
 論 文

大韓造船學會誌
 第17卷 第3號 1980年 9月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 17, No. 3, Sept. 1980

揚力線 理論에 의한 推進器 初期設計에 대하여

李震泰* · 金在瑾* · 李昶燮**

On the Preliminary Design of Marine Propellers by Lifting Line Theory

Jin Tae Lee*, Zae Geun Kim*, Chang-Sup Lee**

Abstract

A basic procedure to design marine propellers by a curved lifting line theory was shown. By adapting discrete singularity method, it became possible to take into account of skew, rake and the contraction of slip stream in the early stage of preliminary design procedure. It is also shown that lifting line theory based on the discrete singularity method converges to a common solution obtained by induction factor method with a relatively small number of discrete elements. Lifting surface design with the result from lifting line calculation makes it possible to determine the blade geometry more accurately on the basis of hydrodynamic principles.

A number of numerical results from lifting line calculation are presented for the purpose of comparison with the previous method, and with these results two sample designs are carried out, which are wake-adapted optimum and wake-adapted non-optimum propellers.

기 호 설 명

 $C_p = \text{power coefficient} \left(\frac{2\pi n Q}{\frac{1}{2} \rho V_s^3 \pi R^2} \right)$
 $C_T = \text{thrust coefficient} \left(\frac{T}{\frac{1}{2} \rho V_s^2 \pi R^2} \right)$
 $D = \text{항력}$
 $K_{ij} = \text{식 (7)로 정의되는 단위 크기의 horseshoe vortex 에 의한 induced velocity의 influence coefficient.}$
 $G(r) = \text{무차원 vortex strength} \left(\frac{\Gamma(r)}{\pi D V_s} \right)$
 $L = \text{양력}$
 $l(r) = \text{chord 길이}$
 $M = \text{bound vortex 분할갯수}$
 $N_T = \text{trailing vortex 분할갯수}$
 $P^i = \text{hydrodynamic pitch}$
 $P = \text{bound vortex의 Fourier series 항수}$
 $R = \text{propeller 반경}$
 $r_H = \text{hub 반경}$
 $u^a, r^r, t = \text{induced velocity component. 각각 axial, radial, tangential 방향의 속도성분을 나타낸다.}$
 $V_A(r) = \text{advance speed of propeller, } (V_s(1-w(r)))$
 $V^i = \text{inflow velocity}$
 $V_s = \text{선속}$
 $w(r) = \text{wake fraction} \left(\frac{V_s - V_A(r)}{V_s} \right)$
 $w_0 = \text{mean wake fraction}$
 $Z = \text{날개 수}$
 $x_m = \text{rake}$
 $\theta_m = \text{skew}$

接受日字: 1980年 8月 4日

* 正會員: 서울大學校 工科大學

** 正會員: 韓國船舶研究所

δ_k =angular coordinate of kth blade $\left(\frac{2\pi(k-1)}{Z}\right)$

λ_s =advance coefficient based on ship speed

$$\left(\frac{V_s}{2\pi nR}\right)$$

$\lambda_s(r)$ =advance coefficient based on advance speed of propeller,

$$\left(\frac{V_A(r)}{2\pi nR}\right) = \lambda_s(1-w(r))$$

$\lambda_i(r)$ =hydrodynamic advance coefficient $(r \tan\beta_i(r))$

Superscript

a, r, t, n : 각각 axial, radial, tangential, normal 방향을 표시함.

b, t : 각각 bound vortex, trailing vortex를 표시함.

Subscript

i : control point index

j : horseshoe index

k : blade index

m : Fourier coefficient index

n : trailing vortex의 분할점을 나타내는 index

1. 서 언

선박용 추진기는 축계를 통하여 전달되는 전달마력(DHP; Delivered Horse Power)을 선박을 추진시키는 데 필요한 추진마력(THP; Thrust Horse Power)으로 변환시키는 장치라고 생각할 수 있다. 추진기의 설계는 그림 1에서 보는 바와 같이 cavitation, 진동, 구조 문제 등의 제한조건을 만족하면서 축계를 통하여 전달되는 전달마력을 충분히 흡수하거나 요구되는 추진마력을 만족하면서 최대효율(η_0)을 갖는 추진기의 형상을 결정하는 과정이다.

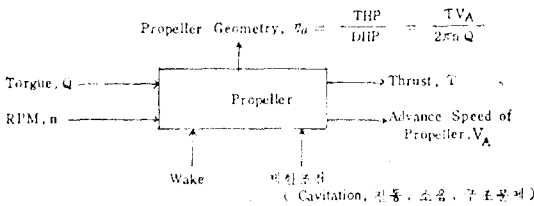


Fig. 1. Block diagram of propeller

추진기 설계방법으로 오래전부터 체계적인 추진기의 모형실험에 의한 방법이 사용되어 왔다. 그러나 불균일 반류중의 성능, cavitation, 진동, 소음 등을 고려한 추진기 설계는 series data에만 의존하여서는 좋은 결과를 기대하기 어렵다. 한편 유체역학적 이론에 입

각한 추진기 설계는 선체, appendage, rudder, 자유류면 등의 복잡한 추진기 주위의 영향을 모두 고려할 수 없고 따라서 여러가지 가정하에서 이상화된 문제를 풀어야 한다.

유체역학적 이론에 입각한 추진기 설계법의 발달과정을 살펴보면 1952년 Lerbs[1]가 양력선이론에 의한 설계법을 발표한 이후 Eckhardt와 Morgan[3] 및 Kerwin과 Leopold[4] 등에 의하여 실제추진기 설계기법이 발달되고 양력면이론에 의한 설계법[5]이 개발되어 보다 정확한 설계를 수행할 수 있게 되었다. 추진기 설계에서 가장 중요시되고 어려움을 내포한 trailing vortex 및 날개에 의한 induced velocity를 구하는 방법으로는 Goldstein 함수를 이용한 approximate method[3], Lerbs의 induction factor method[1] 및 discrete singularity method[2]가 있다. Approximate method는 원칙적으로 hub가 없고 normality condition이 성립하는 optimum propeller에 대한 계산에만 적용할 수 있고, induction factor method는 trailing vortex가 약간 수축되거나 skew 혹은 rake가 있는 propeller에서는 사용할 수 없다는 결점이 있다. 이에 반하여 discrete singularity method는 skew 및 rake의 영향은 물론 wake model을 적절히 조정함으로써 heavily loaded propeller의 계산에도 사용할 수 있다.

최근 propeller에 의한 unsteady force는 skew에 의하여 상당히 감소될 수 있다는 사실이 확인된 후 skewed propeller가 널리 쓰이게 되었다.

본 논문에서는 초기 설계단계에서 skew 및 rake의 영향을 살펴볼 수 있는 양력선이론이 필요함에 따라 discrete singularity method를 채택하였다.

양력선이론에 의한 결과를 실제 propeller의 설계에 이용하려면 3차원 효과 및 두께의 영향을 고려하여 camber 및 pitch를 결정하여야 한다. Eckhardt와 Morgan은 camber 및 pitch에 대한 correction factor를 사용하여 3차원 효과를 고려하였으나 이러한 수정치는 특정한 날개 수나 날개모양에 대하여 적용할 수 있는 것으로 이론적인 배경보다는 경험과 자료에 의존하여 결정하여야 한다는 결점이 있다. 이에 반하여 3차원 효과 및 두께의 영향을 고려한 양력면이론에 의한 설계법은 유체역학적 이론에 입각하여 camber 및 pitch의 크기를 결정하여 보다 정확한 설계를 가능하게 하였다.

본 논문에서는 discrete singularity method에 의한 양력선이론의 기본이론과 응용 및 양력면이론에 의한 결과를 이용하여 양력면이론에 의한 추진기를 설계함

으로써 유체역학적 이론에 입각한 추진기설계문제에 대한 기본적인 방법을 제시하였다.

2. 양력선이론에 대한 기본이론

2.1 가 정

Propeller주위의 유체의 흐름을 살펴보면 날개 앞면과 뒷면에서의 유속의 차이에 기인한 압력차에 의하여 양력이 발생하게 되는 것을 알 수 있다. 이러한 유속의 차이는 수학적으로 vortex를 propeller날개에 분포함으로써 표시할 수 있다. 그러나 propeller주위의 유동현상은 매우 복잡하여 더러가지 가정에서 이상화된 model로 치환된 propeller에서의 문제를 푸는 것이 상례이다.

Propeller 및 그 주위의 유동현상을 이상화하기 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) Propeller의 날개를 circulation strength $\Gamma(r)$ 의 분포를 갖는 양력선으로 표시한다.
- 2) Propeller 주위의 유체는 이상유체라 한다.
- 3) 날개 단면은 camber 크기가 작고 두께가 얇다고 가정하여 선형날개이론을 사용한다.

또 moderately loaded propeller에서는 후부 slip stream의 수축을 무시한다.

4) Kelvin의 circulation 보존 법칙이 성립한다. 즉 r 과 $r+dr$ 사이의 후부 trailing vortex의 크기는 $\frac{\partial \Gamma(r)}{\partial r} \cdot dr$ 이 된다.

5) Propeller 앞에 위치한 선체에 의한 영향은 axial average velocity $V_A(r)$ 에 의하고 wake는

$$w(r) = \frac{V_S - V_A(r)}{V_S} \quad (1)$$

로 정의한다.

Mean radial 및 tangential velocity는 없다고 생각하고 자유표면에 의한 영향을 무시한다.

6) Hub에 대한 표현은 무한 길이의 원통으로 생각하여 hub 내에 image vortex를 분포할 수 있으나 image vortex에 의한 영향은 tip 부근에서는 작고, 하중의 증가가 있는 hub 근처에서는 점성에 의한 양력 손실이 큰 부분이므로 두 영향이 서로 상쇄한다고 가정한다. 본 논문에서는 hub를 이상화한 model에서 제외한다.

이상과 같은 가정하에서 양력선과 그에 따른 trailing vortex sheet로 이상화된 propeller는 그림 2와 같이 표시할 수 있다.

Trailing vortex는 advance speed(V_A), rotation speed(ωr) 및 induced velocity component(u^r, u^t)에 의하여 결정되는 helical surface를 따라 방출된다. 2·3절

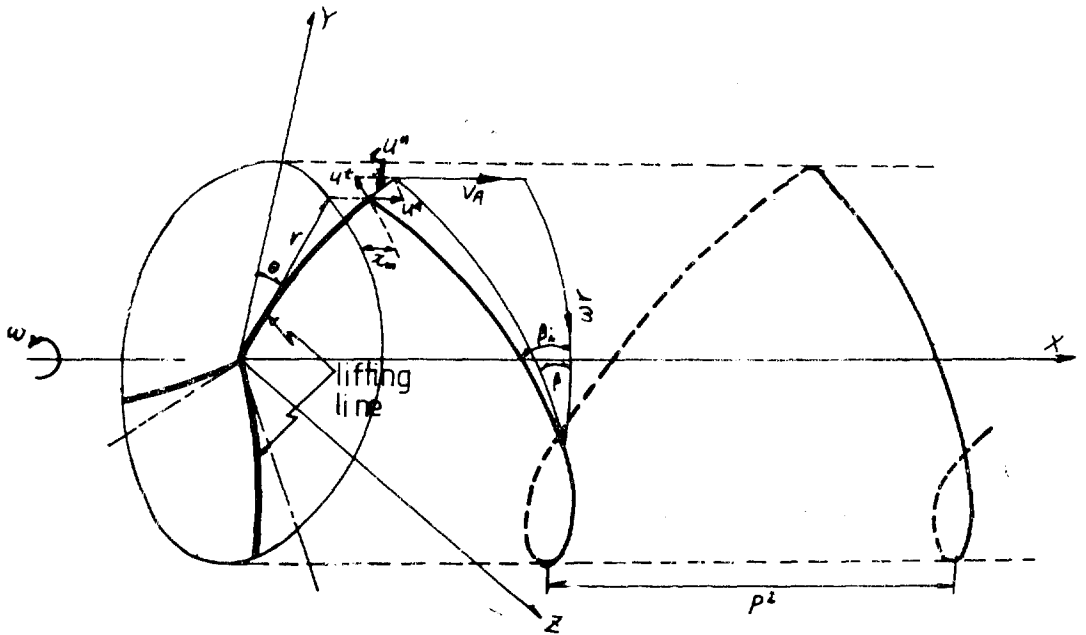


Fig. 2. Perspective view of lifting line propeller

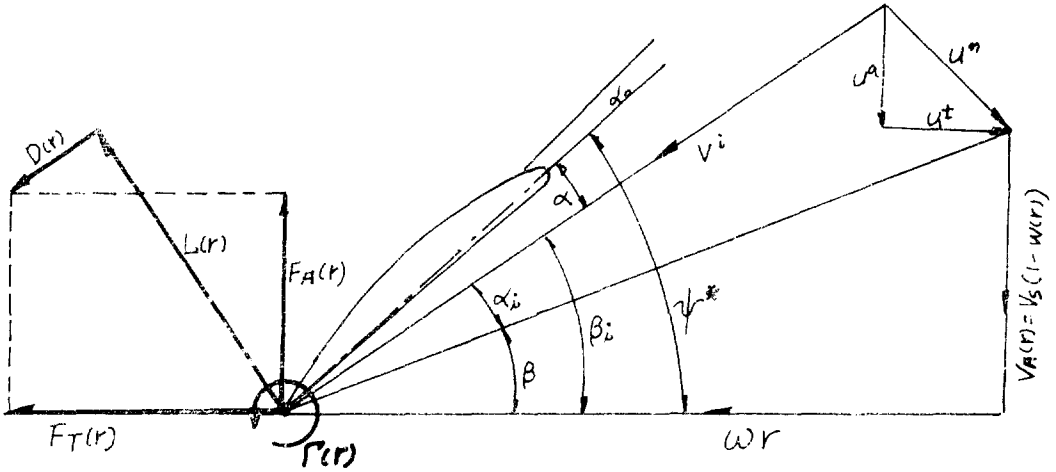


Fig. 3. Approach flow and force diagram

의 방법에 의하여 양력선과 trailing vortex sheet에 의한 induced velocity component u^a, u^t 를 구하면 그림 3의 velocity diagram에서 보는 바와 같이 helical surface의 기울기 $\tan \beta_i(r)$ 은

$$\tan \beta_i(r) = \frac{V_A(r) + u^a(r)}{2\pi nr + u^t(r)} \quad (2)$$

이 되고, 다시 trailing vortex sheet의 형상은 induced velocity 및 circulation $\Gamma(r)$ 과 상호상관관계를 갖고 propeller의 특성을 결정지어 준다.

2.2 분할법

양력선과 Kelvin theorem을 만족하는 trailing vortex sheet로 구성된 vortex system을 해석하는 방법으로 bound vortex 및 trailing vortex를 미소요소로 분할하여 각 요소들에 의한 induced velocity를 구하여 설계문제에 응용하는 discrete singularity method를 사용한다.

Continuous strength를 갖는 bound circulation $\Gamma(r)$ 을 discrete vortex로 치환하면 trailing helical vortex sheet는 helical vortex line의 합으로 나타난다. Bound vortex 및 trailing vortex line을 무한개의 discrete vortex로 표시한다면 원칙적으로 continuous vortex system를 나타낼 수 있으나 이는 효율적이 못되고, 적은 수의 element로 설계목적에 적합한 정도를 주는 여러가지 분할방법을 검토하였다.

몇가지 분할방법에 의한 수렴조사는 부록 2에 자세히 수록되었으며, 수치실험의 결과로써 bound circula-

tion은 cosine spacing으로, trailing vortex는 2° unequal angular spacing으로 분할하는 것이 가장 좋은 수렴을 주고 있음을 알고 있으며, $M=8$ 로 분할된 bound circulation cosine spacing에서 충분히 수렴하는 것을 보이고 있다.

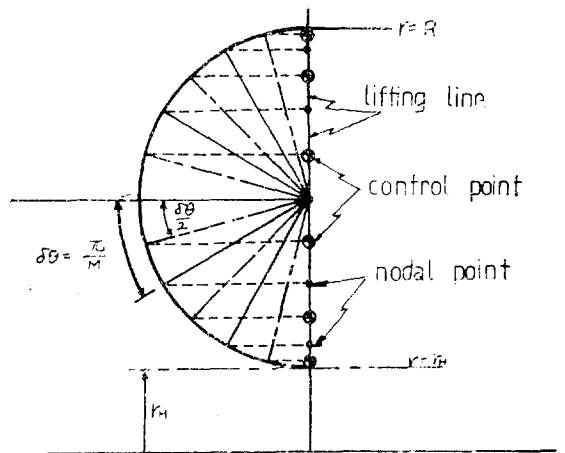


Fig. 4. Vortex line and control point arrangement for bound circulation cosine spacing with $M=6$

칙에 의하여

$$\left(\frac{u^{2,r,t}}{V_s}\right)_{ij} = \frac{\Gamma_j}{4\pi V_s} \int_{C(\xi_j)} \frac{d\xi_j \times \vec{d}}{|\vec{d}|^3} = G_j \int_{C(\xi_j)} \frac{\frac{d\xi_j}{R} \times \frac{\vec{d}}{R}}{2 \left|\frac{\vec{d}}{R}\right|^3} \equiv K_{ij}^{2,r,t} \cdot G_j \quad (6)$$

이 된다. 여기서 influence coefficient [K]는

$$K_{ij}^{2,r,t} \equiv \int_{C(\xi_j)} \frac{\frac{d\xi_j}{R} \times \frac{\vec{d}}{R}}{2 \left|\frac{\vec{d}}{R}\right|^3} \quad (7)$$

$C(\xi_j)$ 는 j 번째 horseshoe를 따라 움직이는 vortex line, \vec{d} 는 곡선 C로부터 control point까지의 거리를 표시하는 벡터를 나타낸다.

Bound vortex의 크기를 P개의 Fourier series의 합으로 표시하면

$$G_j = \sum_{m=1}^P GM_m \sin(m \varphi_j) \quad (8)$$

$$\text{여기서 } \varphi_j = \sin^{-1} \left[\frac{\frac{2r_j}{R} - \frac{r_H}{R} - 1}{1 - \frac{r_H}{R}} \right] \quad (9)$$

식 (6)에 대입하면 axial, radial, tangential 방향의 induced velocity component는

$$\begin{aligned} \frac{u_i^a}{V_s} &= \sum_{j=1}^M \sum_{m=1}^P K_{ij}^{a,r,t} \cdot GM_m \cdot \sin(m \cdot \varphi_j) \\ \frac{u_i^r}{V_s} &= \sum_{j=1}^M \sum_{m=1}^P K_{ij}^{r,r,t} \cdot GM_m \cdot \sin(m \cdot \varphi_j) \\ \frac{u_i^t}{V_s} &= \sum_{j=1}^M \sum_{m=1}^P K_{ij}^{t,r,t} \cdot GM_m \cdot \sin(m \cdot \varphi_j) \end{aligned} \quad (10)$$

로 표시할 수 있다.

Table 1. Angular intervals of discretized trailing vortices

φ_j	$1 - 15^\circ$	$15 - 30^\circ$	$30 - 45^\circ$	$45 - 60^\circ$	$60 - 90^\circ$
$\delta\theta_{ij}$	15°	15°	15°	15°	30°
Ψ_{ij}	$15^\circ - 30^\circ$	$- 30^\circ$	$- 30^\circ$	$- 60^\circ$	$- 90^\circ$

3. Formulation of problems

2장에서 논의된 양력선으로 표시된 vortex system을 이용하여 실제 추진기 설계에 응용하기로 한다.

추진기 설계과정은 우선, 군합에서는 최대속력, 상

선에서는 추항속력 등과 같은 설계점을 결정하여야 한다.

설계점이 결정되면 propeller 직경(D), 날개수(Z), 기관의 특성, 반류, 추정지항 등의 design data를 결정하여야 한다.

본 논문에서는 skew 및 rake의 영향을 초기설계단계에서 고려할 수 있으므로 진동문제를 고려하여 그것의 크기를 결정한다.

Cavitation이나 진동 등의 제한조건을 고려하지 않고 최대효율을 얻기 위해서는 Lerbs' criterion을 만족하는 optimum propeller을 설계할 수 있다. 그러나 최근의 경향은 propeller의 효율이 약간 감소하더라도 tip에서 cavitation을 감소시킬 수 있는 non-optimum propeller을 설계하려는 추세이다. 본장에서는 optimum 및 non-optimum propeller의 설계문제를 discrete singularity method에 의하여 수행하는 과정을 주어진 조건에 따라 표 2와 같이 분류하여 설명하였다.

편의를 위하여 다음과 같은 무차원량을 정의한다.

$$G(r) = \text{nondimensional circulation} \left(\frac{\Gamma(r)}{2\pi R V_s} \right) \quad (11)$$

$\lambda_s = \text{advance coeff based on ship speed}$

$$\left(\frac{V_s}{2\pi n R} \right) \quad (12)$$

$\lambda_x(r) = \text{advance coeff. based on propeller advance}$

$$\text{speed} \left(\frac{V A(r)}{2\pi n R} = \lambda_s (1 - w(r)) \right) \quad (13)$$

$\lambda_i(r) = \text{hydrodynamic advance coeff.}$

$$\lambda_i(r) \left(\frac{r}{R} \tan \beta_i(r) = \frac{P_i(r)}{\pi D} \right) \quad (14)$$

Table 2. Types of problems

	Problem	Given	Design
propeller	a)	$G(r), \lambda_s, w(r), \lambda_i(r)$	$D(r), \varphi_p, \beta_i, \eta_0$
design	b)	φ_p or β_i	η_0
propeller	c)	$\lambda_s, \eta_0, \lambda_x, w(r), P(r)$	$D(r), \lambda_i(r), \varphi_p$ or β_i
design	d)	φ_p or β_i	φ_p, η_0

3.1 Optimum propeller

Cavitation, 진동등의 제한조건을 고려하지 않고 최대효율을 구하기 위한 양력선이론에서의 optimum propeller는 Lerbs' criterion[1]을 만족하여야 한다.

$$\text{즉 } \frac{\lambda_x}{\lambda_i} = \frac{\tan \beta}{\tan \beta_i} = \eta_0 \sqrt{\frac{1-w(r)}{1-w_0}} \quad (15)$$

여기서 η_0 는 propeller 단독효율, $w_0 = \frac{2 \int w(r) \cdot r dr}{R^2 - r_H^2}$ 로

정의되는 mean wake fraction이다.

단약 $w(r)=0$ 인 free-running optimum propeller의 경우에는 $\frac{\lambda_x}{\lambda_i} = \eta_0$ 인 Betz condition을 만족하게 되고 trailing vortex sheet는 일정한 pitch를 갖는 regular helical shape이 되어 $u^a \tan \beta_i = u^t$ 가 되는 normality condition을 성립하게 된다.

Problem A):

Given	$Z, r_H, \lambda_s, w(r), \lambda_i$
Determine	optimum circulation $G(r),$ C_D, C_P, η_0

실제 설계에는 $\lambda_i(r)$ 이 주어지는 경우는 없으나 이후에 전개될 수치방법을 사용하는 모든 문제를 해석하는 기초적인 문제가 되므로 본 문제를 먼저 다루기로 한다.

그림 3으로 부터 $\tan \beta_i(r) = \frac{V_A + u^a}{w r + u^t}$ 에 식 (13)와 식 (14)를 대입하여 정리하면

$$\frac{u^a}{V_s} - \frac{\lambda_i}{r/R} \frac{u^t}{V_s} = \frac{\lambda_i - \lambda_x}{\lambda_s} \quad (16)$$

induced velocity에 대한 식(10)을 대입하면

$$\begin{aligned} \sum_{m=i}^P GM_m \sum_{j=1}^M \left[K_{ij}^a \sin(m\varphi_j) - \frac{\lambda_i}{r/R} K_{ij}^t \sin(m\varphi_j) \right] \\ = \frac{\lambda_i - \lambda_x}{\lambda_s} \end{aligned} \quad (17)$$

Hydrodynamic advance coefficient $\lambda_i(r)$ 이 주어지 있으므로 helical vortex sheet의 형상 및 influence coefficient $[K]$ 를 구할 수 있다.

P 개의 Fourier series의 합으로 표시한 $G(r)$ 을 M 개의 control point에 적용하기 위하여 $P=M$ 이라 하면 식 (17)은 Fourier coefficient GM 에 대한 연립방정식 $\underline{Ax} = \underline{b}$ 의 모양이 되어 쉽게 GM_m 을 구할 수 있다. Fourier coefficient GM_m 을 구하면 식(6), (8)에 의하여 $G(r), u^a/V_s, u^t/V_s$ 를 구할 수 있어 Kutta-Joukowski의 법칙에 의하여 propeller에 작용하는 힘을 구할 수 있다.

부록 3에서 보인 바와같이 skew, rake 및 각 단면의 2차원 항력계수 $(C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho V_s^2 l})$ 를 생각하여 집성의 영향을 고려한 C_T, C_P 및 η_0 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{T}{\frac{1}{2} \rho V_s^2 x R^2} \\ &= 4Z \int_{r_H}^R \left\{ G(r) \left(\frac{r/R}{\lambda_s} + \frac{u^t}{V_s} \right) - \frac{C_D \cdot l/R}{4\pi \sin^2 \beta_i} \right\} \frac{dr}{R} \end{aligned}$$

$$- 4Z \int_{\theta_m^{i+1}}^{\theta_m^{i+2}} G(r) \cdot \frac{u^t}{V_s} \cdot \frac{r}{R} d\theta \quad (18)$$

$$\begin{aligned} C_P &= \frac{2\pi n Q}{\frac{1}{2} \rho V_s^3 \pi R^2} = \frac{4Z}{\lambda_s} \int_{r_H}^R \left\{ G(r) \cdot \frac{r}{R} \left(1 + \frac{u^a}{V_s} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{C_D \cdot \frac{l}{R} \cdot \frac{r}{R} \cdot \cos \beta_i}{4\pi \sin^2 \beta_i} \right\} \frac{dr}{R} \\ &\quad - \frac{4Z}{\lambda_s} \int_{\theta_m^{i+1}}^{\theta_m^{i+2}} G(r) \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{u^t}{V_s} \cdot \frac{dr}{R} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\eta_0 = \frac{\int [1-w(r)] dC_T}{C_P} \quad (20)$$

Problem B):

Given	$Z, r_H, \lambda_s, w(r), C_P$ or C_T
Determine	optimum circulation $G(r),$ $\lambda_i(r), C_T$ or C_P, η_0

앞의 문제 A)와는 달리 $\lambda_i(r)$ 대신에 loading coefficient C_T 혹은 C_P 가 주어지므로 $\lambda_i(r)$ 을 적절히 조절하여 주어진 loading coefficient를 만족하는 값을 선택하는 과정이다.

Actuator disk theory에 의한 이상적 효율 $\eta_0 = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + C_T}}$ 을 구하여 $\lambda_i^{(1)}(r) = \frac{\lambda_x}{\eta_0} \sqrt{\frac{1-w_0}{1-w(r)}}$ 로써 λ_i 의 1차 추정값을 구한다.

1차 추정된 $\lambda_i(r)$ 을 갖고 Prob. A의 과정을 계산하여 구하여진 C_T 의 값이 주어진 C_T 의 값과 다르면 Östergaard[6]에 의한 식

$$\lambda_i(r) = C_n \cdot (\lambda_i^{(n-1)} - \lambda_x) + \lambda_x \quad (21)$$

이거시

$$C_n = \frac{\lambda_i^{(n-1)}(0.7R) \left[1 + \frac{C_T - C_T^{(n-1)}}{5 \cdot C_T} \right] - \lambda_x(0.7R)}{\lambda_i^{(n-1)}(0.7R) - \lambda_x(0.7R)}$$

으로부터 $\lambda_i^{(n)}$ 값을 구하여 주어진 loading coefficient와 같아질 때까지 되풀이하여 구한다.

3.2 Non-optimum propeller

Lerbs' criterion을 만족하는 optimum propeller는 효율면에서는 가장 유리하지만 cavitation이나 그에 의한 부식, 진동, 소음 등이 적어도 hub이나 tip 부분의 하중을 감소시켜 cavitation의 발생을 늦추게 할 수 있는 non-optimum propeller를 설계한다. 그림 7에서와 같이 optimum $G(r)$ 의 tip 부근을 unloading하여 non-optimum circulation function $F(r)$ 을 구한다.

Non-optimum circulation function $F(r)$ 을 구하는 방법으로는 optimum $G(r)$ 로부터 hub이나 tip 부근을 직접 unloading할 수 있고, Fourier coefficient GM_m 의 3번째 항을 감소시켜 간접적으로 구할 수도 있다.

일반적으로 non-optimum $F(r)$ 을 구하는 과정은 설계자의 경험이 요구되는 어려운 작업이다.

Problem C:

Given	$Z, r_0, \lambda, \alpha(\beta), K(\beta), C_D \text{ or } C_T$
Retainable	non-optimum circulation $G(r), \lambda_i(r), C_D \text{ or } C_T, \eta$

주어진 loading coefficient인 C_P 혹은 C_T 를 만족하기 위한 $G(r)$ 은 circulation function $F(r)$ 의 상수배라고 생각한다.

$$\text{즉 } G(r) = kF(r) = k \cdot \sum_m FM_m \cdot \sin(m\varphi) \quad (22)$$

여기서 FM 은 $F(r)$ 의 Fourier coefficient이다.

Induced velocity에 관한 식(11)을 대입하면

$$\frac{u^{a,t}}{V_s} = \sum_j K_{ij}^{a,t} \cdot G_j = k \cdot \sum_j \sum_m K_{ij}^{a,t} \cdot FM_m \cdot \sin(m\varphi_j) \quad (23)$$

식(22)와 식(23)을 loading coefficient C_P or C_T 에 대한 식(18)과 (19)에 대입하여 주어진 C_P 혹은 C_T 를 만족하는 k 의 값을 결정하여야 한다.

i) C_T 가 주어진 경우

$$\begin{aligned} \frac{C_T}{4Z} &= k \int_{r_H}^R F(r) \cdot \frac{r/R}{\lambda_s} \cdot \frac{dr}{R} \\ &+ k^3 \int_{r_H}^R F(r) \cdot [K^t \cdot F(r)] \cdot \frac{dr}{R} \\ &- \frac{C_D}{4\pi} \int_{r_H}^R \frac{l}{R} \cdot \frac{1}{\sin \beta_i} \cdot \frac{dr}{R} \\ &- k^2 \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} F(r) \left[K^r \cdot \frac{r}{R} \cdot F(r) \right] d\theta \end{aligned} \quad (24)$$

k 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} &k^2 \left[\sum_i F_i \sum_j K_{ij}^t \cdot F_j \cdot \frac{\Delta r_i}{R} - \sum_i F_i \sum_j K_{ij}^r \cdot F_j \cdot \frac{r_i}{R} \cdot \Delta \theta_{mi} \right] \\ &+ k \left[\sum_i F_i \cdot \frac{r_i/R}{\lambda_s} \cdot \frac{\Delta r_i}{R} \right] \\ &- \left[\frac{C_T}{4Z} + \frac{C_D}{4\pi} \sum_j \frac{l_j}{R} \cdot \frac{\Delta r_j/R}{(\sin \beta_i)_j} \right] = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

ii) C_P 가 주어진 경우

$$\begin{aligned} &k^3 \left[\sum_i F_i \cdot \frac{r_i}{R} \sum_j K_{ij}^a \cdot F_j \cdot \frac{\Delta r_i}{R} - \sum_i F_i \cdot \frac{r_i}{R} \sum_j K_{ij}^t \cdot F_j \cdot \frac{\Delta x_{mi}}{R} \right] \\ &+ k \left[\sum_i F_i \cdot \frac{r_i}{R} \cdot (1-w_i) \cdot \frac{\Delta r_i}{R} \right] - \left[\frac{\lambda_s \cdot C_P}{4Z} \right. \\ &\left. - \frac{C_D}{4\pi} \sum_i \frac{r_i}{R} \cdot \frac{l_i}{R} \cdot \frac{\Delta r_i/R}{\sin \beta_i \tan \beta_i} \right] = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

k 의 계수중 influence coeff. $[K_{ij}]$ 는 λ_i 를 가정하면 알 수 있는 값이므로 식(25), (26)은 $ak^3 + bk^2 + c = 0$ 의 2차 방정식의 모양이 되어 k 의 값을 구할 수 있다. k 의 값을 구하면 식(23)에 대입하여 induced velocity component를 구할 수 있고 velocity diagram으로부터

$$(\lambda_i)_i = \frac{r_i}{R} \cdot \frac{(1-w_i) + k \sum_j K_{ij}^a \cdot F_j}{\frac{r_i/R}{\lambda_s} + k \sum_j K_{ij}^t \cdot F_j} \quad (27)$$

이 된다.

$\lambda_i(r)$ 의 1차 추정값으로 $\lambda_i^{(1)}(r) = \lambda_i(r)$ 을 가정하여 influence coeff. $[K]$ 를 구하고 식 (25), (26)을 이용하여 $k^{(1)}$ 값을, 식 (27)을 이용하여 다음 iteration을 위한 $\lambda_i^{(2)}(r)$ 을 구하고 $|k^{(n)} - k^{(n-1)}| < \epsilon$ 이 될 때까지 되풀이한다. Iteration을 하는 과정 중에 식 (27)에 의해서 hydrodynamic advance coeff. $\lambda_i(r)$ 를 구하면 실제 propeller에서는 바람직하지 못한 부분부분한 pitch분포가 얻어진다. 이같은 문제점을 해결하기 위하여 $\lambda_i(r)$ 의 값을 least-square fitting에 의하여 교정하여 다음 iteration의 기준 $\lambda_i(r)$ 로 한다.

4. 설계예 및 토론

4.1 Lifting line calculation

참고문헌[1]에서의 예를 중심으로 induction factor method에 의한 계산결과와 본 논문이 채택한 discrete singularity method에 의한 계산결과를 비교하였다.

그림 7은 free-running optimum propeller에 대한 circulation $G(r)$ 로 부터 tip부분을 unloading하여 non-optimum circulation function $F(r)$ 을 구하고 Problem C의 과정을 통하여 구한 $G(r)$ 의 값을 보여주고 있다.

또한 72° skew를 갖는 propeller에 대하여 Lerbs' criterion을 만족하는 optimum propeller의 $G(r)$ 을 도시하였다.

보는 비와 같이 highly skewed propeller에서는 tip 부분에 많은 하중이 작용하므로 cavitation을 피하기

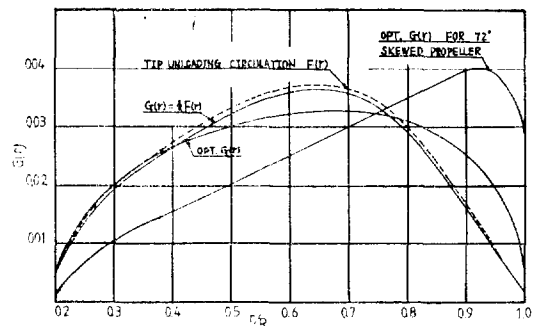


Fig. 7. Optimum and non-optimum circulations ($Z=4, \lambda=0.2, C_P=1.214$)

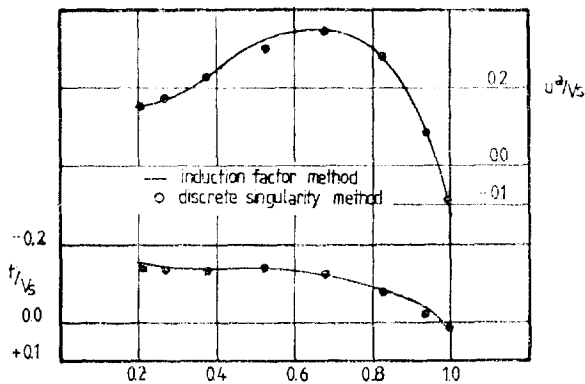


Fig. 8-1. Induced velocity for free-running non-optimum propeller ($Z=4, \lambda=0.2, C_p=1.214$)

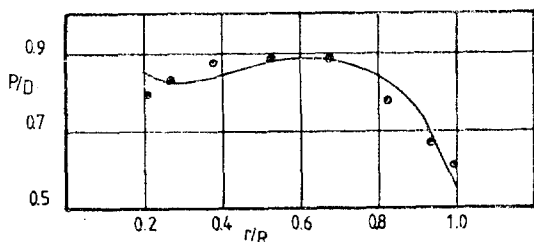


Fig. 8-2. Pitch distribution for free-running non-optimum propeller

위하여는 과감히 tip 부근을 unloading하여야 할 것이다.

Non-optimum calculation에 의한 k 의 값은 4번째 iteration에서 0.975로 수렴하고 Lerbs의 결과인 $k=0.967$ 과는 1% 미만의 차이가 있다. 이와같이 구한 non-optimum circulation $G(r)$ 을 갖는 propeller에 의한 axial 및 tangential 방향의 induced velocity 및 pitch 분포는 그림 8과 같다.

전혀 다른 방법에 의하여 구하여진 $G(r)$, u^a/V_s , u^t/V_s 및 P/D 들이 거의 같은 값을 주고 있다는 사실은 매우 고무적이다. 다만 pitch 분포가 hub과 tip에서 약간의 차이가 있는 것은 본 방법에서 least-square fitting에 의하여 교정하였기 때문이라고 생각된다.

그림 9는 4.2절에서 채택한 $Z=5, A_0=0.45A_E$ 인 propeller를 설계하기 위하여 $C_p=0.909, \lambda_s=0.2, r_H/R=0.2, w_0=0.272$ 과 $w(r)$ 은 표 3에 보인 바와 같은 반류에 의한 optimum 및 non-optimum $G(r)$ 의 계산결과와 u^a/V_s 및 u^t/V_s 를 도시하였다.

그림 9-1에서 보는 바와 같이 optimum $G(r)$ 에서 tip과 hub을 unloading하여 hub 및 tip의 cavitation 발생을 억제할 수 있게 하였다.

Table 3. Input wake data for wake-adapted propeller design

r/R	0.2	0.254	0.4	0.6	0.8	0.946	1.0
$w(r)$	0.696	0.624	0.432	0.266	0.132	0.104	0.155

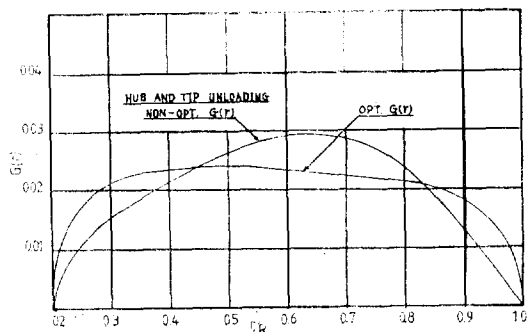


Fig. 9-1. Circulation distribution for wake-adapted optimum and non-optimum propeller ($Z=5, C_p=0.909, \lambda_s=0.2, w_0=0.272$)

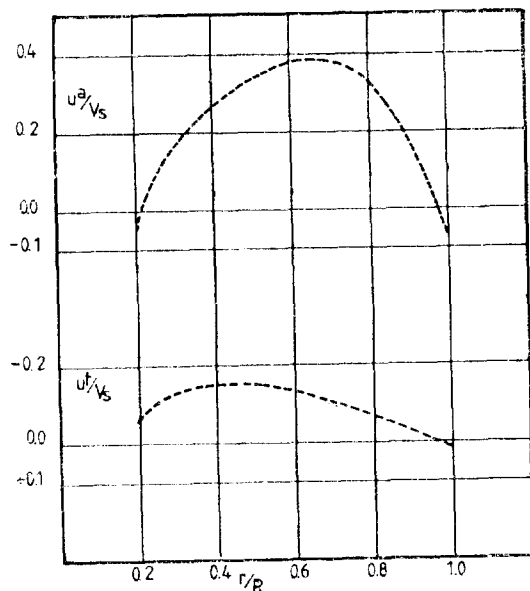


Fig. 9-2. Induced velocity component for wake-adapted non-optimum propeller

4.2 양력면이론에 의한 설계

양력선이론의 계산결과인 $G(r), \lambda_i(r), u^a/V_s, u^t/V_s$ 등을 사용하여 각 propeller 단면의 형상을 결정하기 위한 양력면이론에 의한 설계를 수행한다. 양력면이론

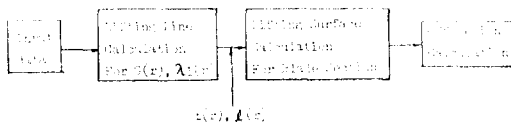


Fig. 10. Block diagram of basic design flow chart

에 의한 설계과정은 양력선으로 표시되었던 날개의 3차원 효과를 고려하기 위하여 $G(r)$ 을 chord방향으로 전개하여 mean camber line에서의 tangency boundary condition을 만족하는 camber surface 및 pitch 분포를 구하는 과정이다. 본 논문에서는 참고문헌 [5]에서 채택한 양력면이론을 이용하여 설계를 수행하였다. 양력선이론 및 양력면이론을 이용하여 설계를 수행하는 과정은 그림 10과 같다.

양력면이론에 의한 계산에 필요한 chord length $l(r)$ 는 Burril cavitation diagram 혹은 cavitation incipient chart[3] 등의 자료를 이용하여 1차 추정값으로 설계하고 설계 후 cavity prediction program 혹은 cavitation tunnel에서의 실험을 통하여 확인되어야 한다. 또한 두께 $t(r)$ 의 값으로 단순모이론 혹은 규정 [7]에 의한 값을 이용할 수 있으나 highly skewed propeller를 설계하는 경우에는 정확한 계산 혹은 실험에 의하여 확인되어야 한다.

그림 9의 계산결과를 이용하여 B5.45 propeller의 날개형상 및 NACA 66(TMB mod.) $a=0.3$ mean camber line의 날개단면을 갖도록 양력면이론에 의하여 wake-adapted optimum 및 non-optimum propeller를 설계하였다. 이 propeller의 camber 및 pitch 분포를 그림 11에서 비교하였다. Free-running optimum propeller는 일정 pitch의 propeller가 되는데 wake-adapted optimum propeller에서는 반류의 영향으로 인하여 hub 부근에서 pitch가 감소하는 것을 알 수 있다. 그림 9-1의 non-optimum $G(r)$ 에 의한 propeller는 hub 및 tip에서의 unloading으로 인하여 camber 및 pitch가 optimum propeller에 비하여 상당히 감소하였다.

그러나 hub 부근에서 camber의 값이 음이 나오는 것은 hub 부근의 unloading을 너무 심하게 하였기 때문으로 설계 설계에 있어서는 안될 일이다. 그림 11-2에서 양력선이론에 의한 pitch의 값과 3차원효과 및 두께효과를 고려한 양력면이론을 이용한 pitch값을 비교하였다.

5. 결 론

본 논문에서는 discrete singularity method에 의한

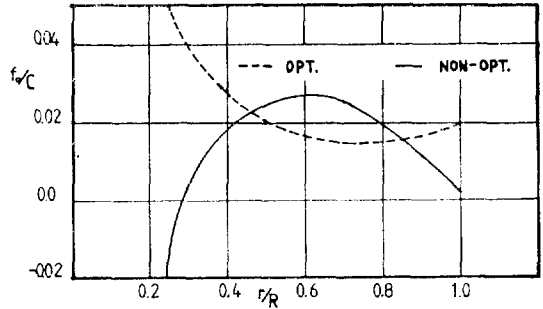


Fig. 11-1. Camber distribution for wake-adapted optimum and non-optimum propeller

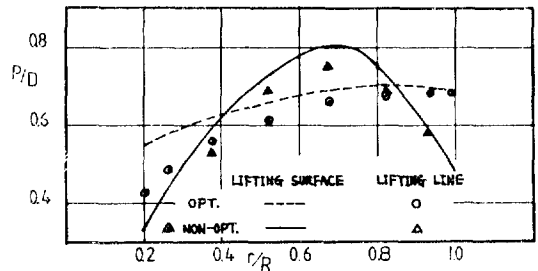


Fig. 11-2. Pitch distribution for wake-adapted optimum and non-optimum propeller

양력면이론을 이용하여 propeller 설계문제에 대한 기본적인 방법을 제시하였다. 분할 갯수에 따른 분할 갯수로 혼히 사용되고 있는 induction factor method에 의한 값과 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있었다.

양력면이론에 비하여 양력선이론의 계산시간이 훨씬 적으므로 주어진 조건에 따라 여러가지 계산을 수행하여 propeller의 유체역학적 특성을 충분히 이해할 수 있고, 최적기법과 연결하여 최대효율의 propeller를 설계할 수도 있을 것이다.

참고로 bound vortex를 8개로 분할한 양력선이론의 계산시간은 PDP 11/70 computer에서 1회 iteration에 약 25초 가량 소요된다.

본 논문이 채택한 discrete singularity method를 이용한 양력선이론의 특성은 다음과 같다.

- 1) curved lifting line에 의한 추진기 설계를 수행함으로써 skew 및 rake의 영향을 초기 설계단계에서 고려할 수 있게 되었다.
- 2) 후부 wake model을 적절히 조절함으로써 slip stream이 수축되는 heavily loaded propeller의 설계에도 사용할 수 있게 되었다.
- 3) propeller 주위의 임의점(field point)에서 propeller에 의한 induced velocity를 구할 수 있게 되어

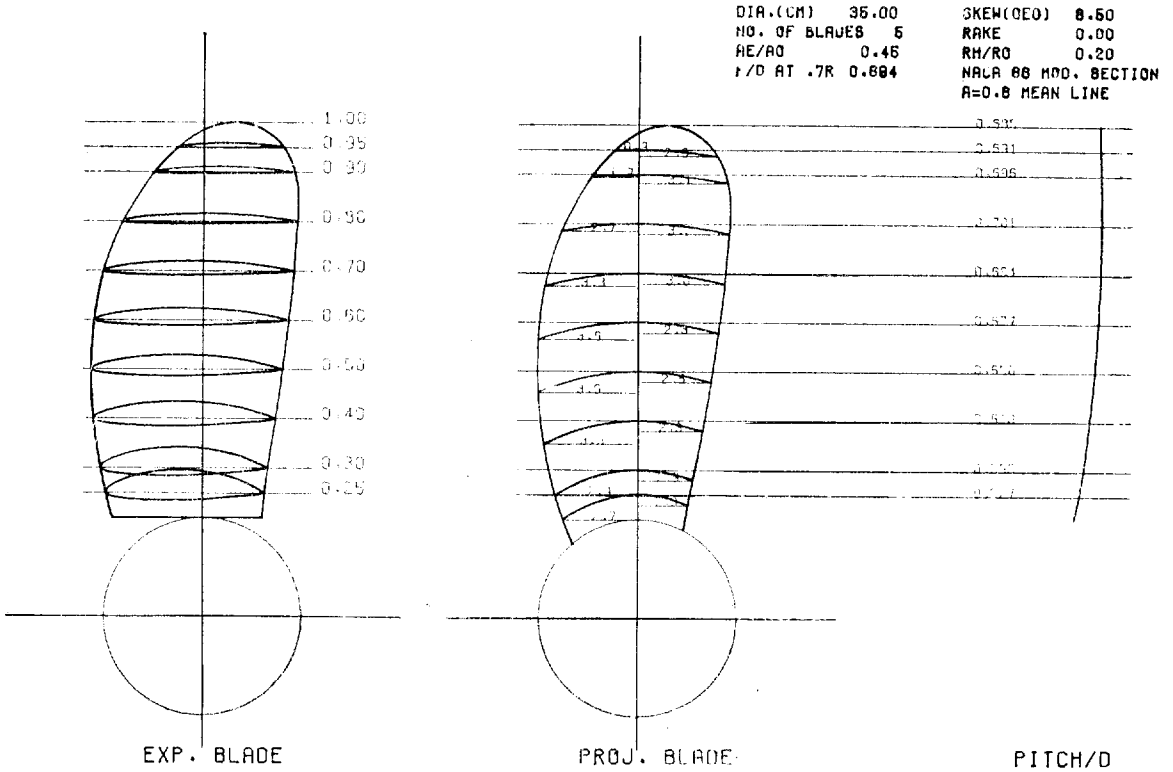


Fig. 12. Design similar to B-5-0.45 propeller; wake-adapted non-optimum propeller.

unsteady force를 구하여 진동해석의 입력자료를 제공할 수 있게 되었다.

4) 임의점에서의 유속을 구할 수 있게 됨에 따라 hull-propeller interaction 문제 및 counterrotating propeller의 설계문제를 해결할 수 있는 방법을 제시하였다.

Blade Section Design," I.S.P. July, 1973.

- [6] C. Östergaard, "On Computer-Aided Propeller Design," University of Michigan, Lecture Note.
- [7] K.E. Schoenherr, "Formulation of Propeller Blade Strength," Trans. SNAME, 1963.

참 고 문 헌

부 록

- [1] H.W. Lerbs, "Moderately Loaded Propellers with a Finite Number of Blades and an Arbitrary Distribution of Circulation," TRANS. SNAME, 1952.
- [2] J.E. Kerwin and C.S. Lee, "Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting Surface Theory," Trans. SNAME, 1978.
- [3] M.K. Eckhardt and W.B. Morgan, "A Propeller Design Method," Trans. SNAME, 1955.
- [4] J.E. Kerwin, "A Design Theory for Subcavitating Propellers," Trans. SNAME, 1964.
- [5] J.E. Kerwin, "Computer Techniques for Propeller

부록 1. Velocity field of discrete vortex elements.

3차원 공간에서 circulation Γ 를 갖는 곡선 C 에 의한 임의점 $P(x, y, z)$ 에서의 induced velocity는 Biot-Savart의 법칙에 따라

$$\vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{\xi} \times \vec{D}}{|\vec{D}|^3} \tag{A-1}$$

로 구할 수 있다. 여기서 \vec{D} 는 곡선 C 를 따라 변하는 임의점으로 부터 P 점까지의 거리를 표시하는 벡터이다.

점 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 부터 점 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 까지의 직선 vortex line에 의한 점 P 에서의 induced velocity는 그

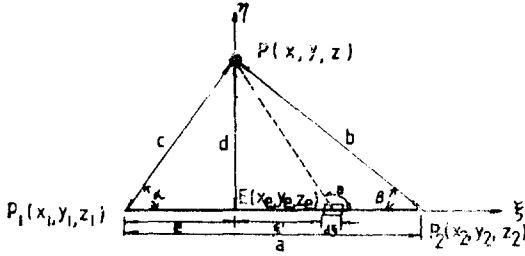


Fig. 13. Coordinate systems for discrete vortex element and field point

림 13과 같이 점 P, P_1, P_2 를 포함하는 평면에 수직하게 적용한다.

이 induced velocity의 방향은 따로 정하기로 하고 크기는 vortex line을 따라 변하는 변수 ξ 의 함수로 표시할 수 있다.

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{d \cdot d\xi}{(\xi^2 + d^2)^{3/2}} \quad (A-2)$$

여기서 d 는 점 P 와 vortex line 혹은 그것의 연장과의 최단거리이다.

$\xi = -d \cot \theta$ 로 치환하면

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi d} (\cos \alpha + \cos \beta) \quad (A-3)$$

α, β 는 삼각형 P, P_1, P_2 의 내각을 표시한다.

그림 12에서 보는 바와 같이

$$\cos \alpha = \frac{e}{c}, \quad \cos \beta = \frac{a-e}{b}$$

$$\text{즉 } v = \frac{\Gamma}{4\pi d} \left(\frac{e}{c} + \frac{a-e}{b} \right) \quad (A-4)$$

여기서 $a = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2}$

$$b = \sqrt{(x_2-x)^2 + (y_2-y)^2 + (z_2-z)^2}$$

$$c = \sqrt{(x_1-x)^2 + (y_1-y)^2 + (z_1-z)^2}$$

$$d = \sqrt{c^2 - e^2}$$

$$e = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}$$

식 (A-4)는 d 가 작은 값을 갖으면 수치계산 목적으로 적합하지 않아 다음의 2가지 경우를 별도로 생각하였다.

i) $e < 0, \theta \rightarrow 0$ 인 경우

$$\beta \approx \frac{d}{a-e}, \quad \cos \beta \approx 1 - \frac{d^2}{2(a-e)^2}$$

$$\theta \approx \frac{d}{e}, \quad \cos \alpha = -\cos \theta \approx -1 + \frac{d^2}{2e^2}$$

그러므로

$$v = \frac{\Gamma d}{8\pi} \left[\frac{1}{e^2} - \frac{1}{(a-e)^2} \right]$$

ii) $e > 0, \theta \rightarrow 0$ 인 경우

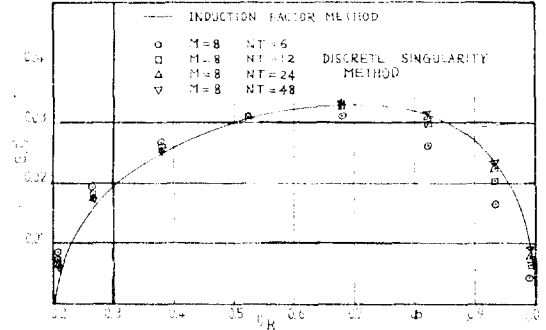


Fig. 14. Convergence test for trailing vortex with bound circulation cosine spacing

$$\alpha \approx \frac{d}{e}, \quad \cos \alpha \approx -\frac{d^2}{2e^2}$$

$$\theta \approx \frac{d}{e-a}, \quad \cos \beta = -\cos \theta \approx -1 + \frac{d^2}{2(e-a)^2}$$

$$\text{그러므로 } v = -\frac{\Gamma d}{8\pi} \left[\frac{1}{e^2} - \frac{1}{(a-e)^2} \right]$$

induced velocity의 방향을 나타내는 단위벡터는

$$\frac{v}{|v|} = \frac{\vec{a} \times \vec{d}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{d}|}$$

로 표시한다.

여기서 $\vec{a} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

$$\vec{d} = (x - x_e, y - y_e, z - z_e)$$

부록 2. Convergence test for the discretization methods

Bound vortex 및 trailing vortex sheet로 구성된 vortex system을 discrete singularity method에 의한

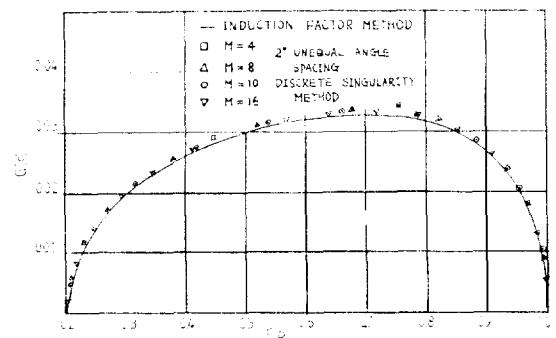


Fig. 15. Convergence test for bound circulation cosine spacing with trailing vortex 2° unequal angle spacing

여 해석할 경우 분할하는 방법에 따라 수렴에 차이가 있고 무한히 많은 요소로 분할하였을 경우 일정한 값에 수렴하는가에 대한 검토를 수행하여야 한다.

그림 14는 $z=5$, $\lambda_1=0.1966$, $\lambda_2=0.2711$ 인 propeller에 대하여 bound vortex 및 trailing vortex의 분할 방법을 변화시키면서 구한 $G(r)$ 의 값을 induction factor method에 의한 결과와 비교하였다.

이 그림에서 보논바와 같이 분할 갯수를 많아하면 수렴하는 경향을 알 수 있고 bound vortex보다 trailing vortex를 세밀하게 분할하는 것이 정확도에 더 큰 영향이 있다는 것을 알 수 있어 2° unequal angle spacing을 택하였다. 그림 15는 본문에서 채택한 bound circulation cosine spacing과 trailing vortex 2° unequal angle spacing을 이용하여 수렴을 검토하는데, $M=8$ 인 경우 충분히 수렴하여 설계목적에 사용할 수 있다.

부록 3. 하중계산

Propeller에 작용하는 힘은 그림 3에서 보는 바와 같이 Kutta-Joukowski의 법칙에 의한 양력(lift)와 유체의 점성에 기인한 항력(drag)의 합력으로 표시할 수 있다. 항력은 Reynolds No. 혹은 단면형상에 따라 결정되는 2차원 항력계수($C_D = \frac{dD}{\frac{1}{2}\rho \cdot V^2 \cdot l \cdot dr}$)를 추정하여 결정하고 그 방향은 \vec{V}^i 와 같게 하였다. 임의의 control point에서의 cylindrical coordinate를 새로운 좌표계 x', y', z' 로 정의하면

$$\vec{V}^i = (V_A + u^a, u^r, \omega r + u^t)$$

$$\vec{dS} = (dx, dr, r d\theta) \text{로 표시할 수 있고}$$

Kutta-Joukowski의 법칙에 의하여

$$\vec{dL} = \rho \Gamma \cdot (\vec{V}^i \times \vec{dS}) \text{가 된다.}$$

$$\frac{d\vec{F}}{\frac{1}{2}\rho S V_s^2} = dC_F \cdot \vec{f} = \frac{d\vec{L} + d\vec{D}}{\frac{1}{2}\rho S V_s^2} = dG \left(\frac{\vec{V}^i}{V_s} \times \frac{d\vec{S}}{R} \right) + \frac{C_D}{\pi} \cdot \frac{V^i}{|V^i|} \left(\frac{V^i}{V_s} \right)^2 \frac{l}{R} \cdot \frac{dr}{R}$$

여기서 f 는 합력의 방향, $G = \frac{\Gamma}{\pi D V_s}$,

$$|V^i| = \sqrt{(V_A + u^a)^2 + u^{r2} + (\omega r + u^t)^2} \text{을 나타낸다.}$$

$dC_F \cdot \vec{f}$ 의 x' 방향의 축력을 합하면 추력을 구할 수 있다.

$$C_T = -Z \int dC_F \cdot (\vec{f} \cdot \vec{i}') = 4Z \int_{r_H}^R \left[G \left(\frac{\omega r}{V_s} + \frac{u^t}{V_s} \right) - \frac{C_D}{4\pi} \frac{l}{R} \left(\frac{V^i}{V_s} \right)^2 \right] \frac{dr}{R} - 4Z \int_{\theta_m}^{\theta_p} G \cdot \frac{u^r}{V_s} \cdot \frac{r}{R} d\theta$$

x 축에 대한 torque dQ_x 는 합력 $d\vec{F}$ 과 위치벡터 \vec{r} 의 벡터적중 x' 축에 대한 성분으로 구할 수 있다.

$$d\vec{Q} = \vec{r} \times (d\vec{L} + d\vec{D}) = \vec{r} \times d\vec{L} + \vec{r} \times d\vec{D}$$

$$dQ_x = dQ \cdot \vec{i}'$$

$$C_P = \frac{\omega Z \int dQ_x}{\frac{1}{2}\rho S V_s^3} = \frac{4Z}{\lambda_s} \int_{r_H}^R \left[G \cdot \frac{r}{R} \left(\frac{V_A + u^a}{V_s} + \frac{u^t}{V_s} \right) + \frac{C_D}{4\pi} \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{l}{R} \cdot \frac{\omega r + u^t}{V^i} \left(\frac{V^i}{V_s} \right)^2 \right] \frac{dr}{R} - \frac{4Z}{\lambda_s} \int_{\theta_m}^{\theta_p} G \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{u^r}{V_s} \cdot \frac{dx}{R}$$

효율 η_0 는 THP/DHP로 정의할 수 있으므로

$$\eta_0 = \frac{1}{C_P} \int_{r_H}^R (1 - \omega(r)) \frac{dC_T}{dr} \cdot dr \text{이다.}$$