

研究論文

有限要素法에 의한 船用機關軸系裝置의 最適配置에 關한 研究

全 孝 重* · 朴 進 吉** · 崔 在 星***

Optimum Alignment of Marine Engine Shaftings by the Finite Element Method

Hiojung Jeon · Jingil Park · Jaesung Choi

目 次	次
1. 序 言	3·3 反力影響係數의 計算
2. 軸系配置에 있어서의 問題點	4. 最適配置狀態의 計算
2·1 推進器軸의 問題點	4·1 支持点反力과 支持点位置와의 關係
2·2 中間軸의 問題點	4·2 軸系配置計算과 線型計劃問題
2·3 減速齒車의 問題點	5. 計算例
2·4 세로운 軸系配置問題	5·1 計算要目
3. 支持反力과 反力影響係數의 計算	5·2 計算結果
3·1 基本式의 誘導	5·3 計算結果의吟味와 適正支持狀態의 計算
3·2 橫荷重과 보우먼트 荷重을 받는 不等斷面보의 節點 方程式의 解法	6. 結 論

ABSTRACT

The authors have developed a calculating method of propeller shaft alignment by the finite element method.

The propeller shaft is divided into finite elements, which can be treated as uniform section bars. For each element, the nodal point equation is derived from the stiffness matrix, the external force vector and the section force vector. Then the overall nodal point equation is derived from the element nodal point equation.

The deflection, offset, bending moment and shearing force of each nodal point are calculated from the overall nodal point equation by the digital computer. Reactions and deflections of supporting points of straight shaft are calculated and also the reaction influence number is derived.

With the reaction influence number the optimum alignment condition that satisfies all conditions is calculated by the simplex method of linear programming.

All results of calculation are compared with those of Det norske Veritas, which has developed a computer program based on the three-moment theorem of the strength of materials.

The authors finite element method has shown good results and will be used effectively to design the propeller shaft alignment

* 正會員 韓國海洋大學教授 ** 正會員 同助教授 *** 正會員 同專任講師

1. 序 言

1950年代 後半부터 美國 海軍에서 *始作된 艦艇의 軸系配置에 關한 研究는 漸次 商船에 까지 擴大되어 1960年代 後半부터 1970年代 初半에 걸쳐 各造船所, 船級協會를 비롯하여 造船, 造機와 關係를 갖는 研究團體에서 이에 關한 研究가 活潑히 進行되어 왔다.¹⁾⁻¹⁰⁾

最近에 이르러 基本的인 것은 거의 完成되었으며 現在로서는 實際的 條件을 反影하는 方向으로 研究가 繼續되고 있는 形便이다.⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾

새로운 軸系配置에 關한 研究는 電子計算機의 도움없이 始作된 것이지만 現在의 狀態로서는 電子計算機의 利用없이 所要資料를 計算하는 것은 事實上 不可能하며 電子計算機의 利用이 이의 研究開發에 决定的인 役割을 하였다. 지금까지의 軸系配置에 關한 計算의 根幹은 材料力學의 古典的 定理의 하나인 三連모우먼트의 定理이며 이에 依하여 水平支持狀態에서의 各支持點의 反力모우먼트 및 支持點의 單位變位에 대한 反力과 모우먼트, 即 反力影響係數를 구한 다음이 값들을 利用하여 最適軸系配置狀態를 决定하고 나아가서 軸系施工에 必要한 資料까지도 얻고있는 것이다.¹¹⁾

本 研究의 目的是 이와 같은 軸系配置에 관한 諸資料를 比較的 最近에 開發된 有限要素法과 線型計劃法을 利用하여 算出하고자 하는데 있다. 研究는 먼저 理論的 計算式과 이의 解法을 誘導하고 이 數式을 電算處理하는 過程에서 發生하는 몇가지 問題点을 究明한다음 電算프로그램을 開發하였다.

끝으로 開發된 電算프로그램을 点檢하기 為하여 이미 開發되어 利用하고 있는 三連모우먼트定理에 依한 電算프로그램 計算結果와 比較 檢討하였다. 有限要素法에 依한 境遇, 計算이 規格化되기 때문에 電算處理에 適合하게 될뿐만 아니라 結果의 一部는 軸系振動計算에도 利用할 수 있으므로 軸系配置를 靜的으로 뿐만 아니라 动的으로 檢討하는데 있어 매우 便利하다.¹²⁾¹³⁾

2. 軸系配置에 있어서의 問題点

船舶에 있어서의 推進軸系는 다음과 같은 三

大要素에 依하여 構成되는 것이 普通이다.

推進器를 包含하는 推進器軸

推力軸을 包含하는 中間軸

減速齒車裝置

이들 三者가 結合되어 軸系의 根幹을 이루고 있으나 設計上 이들에게 要求되는 事項은 각各 다른 內容을 갖고 있다.

2.1 推進器軸의 問題点

이 部分에 있어 解決하여야 할 問題点들은 特히 振動, 支持 베어링의 異常摩滅, 船尾글랜드페킹의 異常摩滅과 海水의 漏洩, 油浴베어링에 있어서의 過熱과 潤滑油의 漏洩등이다.

이러한 問題点들은 주로 軸端의 推進器에 依하여 일어나고 있으며 推進器軸의 機關室側 베어링荷重이 너무 적거나, 경우에 따라서는 無負荷狀態로 되는 경우가 發生한다. 그 外에도 推進器推力의 偏心등이 重大한 影響을 미치고 있으나, 아직 이에 대한 情報를 確實하게 얻는 方法은 確立되어 있지 않다.

2.2 中間軸의 問題点

이 部分에 있어서의 問題点은 支持베어링의 數와 設置位置에 관한 것들이다. 荷重이 걸리지 않는 베어링이 있을 경우에는 軸系橫振動의 固有振動數를 低下시켜서 支障을 招來하게되고 特定 베어링의 荷重이 클 경우에는 過熱을 일으키기도 한다.

이러한 中間軸 베어링에 關해서는 現在도 그릇된 設計指針이나 無意味한 設計方法이 취하여지고 있는 일이 많은데 例를 들면 다음과 같은 것들이다.

① 各軸마다 두 個의 베어링을 配置하되 兩軸端의 커플링의 變位가 自由狀態에서 零이 되도록 한다.

② 各軸의 길이는 같게하고 베어링配置는 對稱이 되도록 한다.

③ 中間軸베어링의 設置場所는 船舶의 構造나 다른 機器配置에 支障을 주지 않도록 마련한다.

④ 이면 베어링, 가령 推進器軸 船首側 베어링과 같은 것은 慣習이나 規定에 따라 配置한다.

위와 같은 사항들의 잘못은 軸系全体가 하나의 機能을 갖는 裝置라는 것을 無視한데 있다. 이러한 指針에 依하여 設計된 軸系裝置는 一般的으로 베어링數가 너무 많고 그 結果 軸系 全体는 매우 억세며 各ベアリング의 荷重이 不均一하게 되기 쉽고 軸系 center의 어긋남에 대하여 매우 敏感하게 된다.

2.3 減速齒車의 問題點

주로 蒸汽터빈에 局限되나 最近에는 디이젤 機關에 있어서도 減速齒車를 갖는 경우가 있다.

減速齒車에 대한 問題는 齒面에 있어서 齒와 齒의 接觸이 均一하지 않을 경우 接觸面에 損傷을 일으키고 結局 齒를 破損시키게 되는 点이다. 따라서 이 部分에 있어서의 障害는 過度하거나 不均一하게 發生하는 齒面의 摩滅, 齒의 破損, 지나친 驅音과 振動 및 너무 높거나 낮은 베어링荷重등이다.

齒車製作者는 齒車支持ベアリング의 荷重과 兩側 베어링荷重差를 提示하여야 할 것이며 이 荷重差는 運轉中에 있어서의 값이어야하고 靜止中의 冷却狀態에 있어서도 合理的인 값이어야 할 것이다.

齒車函이 運轉中에 어느 程度 膨脹할 것인가는 解析的으로決定할 수 없고 實驗에 의하여決定되어야 할 것이다. 實際의 값은 齒車函의 種類나 크기에 따라 달라지나 經驗에 의하면 大体로 0.25~1.0mm(0.010~0.040in)範圍內에 있다고 한다.

2.4 新しい 軸系配置 問題

從來에 있어 軸系는 모든 베어링에 의하여 一直線上에 支持되었으며 現在도 이와 같은 方法은 종종 채택되고 있다. 그러나 船體는 溫度의 變化, 出入渠, 荷重狀態, 速度變化, 經年等에 따라 變形을 일으키고 이에 따라 軸系ベアリング의 位置도 變化를 일으킨다. 더구나 推進器軸ベア링으로서 리그넘 바이티 베어링을 使用하는 경우에는 摩滅에 따른 支持点의 變化가 크다. 그러나 이러한 경우에 있어서의 軸系變形은 斷續的으로 發生하는 것이 아니고 自然曲線(faired curve)에 따라 變化를 일으킨다.

새로운 軸系配置理論은 이 “自然曲線”現象에 基礎를 두고 있다.⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾ 軸系를 一直線上에 配置하는 境遇, 直線도 一種의 自然曲線으로 看做할 수 있으나 많은 경우 直線配置에 있어서는 베어링荷重分配이 고루지 않고 베어링의 垂直方向調節이 必要하게 된다. 即, 베어링을 내리면 그 베어링의 荷重은 減少하고隣接ベ어링의 荷重은增加하게 된다. 이 때의 荷重變化量은 軸의 刚性과 베어링 垂直方向 變化量, 베어링間 距離에 따라決定되며 이를 理論的으로 事前에 計算하고자 하는 것이다.

“自然曲線”設計의 目的是 그릇된 軸系配置에 敏感하지 않은 自然曲線을 취하도록 하는데 있다. 一般的으로 베어링의 數를 줄이고 베어링 간격을 크게 할수록 軸系配置의 變化에 敏感하지 않게되어 軸系는 安定하게 된다. 다만 이 때의 各 베어링에 걸리는 荷重은 増加하게 되므로 許容 베어링支持荷重以内가 되도록決定하여야 할 것이다.

軸系에 있어豫想되는 여러가지 變動狀態에 대하여 荷重과 모우먼트의 크기를 檢討하고 언제나 安全한範圍內에 있도록 設計 단계에서 베어링의 上下와 方向의 位置 및 그의 數를決定한다.

이를 위해서는 一直線上에 配置하였을 때의 荷重分配, 모우먼트 크기를 計算하고 各支持ベア링을 單位距離만큼 變化시켰을 때의 荷重變化量即 反力影響係數(reaction influence number, RIN로 略記)를 計算할 必要가 있다.

3. 支持反力과 反力影響係數의 計算

3.1 基本式의 誘導

(1) 橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 不等斷面 보의 節點方程式

最近 프레임(frame)이나 連續體의 構造力學의 解法으로서 有限要素法이 크게 脚光을 받고 있는데 이것의 基礎가 되는 것은 剛性마트릭스(stiffness matrix)이다.

지금 Fig. 1(a)와 같은 不等斷面보를 等斷面으로 看做할 수 있을 程度까지 微細한 區間으로 細分하고 各區間마다 剛性마트릭스를 비롯하여

有限要素法에 의한 船用機關軸系裝置의 最適配置에 關한 研究

外力의 벡터, 斷面力의 벡터等을 구하여 節点方
程式을 쓰면 다음과 같이 된다.

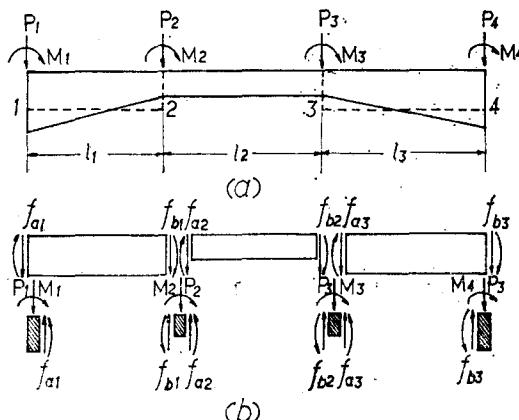


Fig. 1 Beam of variable cross section.

다면 여기서 $f_{a1}, f_{b1}, \dots, f_{68}$ 은 각節点에作用하는外力, k_{aa1} 은 a_1 点에單位變位를 일으키기 위하여 a_1 点에加하여야 할 힘, U_{a1} 은 a_1 点의變位, k_{ab1} 은 a_1 点에單位變位를 일으키기 위하여 b_1 点에加하여야 할 힘, U_{b1} 은 b_1 点의變位이다. f_{fa1} 은 a_1 端의固定端斷面力(兩端 a, b 를固定하였을 때作用外力에의하여 a, b 端에생기는斷面力)이다. 餘地의式에서도同一하게定義된다.

Fig. 1(b)를 參照하면

$$f_{a1}=P_1, f_{b1}+f_{a2}=P_2, f_{b2}+f_{a3}=P_3, f_{b3}=P_4 \cdots (2)$$

또한 部材端의 變位는 이것이 連結되는 節點의
變位에 같으므로

$$U_{a1}=U_{P1}, \quad U_{b1}=U_{a2}=U_{P2}, \quad U_{b2}=U_{a3}=U_{P3},$$

여기서 $P_1 \sim P_4$ 는 節点에 作用하는 外力, $U_{P1} \sim U_{P4}$ 는 節点의 變位로서 각자 f_a , f_b 와 U_a , U_b 와 같은 内容의 成分을 갖는 빼터이다.

(1) 式을 (2) 式에 대입하면

$$k_{aa_1}U_{a1} + k_{ab_1}U_{b1} = P_1 - f_{fa1}$$

$$k_{ba1}U_{a1} + k_{bb1}U_{b1} + k_{aa2}U_{a2} + k_{ab2}U_{b2}$$

$$= P_2 - f_{fa2} - f_{fb1}$$

$$k_{ba2}U_{a2} + k_{bb2}U_{b2} + k_{aa3}U_{a3} + k_{ab3}U_{b3} = P_3 - f_{fa3} - f_{fb2}$$

$$k_{bc3}U_{a3} + k_{bb3}U_{b3} = P_4 - f_{fb3}$$

上式의 U_{a1}, U_{b1}, \dots 을 (3)식을 이용하여 $U_{P1} \sim U_{P4}$ 로置換하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$= \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f_{fa1} + 0 \\ f_{fa2} + f_{fb1} \\ f_{fa3} + f_{fb2} \\ 0 + f_{fb3} \end{pmatrix} \dots \dots \dots \quad (4)$$

(4)式이 Fig. 1(a)의 보의 節点方程式이다. 右邊의 最初의 벡터는 節点에 作用하는 外力이고 第2의 벡터는 各部材의 固定端 斷面力を 節点마다 모은 것으로서 各部材의 中間에 作用하는 外力を 節点荷重으로 變換한 것이다. 左邊의 係數行列은 보全体의 剛性마트릭스이다. (4)式을 $U_{P1} \sim U_{P4}$ 에 대하여 풀면 各節点의 變位를 얻을 수 있다. 또한, 이 結果를 (3)式을 利用하여 變形한 (1)式에 代入하면 各部材의 部材端斷面力 $f_{f11} \sim f_{f44}$ 들을 구할 수 있다.

(2) 橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 보의 剛性
마트릭스

지금 部材 AB 에 대하여 Fig. 2와 같이 座標系를 定하고 座標의 方向과 部材에 作用하는 斷面力의 方向을 一致시킨다.

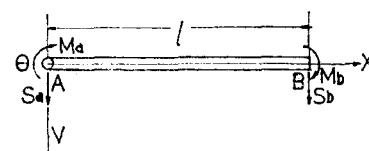


Fig. 2 Coordinate system of beam-element and forces of end-section.

보의 길이를 l , 縱彈性係數를 E , 斷面2次모우 멘트를 I 라하면 剛性마트릭스는 (5)式과 같이 되다.

이러한 關係式은 Castigliano의 定理와 Max-

well-Betti의相反定理를利用하면比較的簡單하게 구할 수 있다.^{12) 13)}

$$\frac{EI}{l^3} \begin{pmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ \theta_a \\ V_b \\ \theta_b \end{pmatrix} = \dots \quad (5)$$

따라서 橫荷重(S_a, S_b)과 모우먼트荷重(M_a, M_b)을 받는 基本式은

$$\begin{pmatrix} S_a \\ M_a \\ \hline S_b \\ M_b \end{pmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{pmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ \hline -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ \theta_a \\ \hline V_b \\ \theta_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{fa} \\ M_{fa} \\ \hline S_{fb} \\ M_{fb} \end{pmatrix}$$

또는

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} \\ k_{ba} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{fa} \\ f_{fb} \end{bmatrix} \dots\dots(7)$$

連續보를任意의部材로 n 分割하였을 때各部材에對하여 (5)式을 구하고 이들을合成하여全体보에 대한綜合剛性마트릭스를 구한다. 綜合剛性마트릭스는 (4)式의 左邊에 보이는 바와 같이 첫번째部材와 두번째部材의剛性마트릭스를 合

$$S_{fb} = - \int_0^l \frac{x^2(3l-2x)}{l^3} P_{(x)} dx - \int_0^l \frac{6x(l-x)}{l^3} m_{(x)} dx \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

3.2 橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 不等斷面 보의 節点方程式의 解法

(1) 節点方程式의 解法

橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 不等斷面보를
 n 分割하여 앞의 方法으로 구한 節点方程式의 次
數는 $(2n+2)$ 이다. 따라서 通常의 船用機關軸系
에 있어 斷面의 變化가 있는 곳과 支持点 等에
節点을 設置할 경우 節点方程式에 包含되는 마트
릭스의 次數는 最少限 數10次로 되기 때문에 事
實上 電子計算機의 도움없이는 풀이가 不可能하
다. 지금 (4)式을 簡單하게

成하여 구한다. 이 때 첫번째 部材의 U_b 는 두번째
部材의 U_a 와 같은으로 첫번째 部材의 剛性마트리스의
 k_{bb} 와 두번째 部材의 剛性 마트리스의
 k_{aa} 를 합하면 된다. 이와같이 順次의으로 綜合
하면 全体構造物에 對한 綜合剛性 마트리스를
구할 수 있다.

(3) 橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 보의 固定端斷面力

(6) 式의 $S_{fa}, M_{fa}, S_{fb}, M_{fb}$ 등은 다음과 같이 계산된다. ^{12) 14)}

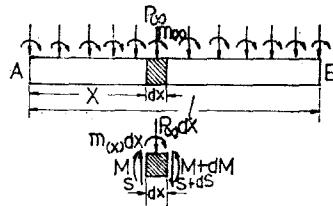


Fig. 3 Beam loaded with horizontal forces and moments

다음 (8), (9), (10), (11) 式의 各記號는 Fig. 3 을
參照할 것.

다 쓰고 f 를 左邊으로 移項하여 整理하니

K 의 逆마트릭스(이것을 柔性마트릭스 [flexibility matrix]라 한다)를 (12)式의 左側에서 곱하면

$$U = K^{-1}(P - f) \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

(14)式으로부터 各節点의 變位(上下變位와 角變位)가 구하여진다.

各支持ベ어링의 反力은 一般的으로 一種의 外力이므로 P 項中에 包含되어 따라서 (14)式의 結果를 (13)式에 代入하면 P 項, 即 未知의 支点反力이 구하여진다.

(2) 支点의 處理

Fig. 4와 같이 節點1에 支点이 있는 경우에는 變位 V_1 이 零이고 支点反力 $-R_1$ (下向力を +로 하고 있으므로 反力은 -이다)이 생긴다. 反力도 作用外力의 一種이므로 荷重項 P 에 包含시켜야 한다. 그러나 計算初에 있어 反力은 未知數이므로 이것을 右邊에 그대로 둘 수 없으며 左邊

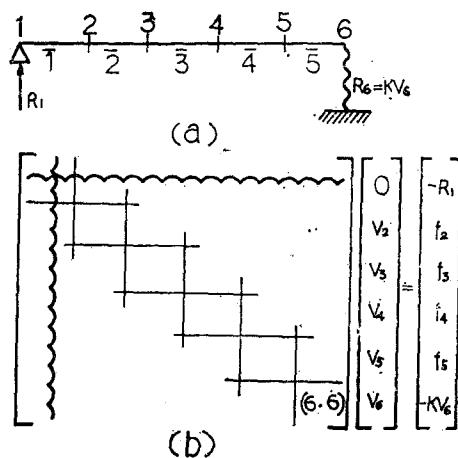


Fig. 4 Disposal of supporting points.

으로 옮기든가 R_1 을 包含하는 方程式을 除去할必要가 있다. 除去하는 것이 剛性마트릭스가 對稱으로 되어 計算이 便利하게 된다.

本計算의 目的中 하나가 支持베어링의 反力を 아는 데 있으므로 除去한 行을 뒤 끝에 남겨 두었다가 變形을 計算한 다음 이것과 剛性마트릭스를 곱하면 支持点 反力이 구하여진다.

行을 除去하는 操作은 剛性마트릭스의 第1行의 要素를 零으로 놓으면 된다[Fig. 4(b)].

또한 變位 V_1 을 零으로 하는 代身에 剛性마트릭스의 第1列을 零으로 한다.

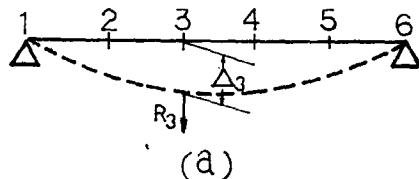
以上의 結果를 整理하면 支点의 處理는 그 支点과 같은 番號의 剛性마트릭스의 行과 列의 要素를 零으로 놓으면 된다. 이 때 行과 列이 모두 零으로 된 剛性마트릭스는 逆마트릭스計算이 不可能하므로 이것을 縮少시켜 逆마트릭스를 計算한 다음 다시 原狀態로 擴大하면 된다. 그러나 實際 電算프로그램 作成上 이 操作은相當히 繁雜하므로 行과 列을 零으로 한 다음 對角要素만을 1로 놓아 逆마트릭스를 計算하는 것이 便利

하다.

支点이 節點6과 같이 弹性支持되는 경우에는 節point의 變位에 比例하는 反力 $R_6 = KV_6$ (K 는 스프링定數)가 생긴다. 이것도 荷重項 P 에 包含시켜야 하는데 V_6 을 包含하는 項을 右邊에 둘 수 없다. 이것을 左邊으로 옮겨서 剛性마트릭스의 (6-6)要素에 K 를 合算하면 된다. 이와 같은 方法으로 各支持点의 反力を 計算할 수 있다.

3.3 反力影響係數의 計算

지금 어떤 節point이 주어진 量만큼 移動하였을 경우 다른 節point의 狀態值는 어떻게 變할것인가 하는 問題를 생각하여 보기로 한다. 가령 軸系의 中間支点이 沈下하였을 경우 各部分의 斷面力, 또는 다른 支点의 支持荷重變化를 구하는 問



(a)

$$\begin{bmatrix} \dots & K_{13} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & K_{23} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ \dots & K_{43} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & K_{53} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & K_{63} & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix}$$

$$f_3 = -K_3 \Delta_3$$

(b)

$$\begin{bmatrix} \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_3 \Delta_3 \\ -K_{23} \Delta_3 \\ \Delta_3 \\ -K_{43} \Delta_3 \\ -K_{53} \Delta_3 \\ -K_{63} \Delta_3 \end{bmatrix}$$

(c)

Fig. 5 Disposal of the nodal point deflection

題가 여기에 해당한다.

Fig. 5(a)에 보이는 바와같이 節點 3이 A_3 만큼 變位한다고 하다. 이 變位를 일으키기 위해서는 節點 3에 外力 R_3 을 作用시킬 必要가 있다. 따라서 이 경우의 (13)式은 Fig. 5(b)와 같이 된다.

A_3 은 既知量, R_3 은 未知量이다. 既知量은 右邊으로 옮기고 未知量 R_3 을 包含하는 方程式을 除去하면 Fig. 5(c)와 같이 變形된다.

具体的으로 說明하면 (12)式의 剛性마트릭스의 第3列에 $-A_3$ 을 곱하여 右邊의 荷重項을 만들어서 節點 3에 대한 支点의 處理를 행하면 된다. 다만 剛性마트릭스의 3行과 3列의 要素 모두를 0으로 하면 V_3 의 값(이것은 A_3 이 된다)이 바르게 구하여지지 않는다. 이 矛盾을 피하기 위하여 Fig. 5(c)와 같이 剛性마트릭스의 (3·3)要素를 1, 荷重項 빼더의 第3要素를 A_3 으로 하여 풀거나 剛性마트릭스의 (3·3)要素를 0으로 한채 끝나음 V_3 을 A_3 으로 變更하도록 한다.

이와 같은 方法으로 各支点의 順次的으로 單位變位(通常 0.01cm)만큼 變化를 일으킬 경우 各支点의 支持荷重(反力)의 變化가 反力影響係數이다.

4. 最適配置狀態의 計算

現實에 맞는 軸系配置狀態를 얻기 위해서는 앞서 言及한 外에도 여러가지 制限條件이 附加되는데 이들을 具体的으로 列舉하면 다음과 같은 것들이 있다.

- ① 各베어링의 反力이 許容值内에 일을 것.
- ② 軸의 鉛垂모우먼트가 許容值内에 있을 것.
- ③ 任意의 2個의 베어링 荷重差가 許容值内에 있을 것.
- ④ 任意의 베어링 設置높이가 指定值를 갖출 것.
- ⑤ 任意의 2個의 베어링 設置높이의 差가 指定值일 것.

以上的 ①~⑤의 制限條件에서 船尾管 船尾側 베어링 反力이 最少值를 갖추도록 하는 餘他의 베어링의 設置位置가 最適設置狀態이며 이러한 狀態를 얻는 計算法이 最適配置計算法이다.

4.1 支持点反力과 支持点位置와의 關係

各轴承을 1点支持로 생각하고 軸系를 連續보라 하면 各支持点의 높이와 支持点反力과의 關係는 (15)式과 같이된다.

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} & a_{2,n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} & a_{n,n+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{pmatrix} \quad (15)$$

다만,

$R_i(i=1, \dots, n)$: 支持点 反力(kg)

$\delta_i(i=1, \dots, n)$: 支持点 높이(cm)

$a_{ij}(i=1, \dots, n; j=1, \dots, n)$: 支持点 높이에 依한 反力의 影響係數 (kg/cm)

$a_{i,n+1}(i=1, \dots, n)$: 支持点 높이에 影響을 받지 않는 反力 定數項(kg)

支持点 높이와 任意의 m 個의 点의 鉛垂모우먼트와의 關係는 (16)式과 같이 線型關係로 表示할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} & b_{1,n+1} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} & b_{2,n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{m3} & \cdots & b_{mn} & b_{m,n+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{pmatrix} \quad (16)$$

다만,

$M_i(i=1, \dots, n)$: 鉛垂모우먼트(cm·kg)

$b_{ij}(i=1, \dots, m; j=1, \dots, n)$: 支持点 높이에 依한 鉛垂모우먼트의 影響係數(cm·kg/cm)

$b_{i,n+1}(i=1, \dots, m)$: 支持点 높이에 影響을 받지 않는 鉛垂모우먼트 定數項(kg·cm)

(15)式의 $a_{ij}(i=1, \dots, n; j=1, \dots, n+1)$ 및

(16)式의 $b_{ij}(i=1, \dots, m; j=1, \dots, n+1)$ 는 앞서 3章에서 說明한 方法으로 구하여 진다.

4.2 軸系配置計算과 線型計劃問題

基準型 線型計劃問題는 다음의 (17)~(19)式과 같이 表示된다.

① 制限條件

$$\left. \begin{array}{l} A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \dots + A_{1N}x_N \leq B_1 \\ A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \dots + A_{2N}x_N \leq B_2 \\ \dots \\ A_{M1}x_1 + A_{M2}x_2 + \dots + A_{MN}x_N \leq B_M \end{array} \right\} \quad (17)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_N \geq 0 \quad (18)$$

② 目的函數

$$f(x_1, \dots, x_N) = C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_Nx_N \quad (19)$$

다면,

$x_i (i=1, \dots, N)$: 구하고자 하는 變數

$A_{ij} (i=1, \dots, M; j=1, \dots, N)$: 技術係數

$B_i (i=1, \dots, M)$: 許容限度를 나타내는 定數

$C_i (i=1, \dots, N)$: 價値를 나타내는 係數

즉, 線型計劃問題란 (17), (18)式의 制限條件下에서 目的函數 (19)式을 最大로 하는 x_1, x_2, \dots, x_N 및 그의 最大值를 求하는 問題이다.

(17)式을 制限條件式, (18)式을 非負條件式이라하고 이 兩式을 滿足하는 x_i 의 組를 (實行) 可能解라 하며 可能解中에서 目的函數를 最大로 하는 것을 最適值라 한다. 最適軸系配置計算에서는 다음과 같이 線型計劃法을 利用한다.

支持点 높이에서 δ_1 (船尾管船尾側ベアリング 높이) 을 基準으로 하고 남아지 $\delta_i (i=2, \dots, n)$ 를 變數 $x_i (i=1, \dots, N)$ 라 하면 目的函數는 (15)式의 第1行으로부터 取한 $-a_{1j} (j=2, \dots, n)$ 를 $C_j (j=1, \dots, N)$ 로 합으로써 얻어진다. 즉, 軸系配置計算에서는 船尾管의 船尾側ベア링荷重이 最少로 되는 配置를 最終目標로 하고 同時に 여리 附帶條件를 滿足하도록 한다.

制限條件式에서 베어링 反力의 制限 및 難形모우먼트의 制限에 대하여서는 (15), (16)式에 있어 支持点1과의 關係를 除去하고 이들이 許容值以内에 있도록 하는 不等號를 불입으로써 얻어진다.

反力差의 制限에 對하여서는 (15)式의 係數를 利用하여 反力差를 나타내는 式을 만들어서 許容值以内에 있도록 하는 不等號를 불입으로써 얻어진다.

各 支持点 높이의 差를 나타내는 式을 만들어서 指定值와 같게 令으면 設置높이 및 設置높이의 差의 制限條件式이 얻어진다. 이 때의 技術係數 $A_{ij} (i=i, j=1, \dots, N)$ 는 1, -1, 또는

0의 어느 하나이므로 容易하게 주어진다.

線型計劃法의 解法에는 여러가지 있으나 本論文에서는 シンプレクス法(simplex method)¹⁵⁾¹⁶⁾을 利用하였으며 電子計算機를 利用하여 解를 구하였다.¹⁷⁾

線型計劃法의 解, 即 最適設置位置가 언제나 存在한다고 볼 수 없다. 制限條件式이 너무 严格하면 解는 存在하지 않는다. 또한 解가 存在하는 경우 2個以上의 解가 있을 수 있다. 2個의 解가 얻어지는 경우에는 다음의 (20), (21), (22)式에 보이는 바와같이 2個의 解를 任意의 比率로 取하는 새로운 最適解를 얻을 수 있다. 이 경우 目的函數의 欲 즉, 最後端ベアリング(支持点1)의 反力은 变하지 않으며 또한 制限條件을 모두 滿足함은勿論이다.

$$\begin{pmatrix} x_{31} \\ x_{32} \\ \vdots \\ x_{3N} \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ \vdots \\ x_{1N} \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ \vdots \\ x_{2N} \end{pmatrix} \quad (20)$$

다면,

$$p > 0, q > 0 \quad (21)$$

$$p+q=1 \quad (22)$$

$x_{1j} (j=1, \dots, N)$: 第1의 解

$x_{2j} (j=1, \dots, N)$: 第2의 解

$x_{3j} (j=1, \dots, N)$: 새로운 解

p, q : 係數

5. 計算例

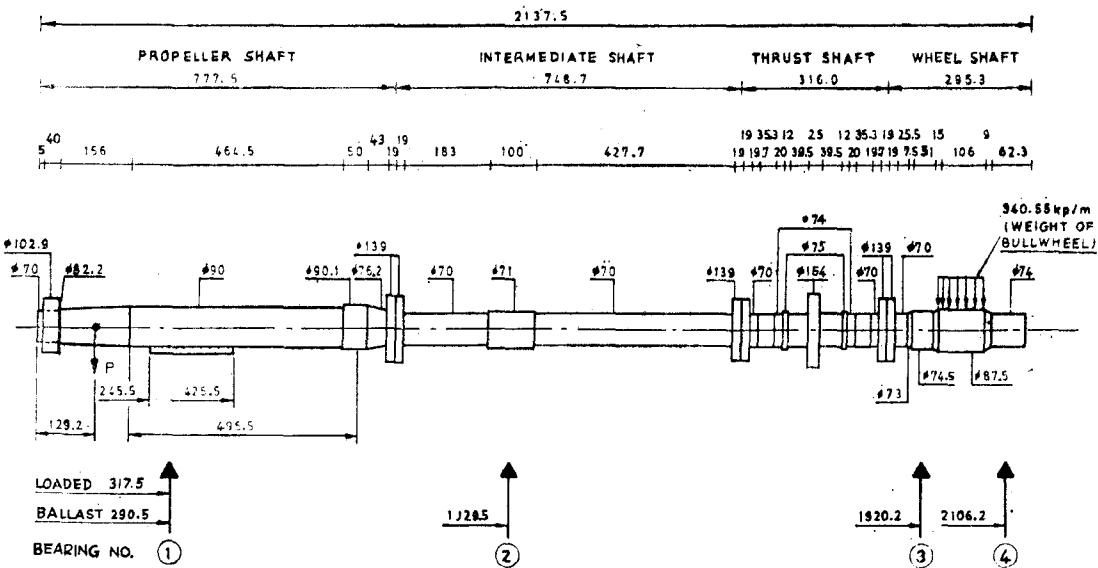
5.1 計算要目

Fig. 6과 같은 蒸汽터이ณ軸系에 대하여 지금까지 說明한 方法에 依하여 支持点荷重과 反力影響係數를 計算한다.

數值計算에 있어서는 Fig. 6에 提示된 要目外에도 다음과 같은 條件을 考慮에 넣는다.

① 推進器의 偏心推力으로 因한 모우먼트는 $0.1263 \times 10^8 \text{ cm} \cdot \text{kg}$ 이며 作用点은 船尾에서 船首로 보아 垂直面으로부터 反時計方向 322.85° 이다.

② 冷間발레스트 狀態로부터 滿載航海狀態가 됨에 따라 船體變形, 溫度上昇등으로 各支持点의 上昇變位는 船尾로부터 각각 0, +2.1,



P = POINT LOAD = WEIGHT OF PROPELLER AND WATERCAP FILLED WITH GREASE
 $P(\text{AIR}) = 63350 \text{ kp}$ $P(\text{WATER}) = 54345 \text{ kp}$

Fig. 6 Shaft arrangement of the steam turbine.

+1.18, +0.89mm이다.

③ 船尾管後部베이링의支持点은 빌래스트狀態에서 베어링後端부터 $0.5D$, 滿載狀態에서 $0.8D$ 의 곳에 있는 것으로 본다. (D 는 推進器軸外徑)

④ 齒車支持베이링의 支持荷重差는 17.5噸未滿으로 한다.

5·2 計算結果*

數值計算은 電算프로그램에 의하여 行하여졌으며 利用한 電子計算機는 FACOM U-300이다. 軸系는 計算機의 容量關係로 15分割하였으나 本

計算例의 경우 20分割程度가 바람직하다.

各分割点에 대한 末端力과 모우먼트 및 上下變位와 角變位, 水平支持狀態에 있어 4個의 支持点荷重, 各支持ベアリング을 0.1mm 上下變動시켰을 때의 支持点荷重狀態, 各分割点의 上下變位와 角變位, 反力影響係數等을 구하였다. 이 때의 所要時間은 本計算例의 경우 5分 55秒였다.

위의 값以外에 支持点에서의 鉛直모우먼트와 應力等은 計算機容量關係로 計算結果를 利用하여 손으로 計算하였다.

몇 가지 計算結果를 보이면 Table 3.~Table 5와 같다.

Table 3. Reaction of bearings in the straight support (kg)

Order of bearing	1	2	3	4
Authors' results	85576.63	29059.53	60830.13	6459.21
Det norske Veritas results	85765.00	29144.00	60932.00	6453.00

* 本計算例는 Det norske Veritas가 1975年 10月에 發行한 "Computer Program NV540 Shaft Alignment User's Manual Preliminary Version"에 揭載된 資料를 利用하였다. Det Norske Veritas가 開發한 電子計算機프로그램은 三連모우먼트 定理에 의하고 있다.

Table 4. Reaction influence numbers (values in parentheses are results of Det norske Veritas) ($kg/0.01\text{ cm}$)

Order of bearing	1	2	3	4
1	150 (120.0)	-246.0 (-263.0)	336.0 (370.0)	-202.0 (-227.0)
2	-246.0 (-263.0)	639.0 (701.0)	-1327.0 (-1526.0)	934.0 (1089.0)
3	334.0 (370.0)	-1327.0 (-1526.0)	4399.0 (5276.0)	-3492.0 (-4120.0)
4	-202.0 (-227.0)	934.0 (1089.0)	-3497.0 (-4120.0)	2688.0 (3258.0)

Table 5. Bending moments, stresses and deflections of supporting points in the straight support (Values in parentheses are results of Det norske Veritas)

Order of bearing	Bending moment ($cm \cdot kg$)	Stress (kg/cm^2)	Deflection (rad)
1	2601913.0 (2547000.0)	36.36 (35.59)	-0.00002619 (-0.00002390)
2	2053375.0 (2009000.0)	58.44 (57.16)	0.00005155 (0.00004746)
3	3048239.0 (3099000.0)	75.09 (77.89)	-0.00003077 (-0.00002969)
4	16545.0 (16545.0)	0.41 (0.42)	0.00000342 (0.00000319)

5.3 計算結果의 含味와 適正支持狀態의 計算

Table 4.에 提示한 反力影響係數는 原則의 으로 對稱마트릭스가 되어야 한다. 그러나 要素(1·3), (3·1)과 要素(3·4), (4·3)은 對稱이 되지 않고 각각 2와 5의 差를 보여주고 있다. 이것은 計算上의 誤差에 依하는 것이며 問題視할만한 값은 아니다.

三連모우먼트定理를 利用하여 計算하고 있는 Det norske Veritas의 計算結果와 比較할 때 全般的으로 보아 若干 작은 差들을 보이고 있으나 그 差는 無視할 程度이다.

計算條件에 依할 것 같으면 齒車 베어링의 支持荷重差가 17.5噸未滿이어야 한다고 制限하고 있다.

水平狀態의 支持點荷重을 檢討하여 보면 齒車 베어링의 支持荷重差는 54.37噸이나 되기 때문에 通常 採擇하고 있는 水平支持方法은 不可하

다는 것을 알 수 있다. 一般的으로 齒車支持베어링은 前後가 台板과 一体로 되어 있으므로 兩 베어링을 同時에 調節하게 된다.

자금 兩베어링 center을 1mm내릴 때 마다 各支持點荷重이 어떻게 變하는가 反力影響係數를 利用하여 計算하면 다음과 같다.

Table 6.에 依하여 檢討하여 보면 水平支持狀態에서 減速齒車支持 前後베어링을 3mm 낮춘면 (6번째 列) 支持荷重差는 3.03噸으로 되며 積荷狀態에서 船體가 變形을 일으키는 경우(10번째 列)에도 支持荷重差는 6.32噸이 不過하므로 모든 경우에 대하여 滿足스러운 結果를 준다.

結局 이 軸系는 船首側 第1, 第2베어링(減速齒車支持베어링)을 3mm 낮춘 狀態로 配置하면 適切한 支持荷重狀態가 되어 安全한 運航을 期할 수 있을 것이다.

本例의 경우 線型計劃法을 利用하여 電子計算機로 計算한 結果를 보이면 Table 7.과 같다.

Table 6. Reactions of the bearing according to the offset of supporting point.

Order of bearing	offset mm	reaction kg								
1	0	84246.63	0	82916.63	0	81586.63	0	82577.63	0	78575.83
2	0	32989.53	0	36919.53	0	40849.53	2.1	35132.53	2.1	46922.53
3	-1	51760.13	-2	42750.13	-3	33710.13	1.18	53790.53	-1.82	26645.83
4	-1	14529.21	-2	22639.21	-3	30669.21	0.89	8731.81	-2.11	32965.43

Table 7. Optimum shaft alignment calculated by the linear programming method

Order of bearing	offset mm	reaction kg	offset mm	reaction kg	offset mm	reaction kg
1	0	82702.94	0	81336.42	0	79969.87
2	0	37487.49	0	41495.36	0	45503.22
3	-2.14452	41379.34	-3.16433	32094.25	-4.18415	22808.95
4	-2.14452	23808.38	-3.16433	32094.25	-4.18415	40308.95
Decrease of No. 1 bearing load (kg)		2873.66		4240.21		5606.76
Load difference between No. 3 and No. 4 bearing (kg)		17500.00		0.0		17500.00

以上의結果를 보여는 減速齒車前後 베어링을水平狀態로부터 2.14452mm내지 4.18415mm를내리면 荷重差가 17.5噸未滿으로 되고 3.16433mm 내렸을 때 荷重差는 零으로됨을 알 수 있다.

라 計算結果가 크게 影響을 받으므로 어떻게 하여 設計段階에서合理的이고正確한支持條件을 구하느냐 하는것이 보다더重要한課題이며 最適軸系配置의 開鍵이라 할 수 있을 것이다.

6. 結 論

最近連續體의 應力解析에 있어 크게 脚光을 받고 있는 有限要素法을 利用하여 船用推進軸系의 配置에 必要한 計算을 行하였다. 結果는 現在一般的으로 利用하고 있는 三連모우먼트定理에 依한 結果와 大同少異하다.

數值處理에 있어서 마트릭스算法에 依하는 本論文의 方法이 매우 單純明快함을 알 수 있다. 다만 計算機의 所要容量과 計算時間에 있어 어느 쪽이 보다 더 有利한가는 앞으로의 研究할問題이다.

한편 軸系配置計算에 있어서는 提示條件에 따

後 記

本研究는 產學協同財團의 研究費支援에 의하여 이루어졌으며 同財團에 대하여 感謝드리는 바이다. 또한 研究에 도움을 주신 三星重工業의 李鍾元博士에게 謝意를表하는 바입니다.

參 考 文 獻

- 1) Rudolph Michel "A Quarter Century of Propulsion Shafting Design Practice and Operating Experience in the U. S. Navy" Naval Engineers Journal, 1959/2, p. 153
- 2) Anderson H. C., et al., "Considerations in the Design of Marine Propulsion Systems, SNAME, Vol. 67, 1959

- 3) Lehr W. E., et al., "Consideration in the Design of Marine Propulsion Shaft Systems", SNAME, Vol. 69, p. 555
- 4) Graeme Mann, "Design of Propulsion Shaft Systems Using Fair Curve Alignment Theory", Naval Engineers Journal, 1964/12, p. 851
- 5) Graeme Mann, "Analysis of Shafting Problems Using Fair Curve Alignment Theory", Naval Engineers Journal, 1965/2, p. 117
- 6) Graeme Mann, "Shipyard Alignment of Propulsion Shafting Using Fair Curve Alignment Theory", Naval Engineers Journal, 1965/8, p. 651
- 7) Rolf Kvamsdal, "Shaft Alignment Part 1", European Shipbuilding, 1969, p. 12
- 8) Rolf Kvamsdal, "Shaft Alignment Part 2", European Shipbuilding, 1969, p. 20
- 9) Wilkin T. A., et al., "Some Theoretical and Practical Aspects of Shaft Alignment", IMAS 73, Group 9
- 10) Mott I. K., et al., "Design Aspects of Marine Propulsion Shafting Systems", Inst. Mar. Engrs. Trans., Vol. 79, 1967/6, p. 177
- 11) Svenson G., et al., "Computer Program NV540 Shaft Alignment User's Manual, Preliminary Version", 1975/10 Det norske Veritas Report 75-226
- 12) 大地羊三, "マトリックス構造解析" 1977/10 ロナ社, 東京
- 13) 日本鋼構造協会, "コンピュータによる構造工学講座, I / 1 ~ II / 7 1971/1, 塔風館, 東京
- 14) S. Timoshenko, "Strength of Materials Part 1" 3rd edition, D. Van Nostrand
- 15) S. I. Gass "Linear Programming" 3rd edition McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1969
- 16) 千住鎮雄 "線形計画法" 1977/3 共立出版社, 東京
- 17) W. Orchard-Hays, "Advanced Linear-Programming Computing Techniques" McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1968