

Audio 回路의 雜音解析과 시뮬레이션

論 文

29-12-2

Noise Analysis and Simulation of the Audio Circuits

車 均 錄* · 李 根 蔚**
(Kyun-Hyon Tchah · Keun-Cheol Lee)

Abstract

A computer program for noise analysis of the audio circuit is developed. The application of the program to the equalizer, low frequency amplifier of radio circuit and cascaded amplifier show good results.

The general noise analysis method for cascaded operational amplifier is presented. The noise spectral power density is calculated for a resonator active filter.

1. 序 論

雜音은 廣意로 解析하면 所要信號에 干涉하여 不明하게 하는 不必要한 摘亂이라고 定義할 수 있다.

擾亂은 시스템以外의 雜音으로부터 생기는 것과 回路와 商用電力線, 無線送受信機, 螢光燈과 같이 靜電的 및 電磁的結合에 의하여 생기는 것이다.

本論文에서 言及하는 雜音은 電子시스템을 構成하는 素子와 材料의 物性에 의해서 생기는 不規則하고 偶發의 動搖를 말한다.

雜音에는 热雜音, 쇼트(shot)雜音, 低周波雜音(flicker noise)이 있다. 热雜音은 導體의 電荷케리어가 热에 의해 誘起되어 不規則하게 振動하기 때문에 생기는 것이다. 케리어의 運動은 브라운運動과 흡사하고 브라운運動의 研究로부터 热雜音의 存在가 豫見되었다.

쇼트雜音은 전공판, 트랜지스터, 다이오드, FET 등에서 일어나는 것으로 電位障壁을 轉는 電流에 의하여 생기는 것이다. 導體에서는 電位障壁이 存在하지 않으므로 쇼트雜音은 存在하지 않는다.

低周波雜音은 $1/f$ 로 變化하는 것으로서 이 雜音의 스펙트럼密度는 周波數가 減少함에 따라서 한없이 增大한다. 이 雜音은 전공판, 트랜지스터, 다이오드 抵抗에 局限되지 않고 서어미스터, 카본마이크, 薄膜光

源 응에서도 存在하며, 어떤 增幅器에 섞어 低周波에서는 $1/f$ 雜音이 存在한다.

한편 設計技術者가 回路를 設計하거나 裝置를 開發할 경우 無雜音, 無歪曲 裝置를 設計하고 開發하는 것이 所望이라면 雜音에 대한 正確한 知識을 갖고 雜音을 解析하고, 回路를 設計해야 할 것이다.

本論文에서는 2節에서 雜音解析을 위한 効率的인 電算프로그램을 開發하고 여러 가지 오디오回路에 대하여 適用함과 아울러 雜音解析을 위한 方法을 提示하였다.

3節에서는 演算增幅器에 대한 雜音電力스펙트럼密度의 計算方法을 提示하였으며 4節은 縱續 2段增幅器, 等化器 및 라디오의 低周波 增幅段에 대하여 2,3節에서 論한 方法으로 雜音電力과 스펙트럼密度를 計算한 後結果를 檢討하였다.

2. 오디오 回路의 雜音解析

雜音을 解析하려면 回路에 대하여 雜音等價回路를構成해야 한다. 雜音等價回路를構成하기 위하여는 雜音 모델이 필요하며 各素子에 대한 雜音모델은 [1][2]에 詳述되어 있다. 트랜지스터에 대한 잡음등가 모델은 그림 1과 같다. 本論文에서는 트랜지스터에 대하여 雜音等價모델을 [2]와는 달리 低周波雜音源을 포함시키고 에미터 별크저항 r_E 와 컬렉터별크저항 r_C 및 컬렉터 접합커패시턴스 C_s 를 省略하고 가급적 測定可能한 모델을構成했다. 모델은 그림 2와 같다.

* 正會員 : 高麗大 工大 電子工學科 教授 · 工博

** 正會員 : 高麗大 大學院 博士過程

接受日字 : 1980年 9月 22日

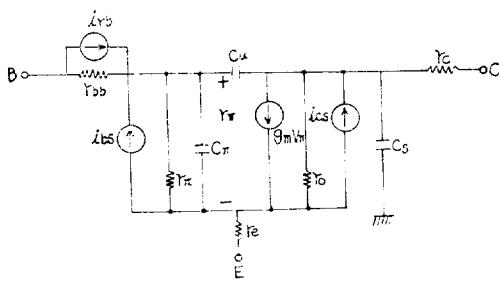


그림 1. 트랜지스터의 雜音모델

Fig. 1. Noise model for bipolar junction transistors

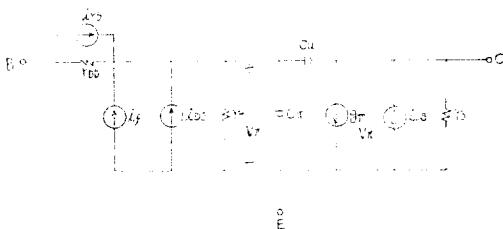


그림 2. 低周波雜音을 包含한 트랜지스터의 雜音 모델

Fig. 2. Noise model of transistor including flicker noise source

線形抵抗의 热雜音等價回路는 [1][2]에 나와 있으며
雜音이 없는 저항 R 과 雜音電流源을 並列로 연결한 것
이다. 잡음전류원은

$$i_f = (4kTGAf)^{1/2} \quad (1)$$

이다. i_f 의 값은 實効值이며 k 는 Boltzmann 상수, T 는 絶對溫度, G 는 콘덕턴스, Af 는 雜音帶域幅이다.

그림 2에서

$$i_{rb} = \left(4kT \left(\frac{1}{r_{bb}} \right) Af \right)^{1/2} \quad (2)$$

$$i_{bs} = \left\{ 2q \left(I_c / \beta_{dc} \right) Af \right\}^{1/2} \quad (3)$$

$$i_{ce} = \left(2qI_c Af \right)^{1/2} \quad (4)$$

$$i_f = \left(\frac{2qf_L I'_c Af}{f} \right)^{1/2} \quad (5)$$

이다. 여기서 i_{rb} 는 베이스 스프레딩抵抗의 热雜音이고 i_{bs} 와 i_{ce} 는 각각 베이스 電流와 컬렉터抵抗에 의한 쇼트(shot)雜音이고, i_f 는 低周波雜音이다. 그리고 r_{bb} 는 베이스 스프레딩抵抗, I_c 는 dc 컬렉터電流, β_{dc} 는 DC 利得, I'_c 는 DC 컬렉터電流, I_b 는 베이스電流, q 는 電荷이고 f_L 은 3.7KHz에서 7MHz 사이의 값을 갖는 주파수이며 대체로 雜音限界周波數와 같다고 놓는다. r 은 1과 2사이의 값으로 하고 f 는 周波數이다. 그리고 $r_n = \beta_0/g_m$, $g_m = qI_c/KT$, $c_s = g_m/2\pi f_T$ 이다. 여기서 β_0 는 小信號 電流利得이고 f_T 는 短絡에 미터접지電流利得이 1이 되는 주파수이고 g_m 은 콘덕턴스이다.

雜音電流源은 雜音電壓源으로 바꿀 수 있으며 개개의 雜音電壓源을 加하면

$$V_n = \left\{ \sum_{i=1}^n |V_{ni}|^2 \right\}^{1/2} \quad (6)$$

이 되며 값은 實効值이다.

2개의 雜音電壓波形에서 振幅은 달라도 周波數와位相이 같은 正弦波는 100% 相關이 있으며 이때는 2개電壓의 實効值를 더해주면 된다. 그러나 어느정도 상관이 있으면 波形의 合은

$$V_n^2 = V_{n1}^2 + V_{n2}^2 + 2\rho V_{n1} V_{n2} \quad (7)$$

이 된다. 여기서 ρ 는 相關係數이고 -1과 1사이의 값을 갖는다. 本論文에서는 雜音電壓波形間に 相關이 없다고 假定하였다.

從來의 解析方法을 따르면 R 개의 저항과 D 개의 다이오드 T 개의 트랜지스터 F 개의 FET가 있으면 $R+2D+3T+F$ 번의 해석이 必要하며 이 解析의 結果를 전부 合算하여야 최종적인 解를 얻을 수 있다. 簡單한 回路에 대해서는 이 방법을 쓸 수 있으나 復雜한 回路에 대해서는 時間과 經費가 들므로 Tellegen의 정리를 이용한 計算法으로 雜音解析을 하는 프로그램을 開發했다. 즉同一한 그래프를 갖는 서로 inter reciprocal한 adjoint 회로망 N 과 \hat{N} 에서

$$\sum_{b=1}^{Nb} \hat{V}_b I_b = 0 \quad \text{a)}$$

$$\sum_{b=1}^{Nb} V_b \hat{I}_b = 0 \quad \text{(8-b)}$$

이 성립한다.^{2,3)} 여기서 Nb 는 가지數이고 V_b , I_b 는 회로망 N 의 가지 電壓 및 電流, \hat{V}_b , \hat{I}_b 는 回路網 \hat{N} 의 가지 電壓 및 電流이다. 텔리건의 定理는 回路網이 時變 및 非線形素子와 獨立電源과 縱續電源을 包含해도 成立한다. 식 (8)에서

$$\sum_{b=1}^{Nb} (V_b \hat{I}_b - \hat{V}_b I_b) = 0 \quad (9)$$

이 되고 식 (9)에서 interreciprocity 때문에 내부가지변수는 없어지고 port 變數만 남게된다.

$$\sum_{p=1}^{Np} (V_p \hat{I}_p - \hat{V}_p I_p) = 0 \quad (10)$$

지금 雜音電流源이 있는 port를 J , 出力 port를 K 라 할 때 텔리건의 定理를 적용하면

$$V_J \hat{I}_J - \hat{V}_J I_J + V_K \hat{I}_K - \hat{V}_K I_K = 0 \quad (11)$$

이로 $I_k = 0$, $\hat{I}_j = 0$ 이므로

$$V_k = \frac{\hat{V}_J}{\hat{I}_k} I_k \quad (12)$$

가 된다.

adjoint 회로망에서 $\hat{I}_k = 1e^{i\theta}$ 라 할 때 port J 의 複素電壓이 傳達임피던스(transimpedance)가 된다. 따라

서 이 임피던스를 Z_k 라 하면 出力雜音電壓의 크기는
 $V_k = |Z_k I_k| \quad (k=1, 2, \dots)$ (13)

이 된다. 여기서 I_k 는 k 번째의 雜音獨立電流源의 크기이다. 그러므로 전체 출력잡음은

$$V_n = \left\{ \sum_{k=1}^n |Z_k I_k|^2 \right\}^{1/2} \quad (14)$$

이 된다. 電源抵抗 R_s 의 雜音과 雜音出力로부터 雜音指數 NF 를 求하면

$$NF = 20 \log \frac{V_n}{V(1)} [\text{DB}] \quad (15)$$

이 된다. 여기서 $V(1)$ 은 R_s 가 있는 가지의 雜音電壓이다.

上述한 것을 綜合하여 回路의 雜音解析을 다음과 같이 한다.

- ① 回路의 雜音等價回路에 대한 adjoint 回路網을 구한다.
- ② adjoint 回路網의 가지어드미턴스 매트릭스를 $\hat{Y}_n(jw)$, 接續行列을 A , 노드전압벡터를 E 라 하고, 電流원벡터 J_n 의 出力側 가지에 해당하는 要素에 1을 놓고 \hat{V} 를 구한다.

$$\hat{Y}_n = A\hat{Y}_b A^T$$

$$I_n = A\hat{Y}_b V_n - A\hat{J}_n$$

$$\hat{E} = \hat{Y}_n^{-1} \hat{I}_n$$

$$\hat{V} = A^T \hat{E}$$

여기서 \hat{Y}_b 는 노드어드미턴스 매트릭스이고 I_n 는 電流원벡터이다.

- ③ \hat{V} 를 전달임피던스 Z_k 라 놓고 $V(k) = |Z_k I_k|$ 를 구한다.

- ④ 電源抵抗의 热雜音과 全出力雜音을 구하여 雜音指數를 計算한다.

3. 演算增幅器의 雜音解析

演算增幅器의 雜音解析을 2節에서 論한 方法으로 할

수 있으나 2節의 方法을 利用하려면 演算增幅器 内部回路의 各 素子值를 전부 알아야 한다. 이 일은 그리 쉽지가 않다. 그러나 연산증폭기의 雜音特性은 대개 製造會社別로 나와 있으므로 演算增幅器가 包含된 回路는 위의 方法을 이용하지 않고 雜音電力 스펙트럼密度를 求하는 것이 훨씬 간편하다. 그림 3은 演算增幅器가 縱續으로 接續되어 있는一般的인 回路이다. 雜音解析을 위하여 그림 3과 같이 雜音이 陞는 각 소자와 集中雜音源으로 構成한다.

그림 3에서 e_{nr} 는 受動回路網의 등가잡음원이고, e_{na} 는 增幅器의 雜音電壓源, i_{na} 는 증폭기의 雜音電流源이다.

지금 $t_{ij}(s)$ 를 受動傳達函數라고 하면

$$t_{12}(s) = \frac{-y_{12}(s)}{y_{22}(s)} \quad (16)$$

$$t_{32}(s) = -\frac{y_{32}(s)}{y_{22}(s)}$$

이 된다[5]. 여기서 y_{ij} 는 短絡어드미턴스이다.

그림 3에서

$$e_{nr1} = \{4kT R_s \left(\frac{1}{y_{22}} \right) 4f\}^{1/2} \quad (17)$$

이고, 端子 2와 3 사이의 雜音傳達函數는

$$H_1(s) = \frac{V_3(s)}{V_2(s)} = \frac{k_1}{1 - k_1 t_{32}(s)} \quad (18)$$

이 된다. e_{na}^2 를 出力側의 雜音電力 스펙트럼密度라 하면 첫 段의 雜音電力 스펙트럼密度는

$$e_{na1}(f) = \left[e_{na1}^2 + i_{na1}^2 \left| \frac{1}{y_{22}} \right|^2 + 4kT Re \left(\frac{1}{y_{22}} \right) \right] H_1(s)^2 \quad (19)$$

이 된다. 제 2段에 대해서도 같은 方法으로 解析하면

$$e_{nr2} = \{4kT Re \left(\frac{1}{y_{44}} \right) 4f\}^{1/2} \quad (20)$$

이고, 端子 4와 5 사이의 雜音傳達函數는

$$H_2(s) = \frac{V_5(s)}{V_4(s)} = \frac{k_2}{1 - k_2 t_{54}(s)} \quad (21)$$

가 되고 第2段의 雜音電力 스펙트럼密度는

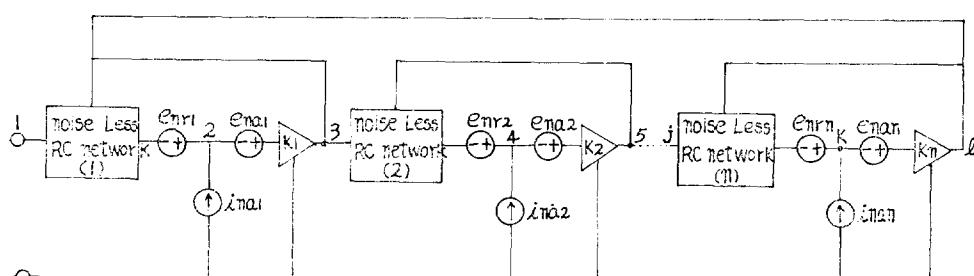


그림 3. 一般的인 縱續回路網의 雜音等價回路

Fig. 3. Noise equivalent circuit of general cascade network

$$\overline{e_{no2}(f)} = \left[\overline{e_{no2}^2} + \overline{i_{no2}^2} \right] \left| \frac{1}{y_{44}} \right|^2 + 4kT \operatorname{Re} \left(\frac{1}{y_{44}} \right) \quad (22)$$

이 된다. 이와 같은 과정을 反復하면 第 n 段에서는

$$e_{nn} = \left\{ 4kT \operatorname{Re} \left(\frac{1}{y_{kk}} \right) \Delta f \right\}^{1/2} \quad (23)$$

$$H_n(s) = \frac{V_i(s)}{V_o(s)} = \frac{k_n}{1 - k_n t_{lk}(s)} \quad (24)$$

$$\overline{e_{no}^2} = \left[\overline{e_{no}^2} + \overline{i_{no}^2} \right] \cdot \left| \frac{1}{y_{kk}} \right|^2 + 4kT R_e \left(\frac{1}{y_{kk}} \right) \quad (25)$$

이 된다. 最終段의 全體 雜音電力 스펙트럼密度를 구하기 위하여 첫 段을 除外한 第 2 段에서 n 段까지의 信號 傳達函數를 求하면

$$T_2(s) = \frac{V_o(s)}{V_3(s)} = \frac{k_2 t_{34}(s)}{1 - k_2 t_{54}(s)} \quad (26)$$

$$\vdots$$

$$T_n(s) = \frac{V_i(s)}{V_o(s)} = \frac{k_n t_{lk}(s)}{1 - k_n t_{lk}(s)} \quad (27)$$

이므로 全體 雜音電力 스펙트럼密度는

$$\begin{aligned} \overline{e_{noT}^2} &= \overline{e_{no1}^2} |T_2(s)|^2 |T_3(s)|^2 \dots |T_n(s)|^2 \\ &+ \overline{e_{no2}^2} |T_3(s)|^2 |T_4(s)|^2 \dots |T_n(s)|^2 \\ &\vdots \\ &+ \overline{e_{no(n-1)}^2} |T_n(s)|^2 \\ &+ \overline{e_{no n}^2} \end{aligned}$$

이 되고 全體 出力雜音電力 $\overline{E_{noT}^2}$ 는

$$\overline{E_{noT}^2} = \int_{f_1}^{f_2} \overline{e_{noT}^2} df$$

가 된다.

4. 雜音解析 結果 및 檢討

a. 2節에서 論議한 算法에 의하여 2段縱續增幅器에 대하여 雜音을 解析한다. 그림 4는 2段 縱續 CE增幅器에 대한 雜音等價回路이고 그림 5는 그림 4의 어드조인트 回路網이다.

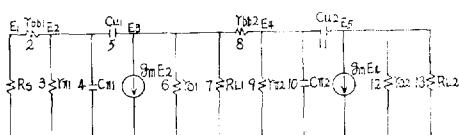


그림 4. 2段縱續 CE增幅器의 雜音等價回路

Fig. 4. Noise equivalent circuit for cascaded amplifier

그림 4에서 雜音源이 있는 가지와 雜音電流源의 値은 다음과 같다.

$$I(1) = (4kT \frac{1}{R_s} \Delta f)^{1/2}$$

$$I(2) = (4kT \frac{1}{r_{bb1}} \Delta f)^{1/2} + \left(\frac{2qf_L I_{B1}}{f} \Delta f \right)^{1/2}$$

$$I(3) = (2q I_{B1} \Delta f)^{1/2}$$

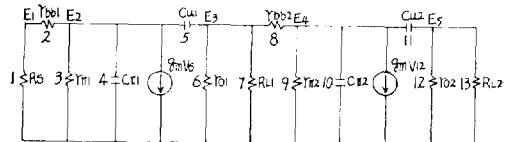


그림 5. 그림 4의 어드조인트 모델

Fig. 5. The adjoint model of Fig. 4.

$$I(4)=0$$

$$I(5)=0$$

$$I(6)=(2q I_{C1} \Delta f)^{1/2}$$

$$I(7)=\left(4kT \frac{1}{R_{L1}} \Delta f\right)^{1/2}$$

$$I(8)=\left(4kT \frac{1}{r_{bb2}} \cdot \Delta f\right)^{1/2} + \left(\frac{2qf_L I_{B2}}{f} \Delta f \right)^{1/2}$$

$$I(9)=(2q I_{C2} \Delta f)^{1/2}$$

$$I(10)=0$$

$$I(11)=0$$

$$I(12)=(2q I_{C2} \Delta f)^{1/2}$$

$$I(13)=\left(4kT \frac{1}{R_{L2}} \Delta f\right)^{1/2}$$

이 다. $J_s(13)=-1$ 로 하고, $f=100\text{KHz}$, $\Delta f=1$, $I_{C1}=I_{C2}=1.3\text{mA}$, $T=300^\circ\text{K}$, $\beta_0=\beta_{dc}=50$, $r=1$ 이고, $f_L=540\text{KHz}$ 로 하였다. 素子值는 $R_s=50\Omega$, $r_{bb1}=r_{bb2}=100\Omega$, $r_{pi}=r_{pz}=1\text{K}$ $C_{z1}=C_{z2}=100\text{PF}$, $C_{ci}=C_{cu}=3\text{PF}$, $r_{oi}=r_{oz}=80\text{K}$, $R_{L1}=R_{L2}=2\text{K}$ 로 하였다. 計算結果는 表 1과 같으며 프로그램은 부록 1에 記載되어 있다.

五 1. 縱續 CE增幅器의 雜音電壓

Table 1. Noise Voltages for the cascaded CE Amplifier

素子	雜音電壓(V/√Hz)
R_s	0.243×10^{-5}
R_{L1}	0.177×10^{-6}
R_{L2}	0.553×10^{-8}
T_{r1}	0.550×110^{-5}
T_{r2}	1.999×10^{-7}
全 雜 音	0.602×10^{-5}
雜音指數(DB)	0.181×10^2

이 회로에서는 T_{r1} 의 雜音이 다소 많다.

b. 그림 6과 같은 等化器回路에 대하여 雜音을 解析하였다. 結果는 表 2와 같다. 本回路의 入力은 Source 抵抗 75Ω 의 r_o mV를 넣어 톤택터電流와 베이스電流를 測定하고 트랜지스터 매뉴얼에서 얻을 수 없었던 파라미터값을 測定하여 求하였다. r_{bb} 와 r_o 의 측정이 상당히 어려웠으며 r_o 는 대개 出力抵抗과 같다고 보았다.

c. 라디오의 低周波增幅段

市中에서 販賣하고 있는 라디오회로의 低周波增幅段

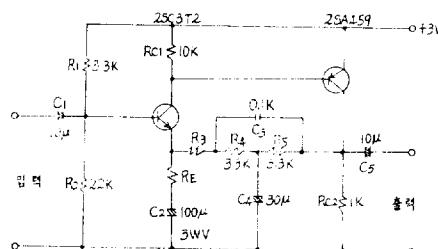


그림 6. 等價器回路

Fig. 6. An equalizer Circuit to analysis noise characteristics

五 2. 等化器의 雜音電壓

Table 2. Noise Voltages for the equalizer circuits

素子	雜音電壓(V/ $\sqrt{\text{Hz}}$)
R_1	0.439×10^{-7}
R_2	0.170×10^{-7}
R_{c1}	0.454×10^{-7}
R_3	0.545×10^{-8}
R_4	0.970×10^{-8}
R_5	0.793×10^{-9}
R_{c2}	0.147×10^{-8}
T_{r1}	0.282×10^{-6}
T_{r2}	0.104×10^{-6}
全 雜 音	0.348×10^{-6}
雜音指數(DB)	20.6

에 대하여 雜音을 解析하였다. 그림 7은 回路圖이다. 結果는 表 3과 같다. 低周波段의 入力으로서는 Source 저항 75Ω 인 27.1mV 를 印加하였고 트랜지스터의 파라미터를 배뉴얼에서 찾을 수 있는 것은 實驗하여 측

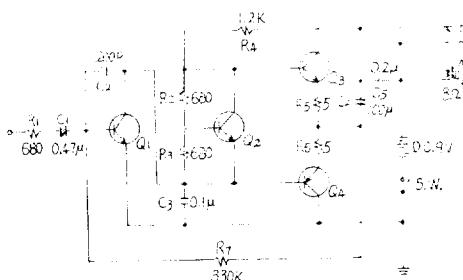


그림 7. 라디오의 低周波回路

Fig. 7. The low frequency amplifier stage of a radio circuit

정했다. 여기서도 r_o 는 出力抵抗과 같다고 했었다.

d. resonator active filter

3節에서 論한 方法에 의하여 그림 8과 같은 resonator active filter에 대한 雜音電力 스펙트럼密度를 求하였다. 附錄 2의 式에 다음 素子值를 代入하여 求한 結果 表 4와 같다.

五 3. 라디오 低周波增幅段回路의 雜音電壓
Table 3. Noise Voltages for the low frequency amplifier stage of a radio circuit

素子	雜音電壓(V/ $\sqrt{\text{Hz}}$)
R_1	0.220×10^{-7}
R_2	0.405×10^{-10}
R_3	0.261×10^{-9}
R_4	0.614×10^{-9}
R_5	0.780×10^{-10}
R_6	0.658×10^{-10}
T_{r1}	0.581×10^{-7}
T_{r2}	1.609×10^{-10}
T_{r3}	1.122×10^{-8}
Speaker	0.306×10^{-9}
全 雜 音	0.639×10^{-7}
雜音指數(DB)	43.4

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 10\text{K}\Omega$$

$$c_1 = c_2 = 318\text{pF}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = 2 \times 10^5$$

$$e_{n11} = e_{n21} = e_{n31} = 10^{-15} \text{ V}^2/\text{Hz}, f = 100\text{Hz}$$

$$i_{n11} = i_{n21} = i_{n31} = 0.8 \times 10^{-24} \text{ A}^2/\text{Hz}, f = 100\text{Hz}$$

$$e_{n12} = e_{n22} = e_{n32} = 0.5 \times 10^{-16} \text{ V}^2/\text{Hz}, f = 100\text{kHz}$$

$$i_{n12} = i_{n22} = i_{n32} = 0.5 \times 10^{-25} \text{ A}^2/\text{Hz}, f = 100\text{kHz}$$

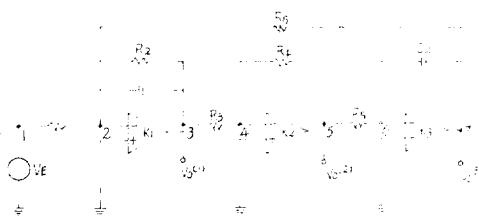


그림 8. Resonator 能動濾波器

Fig. 8. A Resonator active filter

五 4. resonator 能動濾器의 잡음전력 스펙트럼 밀도

Table 4. Noise power spectrum density for a resonator active filter

雜音電力 密度(V ² /Hz)	周波數(Hz)	100	100,000
e_{n11}^2	$18,778 \times 10^{-15}$	$6,570 \times 10^{-16}$	
e_{n21}^2	$8,117 \times 10^{-15}$	$2,061 \times 10^{-16}$	
e_{n31}^2	$21,665 \times 10^{-15}$	$6,390 \times 10^{-17}$	
e_{n12}^2	$28,388 \times 10^{-15}$	$2,797 \times 10^{-16}$	

5. 結論

Tellegen의 定理를 이용하여 flicker 잡음을 포함한 雜音解析 프로그램을 開發하였고 오디오回路에 적용하

여 雜音電壓과 雜音指數를 求하였다.

演算增幅器의 잡음전력스펙트럼밀도를 求하는 算法을 提示하고 resonator 등동필터회로에 適用한 結果를 發하였다.

프로그램과 算法은 오디오回路의 雜音解析 뿐만아니라一般的인 回路의 雜音解析에도 적용할 수 있으며低雜音回路設置時에 利用할 수 있다.

謝 意

본 연구는 1980년도 文教部 研究 助成費로 이루어졌으며 本研究를 支援해 주신 文教部와 學校當局에 感謝하는 바이다.

參 考 文 獻

1. C.D. Motchenbacher and F.C. Fitchen, Low noise electronic Design. John Wiley & Sons Inc.
2. Rohrer, R., L. Nagel, R. Meyer and L. Weber, "Computationaly Efficient Electronic Circuit Noise Caculation." IEEE J. Solid State Circuits, SC-6, 4. August 1971.
3. P. Penfield Jr., R. Spence and S. Duinker, A Generalized Form of Tellegen's Theorem, IEEE Trans Circuit Theory, Vol. CT-17, No. 3 August 1970.
4. J.L. Plumb and E.R. Chenette, Flicker Noise in Transistors, IEEE Trans Electron Devices ED-10, 5 Sept. 1963.
5. H.J. Bädler and W. Guggenbühl, Noise and Sensitivity Optimization of a Single Amplifier Biquad, IEEE Trans Circuits and Systems Vol. CAS-26, No. 1 Jan. 1979.
6. C.A. Desoer and E.S. Kuh, Basic Circuit Theory, New York McGraw-Hill, 1969.

〈附錄 1〉 省略함

〈附錄 2〉

그림 8과 같이 노드를 정했을 때

$$\begin{aligned} Y_{22} &= \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=0, V_3=0, V_7=0} \\ &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + SC_1 \\ &= \frac{R_1 R_2 + R_1 R_6 + R_2 R_6 + SR_1 R_2 R_6 C_1}{R_1 R_2 R_6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{12} &= \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=0, V_7=0} \\ &= -\frac{1}{R_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{23} &= \frac{I_2}{V_3} \Big|_{V_1=0, V_2=0, V_7=0} \\ &= -\left(\frac{1}{R_2} + SC_1\right) = -\frac{(1+SR_2C_1)}{R_2} \\ Y_{34} &= \frac{I_3}{V_4} \Big|_{V_3=0, V_5=0} \\ &= -\frac{1}{R_3} \\ Y_{44} &= \frac{I_4}{V_4} \Big|_{V_3=0, V_5=0} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_3+R_4}{R_3 R_4} \\ Y_{45} &= \frac{I_4}{V_5} \Big|_{V_4=0} = -\frac{1}{R_4} \\ Y_{56} &= \frac{I_5}{V_6} \Big|_{V_5=0, V_7=0} = -\frac{1}{R_5} \\ Y_{66} &= \frac{I_6}{V_6} \Big|_{V_5=0, V_7=0} = \frac{1}{R_5} + sC_2 = \frac{1+sC_2 R_5}{R_5} \\ Y_{67} &= \frac{I_6}{V_7} \Big|_{V_5=0, V_2=0, V_6=0} = -sC_2 \\ t_{32}(s) &= \frac{-y_{23}(s)}{y_{22}(s)} = \frac{+R_1 R_6 (1+SR_2 C_1)}{R_1 R_2 + R_1 R_6 + R_2 R_6 + SR_1 R_2 R_6 C_1} \\ H_1(s) &= \frac{k}{1-k t_{32}(s)} \\ &= \frac{\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_6 C_1}}{\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_6 C_1} + \frac{1-k}{R_1 C_1}} \\ t_{34}(s) &= \frac{-y_{34}(s)}{y_{44}(s)} = \frac{R_4}{R_3+R_4} \\ t_{54}(s) &= \frac{-y_{45}(s)}{y_{44}(s)} = \frac{R_3}{R_3+R_4} \\ T_2(s) &= \frac{V_5(s)}{V_3(s)} = \frac{k_2 t_{34}(s)}{1-k_2 t_{54}(s)} = \frac{k_2 R_4}{R_4+R_3(1-k_2)} \\ H_2(s) &= \frac{V_5(s)}{V_4(s)} = \frac{k_2}{1-k_2 t_{54}(s)} = \frac{k_2(R_3+R_4)}{R_4+R_3(1-k_2)} \\ t_{76}(s) &= \frac{-y_{67}(s)}{y_{66}(s)} = \frac{s}{s+\frac{1}{R_5 C_2}} \\ t_{56}(s) &= \frac{y_{56}(s)}{y_{66}(s)} = \frac{1}{R_5 C_2 \left(s + \frac{1}{R_5 C_2} \right)} \\ T_3(s) &= \frac{V_7(s)}{V_6(s)} = \frac{k_3 t_{56}(s)}{1-k_3 t_{76}(s)} = \frac{k_3}{(1-k_3) R_5 C_2} \\ &\quad \frac{1}{s + \frac{1}{R_5 C_2 (1-k_3)}} \\ H_3(s) &= \frac{V_7(s)}{V_6(s)} = \frac{k_3}{1-k_3 t_{76}(s)} \\ &= \frac{k_3 \left(s + \frac{1}{R_5 C_2} \right)}{(1-k_3) \left\{ s + \frac{1}{(1-k_3) R_5 C_2} \right\}} \\ \overline{e_{no2}}^2 &= \left[\overline{e_{no3}^2} + \overline{i_{no3}^2} \right] \left| \frac{1}{y_{66}} \right|^2 + 4kT Re \left(\frac{1}{y_{66}} \right) \\ &\quad |H_3(s)|^2 \\ \overline{e_{no1}}^2 &= \overline{e_{no1}^2} \left| T_2(s) \right|^2 \left| T_3(s) \right|^2 \\ &\quad + \overline{e_{no2}^2} \left| T_3(s) \right|^2 \\ &\quad + \overline{e_{no3}^2} \end{aligned}$$