

브리지 인버터 회로의 解析 (Analysis of Bridge Inverter Circuit)

朴 俊 烈*
(Park, Joon Yeal)

要 約

並列 共振회로를 負荷로 하는 브리지 인버터를 解析하였다. 本 論文에서는 실제 回路設計에 必要한 트리거周波數의 限界, SCR 턴-오프 時間의 制限 範圍 및 콘덴서의 最大 電壓과 트리거速度에 따른 負荷電流값을 구하였다.

Abstract

A bridge inverter circuit with a paralld resonant circuit load is analyzed. The approach to the circuit analysis leads to reasonable reality. The limit of trigger frequency, the range of SCR turn-off time, the peak capacitor voltage and the relation between the load current and trigger rate are derived for the suitable design criteria. Numerical method is used for calculation of transcendental equation.

1. 序 論

共振회로를 負荷로 하는 인버터 回路는 全負荷電流를 흘리는 LC 共振회로를 必要로 하므로 KHz 單位의 높은 周波數 動作에 適合하다. 따라서 이러한 回路는 高周波 誘導加熱, 誘導鎔解 등 工業적으로 많이 利用된다.^{1,2)} 誘導 코일은 等價적으로 抵抗과 인덕턴스의 直列連結이며 性能指數 Q는 周波數와 코일 内部의 爐負荷에 따라 變한다. 그러므로 코일에 直並列로 콘덴서를 連結하여 適合한 負荷出力을 얻을 수 있다. 本 論文에서는 R-L 誘導負荷를 실제 負荷가 容量性이 되도록 補償 콘덴서 C를 並列로 接續하여 그림 1 (a)와 같이 브리지型 SCR 인버터를 構成하였다. 이와 같이 轉流 콘덴서를 負荷와 並列로 接續하면 負荷特性이 良好하다. G.N. Revankar는 그의 論文³⁾에서 本 回路를 트리거周波數와 負荷共振周波數를 一致시켜 解析 하였으나 실제로 트리거周波數를 共振周波數에 맞추기 힘들 뿐 아니라 SCR 턴-오프 時間에도 制限이 있다. 따라서 本 論文에서는 SCR 턴-오프 時間을 求하고 트리거周波數와 負荷共振周波數와의 相互關係 및 限界를

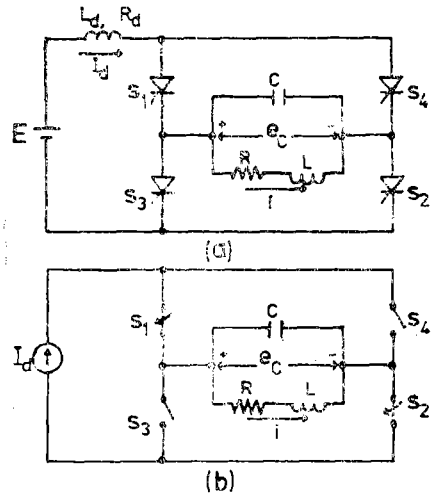


그림 1. (a) 並列 共振회로를 負荷로 하는 브리지 인버터 回路
(b) S_1 과 S_2 가 ON 되었을 때의 等價回路
Fig. 1. (a) Bridge inverter circuit with parallel resonant circuit load.
(b) Equivalent circuit when S_1 and S_2 are on.

*正會員, 명지대학 전자공학과
(Dept. of Electronic Engineering, Myung Ji University)
接受日字: 1978年 4月 28日

究明 하였으며 同調 콘덴서의 電壓 定格과 트리거周波數에 따른 負荷電流의 變化를 考察하여 回路 設計에 도움이 되도록 하였다.

2. 負荷電壓과 電流計算

回로를 解析하기 前에 다음과 같이 假定하자.

1. SCR 은 理相의인 스위치로 動作한다.
 2. 平滑인덕턴스 L_d 는 充分히 커서 電源은 定電流 源으로 看做한다.
 3. 分布인덕턴스는 零이다.
- $t=0$ 인 瞬間에 S_1 과 S_2 가 導電 되었다고 하면 等價 回로는 그림 1. (b)와 같다. 이때의 初期 條件을 다음과 같이 定義한다.

$$i(0^+) = I_0$$

$$e_c(0^+) = -E_0$$

그림 1 (b)의 回路에서 다음 式이 成立한다.

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = e_c(t)$$

$$i(t) + C \frac{de_c(t)}{dt} = I_d$$

단 I_d 는 L_d 의 直流電流이다.

위의 聯立微分方程式에서 負荷의 共振周波數를 ω_0 라 하면 $i(t)$ 와 $e_c(t)$ 는,

$$i(t) = I_d - \frac{\omega_0}{w} e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left[I_0 \sin(\omega t - \phi) + I_d \sin(\omega t + \phi) + \frac{E_0}{X} \sin \omega t \right] \quad (1)$$

$$e_c(t) = RI_d - \frac{\omega_0}{w} e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left[RI_d \sin(\omega t + \phi) - E_0 \sin(\omega t - \phi) - \left\{ X(I_d - I_0) - \frac{E_0}{Q} \right\} \sin \omega t \right] \quad (2)$$

단, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $w^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{4Q^2} \right)$

$$X = \omega_0 L, \quad Q = \frac{X}{R}, \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2Q} \right)$$

負荷 탱크回로의 性能指數 Q 는 高周波爐의 경우 2~20의 範圍에 있는 것이 보통이며³⁾ High- Q 에서는 $w \approx \omega_0$, $\phi \approx \frac{\pi}{2}$ 이므로 式 (1)과 (2)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$i(t) \approx I_d - e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left[(I_d - I_0) \cos \omega_0 t + \frac{E_0}{X} \sin \omega_0 t \right] \quad (3)$$

$$e_c(t) \approx RI_d - e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left[(RI_d + E_0) \cos \omega_0 t + \left(\frac{E_0}{Q} - XI_d + XI_0 \right) \sin \omega_0 t \right] \quad (4)$$

또한 回路가 對稱이므로 定常 狀態에서는 다음 條件을 滿足한다.

$$i\left(\frac{T^+}{2}\right) = -i(0^+) = -I_0 \quad (5-1)$$

$$e_c\left(\frac{T^+}{2}\right) = -e_c(0^+) = E_0 \quad (6-1)$$

단 $T = 2\pi/\omega_T$, ω_T 는 인버터의 트리거周波數이다.

$$\therefore I_d - e^{-\frac{\omega_0 T}{4Q}} \left[(I_d - I_0) \cos \frac{\omega_0 T}{2} + \frac{E_0}{X} \sin \frac{\omega_0 T}{2} \right] = -I_0 \quad (5-2)$$

$$RI_d - e^{-\frac{\omega_0 T}{4Q}} \left[(RI_d + E_0) \cos \frac{\omega_0 T}{2} + \left(\frac{E_0}{Q} - XI_d + XI_0 \right) \sin \frac{\omega_0 T}{2} \right] = E_0 \quad (6-2)$$

式 (5-2)와 (6-2)에서,

$$\frac{E_0}{RI_d} = \frac{2Q \sin \frac{\omega_0 T}{2} + e^{\frac{\omega_0 T}{4Q}} - e^{-\frac{\omega_0 T}{4Q}} \cos^2 \frac{\omega_0 T}{2}}{e^{\frac{\omega_0 T}{4Q}} + 2 \cos \frac{\omega_0 T}{2} + \frac{1}{Q} \sin \frac{\omega_0 T}{2}} = A \quad (7)$$

$$\frac{I_0}{I_d} = - \frac{e^{-\frac{\omega_0 T}{4Q}} - e^{-\frac{\omega_0 T}{4Q}}}{e^{\frac{\omega_0 T}{4Q}} + 2 \cos \frac{\omega_0 T}{2} + \frac{1}{Q} \sin \frac{\omega_0 T}{2}} + e^{-\frac{\omega_0 T}{4Q}} \left(\frac{\sin \omega_0 T}{2Q} + 1 \right) = -B \quad (8)$$

電流, 電壓의 初期值를 正常化(normalize)하여 圖示하면 그림 2와 같다. 이 圖表에서 알 수 있듯이 트

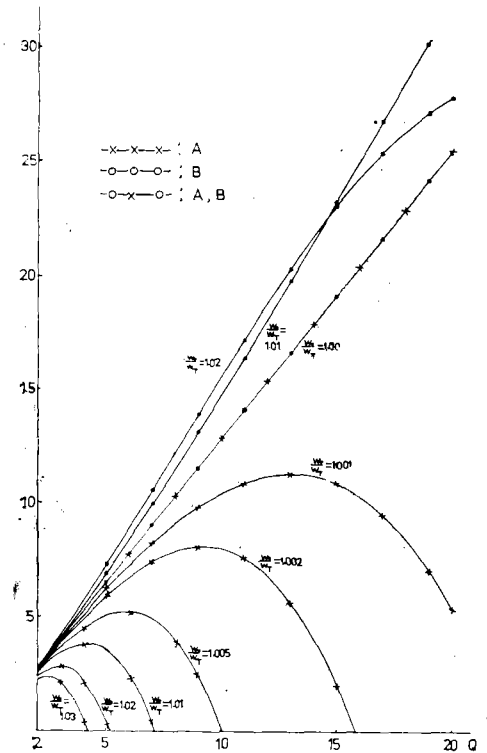


그림 2. Q 에 따른 A 와 B 의 그래프
Fig. 2. Graphs of A and B versus Q .

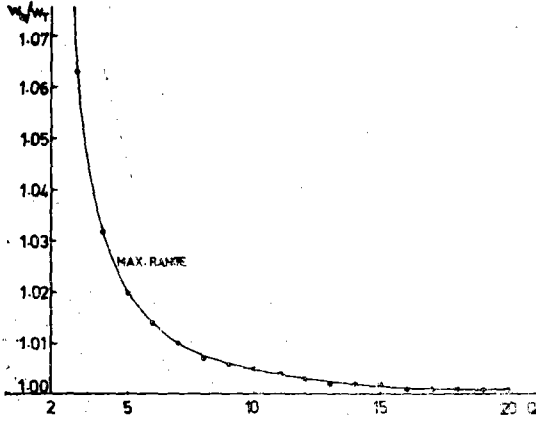


그림 3. Q에 따른 $\frac{w_0}{w_T}$ 의範圍

Fig. 3. Graph of the range of $\frac{w_0}{w_T}$ versus Q.

리거 시키는 瞬間의 轉流 콘덴서 C의 電壓極性 때문에 트리거周波數와 共振周波數의 比는 制限을 받는다. Q의 값에 따른 周波數比의 限界는 그림 3과 같으며 이 限界를 넘게 되면 轉流콘덴서에 의한 SCR 턴-오프가 이루어지지 않는다. 圖表에서 알 수 있듯이 高周波數 爐 Q가 2일 때는 w_0/w_T 가 1.3까지 許用되나 Q가 높을 수록 트리거周波數를 탱크의 共振周波數에 맞추어야 한다.

式 (7)과 (8)을 式 (3)과 (4)에 代入하면 다음과 같다.

$$\frac{i(t)}{I_d} = 1 - e^{-\frac{w_0 T}{2Q}} \left[(1+B) \cos w_0 t + \frac{A}{Q} \sin w_0 t \right] \quad (9)$$

$$\frac{e_c(t)}{RI_d} = 1 - e^{-\frac{w_0 T}{2Q}} \left\{ (1+A) \cos w_0 t - \left(Q + QB - \frac{A}{Q} \right) \sin w_0 t \right\} \quad (10)$$

正常化한 式 (9)와 (10)은 S_1 과 S_2 가 導電 되었을 때의 半周期 동안에 該當하는 式이며 S_3 과 S_4 가 導電 되었을 때는 같은 모양의 式이 되며 다만 I_d 가 $-I_d$ 로 代置된다. 이때 S_1 과 S_2 의 턴-오프는 콘덴서 C에 充電된 電壓極性 때문에 anode와 cathode의 電壓이 逆으로 걸리게 되어 自然히 턴-오프가 이루어진다.

3. 턴-오프 時間의 計算

턴-오프 時間 t_c 는 다음 式을 滿足한다.

$$e_c(t_c) = 0$$

式 (10)에서,

$$(1+A) \cos w_0 t_c - \left(Q + QB - \frac{A}{Q} \right) \sin w_0 t_c = e^{-\frac{w_0 t_c}{2Q}} \quad (11)$$

이 式을 Newton Method를 利用하여 數值 解析으로 計算한 結果는 그림 4와 같다. 圖表上的 曲線에서 보는 바와 같이 t_c 에 制限이 있다. 따라서 $w_0 t_c$ 曲線을 通하여 Q_{max} 과 t_c 사이의 關係를 알므로써 인버터를 最大로 安定된 狀態에서 動作시킬 수 있는 周波數를 豫測할 수 있다.

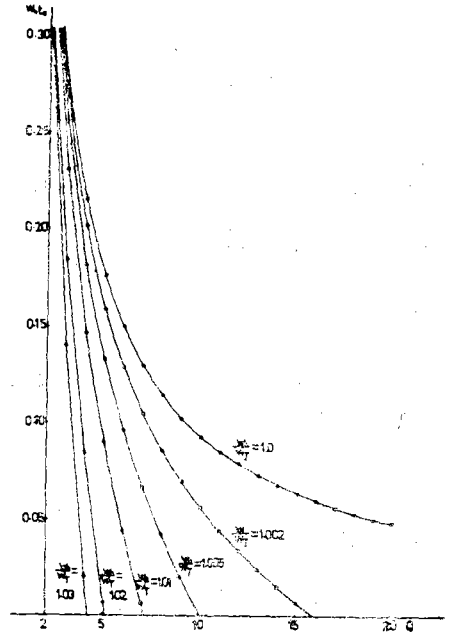


그림 4. Q에 따른 $w_0 t_c$ 의 그래프

Fig. 4. Graph of $w_0 t_c$ versus Q.

4. I_d 의 計算

定電流源 I_d 는 平滑인덕터 L_d 와 電源電壓 E 로 나타낼 수 있다. 定常 狀態에서는 出力周波數의 半周期 동안 L_d 에 걸리는 平均電壓은 零이다. 따라서,

$$E - R_d I_d = -\frac{2}{T} \int_0^{T/2} e_c(t) dt \quad (12)$$

式 (10)의 $e_c(t)$ 를 代入하면,

$$I_d = \frac{E}{R_d + R - \frac{R}{\pi} \frac{1}{k + \frac{1}{4Q^2}} \left\{ e^{-\frac{k\pi}{2Q}} \left(Q + QB - \frac{A}{Q} \right) \right.$$

$$\left. \left(\frac{1}{2Q} \sin k\pi + \cos k\pi \right) + e^{-\frac{k\pi}{2Q}} (1+A) \right.$$

$$\left. \left(\sin k\pi - \frac{1}{2Q} \cos k\pi \right) + \frac{1+A}{2Q} \right.$$

$$\left. - \left(Q + QB - \frac{A}{Q} \right) \right\} \quad (13-1)$$

만일 $R_d \ll R \left[1 - \frac{1}{\pi} \left(k + \frac{1}{4Q^2} \right)^{-1} \right]$ 이면,

$$\frac{I_d}{E/R} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\pi} \frac{1}{k + \frac{k}{4Q^2}} \left[e^{-\frac{k\pi}{2Q}} \left(Q + QB - \frac{A}{Q} \right) \left(\frac{1}{2Q} \sin k\pi + \cos k\pi \right) + e^{-\frac{k\pi}{2Q}} (1+A) \left(\sin k\pi - \frac{1}{2Q} \cos k\pi \right) + \frac{1+A}{2Q} - \left(Q + QB - \frac{A}{Q} \right) \right]} \quad (13-2)$$

단 $k \equiv \omega_0 / \omega_T$

I_d 의 正常化한 圖表가 그림 5에 圖示되어 있다. 여기서 E 는 電力 혹은 電壓饋還制御에 의하여 決定되며 R 은 應用形態 즉 加熱, 鎔解 등에 따라 決定된다. R 은 溫度, 鎔鑪의 電荷密度, 周波數 등에 의해 決定되므로⁴⁾ I_d 를 구하기 위해서는 R 은 範圍가 理論의 으로 주어져야 한다

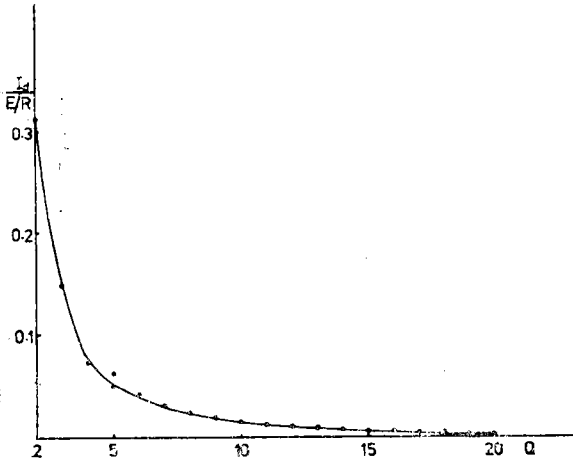


그림 5. Q 에 따른 I_d 의 正常化한 그래프
Fig. 5. Graph of normalized I_d versus Q .

5. 同調콘덴서의 定格

콘덴서에 걸리는 電壓이 $t = t_m$ 에서 最大가 된다고 하면 式 (10)에서

$$\left. \frac{de_c(t)}{dt} \right|_{t=t_m} = 0$$

$$\omega_0 t_m = \tan^{-1} \frac{2Q^2(B+1) + 1 - A}{Q(B-2A-1) - \frac{A}{Q}} \quad (14)$$

$$e_{cmax} = e_c(t_m)$$

가 되며, e_{cmax} 을 正常化하여 나타내면 $k(\equiv \omega_0 / \omega_T) = 1$ 일 때 그림 6과 같으며 周波數비가 커지더라도 High- Q 인 경우 그림 6과 거의 일치한다. 이 圖表는 콘덴서 C의 電壓 定格을 決定하는 데 有用하며 SCR의 尖頭順 電壓은 e_{cmax} 보다 커야 한다.

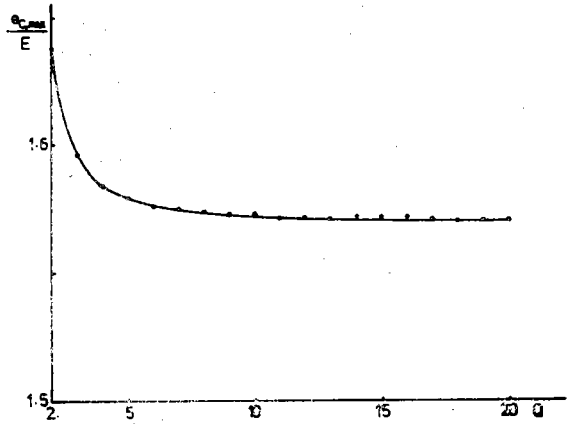


그림 6. $k=1$ 일 때 Q 에 따른 $\frac{e_{cmax}}{E}$ 의 그래프
Fig. 6. Graph of $\frac{e_{cmax}}{E}$ when $k=1$ versus Q .

6. 負荷電流의 基本波成分

負荷電流는 周期的으로 같은 波가 反復되어 正의 半周期 동안의 負荷電流는 式 (9)와 같으며 負의 半周期는,

$$i\left(t - \frac{T}{2}\right) = -I_d + I_d e^{-\frac{\omega_0}{2Q} \left(t - \frac{T}{2}\right)}$$

$$\left[(1+B) \cos \omega_0 \left(t - \frac{T}{2}\right) + \frac{A}{Q} \sin \omega_0 \left(t - \frac{T}{2}\right) \right]$$

$$\pi \leq \omega_0 \left(t - \frac{T}{2}\right) \leq 2\pi \quad (15)$$

으로 表示된다.

式 (9)와 (15)의 두 電流는 根本的으로 같으므로 式 (9)만을 整理하여 Fourier Series로 基本波成分을 求하면⁵⁾ 다음과 같이 表示된다.

$$F_1\{i(t)\} = \frac{2}{\pi} I_d (I_s^* \sin \omega_T t + I_c^* \cos \omega_T t)$$

$$= \frac{2}{\pi} \frac{E}{R} (I_s \sin \omega_T t + I_c \cos \omega_T t) \quad (16)$$

$$I_s^* = 2 - \frac{1}{2} \left[\frac{(1+B)(1+k) + \frac{kA}{2Q^2}}{(1+k)^2 + \left(\frac{k}{2Q}\right)^2} + \frac{(1+B)(1-k) + \frac{kA}{2Q^2}}{(1-k)^2 + \left(\frac{k}{2Q}\right)^2} \right]$$

$$- \frac{1}{2} e^{-\frac{k\pi}{2Q}} \left[\frac{\left\{ (1+B)(1+k) - \frac{kA}{2Q^2} \right\} \cos k\pi}{(1+k)^2 + \left(\frac{k}{2Q}\right)^2} + \frac{\left\{ \frac{k}{2Q}(1+B) + \frac{A}{Q}(1+k) \right\} \sin k\pi}{(1+k)^2 + \left(\frac{k}{2Q}\right)^2} \right]$$

$$+ \frac{\left\{ (1+B)(1-k) + \frac{kA}{2Q^2} \right\} \cos k\pi}{(1-k)^2 + \left(\frac{k}{2Q} \right)^2} + \frac{\left\{ \frac{A}{Q}(1-k) - \frac{k}{2Q}(1-B) \right\} \sin k\pi}{(1-k)^2 + \left(\frac{k}{2Q} \right)^2} \quad (17)$$

$$I_c^* = -\frac{1}{2Q} \left(\frac{\frac{k}{2}(1+B) + A(1+k)}{(1+k)^2 + \left(\frac{k}{2Q} \right)^2} + \frac{\frac{k}{2}(1+B) - A(1-k)}{(1-k)^2 + \left(\frac{k}{2Q} \right)^2} \right) - \frac{1}{2} e^{-\frac{k\pi}{2Q}} \left(\frac{\left\{ \frac{k}{2Q}(1+B) + \frac{A}{Q}(1+k) \right\} \cos k\pi}{(1+k)^2 + \left(\frac{k}{2Q} \right)^2} + \frac{\left\{ \frac{kA}{2Q^2} - (1+B)(1+k) \right\} \sin k\pi}{(1+k)^2 + \left(\frac{k}{2Q} \right)^2} + \frac{\left\{ \frac{k}{2Q}(1+B) - \frac{A}{Q}(1-k) \right\} \cos k\pi}{(1-k)^2 + \left(\frac{k}{2Q} \right)^2} + \frac{\left\{ \frac{kA}{2Q^2} + (1+B)(1-k) \right\} \sin k\pi}{(1-k)^2 + \left(\frac{k}{2Q} \right)^2} \right) \quad (18)$$

式 (16)의 $F_1\{i(t)\}$ 의 基本波成分 振幅은,

$$I = \frac{2}{\pi} \frac{E}{R} \sqrt{I_s^2 + I_c^2} \quad (19)$$

으로 되며 $k(\equiv \omega_0/\omega_T)$ 의 값에 대한 相對的 크기를 正 常化하여 圖示하면 그림 7.과 같다.

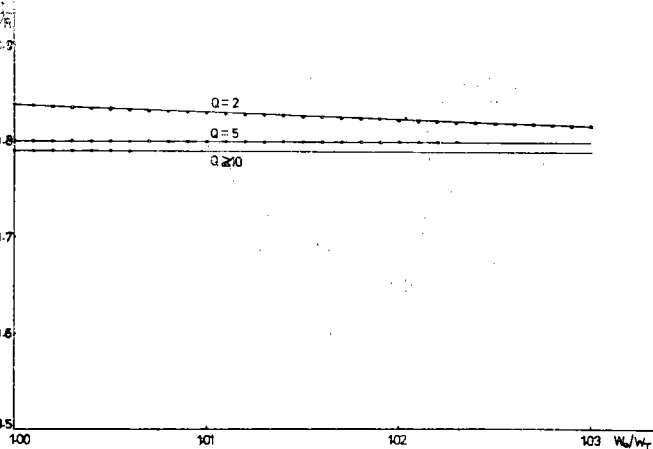


그림 7. k 에 따른 負荷電流의 基本波成分
Fig. 7. Normalized magnitude of fundamental current component versus k .

이 圖表에서 알 수 있는 바와 같이 負荷電流의 基本 成分 振幅은 k 의 값에 따라 거의 變化가 없다. 따라서 出力電力은 트리거周波數에 별로 큰 影響을 받지 않는다. 그러므로 工業用 誘導爐에 利用할 때에는 Q 값에 따른 周波數比의 限界에만 留意하면 항상 良好한 負荷特性을 얻을 수 있다.

7. 結 論

並列 共振回路를 負荷로 하는 브리지型 인버터를 數值 解析을 利用하여 解析하였다. 本 回路는 直列負荷의 경우와는 달리 SCR 턴-오프 時間이 制限되어 있으므로 트리거周波數에도 限界가 있다. 本 論文에서는 SCR 턴-오프 時間과 그에 따른 트리거周波數의 限界를 究明하였는데 Q 가 낮을 때는 $\frac{\omega_0}{\omega_T}$ 가 1.3정도 까지 許用되나 Q 가 높아질수록 턴-오프 時間이 작아지므로 트리거周波數를 共振周波數에 맞추어야 한다. 만일 이 限界를 벗어나서 트리거를 하게 되면 轉流콘덴서의 電壓極性 때문에 SCR 턴-오프가 이루어지지 않는다. 또한 콘덴서의 最大 電壓은 1.6배까지 充電되며 Q 값이 增加함에 따라 다소 減少하게 되며 本 回路에 使用하는 SCR의 遮斷時의 尖頭順電壓의 電壓定格은 콘덴서의 最大 電壓보다 커야 한다. 負荷電流의 基本波成分은 그림 7에서 보는 바와 같이 Q 값이 增加함에 따라 다소 減少하나 트리거周波數에 별로 影響을 받지 않으며 基本波成分의 振幅은 負荷電流의 약 0.8배 이상을 維持하므로 Q 값에 따른 트리거周波數의 限界 內에서 動作시키는 경우 매우 良好한 負荷特性을 얻을 수 있다.

參 考 文 獻

1. W.E. Frank, "New Development in High Frequency Power Sources." IEEE Trans. Ind. Gen. Appl., Vol. IGA-6, pp.29-35, Jan./Feb. 1970.
2. B.R. Pelly, "Latest Developments in Static High Frequency Power Sources for Induction Heating." IEEE Trans. Ind. Electron. Contr. Instrum., Vol. IECI-17, No. 4, pp.297-312, June 1970.
3. G.N. Revankar and S.A. Gadag, "Analysis of High Frequency Inverter Circuit." IEEE Trans. Ind. Electron. Contr. Instrum. Vol. IECI-20, No. 3, pp. 178-182, Aug. 1973.
4. G.Havas and R.A. Sommer, "A High Frequency Power Supply Induction Heating and Melting." IEEE Trans. Ind. Electron. Control Instrum., Vol. IECI-17, pp.321-326, June 1970.
5. Keh Kun, Choi "A Bridge Type SCR Inverter." Seoul National University, Engineering Report, Vol. 9, No. 1, Mar. 1977.