

# 레스폰스 関数

高麗大學校 保健專門大學 放射線科

許 俊

## Response Function

Joon Huh

*Dept. of Radiotechnology, Junior College of Public Health  
and Medical Technology, Korea University, Seoul, Korea*

### I. 緒 論

의료계에 있어 방사선기술의 발전은 눈부신바 있으며 특히 진단 부문에 있어서는 고도의 精度가 요구되고 있다. 이를 위해서 그 기초가 되는 X선사진이나 장치, 측정기 등의 성능평가는 문제가 되고 있으며 질이나 평가방법, 정량화는 필연적으로 고도화하게 되었다. 그 중에서도 선예도에 관해서는 종전까지 여러가지 방법이 쓰여지고 있었으나 그리 충분한 방법은 못되었다. 해상력시험도 그중 하나로서 선예도와와의 사이에는 충분한 연관성이 없으며 시험법의 상호간에도 연관성이 없어서 측정하는데 오차가 크고 서로 비교할 수 없는 결점이 있었다.

X선사진은 필수 있는대로 많은 정보를 얻어내는데 있다. 따라서 어떤 계에 정보가 들어가면 그 계를 통과한 후에 어느정도의 정보를 나타내게 하느냐 즉 재현시키는데 있으며 그 재현성의 판정과 그 표현방법에는 많은 문제가 있다. 선예도를 표시하는 방법으로 발전한 것이 레스폰스관수 (Response function) 또는 공간주파수 특성으로 널리 이용되고 있다<sup>1,2)</sup>. 그러나 아직까지 우리나라에서는 이용되고 있지 못한 실정에 있어 저자는 레스폰스관수에 대해서 그 이론과 실험방법에 관해서 몇가지 요점을 요약 기술하는 바이다.

### II. 解 像 力

X선사진의 화질을 평가하는 방법으로 해상력이 널리 이용되어 왔으나 이 방법은 주관적인 방법으로서 관찰자에 따라 측정치에 변동이 오는 고로 1950 년대부터 해상력에 대한 불신이 오기 시작하였다. 그 이유는 광학계의 특성을 충분히 나타낼 수 없다는 다음 두가지 결점에서 기인한다.

1. 해상력은 공업량으로서 물리량이 아닌고로 측정하는 방법에 따라서 그 결과에는 차이가 나타나게 된다. 테스트차아트는 흑백의 단형파 또는 부채모양의 방사형파등 여러가지가 있으며 그 크기는 다양하다. 이와같은 테스트차아트를 쓰고 동일한 X선사진의 화질을 측정할 경우에 나타나는 해상력의 값은 사용한 차아트의 도형에 따라서 차이가 있다. 이것이 공업량으로서 경도나 표면상태를 보는 것과 같이 그 측정치가 측정법이나 측정기에 따라서 틀리게 된다.

물리량이라 하는것은 길이나 속도등과 같이 여러가지 다른 측정법이나 측정기를 쓰고 측정해도 같은 결과가 나타나는 것이다.

처음에는 공업량을 쓰는 것이 많았으나 연구가 진전함에 따라서 물리량으로 발전이 되었다.

2. 해상력은 상의 선예도와 꼭 같다고는 할수 없다.

렌즈의 해상력시험에서 흔히 볼수 있는 것으로서 해상의 값은 같아도 실제 상의 선예한 그 자체는 틀리는 것이 있다. 극단적인 예로서 해상력이 작은 렌즈가보다 선예한 상을 나타내는 수가 있다. 해상력과 상의 선예도가 똑같지 않다는 것은 광학계의 질이나 화질을 나타내는 척도로서는 적당치 못하다는 것이다.

이와같은 이유로 아직까지 쓰여지던 해상력을 가지고 광학의 여러가지 문제를 해결한다는 것은 곤란하게 되었으며 이에 대신하여 화질의 평가에 어떤 물리량을 사용하느냐에 대해서 연구가 집중되었다.

그 결과 전기통신계에서 발전이 된 정보이론을 광학에 적용한 것으로서 레스폰스관수가 가장 우수하다는 결론이 나왔으며 현재 선진각국에서는 광학에 대한 레스폰스관수의 연구는 전성기가 지나서 실용단계에 들어섰다.

광학에 있어서의 레스폰스관수의 응용은 유사한 문제를 많이 포함하고 있는 방사선촬영계에도 자연히 레스폰스관수의 개념을 도입하게 되었다. 일반적으로 방사선촬영계에서의 불선예도가 생기는 요인으로서는 직접촬영계에서는 X선초점, 피사체방사선, 증감지, 필름육안등이며, 간접촬영계에서는 형광판, 렌즈계, 밀러계 등이 들어가며 투시계에서는 형광판, 상증폭판, TV 등이다. 이밖에 공통되는 것으로서는 피사체의 운동과 산란선계거용 격자에 의한 불선예도이다<sup>2,3)</sup>.

이상과 같은 불선예도는 각각 방사선 강도나 빛의 강도등에 따라 틀리는 성질을 나타내고 있다.

이와 같은 것으로서는 단일평가 방법이 주로 이용되어 왔으나 개개의 불선예도를 표시하거나 동일 요소간의 불선예도를 비교할 수 있으나 전체로서의 합성이 곤란하다.

지금까지 불선예도의 표시방법으로 널리 사용되어 왔던 해상력 또한 단일평가 방법으로 요소에 따라 틀리는 성질을 가지고 있다.

지금까지의 해상력의 합성은 다음과 같이 나타내고 있었다.

$$\frac{1}{R} = \sum^n \frac{1}{R_n}$$

이 방법은 편의에 따라 표시하는 방법으로서는 좋으나 불선예의 합성이라는 점에서는 합리적이 못된다.

이것을 레스폰스관수로 생각하면 개개의 불선예도는

동일 척도로서 나타낼수 있으며 여러가지 종류의 불선예도의 요소를 합성할 수 있게 된다. 방사선촬영계에서는 피사체의 스펙트럼은 이미 기술한바와 같이 여러가지 상이한 레스폰스관수의 계를 통해서 최종적으로 나타나게 된다. 따라서 합리적인 방사선촬영계에서는 각 요소의 레스폰스관수가 균형이 잡혀 있어야 한다.

방사선 수광계를 보면 증감지나 형광판의 선예도 평가법으로서 종전까지는 해상력을 구하는 해상력차아트법, 불선예도 면적을 구하는 Nitka 법, 선예도지수에 의하는 Rudinger & Spiegler 법등이 있었다. 이것등의 공통되는 결점으로서는 나타난 결과는 모두가 측정법과 관계 있으며 공업량으로서 물리량으로 표시할 수는 없다. 따라서 이와 같은 문제는 레스폰스관수에 의해서 해결할 수 있게 되었다.

### III. 레스폰스関數의 理論

#### 1. 레스폰스관수

X선사진의 화질을 더욱 합리적으로 정량평가를 하는 방법으로 등장된 레스폰스관수는 전술한바와 같이 통신공학에서 발달되었으며 그 이용은 어떤 주파수에 대한 응답특성을 나타내는 것으로서 X선촬영계에서는 주파수(Hz) 대신에 공간주파수(LP/mm)가 쓰여진다<sup>4,5)</sup>.

X선필름 위에 공간주파수가 틀리는 측정차아트를 입력으로 쓰고 그것이 출력측에서는 대조도로서 나타나며 각 공간주파수에 따라 변화되는 것을 보면 그 계의 공간주파수특성 즉 레스폰스관수를 알수 있다<sup>6)</sup>.

X선투과선량이 정현파(sine wave)를 나타내는 차아트를 촬영할 경우에 검출계 그 예로서 필름등의 출력은 그 검출계의 응답성에 따라 결정된다.

그림 1(a)와 같이 X선입력을 검출계의 필름에 따라 검출된 출력상(b)로 할 경우에  $a = a'$ 에 있어서 검출계의 응답성이  $A = A'$ 로 되는 것이 가장 이상적으로서 최고의 응답성이 된다. 그러나 입력정현파의 공간주파수가 크게 되고 촬영계의 화질이 저하됨에 따라서  $A > A'$ 가 되어 응답성은 차차 저하된다.

응답성은 대조도의 비로서 나타내며 입력측의 대조도(선량비)는  $C = (a - b) / (a + b)$ 로 되며 이것을 정규화하여 1로 한다.

다음 출력측의 사진대조도는  $C' = (a' - b') / (a'$



이 다음과 같이 쓰여진다.

$$R(\mu) = \frac{\pi}{4} \left\{ \gamma(\mu) + \frac{1}{3} \gamma(3\mu) - \frac{1}{5} \gamma(5\mu) + \frac{1}{7} \gamma(7\mu) \dots \dots \dots \right\} \quad (2)$$

여기서  $R(\mu)$ 는 정현파레스폰스관수가 되며  $\gamma(\mu)$ 는 단형파레스폰스관수로 나타낸다.

구체적인 보정법은 먼저 실제로 측정할 값에서 단형파레스폰스관수곡선을 그리며 그 예로서는 공간주파수  $\mu_1$ 의 단형파레스폰스관수  $\gamma(\mu_1)$ 를 정현파레스폰스관수  $R(\mu_1)$ 에 보정하는 방법으로는 다음과 같다.

$$R(\mu_1) = \frac{\pi}{4} \left\{ \gamma(\mu_1) + \frac{1}{3} \gamma(3\mu_1) - \frac{1}{5} \gamma(5\mu_1) \dots \dots \dots \right\}$$

제 2항에서 공간주파수  $\mu_1$ 의 3배의 주파수에 있어서의 단형파레스폰스관수  $\gamma(3\mu_1)$ 를 그림에서 구하고 식에 대입시킨다. 제 3항 이하에 대해서도 같은 조작을 하고  $R(\mu_1)$ 는 구해진다. 이와 같은 보정계산을 순차 공간주파수를 변화시키면서  $R(\mu_1), R(\mu_2) \dots$ 를 구하면 정현파레스폰스관수  $R(\mu)$ 에 보정된 곡선을 그릴수 있다.

이 보정식을 이용할 경우에 저 주파영역에서는 3~5항까지 보정이 요구되나, 2LP/mm 이상에서는 2~3항까지의 보정으로 충분하다.

나. LSF (line spread function)에서 계산하는 방법 6,8)

이 방법은 가느다란 Lead slit를 통해서 나타난 X선 촬영상에서 농도분포곡선을 작성하고 계산으로 레스폰스관수를 구하는 방법이다. 실험조작을 하는때는 간편한 점이 있으나 비교적 계산이 복잡한 점이 있다.

작은 Lead slit를 촬영하고 이 slit 상의 필름농도를 microphotometer로 측정한다. 또 한편으로는 필름의 X선량에 대한 농도곡선을 구해두고 먼저 측정할 slit 농도분포를 이 농도곡선을 쓰고 X선 강도분포 LSF (그림 6 참조)로 변화시킨다.

LSF를 Fourier 변환시키고 이제의 레스폰스관수  $R(\mu)$ 를 구한다. 그러나 이제의  $F(\mu)$ 에는 slit의

레스폰스관수  $R(\mu)$  slit도 포함되고 있다.

여기서 slit의 레스폰스관수는 다음과 같이 구한다.

측정에 쓰여지는 slit 폭은 구하고자 하는 최대공간주파수를  $\mu_{max}$ 로 할 경우  $[1/2 \mu_{max} \times 1/5]$  정도로 해두면 보정은 간단하게 된다. 그 예로서 5 [LP/mm]의 공간주파수 정도의 측정을 할 경우에  $1/(2 \times 5) = 100 \mu$ 이 되며  $100 \times 1/5 = 20 \mu$  정도가 가장 적당한 slit 폭이 된다.

$$\frac{|F(\mu)|}{F(0)} = R(\mu)_{film} \times R(\mu)_{slit} \quad (3)$$

$F(0)$ 는  $F(\mu)$ 를 정규화시키기 위한 것이며  $R(\mu)_{slit}$ 는 다음 식으로 표시된다.

$$R(\mu)_{slit} = \frac{\sin 2\pi \mu A}{2\pi \mu A} \quad (4)$$

A : slit 폭의 1/2 [mm],  $\mu$  : 공간주파수 [LP/mm]

이  $R(\mu)_{slit}$ 는 약 0.7정도 보다 크지 않으면 보정에는 오차가 생긴다.

slit의 폭을 선정하는 방법은 slit 폭 2A를 작게 하면 보정에 의한 오차는 작게되나 필름농도 측정시의 SN비가 악화되고 검출은 잘 안된다.

반대로 2A가 크게 될수록 보정오차는 크게되나 SN비는 향상되고 검출은 잘된다. 따라서 2A의 선정 방법을 잘 하지 않으면 안된다.

다음에 구하고자 하는 이제의 레스폰스관수  $R(\mu)_{film}$ 는 다음 식과 같다.

$$R(\mu)_{film} = \frac{|F(\mu)|}{F(0)} / R(\mu)_{slit}$$

실제 LSF에서 계산에 따라 구하는 방법에 대해서는 그림 6과 같이 먼저 측정할  $h(x)$ 를 사용해서 다음식에 의해서  $F(\mu), F(0)$ 를 계산하면

$$F(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) \cos 2\pi \mu x dx$$

$$F(0) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) dx$$

이것을 적분하면 된다. 지금 공간주파수  $\mu_1$ 에서 MTF를  $R(\mu_1)$ 으로 하면 이것을 구하는때는 다음과

같은 순서로 하면 된다.

그림 6 (a) 에서  $x$  의 정(正) 의 횡축을 수직점으로 분할하고  $h(x_1), h(x_2) \dots$  를 실지로 측정한다. 또한  $\cos 2\pi\mu_1 x_1, \cos 2\pi\mu_2 x_2$  를 계산하고 이것들의 적을  $x$  에 대해서 적분함으로서  $F(\mu)$  를 구할수 있다.  $F(0)$  는 공간주파수 0 의 경우가 되므로  $\cos 2\pi\mu_1 x_1$  는 1 이 되며 따라서  $F(0)$  는  $h(x_1), h(x_2) \dots$  를 적분함으로서 구할수 있다.  $dx$  는 모두 동일하게 구분하면  $F(\mu) / F(0)$  를 구할 때에 없어지는 고로 이때에 승하지 않아도 된다.

이와 같은 계산을  $\mu_1, \mu_2 \dots$  에 대해서 계산하고  $R(\mu_1), R(\mu_2) \dots$  를 구하고 식 5 에 따라서 slit 의 보정을 하고 [LP/mm] 에 대해서  $R(\mu)$  를 표시하면 MTF 의 곡선은 그림 7 과 같이 나타난다.

X선촬영에서 선예도에 관계되는 인자로서는 ① X선초점의 크기 ② 피사체에서 발생하는 산란선 ③ 증감지와 필름의 종류 ④ 운동 ⑤ 기타로서 각각 레스폰스관수로서 취급할 수 있다.

#### IV. 實驗方法

##### 1. X선관초점의 크기에 의한 레스폰스관수의 영향

가. 단형파차아트를 non screen 으로 촬영하고 이 경우에 차아트재질을 투과하는 X선은 될수 있는 대로 작게 하기 위해서 저 관전압촬영으로 하는 것이 좋다.

나. 가에서 쓰여진 관전압으로 필름을 납판으로 차폐하면서 등비급수적으로 조사시간을 변경시키면서 단계적으로 조사를 한다.

다. 가와 나의 필름을 동시에 현상한다.

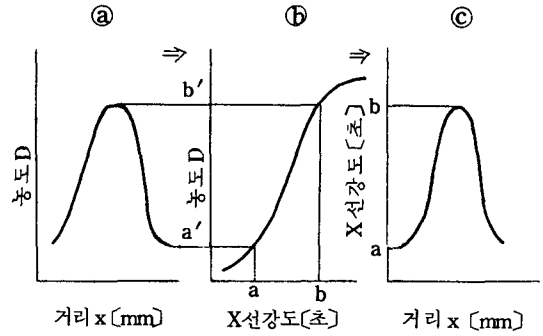
라. Microphotometer 로서 나의 필름농도를 각각 조사시간 별로 측정하고 선량 농도특성곡선을 그린다. 이 곡선은 X선강도로 보정하는데 사용된다.

마. 가의 필름을 Microphotometer 로서 각 공간주파수의 농도를 측정하고  $a', b'$  를 구한다.

바. 그림 4 와 같이 X선강도분포에 변화시키고  $a, b$  를 구한다.

사. X선강도분포에서 각 주파수의 단형파레스폰스관수  $\gamma(\mu)$  를 구한다.

아. 식나의 Coltman 의 보정식에 따라서 정현파레스폰스관수  $R(\mu)$  를 보정한다.



(a) microphotometer 에 의한 농도 분포곡선  
(b) 필름의 특성곡선  
(c) 필름면에서의 X선강도 분포곡선

그림 4. 농도에서 X선강도로 보정하는 방법

자. 공간주파수 0 에서  $R(0)$  에 의해서 정규화하여 레스폰스관수곡선인 그림 5 를 작성한다.

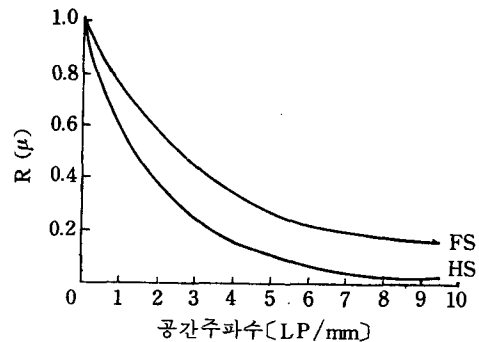


그림 5. 증감지의 레스폰스관수곡선

##### 2. 증감지와 필름의 레스폰스관수측정

가. 증감지를 쓰고 구형파차아트를 촬영한다.

나. 가의 증감지를 사용하고 같은 관전압으로 등비급수적으로 조사시간을 변화시키면서 필름을 흑화시키고 선량흑화도 곡선을 만든다. 이것을 가지고 X선강도분포에 변환시킨다.

다. 앞에 실험과 같은 처리를 하고 몇가지 종류의 증감지에 대해서 실시한다.

3. LSP에 의한 증감지레스폰스관수의 측정

가. 금속 slit (폭 20 um 정도)를 X선촬영한다.

나. 1의 실험과 같이 농도에서 X선 강도로 변환시키고 X선강도분포 LSF를 구한다.

다. 그림 6과 같이 h(x)의 곡선(LSF)를 그린다.

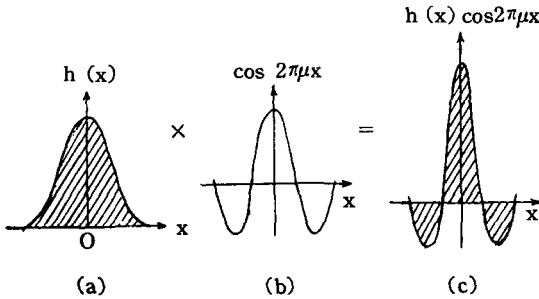


그림 6. LSF에 의한 MTF 계산법

라. 횡축을 몇십점으로 분할하고  $x_1, x_2 \dots$ 에 대응되는  $h(x_1), h(x_2) \dots$ 를 실지로 측정한다.

마. 표 1의 계산에 따라서  $h(x) \cos 2\pi\mu_1 x$ 의 적분치  $F(\mu_1)$ 를 계산한다.

$$F(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) \cos 2\pi\mu x dx$$

바.  $\int_{-\infty}^{\infty} h(x) dx$ 를 구하기 위해서  $h(x_1), h(x_2), \dots$ 의 적분치를 계산한다.

사. slit의 보정항(식 4)을 계산한다.

아. 식 5에 따라  $R(\mu_1)$ 을 계산한다.

자. 이상의 계산을  $\mu_1, \mu_2 \dots$ 에 대해서  $R(\mu_1), R(\mu_2) \dots$ 를 구한다.

차. 횡축에  $\mu$ , 종축에  $R(\mu)$ 를 잡고 레스폰스관수 곡선을 그린다.

V. 整理方法

1. 실험 a, b

가. X선촬영이된 단형파차아트의 농도곡선을 그린다.

나. 특성곡선에서 X선강도분포에 보정한 곡선을

그린다.

다. 정현파레스폰스관수로 보정한 다음에 종축에 MTF, 횡축에 공간주파수[LP/mm]을 잡고 레스폰스관수곡선을 몇가지 종류의 X선관초점과 증감지에 대해서 비교한다.

2. 실험 c

X선관초점, 증감지, 필름에 대해서 LsF에서 계산 결과를 정리한다.

가. X선촬영된 slit에서 농도분포를 그린다.

나. 선량-농도곡선에서 X선농도분포로 보정한 곡선(LsF)을 그린다.

다. 표 1과 같이  $F(\mu_1), F(\mu_2)$ 를 계산하고 그 결과를 기입한다.

表 1.  $F(\mu_1)$ 의 계산

x	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	계
$h(x)$					$\int_{-\infty}^{\infty} h(x) dx$ $F(\mu_1)$
$\cos 2\pi\mu_1 x$					
$h(x) \cos 2\pi\mu_1 x$					

라. 식 5에 따라서 종축에 MTF 횡축에 공간주파수[LP/mm]를 잡고 레스폰스관수곡선을 그림 7과 같이 그린다.

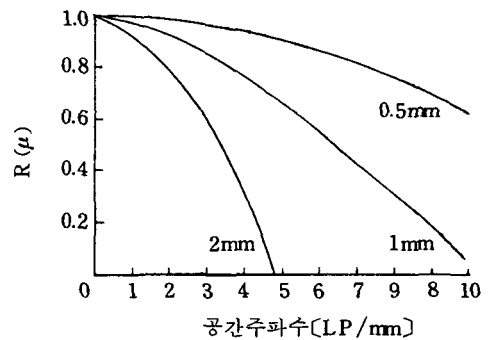


그림 7. X선관초점의 레스폰스 관수

VI. 結 論

이상은 방사선촬영제에 쓰여지는 X선관초점, 증감지

필름 및 각종 장치등에 대해서 각기 레스폰스관수를 이용해서 선예도와 해상력에 대해서 정량적으로 표시할 수 있는 방법을 기초 이론으로 부터 실지 이용할 수 있는 실험 방법을 설명하였으나 레스폰스관수 자체의 측정과 계산이 복잡한 점이 있어 이해하기 곤란한 점도 있겠으나 앞으로 일반화됨에 따라서 점차적으로 익숙해 질 것으로 사료된다.

### 參 考 文 獻

1. Morgan, R. H : The Frequency Response Function, Amer. J. Roentgen, 1962.
2. 遠藤俊夫 : レスポンス關數の放射線技術への應用, 日本放射線技術學會雜誌, 23,(1), 1967.
3. Michel M. Ter - pogossian : The Physical Aspects of Diagnost Radiology, Harper & Pow, publishers, 1969.
4. G. J. Van der plaats  
Philips Technical Library, 1969.
5. Paul N. Goodwin, Edith H. Quimby, Russell H. Morgan : Physical Foundations of Radiology, Harper & Row. publishers, 1970.
6. 許 俊 : 放射線画像情報技術, 新光出版社, 1979.
7. 瀧澤達兒, 平城實 : 増感紙・螢光板と放射線診斷, 極光, 22, 1978.
8. Edward E. Christensen, Thomas s. Curry, James E. Dowdey : An Introduction to the Physics of Diagnostic Radiology, Led & Febiger, 1978.