

# 디지털 필터

李 根 喆

KORSTIC 技術情報部次長

## 1. 序 論

最近 電子計算機의 進歩는 이제까지 觀測데이터를 에널로그 量으로만 處理 하였던 것을 디지털 量으로 變換하여 處理함으로써 精度가 높게 되었고 從來 不可能 하였던 各種 處理를 할 수 있게 되었다. 디지털 필터는 그 一例라고 생각할 수 있다. 디지털 필터의 普及은 컴퓨터의 處理速度의 高速化 以外에 하드웨어로서는 AD/DA 變換 技術의 進歩와 소프트웨어로서는 高速 푸리에 變換算法의 發見등에 의하는 것이나 그 以外에도 디지털 필터는 에널로그 필터에서는 도저히 바랄 수 없는 큰 利點이 있다.

즉 디지털 필터를 사용하면 어떤 特性이라 할 지라도 理論的으로 實現 可能한 特性이거만 하면 반드시 實現할 수 있고 또 低雜音, 高精度의 可能性마저 있는 것이다. 缺點은 處理裝置가 비싸고 實時間 處理가 困難하다는 點이 있으나 高價인 것은 많은 特性의 에널로그 필터를 여러 가지 갖추는 것 보다는 디지털 필터로서 커버할 수 있고 또한 將來 回路 素子の 進歩에도 큰 期待를 걸 수 있다. 實時間 處理의 困難은 이미 方式과 專用 하드웨어의 開發로서 解決되고 있다고 말할 수 있으며 더구나 研究에 使用할 경우라면 實時間 處理의 要求는 대단치 않으며, 汎用 컴퓨터를 使用한 디지털 필터는 今後 用途가 점점 넓어져

갈 것이라 생각된다. 本欄에서는 먼저 디지털 필터의 原理를 說明하기 위하여 필터링의 數學的 表現을 부여하고 이것을 根據으로 하여 現實의 回路 構成에 基因하는 디지털 필터와 任意的 周波數 傳達 特性을 갖는 필터 및 應用例를 記述하고자 한다.

## 2. 필터링의 數學的 表現

一般으로 어떤 回路 構成의 필터에 入力 電壓波  $x(t)$ 의 샘플值系列  $x_l (l=1, 2, \dots)$ 를 加하여 出力 電壓波의 샘플值系列  $y_l (l=1, 2, \dots)$ 가 나타날때 入出力 電壓間에는 다음과 같은 微分方程式으로 表示되는 關係가 成立한다.

$$(B_0 p^M + B_1 p^{M-1} + \dots + B_{M-1} p + B_M) y(t) = (A_0 p^N + A_1 p^{N-1} + \dots + A_{N-1} p + A_N) x(t) \quad (1)$$

여기서  $B_M, A_N$  등의 係數는 回路 構成에 의해서 決定되고  $p = d/dt$ 이다. 이 式을 線形離散系로 하고  $x_p$ 가 入力으로서  $y_p$ 出力되는 것으로 表示해 보면 다음과 같이 된다.

$$y_i + b_1 y_{i-1} + \dots + b_M y_{i-M} = a_0 x_i + a_1 x_{i-1} + \dots + a_N x_{i-N} \quad (2)$$

여기서  $b_M, a_N$  등의 係數는 回路 構成 또는 傳達 函數의 極과 零으로 定해진다. 式(2)는 線形離散系의 入出力의 關係를 表示하는 階差 方程式이다. 이것을 바꾸어서 出力波의  $l$ 番째의 샘플值를 이것과 同時間 혹은 그 以前의 入力 및 出力

波形的 샘플值로 주어지는 形으로 써 보면

$$y_l = a_0 x_1 + a_1 x_{l-1} + \dots + a_N x_{l-N} - b_1 y_{l-1} - b_2 y_{l-2} - \dots - b_M y_{l-M} \quad (3)$$

와 같이 된다. 즉 出力의  $l$ 番째의 샘플值는 그 以前  $N$ 個의 入力 샘플值와  $M$ 個의 出力 샘플值와의 線形結合으로 주어진다. 이것은 디지털 필터의 數學的 表現의 一形式으로서 이것을 바탕으로 해서 디지털 필터를 構成할 수 있다.

한편 式(2)의 兩邊을 每項마다  $z$ -變換하면

$$Y(z) (1 + \sum_{m=1}^M b_m z^{-m}) = X(z) \sum_{n=0}^N a_n z^{-n} \quad (4)$$

가 되나 이것을 바꾸어 써 보면

$$Y(z) = H(z) X(z) \quad (5)$$

여기서,

$$H(z) = \frac{\sum_{n=0}^N a_n z^{-n}}{1 + \sum_{m=1}^M b_m z^{-m}} \quad (6)$$

로 할 수 있다. 이  $H(z)$ 가 一般的인 디지털 필터의 傳達 特性이다. 따라서 式(5)의  $z$ -逆變換은  $H(z)$ 의  $z$ -의 逆變換  $h_n, n=0, 1, 2, \dots$ 를 사용해서 다음과 같이 表示된다.

$$y_l = \sum_{i=1}^{\infty} x_i h_{l-i} \quad (7)$$

이 式은 入力 波形  $x(t)$ 의 샘플值系列과, 系의 impulse 레스폰스의 샘플值系列과의 컨볼루션形이며 系의 impulse 레스폰스는 當然히  $t < 0$ 에서 零이어야 하므로

$$h_{l-i} = 0 \quad i > l$$

가 된다. 따라서 式(7)은 다음과 같이 表示된다.

$$y_l = \sum_{i=1}^l x_i h_{l-i} \quad (8)$$

理解를 돕기 위해서 샘플值間隔을 充分히 짧은 것으로 하고 컨볼루션 積分形으로 쓰면

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (9)$$

變數를 바꿈으로써 이 積分은 다음의 積分과 全

然 等價임을 表示할 수 있다.

$$y = \int_0^t x(t-\tau) h(\tau) d\tau \quad (10)$$

임펄스 레스폰스가  $h(t)$ 로 주어지는 필터에  $x(t)$ 의 波形을 加했을 때의 出力波形  $y(t)$ 는 式(8), (9) 또는 (10)을 計算해서 直接 求할 수도 있고, 이들의 式은 또한  $x(t)$ 의 푸리에 變換과 필터의 周波數 傳達 特性  $h(t)$ 의 푸리에 變換과의 各 周波數 成分에 대한 積의 푸리에 逆變換을 求하므로서 計算이 可能한데 이것을 다음에 表示해 보자.

즉 필터의 impulse 레스폰스와 周波數 傳達特性  $H(f)$ 와의 사이에는 푸리에 逆變換으로 알려져 있는 다음의 關係式이 있다.

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi f t} df \quad (11)$$

式(11)을 式(9)에 代入하면

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) H(f) e^{j2\pi f(t-\tau)} df d\tau$$

指數 函數를 둘로 나누어서 積分의 順序를 變更하면

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-j2\pi f \tau} H(f) e^{j2\pi f t} d\tau df = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot H(f) e^{j2\pi f t} df \quad (12)$$

$$\text{여기서, } X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f t} dt \quad (13)$$

은  $x(t)$ 의 周波數 스펙트럼(푸리에 變換)이다.

디지털 필터링의 計算은 式(8), (9) 혹은 (10)의 컨볼루션 數積分에 의하지 않더라도, 入力 波形의 周波數 스펙트럼(式 13)이 필터의 傳達 特性에 의해서 變換된 後에 이것을 푸리에 逆變換을 하는 式(12)에 의해서 行하여 진다. 簡單해 보이는 컨볼루션 積分의 式(12)를 여기서 유도한 것은 필터를 통한 波形의 計算을 컴퓨터로 行할 경우 高速푸리에 變換의 算法을 利用하므로써 컨볼루션 積分의 直接 計算보다도 푸리에 變換과 푸리에

디지털 필터

逆變換을 行하는 式(12)에 의한 計算이 빠르다  
는 것이 알려져 있기 때문이다.

式(12) 및 式(13)을 디지털 計算機로 計算하기  
위해서 샘플值系列에서의 푸리에 變換 즉 離散  
의 푸리에 變換으로 表示하면 다음과 같다.

$$y_l = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n \cdot H_n \cdot W^{nl} \quad (k=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (14)$$

$$X_l = \sum_{n=0}^{N-1} x_n W^{-nl} \quad (n=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (15)$$

여기서,

$$H_k = \sum_{n=0}^{N-1} h_n W^{-nk} \quad (n=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (16)$$

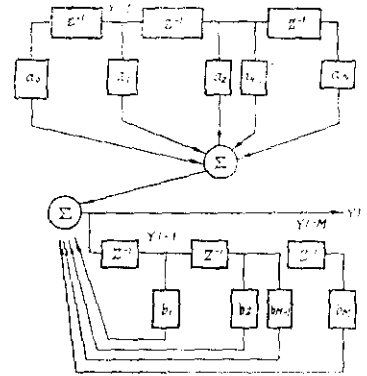
$$W = \exp(j2\pi/N) \quad (17)$$

즉 여기에 表示한 필터링의 計算은 먼저 入力  
샘플值系列  $x_n$ 의 離散的 푸리에 變換을 式(15)에  
의해 行하고 離散的인 周波數 스펙트럼을 求하여  
이것에 필터의 周波數 傳達特性  $H_n$ 을 곱한  $X_n H_n$   
의 離散的 푸리에 逆變換을 式(14)에 의해서 行  
하는 이러한 順序로 計算이 된다. 例를 들면 필터  
의 特性이 임펄스레스폰스形으로 주어지고  
式(16)을 計算해야 할 경우 일지라도 高速푸리에  
變換의 算法을 사용함으로써 式(8)을 直接  
計算할 때 보다 式(15) (14)에 의해 計算하는  
편이 一般으로 빠르다.

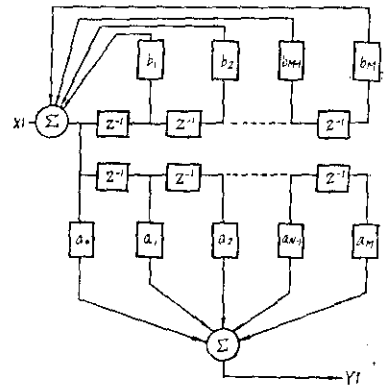
3. 巡回形 디지털 필터

式(3)의 演算을 直接 行하는 方法을 생각해 보  
자. 式(3)은 앞에서 記述한 바와 같이  $l$ 番째(時  
間  $l$ )의 出力  $y_l$ 이 어느 時刻과 그 以前의  $N$ 個의  
入力  $x_l, x_{l-1}, \dots, x_{l-N}$  및 그 時間 以前의  $M$ 個의  
出力  $y_{l-1}, y_{l-2}, \dots, y_{l-M}$ 의 函數로서 주어져 있음  
을 表示하고 있다. 즉 이것은 그림 1(a)과 같은 演  
算의 흐름을 갖는 巡回形 필터로서 實現된다. 그  
러나 그림 1(a)에서는 演算의 前半과 後半이 縱  
續 接續되어 있으므로 이 두개의 順序를 바꾸어

도 結果는 變하지 않는다. 여기서 이 順序를 바  
꾸면 그림 1(b)와 같이 된다.



a. 式 2로 주어진 巡回形 디지털 필터의  
흐름圖



b. (a) 圖의 加算器 前後를 變更한 흐름圖  
그림 1.

그림 1(b)에서는 最初의 加算器의 出力이 물  
로 나누어져서 각기 같은 遲延 素子를 지나고 있  
으므로 이것을 하나로 묶어서 遲延 素子의 數를  
줄일 수 있다. 그 結果는 그림 1(c)와 같이 되어

이 방법을採用하므로써 電子計算機로서 計算할 때에 必要로 하는 記憶容量을 줄일 수 있다.

이와 같은 計算의 順序를 밝으므로써 巡回形 디지털 필터는 보통 1개의 샘플值 出力을 얻기 위해서 數十回의 積 計算을 하여야 되며, 非巡回形 필터가 같은 出力을 얻는데는 적어도 數百程度의 積의 計算을 必要로 하는데 비해서 計算速度를 매우 빨리 할 수 있다. 그러나 計算 結果를 계속해서 몇번이고 반복해서 使用하기 때문에 극히 적은 誤差라 할지라도 1回的 誤差가 累積되어 時間의 經過와 함께 精度가 떨어진다.

따라서 直接 階差 方程式을 푸는 그림 3의 방법은 반드시 實用的 이라고는 할 수 없다.

誤差 累積의 危險性이 적은 巡回形 디지털 필터는 式(6)으로 주어지는 傳達 函數를 部分分數로 展開 또는 次數가 낮은 傳達 函數의 積으로 分解 하므로써 實現된다.

먼저 傳達 函數  $H(z)$ 가 다음과 같이 部分分數로 分解된 경우를 생각해 보자.

$$H(z) = \frac{A_1}{z-p_1} + \frac{A_2}{z-p_2} + \dots + \frac{B_1z+B_2}{(z-p_m)^2} + \dots = H_1 - H_2 + \dots + H_m + \dots + H_n \quad (18)$$

단, 簡單히 하기 위해서 3位 以上의 極은 省略했다. 이 가운데 1位의 極에 相當하는 傳達 函數에 대해서는 이것을  $z$ -變換한 것이

$$H_{(l)}(z) = \frac{A_l}{z-p_l}$$

$$y_l = A_l x_{l-1} + p_l y_{l-1}, \quad l=0, 1, 2, \dots$$

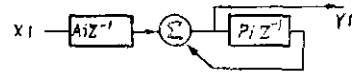
여기서  $x_l$ 은 入力,  $y_l$ 은 出力信號가 되므로 그림 2(a)와 같이 1回만의 巡回가 있는 演算이고 2位의 極에 相當하는 項의 演算은 그림 2(b)와 같이 2回만의 巡回가 있는 演算이므로 각각에 있어서 誤差의 累積은 比較的 적다. 이들의 計算

結果의 總和를 求해서 傳達 函數  $H(z)$ 를 實現하면 累積 誤差의 影響은 매우 적게 할 수 있다.

$$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z) \cdots H_n(z) \quad (19)$$

와 같이 傳達 函數를 部分的인 傳達 函數의 積으로 表示하면 그 計算은  $H_1, H_2, \dots$ 의 計算을 順次로 進行해서 全體로서는 縱續接續으로 表示하면 된다.

이 방식에 의한 디지털 필터의 計算에서는 出力 샘플值를 얻기 위해서 入力 샘플值 뿐만 아니라 그 以前의 出力 샘플值를 順次로 巡回的으로 使用하게 된다. 그렇기 때문에 이 방식의 디지털 필터는 巡回形 디지털 필터(recursive digital filter)라고 부른다.



a. 1位의 極 한 개를 갖는 傳達 函數

$$H_{(1)}(z) \quad y_l = A_l x_{l-1} + P_l y_{l-1}$$

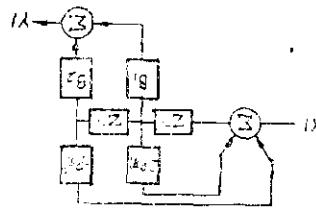


그림 2. 2位의 極 한 개를 갖는 傳達 函數

$$H_{(2)} = \frac{B_1z+B_2}{(z-P_m)^2} \text{의 入力關係}$$

$$y_l = B_1 x_{l-1} + B_2 x_{l-2} + 2P_m y_{l-1} - P_m^2 y_{l-2}$$

4. 非巡回形 디지털 필터

入力 샘플值의 時系列을 離散의 푸리에 變換에 의해서 周波數軸에서의 샘플系列로 바꾸고 式(14), (15) 등을 사용해서 行할 경우를 생각해 보자.

디지털 필터

필터의 전달 함수는 주파수의 연속 함수이며 이 경우에는 그것을 주파수축에서의 샘플링 간격 ( $1/T$  Hz)마다 수치화한 것을 사용하게 된다. 그러나 주파수 대역의 상한  $F$ 를  $1/T$ 로서 나누는 것은 식(15)에 의해서 구해지는 샘플값에 대해서  $N/2$ 이 된다. 이것은 입력波形  $N$ 개의 샘플값  $DET(N$ 항으로 됨)中  $n=0 \sim N/2-1$ 의  $N/2$ 개는 각각  $n/T$  Hz의 주파수 성분이나  $n > N/2$ 가 되는  $n$ 의 값에 대한  $N/2$ 개는 각각  $(n-N)/T$  Hz인負의 주파수 성분이라는 것에 의한다. 따라서 필터의 특성을  $1/T$ 의 주파수간격으로  $-F$  Hz에서  $+F$  Hz까지 구해 負의 주파수의 부분을 그림 3에 표시한 것과 같이  $n > N/2$ 의 범위에適用하면 된다.

現實로 存在하는 필터의 시뮬레이션이면 이와 같이 하여 구한 필터의 전달 특성을 사용하여 디지털 計算을 할 수 있으나 과연 필터의 出力과 一致하는지는 좀더 吟味해야 된다.

問題點은 필터의 주파수 領域에서의 表現을 이용하는 것 보다는 時間 領域에서의 表現을 사용하는 편이 直接的이므로 식(8)의 샘플값系列에 대한 컨볼루션식에서 생각 해 보자.

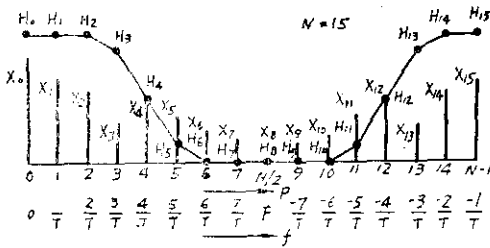


그림 3.  $1/T$ 의 주파수마다 수치로서 주어지는 입력波形의 스펙트럼 샘플값(DFT)  $X_0, X_1, \dots, X_{15}(=X_{N-1})$ 와, 필터의 주파수 전달 특성  $H_0, H_1, \dots, H_{15}(=H_{N-1})$ 와 주파수  $f$ 와의 관계

식 (8)의 計算을  $N=8$ 의 경우에 대해서 圖示

하면 그림 4와 같이 된다. 그림에서  $h_i$ 는  $i \leq 4$ 에서 모두 零이다. 出力  $y_i$ 은 각각 1의 값에 대해 入力 샘플값  $x_i$ 와  $h_{l-i}$ 와의 積을 모든  $i$ 에 대해서 (橫方向으로) 疊한 것이다.  $h_{l-i}$ 는  $x_i$  및  $y_i$ 의 番號順으로 排列하고 있으나 가장 위의  $h_i$ 와 左右 逆으로 되어 있다. 이것은 오래된 入力 샘플일 수록 적은 荷重을 곱어서 加한다는 物理的 說明을 包含하고 있다.

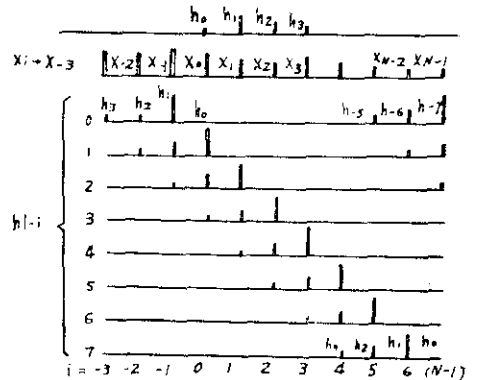


그림 4. 식(8)을 위한  $x_i$ 와  $h_{l-i}$ 의 積의 組合  $l-i < 0$ 일 때는  $h_{l-i}$  대신  $h_{N+i}$ (右側의 白柱로 表示)을 사용한다.

$l < i$ 의 範圍에서는  $h_{l-i}$ 의 下添의 數字가 負가 되나 임펄스 레스폰스로서는 그와 같은 경우 零이 될 것이다. 그러나 DFT를 사용하는 식(14)의 計算法을 採用하면  $h_{l-i}$ 는  $l-i < 0$ 일 때 巡回的인 값을 취하게 되므로 그림 4의 例에서는  $l=0, 1, 2$ , 의 3개의 경우의 右端에 白柱로서 表示하고 있는 것 처럼  $h_{l-i}$ 가 表示된다. 그래서  $y_0, y_1$  및  $y_2$ 에는 이들  $h_{l-i}$ 와  $i$ 에 相當하는  $y_i$ 와의 積이 加하여 지므로 入力 信號 系列의 마지막 部分이 필터의 出力의 最初의 部分에 影響을 주게 된다. 이것은 明白히 不合理 하므로 필터의 임펄스 레스폰스가 有限의 크기를 갖는 샘플수 보다는 總샘플수  $N$ 이 充分히 크게 되도록 해야 한다.

이 레스폰스  $h_i$ 가 零으로 볼 수 없는 큰 區間을  $i \leq M$ 의 範圍로 하면 ( $h_0$ 는 필터에 의한 時間의 遲延때문에 零이 되는 것이 보통이나 그것은 다른 것이다.) 필터의 出力  $y_i$ 의 最初의  $M$ 個에는 誤差가 있다는 것을 알아 두어야 한다.

따라서 帶域幅의 좁은 필터에 의한 分析을 하려고 하면  $N$ 을 크게 해야 하고 그 때문에 計算 時間이 길어 진다고 하는 애널로그 필터에 의한 分析과 類似한 關係가 생긴다.

다시 入力 샘플值系列  $x_i$ 가 길게 繼續하는 波形의 一部分을 그려낸 것으로 그림 4의  $x_i$ 의 欄에  $x_{-1}, x_{-2}, x_{-3}, \dots$ 로 表示된 것과 같이 負의 時間( $i < 0$ )에 샘플值가 있으면  $h_i$ 의 過渡 現象이 繼續하는  $1 < M$ 의 範圍에서는 당연히 이들의 샘플值에 영향을 미치게 된다.

여기서는 時間的인 關係를 알기 쉽게 하기 위해서 컨볼루션의 直接計算을 例로서 說明 했으나 實際로는 式(14)와 같이 周波數 領域에서 計算하게 된다. 여기에 表示한 디지털 필터는 入力 샘플值系列과 임펄스 레스폰스의 샘플值系列만을 사용하고 있어, 필터의 出力을 다음 時点의 出力計算을 위해 사용한다는 前節의 디지털 필터와는 相異한 方式을 취하고 있다. 따라서 이 方式의 디지털 필터는 非巡廻形 디지털 필터(nonrecursive digital filter)라고 부르고 있다.

여기까지는 필터를 實際로 存在하는 回路網으로서의 傳達 特性을 갖는 것으로 생각 해 왔다. 그러나 式(14)의  $H_c$ 로서 表示되는 필터의 傳達 特性은 目的에 따라서는 어떤 形으로도 할 수 있으므로 回路로서는 實現 할 수 없는 필터일지라도 그것이 디지털 필터로서는 實現되어 어떤 目的에 사용하면 이것은 애널로그 技術에서는 不可能한 것이 디지털 技術에서는 可能한 새로운 手法이라고 할 수 있을 것이다.

먼저 간단한 例로서 周波數  $f_c$ 以下는 損失없이 傳送하고  $f_c$ 以上의 周波數는 完全히 차단하는 理想的인 필터를 생각해 보자. 필터의 周波數 特性은 그림 5(a)에 表示한 것과 같은 데 여기서 또 한 가지 位相의 周波數에 의한 變化가 全然없다고 하는 現實과는 거리가 먼 假定을 加해 둔다. 그러면 그 필터의 傳達特性은 다음 式으로 表示된다.

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq f_c \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \quad (20)$$

이 필터에 임펄스를 加했을 때의 出力은 푸리에 逆變換에 의해서 다음과 같이 計算된다.

$$h(t) = \int_{-f_c}^{f_c} e^{i2\pi f t} df \\ = 2f_c \frac{\sin 2\pi f_c t}{2\pi f_c t} \quad (21)$$

이 計算 結果를 그림으로 表示하면 그림 5(b)와 같이  $t=0$ 의 兩側에 波形이 퍼져 나가는 것이 된다. 이것은 임펄스를 加하는 時點 前부터 레스폰스가 있음을 表示하고 因果律에 反하는 結果이다. 이것은 다음과 같이 位相을 생각하므로서 多少 약하게 된다.

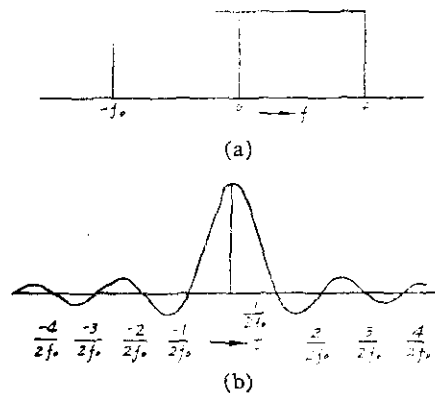


그림 5. 周波數 레스폰스가  $-f_c H_c$ 에서  $f_c H_c$ 까지 사이는 1, 그 이외의 周波數 範圍에서는 零이 되는 理想的인 低域필터의 周波數特性(a)와 그것의 임펄스 레스폰스(b)

즉 一般의 低域 필터에서는 傳送 周波數 帶域內에 周波數에 거의 比例하는 位相變化가 있는 것이 보통이므로 여기서도 周波數에 比例하는 位相變化가 있는 것으로 하고 필터의 傳達 特性을 다음과 같이 假定해 본다.

$$H(f) = \begin{cases} e^{-j\pi f\tau} & |f| \leq f_c \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \quad (22)$$

이것을 바탕으로 해서 임펄스 레스폰스를 計算하면 다음과 같이 된다.

$$h(t) = 2f_c \frac{\sin 2\pi f_c(t-\tau)}{2\pi f_c(t-\tau)} \quad (23)$$

이 結果가 되는 것은 周波數에 比例하는 位相 遲延을 주었으므로 當然하나 이것에 의해서  $\tau$ 만큼의 時間 遲延이 생겨 因果律에 反하는  $t < 0$ 의 범위의 에너지는 매우 적게 된다. 그래도 아직  $t > 0$ 에 레스폰스가 있는 것은 여기서 주어진 傳達 特性을 갖는 回路가 存在하지 않는 것을 表示한다. 또 周波數에 比例하는 位相 變化를 부여하는 것은 다만 時間軸을 偏倚시키는 것 만이므로 이것만을 알고 있으면 周波數에 比例하는 位相 遲延은 부여하지 않아도 된다.

이와 같이 多少 現實과 떨어진 것을 認定하더라도 그림 5(b)의 임펄스 레스폰스처럼 時間軸上에 길게 끝이 그어져 있는 것은 그림 4를 사용해서 說明한 것과 같이 誤差를 同伴하는 時間 範圍(샘플점의 數)를 넓게 해서 좋지 않다. 이것은 필터의 周波數 傳達特性을 차단周波數 1에서부터 零으로 갑자기 떨어뜨린 때문이다.

그리고 필터의 過渡現象이 이와 같이 길게 계속하지 않고 또한 周波數 分解能을 좋게 하기 위해서 어떻게 해야 하는가가 問題가 된다. 이 방법은 필터의 차단周波數 附近을 正弦波形에 가깝도록 하는 것이 解決의 一例이다. 이와 같은 周波數 傳達特性에 대한 임펄스 레스폰스는 角을 平滑히 한 部分의 넓이에 따라서 變하고

角을 떨어뜨린 部分이 넓을수록 임펄스 레스폰스의 時間幅은 짧게 된다. 필터의 周波數特性을 正, 負의 遮斷周波數 間을 1 周期로 해서 無限히 계속하고 있는 것으로 假定해서 푸리에 變換을 行하면 그림 6에 表示한 것과 같이 時間軸에 沿한 펄스系列이 된다. 이것을 適當한 項數로서 끊든지, 또는 그림에서 空白圓으로 表示한 것과 같이 時間窓을 곱한 것을 필터의 임펄스 레스폰스로 使用하면 最初에 計劃한 필터의 周波數 特性의 모(角)를 平滑히 할 수 있어 過渡現象이 短時間에 끝나는 필터의 周波數特性을 決定할 수 있다.

여기에서 記述한 디지털 필터의 方法을 정리해서 設計法을 順序대로 써 보면

(1) 實現을 希望하는 필터의 周波數特性을 부여한다.

(2) 이 周波數特性을 샘플值系列로 고쳐서 離散的 푸리에逆變換(IDFT)에서 그 필터의 임펄스 레스폰스를 求한다.

(3) 必要한 時間內에 過渡現象이 끝나도록 이 임펄스 레스폰스에 適當하다고 생각되는 時間窓을 곱하거나, 혹은 어떤 時間에서 끊는다.

(4) 이와같이 變形된 임펄스 레스폰스를 離散的 푸리에變換(DFT)하여 周波數特性을 求한다.

(5) 필터의 周波數特性이 目的에 合당한지 아닌지를 調査한다. 目的에 合당하면 이것으로 필터의 設計는 끝난다. 또한 遮斷特性 등이 目的에 合당하지 않으면 時間窓을 變更하는 (6)의 프로세스로 移動한다.

(6) 여기에 移動한 것은 (3)에서 使用한 時間窓이 不適當한 때문이므로 時間窓을 보다 適當하다고 생각되는 形으로 修正해서 (3)에 돌아가서 다시 始作한다. 그 다음은 이제까지와 마찬가지로 方法이다.

여기서 表示한 方法에는 (3)에서 어떤 時間窓을 사용하는가 하는 것이 重要하고 그것에 대해서 여러 가지 研究를 하고 있다. 適當한 時間窓을 사용하면 그림 6에 表示한 것과 같이 反復의 무우프를 使用할 必要는 없다.

이 以外에도 周波數軸上 等間隔의 点에서 필터의 周波數特性을 부여 해 이 周波數에서는 주어진 特性이 되고 또한 임펄스 레스폰스가 有限한 時間內에 들어가는 디지털 필터의 設計法이 研究되고 있다.

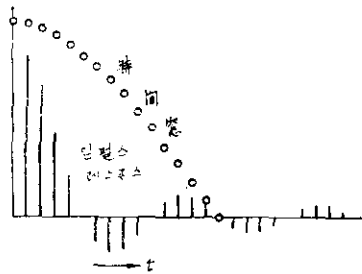


그림 6. 바라는 特性의 필터의 周波數特性 샘플值系列의 離散의 푸리에 逆變換으로서 求한 임펄스 레스폰스와 이 것을 有限時間內에서 零으로 하는 時間窓

### 5. 디지털필터의 應用

디지털필터는 이제까지의 아날로그 필터에 比해서 그 特性을 必要에 따라 任意로 바꿀 수 있다고 하는 特性을 갖고 있다. 물론 아날로그 필터일지라도 線形 演算增幅器를 사용한 能動필터에서는 相當한 特性 變更의 可能性이 있다. 그러나 디지털 필터는 이것과는 比較가 되지 않는 融通性을 갖고 있다. 또 精度와 SN比도 適當한 注意만 하면 用途에 따라 充分히 좋게 할 수 있다. 이와 같이 디지털 필터의 特徵은 다만 아날로그 필터의 代用이 된다고 하는 것 뿐만 아니라 새로운 重要한 應用의 面을 開拓한다. 이와 같은 觀点에서 巡回形 필터와 非巡回形 필터의 應用

例를 各 단계씩 간단히 說明하고자 한다.

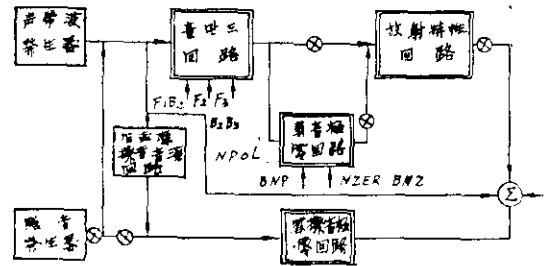


그림 7. 터미널 아날로그形 디지털 音聲合成裝置

傳達特性의 極과 零이 時間적으로 현저하게 變化하는 필터의 代表的인 例는 音聲合成裝置이다. 合成音聲은 聲帶音을 聲道の 傳達函數와 같은 傳達函數를 갖는 필터를 通過시키므로써 만들어진다. 이 傳達函數를 現實의 聲道에서 떠나다만 特性이 같기만 하면 된다고 하는 것이 소위 터미널 아날로그形 音聲合成器이다. 이 경우 聲道の 傳達函數의 極과 零을 合成하려는 音韻連續에 따라서 變動시킬 必要가 있다. 그것은 能動아날로그回路에 의해서도 實現할 수 있으나 디지털 技術의 進步는 그 實行을 한층 더 쉽게 하였다. 그림 7은 音聲合成裝置의 블록 다이어그램이다. 이 중에서 디지털 필터가 使用되고 있는 것은 二重 線으로 쓴 部分이고 여기서는 極과 零을 制御하므로 巡回形의 構成으로 되어 있다. 微分特性으로 近似시킨 放射特性回路外에 極과 零은 周波數와 帶域幅을 指定해서 決定하도록 되어 있다. 主要部分이 되는 共振回路에서는 第 1 ~ 第 3 共振가 可變이고 非巡回形 필터의 用法의 한 例로서 長距離電話回線의 에코서프렛서들 들어 보자. 이것은 衛星通信 또는 長距離 海底送電線 등에서 往復遲延 時間이 數百에 달할 때 에 에코에 의해 通信障害을 防止하기 위한 것이다. 이 動作과 디지털 필터가 어떻게 使用되고



있는 것을 그림 8에 의해서 설명한다.

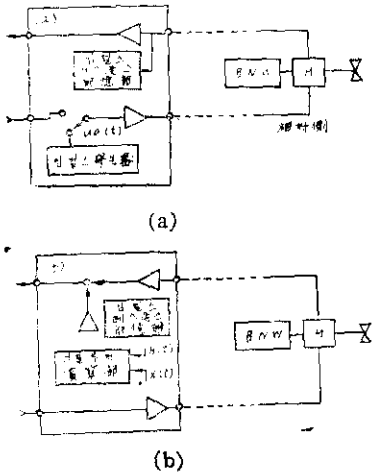


그림 8. 無切斷 反響阻止裝置의 動作說明圖

먼저 통화 직전에 8(a)와 같이 접속해 두고 송화측에서 한 발의 임펄스를 보내어 右側의 長距離 회로를 통해서 回路全體의 임펄스 레스폰,  $h(t)$ 를 디지털화 해 샘플值系列로서 記憶한다. 다음에 8(b)와 같은 통화狀態로 두고 송화측에서의 入力音聲信號  $x(t)$ 와 記憶해 둔 임펄스 레스폰스  $h(t)$ 와 컨볼루션積分計算에 의해서 돌아올 에코와 같은 波形的 信號를 만들어 이것을 逆位相으로 해서 受信端에 加해 反響을 없앤다. 電話의 第4, 第5 홀만트는 固定이다. 즉 이 例에서는 聲道の 傳達函數라고 하는 比較的 複雜한 傳達系의 特性을, 極과 零의 位置에 의해서 記述하는 파라미터를 각각의 周波數와 帶域幅에 의해서 決定하고 그것을 바탕으로 해서 巡回形 디지털 필터를 構成했다. 通話에서는 一巡하는 傳達特性이 相對側의 回路에 의해서 하나 하나 다르므로 그때마다 임펄스 레스폰스를 測定해야 한다. 이와 같이 해서 反響해 오는 信號의 레벨을 20dB 程度 減少시켜서 通話障害를 排除할 수 있다는 實驗結果가 나오고 있다. 이 경우와 같이 傳達特性이 複雜하고 그 極과 零과를 簡單히 알

수 없을 때는 非巡回形 필터라야 된다.

이 외에 다음에 나타나는 값에 대한 統計的 豫測을 考慮한 디지털 필터에 의한 分析 등의 새로운 手段이 實用化 되고 있으나 그것에 대해서는 說明을 省略한다.

## 6. 結 論

디지털 필터의 原理, 設計 및 應用에 대해서 大略的으로 解説하여 보았는데 샘플링, 離散의 푸리에 變換 Z 變換 및 애널로그 필터의 回路論的 設計에 대해서는 각각 專門書籍을 참고하기 바란다.

여기서는 취급하지 않았지만 複素係數形 디지털 필터, 디지털 필터의 CAD, 畫像處理를 위한 2次元 디지털 필터 一般으로 多次元 디지털 필터에 대해서는 未解決의 問題도 많다.

디지털 필터는 融通性, 多樣性이 豊富한 것과 特性이 安定하고 高精度로 할 수 있다는 2가지 面으로 특징지워 진다. 종래는 소프트웨어로서의 디지털 필터가 많았으나, 今後は 製品의 分散이 적은 安定한 特性을 가진 하드웨어의 量産도 될 것이라 생각된다.

周波數限界는 경제성을 고려해서 25MHz로 생각되나 LSI 技術의 進展으로 周波數限界도 向上할 것이며 價格도 低下되고 小型化 될 것이다.

## 參考文獻

1. 디지털 필터入門(1), 平野 浩太郎  
시스템と制御(日本) 20. 2(76~85)'76.
2. 디지털 필터入門(2). 平野 浩太郎  
시스템と制御(日本) 20. 3(40~47)'76.
3. 디지털 필터의 誤差 解析: B.Liu, T.Kaneko,  
Proc, IEEE. (美國) 57, 12(1735~1747)69.
4. Floating-point-round-off Accumulation in  
Digital-Filter Realization: I.W. Sandberg.  
Bell System Technical Journal (美國) vol.  
46(1775~1791)'67.