=\Sigma_{i\epsilon\tau(k)}\ \delta_i'$, $k=1,\cdots\cdots,p$

에 대입하여 그 함수값 $\upsilon(Ð')$을 구하고 처리 7)로 간다.

처리 : 7) Đ과 $\upsilon$(Đ')을 다음식에 대입하여 원확장 모델의 해 $T$과 $T_s$를 구하여 출력한 후 처리 8)로 간다.

$$(15)\cdots\cdots t'_j=\exp\{1_n[\delta'^i\upsilon(Đ')/c_i/a_{ij}\},\ i,j=1,\cdots,m,$$

$$(16)\cdots\cdots t'_j=\exp\{1_n[\delta'_i/\lambda_k(Đ')]-\sum_{j=1}^{j=m} a_{ij}\ 1_n\ t'_j - 1_n\ c_i\},\ i=m+1,\cdots\cdots n.$$

### 3-3) 제 3 단계 알고리즘

이 단계에서는 제 2 단계에서 구한 해 $T'$과 $T'_s$가 최적치로써 적합한가를 판단하며, 적합하지 않을 경우에는 반복처리를 위해 새로운 슬랙변수의 지수벡터 b''을 재구성하여 다시 제 2 단계로 간다.

알고리즘은 다음과 같다.

처리 : 8) 제 2 단계에서 구한 $T'_s$의 성분중 가장 작은 값($t_r'$)을 찾은 후 처리 9)로 간다.

처리 : 9) $t_r'$이 다음식을 만족하는가를 판단한다.

$$(25)\cdots\cdots t_r'\geqq 1-\epsilon,\ m+1\leqq r\leqq n.$$

여기서 $\epsilon$은 임의의 매우 작은 양수이다.

만약, 만족하면 $T'$은 해당모델의 최적치이므로 처리를 중단한다.

그러나 만족치 않으면 처리 10)으로 간다.

처리 : 10) $t_r'$과 다음식에 의해 새로운 슬랙변수의 지수벡타 b''을 구성한 후 제 2 단계로 간다.

$$(24)\cdots\cdots b_r''=b_r'/t_r,m+1\leqq r\leqq n.$$

## 제 4 장 컴퓨터 프로그램의 이용

3 장에서 논의된 알고리즘에 있어서 제 2 단계 및 제 3 단계는 복잡한 반복계산이므로 컴퓨터 프로그램의 이용이 불가피하다. 따라서 이 장에서는 프로그램의 일반사항, 입력 및 출력 그리고 일반유통도에 대하여 설명했다. 또한 이를 기초로 한 프로그램의 적용은 부록에 첨부해 두었다.

### 4-1) 일반사항

원래의 모델에 대한 확장모델은 직접 풀어야하며 그로부터 필요한 데이타를 얻어내야 한다. 이 원확장모델은 목적함수 및 구속조건식에 있는 모든 항의 수가 모든 변수의 개수보다 1개 크므로 난이도는 0이며, 그들의 개수는 제한이 없으나 시행할 해당 컴퓨터의 용량(capacity) 등에 따른 제한이 가해진다.

따라서 입력 및 출력, 그리고 초기조건의 설정 등은 주프로그램(main program)에, 단계별 처리프로그램은 부프로그램(subprogram)에 두어 처리하는 것이 효율적이다.

그리고 원확장모델에서 얻어 내야 할 필요한 데이타로는 목적함수 내의 항의 개수 및 강압적인 구속조건내의 항의 개수, 실변 수의 개수 및 슬랙변수의 개수 등과 각 강압적인 구속조건식별항의 개수, 지수행렬 및 계수행렬 등이 있다.

### 4-2) 입력데이타(INPUT data)

주어진 모델의 확장모델로 부터 다음과 같은 입력데이타가 주어진다.

1) N ; 모든 변수의 개수
2) NO ; 목적함수 내의 항의 개수
3) NC ; 강압적인 구속조건내의 항의 개수
4) NN ; 강압적인 구속조건식의 개수
5) NSIG(NN) ; 각 강압적인 구속조건식별 항의 개수
6) A(N,No) ; 각 항별 실변수의 지수행렬
7) C(N+1) ; 계수행렬

이상의 데이타 중 1), 2), 3), 4)는 초기치로써 대입문(assignment statement)을 이용하고, 5), 6), 7)은 데이타문(DATA statement)이나 입력문(READ statement)을 이용하면 된다.

### 4-3) 출력데이타(OUTPUT data)

1) 모든 입력데이타의 출력
2) 매회 반복시 필요한 데이타의 출력
   ① NUM ; 반복횟수
   ② V ; 쌍대확장모델의 함수값
   ③ B(NC) ; 슬랙변수의 지수행렬
   ④ T(N) ; 모든 변수(즉, 실변수 및 슬랙변수)의 값

그러나 반복횟수가 많아지면 그때마다 출력할 필요는 없음으로 쌍대확장모델의 함수값이 증가될 때만 출력하는 것이 효율적이다.

### 4-4) 일반 유통도

3 장에서 제 2 단계 및 제 3 단계는 복잡한 수식을 계산해야 하므로 컴퓨터 프로그램을 이용해야 한다. 따라서 각 단계별 처리를 위한 일반 유통도(general flow chart)는 그림 1과 같다.

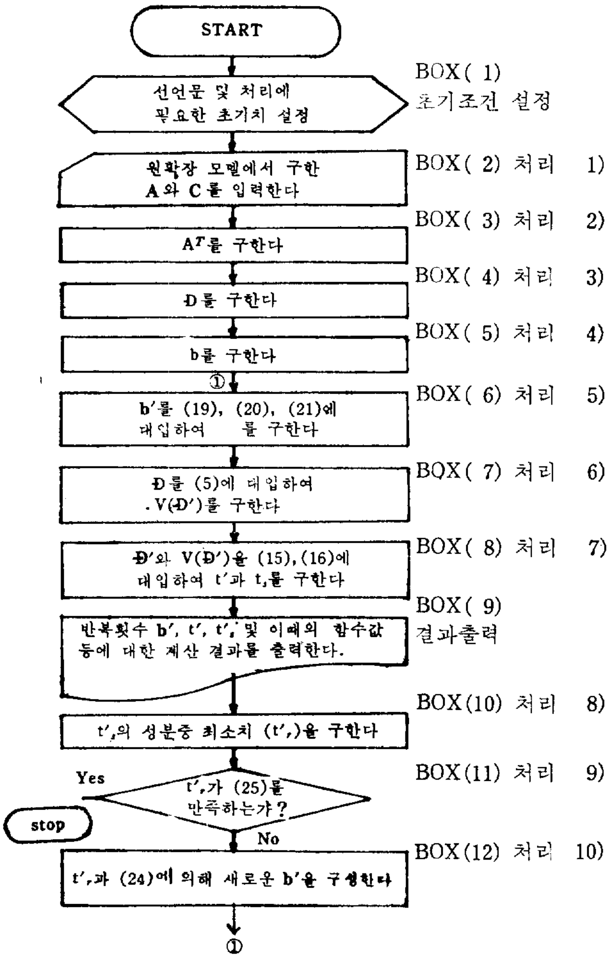


**그림 1** 일반 유통도

## 제 5 장 모델의 해법 적용례

### 5-1) 예 제

다음 예제에서 최적화모델은 구성하고 해법을 적용하여 최적치를 구하라.

〈예 제〉

H강에 하수처리장을 두군데 설치하였다. 첫번째 처리장에서는 침전지 처리공정과 포기산화지 처리공정을 배열하였고, 두번째 처리장에서는 단지 침전지 처리공정만 배치하였다. 그런데 조사결과 처리공정별 처리효율에 따른 처리비용은 표 1과 같으며 모델에 필요한 자료는 표 2와 같다.

〈**표 1**〉 처리공정별 처리효율에 따른 처리비용 〔18〕
($t_{ij}$ ; $i$ 번째 처리장에서 $j$공정의 처리효율)

| 공 정 | 총년간 비용(1,000$) |
|---|---|
| 침 전 지 | 19.4 $t_{ij}-1.47$ |
| 포 기 산 화 지 | 45.9 $t_{ij}-0.45$ |

또한 필요한 처리효율의 제한범위는 1번째 처리장의 경우 침전지의 BOD제거율은 30%이상 35%이하, 포기산화지의 BOD제거율은 60%이상 80%이하이어야 한다. 특히 두 공정을 거쳐 나오는 유출수는 BOD제거율이 80%이상 되어야 한다. 2번째 처리장의 경우 침전지의 BOD제거율은 30%이상 35% 이하이어야 한다.

### 5-2) 모델의 구성

예제의 자료를 필요한 변수값으로 계산하여 수질관리 최적화모델(1)에 대입하면.다음과 같다.

1) 목적함수

$$\text{Min}\ (19.4t_{11}^{-1.47}+45.9t_{12}^{-0.45}+19.4t_{21}^{-1.47})$$

2) 구속조건

① 용존산소에 대한 구속조건

$$0.427t_{11}\cdot t_{12}\leqq 1$$

$$0.7006t_{11}\cdot t_{12}+1.2535t_{21}\leqq 11$$

② 처리효율에 대한 구속조건

$$0.65t_{11}^{-1}\leqq 1$$

$$\frac{01}{7}t_{11}\leqq 1$$

$$0.2t_{12}^{-1}\leqq 1$$

$$\frac{10}{7}t_{12}^{-1}\leqq 1$$

〈**표 2**〉 모 델 에 필 요 한 자 료 〔19〕

| 처리장 | 처리장 간의거리 (km) | 지체시간 (days) | 하수천의 BOD (mg/l) | 장래계획 하수량 (CMD) | 탈산소계수 ($K1_{-1}$ day) | 재포기계수 ($K2_{-1}$ day) | 허용수질기준 구분용존산소 (mg/l) | 공 정 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0.177 | 100 | 225,000 | 0.069 | 0.24 | ≧ 6 | 침전지및 포기산화지 |
| 2 | 4.7 | 0.11 | 74 | 544,000 | 0.069 | 0.24 | ≧ 6 | 침전지 |

$\frac{100}{20}t_{11}\cdot t_{12}\leqq 1$

$0.65t_{21}^{-1}\leqq 1$

$\frac{10}{7}t_{21}\leqq 1$

③ 자연적인 구속조건

$0\leqq t_{11}\leqq 1$

$0\leqq t_{12}\leqq 1$

$0\leqq t_{21}\leqq 1$

### 5-3) 모델의 해

3장의 수질관리 최적화를 위한 알고리즘에 따라 5-2)에서 구성된 모델을 풀어보자. 먼저, 원래의 모델을 확장한 확장모델을 구한 후, 그에 따른 각 단계별 처리는 4장에서 서술된 제반 사항에 의한 컴퓨터 프로그램(부록참조)으로 처리하여 그 결과를 표 3과 같이 작성하였다.

〈표 3〉 처 리 결 과

| $t_{11}^*$ | $t_{12}^*$ | $t_{21}^*$ | 최소 비용 ($) |
|---|---|---|---|
| 0.6999 | 0.2857 | 0.6860 | 147,198.4 |

주어진 모델의 난이도가 $n-m-1=6-3-1=2$이므로 그의 원확장모델을 구하면 다음과 같다.

① 목적함수

$\mathrm{Min}(19.4t_{11}^{-1.47}+45.9t_{12}^{-0.45}+19.4t_{21}^{-1.47})$

② 구속조건

$0.427t_{11}\cdot t_{12}\cdot t_1\leqq 1$

$0.7006t_{11}\cdot t_{12}\cdot t_2+1.2535t_{21}\cdot t_3\leqq 1$

$0.65t_{11}^{-1}\cdot t_4\leqq 1$

$\frac{10}{7}t_{11}\cdot t_5\leqq 1$

$0.2t_{12}^{-1}\cdot t_6\leqq 1$

$\frac{10}{4}t_{12}\cdot t_7\leqq 1$

$\frac{100}{20}t_{11}\cdot t_{12}\cdot t_8\leqq 1$

$0.65t_{21}^{-1}\cdot t_9\leqq 1$

$\frac{10}{7}t_{21}\cdot t_{10}\leqq 1$

$t_1^{b1}\cdot t_2^{b2}\cdot t_3^{b3}\cdot t_4^{b4}\cdot t_5^{b5}\cdot t_6^{b6}\cdot t_7^{b7}t_8^{b8}\cdot t_9^{b9}\cdot t_{10}^{b10}\leqq 1$

$0\leqq t_{11}\leqq 1,\ \ 0\leqq t_{12}\leqq 1,\ \ 0\leqq t_{21}\leqq 1.$

이와같은 원확장모델에서 구할 수 있는 입력치(제1단계의 처리 1))는 다음과 같은 A,C, NSiG이다.

$$A=\left(\begin{array}{rrrcccc}
-1.47 & 0 & 0 & & & & \\
0 & -0.45 & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\
0 & 0 & -1.47 & & 0 & & \\
1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & & \\
-1 & 0 & 0 & & \ddots & 0 & \\
1 & 0 & 0 & & & & \\
0 & -1 & 0 & & 1 & & \\
0 & 1 & 0 & & & \ddots & \\
1 & 1 & 0 & 0 & & & \\
0 & 0 & -1 & & & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & b_1\ b_2\ b_3\ b_4 & b_5\ b_6\ b_7 & b_8\ b_9 & b_{10}
\end{array}\right)$$

여기서 표시 ⊙는, 해당부분이 전부 0임을 나타낸다.

$C=(19.4,\ 45.9,\ 19.4,\ 0.427,\ 0.7006,\ 1.2535,\ 0.65,\ 10/7,\ 0.2,\ 10/4,\ 100/20,\ 0.65,\ 10/7, 1)$

$NSiG=(1,\ 2,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,)$

이것을 3장의 알고리즘에 따른 4장의 컴퓨터 프로그램(부록참조)에 입력시켜 처리한 결과는 표 3과 같다.

## 제6장 결 론

본 연구의 주된 목적은 하천의 수질관리에 있어서 구성된 최적화모델의 효율적인 해법을 연구하는 데 있었다. 여기에서 효과적인 해법이란;

첫째, 대개의 수질관리 모델이 난이도가 0보다 훨씬 크며 많은 비활성 구속조건(inactive constraints)를 가지고 있음으로 이러한 난점을 해결하기 위해 슬랙변수를 이용한 기법을 써서 본래의 모델, 즉 원모델(Primal Model)을 난이도가 0인 확장모델(Augmented Model)로 변환시키는 것이다. 이 확장모델의 쌍대모델(Dual Model)의 해는 최적치 쌍대벡터(optimal dual vector)에 의한 쌍대 구속조건 시스템(dual constraints system)에 의해 유일하게 결정된다. 따라서 원모델의 해는 쌍대이론(dual theory)에 의해 구해진다.

둘째, 확장모델의 형성을 포함한 알고리즘을 수질관리 최적화모델에 적합하도록 개발한 것이다. 이것은 3단계로 분류된 10개의 처리과정으로 되어 있으며 그중 초기치 입력을 제외한 나머지 처리 과정은 컴퓨터 프로그램을 이용할 수 있도록 하였다.

그러나 복잡한 실제 시스템에 있어서 최적화의 정확성과 신속성을 기하기 위해서는 난해한 모델에 대한

해법의 다양화로 좀 더 효율적인 처리방안의 연구가 요구된다.

## 참 고 문 헌

1) R.J. Duffin, E.L. peterson and C, Zener, Geometric programming-Theory and Application, Wiley New York, 1967.

2) P.A. Back and J.G. Eckor, "A Modified Concave Simplex Algorithm for Geometric programming," Journal of Optimization Theory and Application, Vol. 15, No. 2, p. 189-202, Feb. 1975.

3) J.J. Dinkel, G.A. Kochenberger and B. McCarl, "An Approach to Numerical Solutions of Geometric programs," Mathematical Programming, Vol. 7, p.181-190, 1974.

4) G.V. Reklaitis and D.J. Widle, Geometric Programming Via a primal Auxiliary Problem," AIIE transaction, Vol. 6, No. 4, p. 308-317, 1974.

5) G.A. Kochenberger, "Geometric Programming, Extension to Deal with Degree of Difficulty and Loose Constraints," ph. D. Thesis, University of Colorado School of Business, 1969.

6) A.V. Fiacco and G.P. McCormick, Nenlinear Programming : Sequential Unconstrained Ninimization Techniques, Wiley, New York, 1968.

7) J.R. McNamara, "A Solution Procedure for Geometric Programming," Operations Research, Vol. 24, No.1, p.15-25, Jan. 1976.

8) S.C. Revelle, D.P. Loucks and W.R. Lynn, "A Management Model for Water Quality Control," Water Resources Research, Vol.3, No.6, Jul. 1967

9) S.C. Revelle, D.P. Loucks and W.R. Lynn, "Linear Prcgramming Applied to Water Quality Management," Water Resoures Research, Vol.4, No.1, p.1-9, Feb. 1968.

10) K.D. Kerri, "An Economic Approach to Water Quality Control," Journal of Water Pollution Control Federation, Vol. 38, No.12, p.1883-1897, Dec. 1966.

11) M.J. Sobel, "Water Quality Improvement Programming Problems," Water Resources Research, Vol.1, No.4, 1965.

12) J.C. Liebman and W.R. Lynn, "The Optimal Allocation of Stream Dissolved Oxygen," Water Resources Research, Vol.2, No.3, p.581-591, 1966.

13) G.W. Graves, G.B. Hatfield and A. Whinston, "Water pallution Control Using By-Pass Piping," Water Resources Reseach, Vol. 5, No.1, 1969.

14) G.W. Graves and G.B. Hatfield, "Mathematical Programming for Regional Water Quality Management," Water Resources Research, Vol.8, No. 2, p.273-290. Apr. 1972.

15) J.C. Liebman, W.R. Lynn and D.H. Marks, "A Balas Algorithm for the Zoned Uniform Treatment Problem," Journal of the Sanitary Engineering Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 94, No. SA4, 1968.

16) C.S. Shih and p. Krishman, "Dynamic Optimization of Industrial Waste Treatment Plant Design." Journal of Water Pollution Control Federation, Vol. 41, No. 10, p.1787-1802, 1969.

17) J.C. Eckerand J.R. MaNamara, "Geometric Programming and the Preliminary Design of Industrial Waste Treatment Plants," Water Rescurces Research, Vol. 8, 1971.

18) J.C. Ecker, "A Geometric Programming Model for Optional Allocation of Stream Dissolved Oxygen," Management Science, Vol. 21, No.6, p.658-668, Feb.1975.

19) 김동민 및 한웅전, "수도권 한강수계의 수질관리 최적화에 관한 연구." 대한토목학회 국토개발세미나, 1976.

부록 : FORTRAN STATEMENT 생략