

## &lt;論 文&gt;

## 剪斷스피닝 加工의 三分力 解析

崔 載 燦\* · 白 南 柱\* · 金 奎 南\*

(1980年 11月 30日 接受)

## Analysis of Three Force Components of Shear Spinning

J. C. Choi, N. J. Paik and G. N. Kim

## Abstract

The three force components of shear spinning are calculated by a newly proposed deformation model.

The spinning process is understood as shearing deformation after uniaxial yielding by bending, and shear stress  $\tau_{rz}$  becomes  $k$ , the yield limit in pure shear, in the deformation zone.

The tangential forces are calculated and then the feed forces and normal forces are obtained by assuming a uniform distribution of roller pressure on the contact surface. An optimum contact area is obtained by minimizing the bending energy required to obtain the assumed deformation mechanism.

The calculated forces are compared with experimental data from published literature and present experiments.

Good agreement between calculated and experimental values for working forces is obtained over a wide range of process variables.

## 1. 서 론

Fig. 1과 같이 金屬板材를 塑性的으로 丹錐 혹은 半球와 같은 軸對稱 斷面을 갖는 製品으로 만들기 위하여 mandrel과 roller를 사용하는 壓延工程을 剪斷스피닝 工程이라 한다. 剪斷스피닝 工程은 Avitzur와 Yang<sup>1)</sup>, Kalpakcioglu<sup>2)</sup>, Kobayashi et. al<sup>3)</sup>, Hayama et. al.<sup>4)</sup> 등에 의하여 所要動力이 研究되었으며, 最近 Hayama와 Amano<sup>5),6)</sup>는 加工素材와 물라의 接觸形態에 關한 實驗 및 理論的 研究를 行하였고, Hayama<sup>7)</sup>는 이를 토대로 하여 加工에 必要한 三分力에 對하여 많은 研究를 行하였다. 그러나 이들 理論은 大개 限定된 實驗值에 對하여 適用 可能할 뿐만 아니라 理論 자체가 약간의 問題點을 內포하고 있어서, 本 研究

\* 正會員, 釜山大學校 工科大學

에서는 剪斷스피닝에 對하여 새로운 變形모형을 제시하고 加工三分力을 계산하였으며, 이를 實驗值와 比較 檢討하였다.

## 2. 圓錐體의 剪斷스피닝

剪斷스피닝 工程은 Fig. 1(a)에서 보는 바와 같이 變形 前後에 素材의 半徑,  $r$ 이 一定하게 유지되는 것이 特徵이다. 따라서 素材의 變形 前後의 두께를 각각  $t_0$ ,  $t_f$ 라 하면 이들 사이에는 다음과 같은 關係가 있다. 즉,

$$t_f = t_0 \sin \alpha \quad (1)$$

여기서  $\alpha$ 는 mandrel의 半角이고, 解析의 簡單化를 위하여 mandrel의 회전축에 물라는  $r$  및  $z$ 軸 方向으로 이동이 없으며 完全한 1回轉 後 圓錐面 方向으로 feed,  $f$  만큼 平行移動한다고 假定한다.

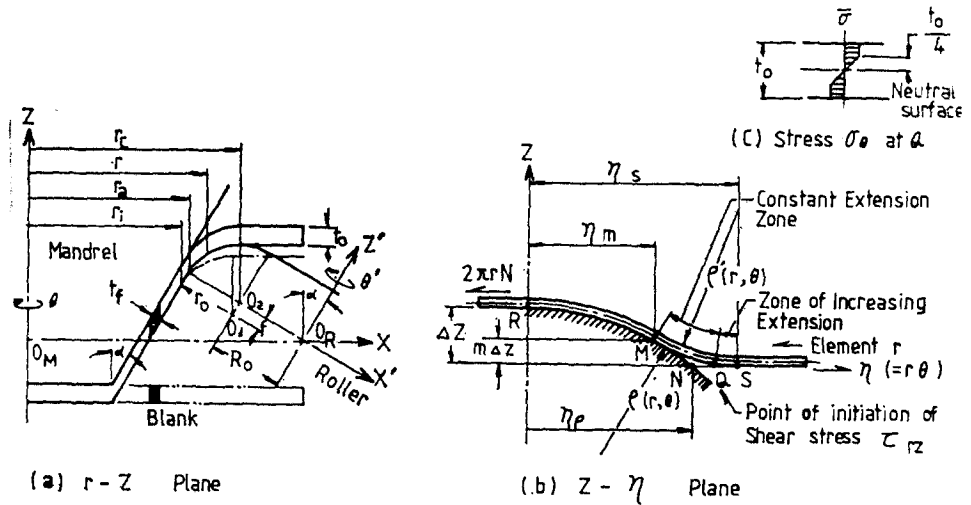


Fig. 1 Deformation in process.

Fig. 1 (b)에서 보는 바와 같이 素材의 變形過程은 引張 및 굽힘 過程과 剪斷變形 過程으로 大別되는데 이를 便宜上 一次變形 및 二次變形 過程으로 나누어 생각하기로 한다.

1) 一次變形過程

Fig. 1 (b)에서 素材는 S點에서 굽힘(bending) 變形을 시작하며 이때 曲率半徑,  $\rho'$ 는 無限大에서 점차 감소하여 Q點에서는 Fig. 1(c)에서와 같이 平均變形狀態點인  $t_0/4$ 에서 單純 引張 및 壓縮에 의해서 降伏상태에 있다고 가정한다.

2) 二次變形過程

剪斷變形度,  $\tau_{rz}$ 는 Q點에서 높이고 QM을 따라서  $(\cot$

$\phi_2 - \cot\phi_1)$  ( $\theta_Q - \theta_m$ )/ $\theta_Q$ 로 增加하고 M點에서는 굽힘 變形의 부호가 바뀌며 R點에서  $\tau_{rz}$ 는  $(\cot\phi_2 - \cot\phi_1)$ 이 된다. 한편 變形이 點, Q에서 M으로 진행되는 동안 굽힘에 의한 素材 두께방향의 變形度는 一定하다고 가정한다.

위의 1)과 2)의 變形過程에서 물라와 素材의 實接觸 길이  $\eta_m$ 을 구하기 위해 Fig. 2에서 幾何學的으로 다음과 같이 가정한다.

$$\bar{\rho}(r) = \frac{\eta_m^2}{2(1-m)\Delta z} = \frac{\eta_0^2}{2\Delta z}, \quad \bar{\rho}'(r) = \bar{\rho}(r) \cdot \frac{m}{1-m} \quad (2)$$

$$\eta_\rho = r\theta_0, \quad \eta_m = \eta_0\sqrt{1-m} \quad (3)$$

또한 Q點에서의 曲率半徑과 굽힘모멘트는

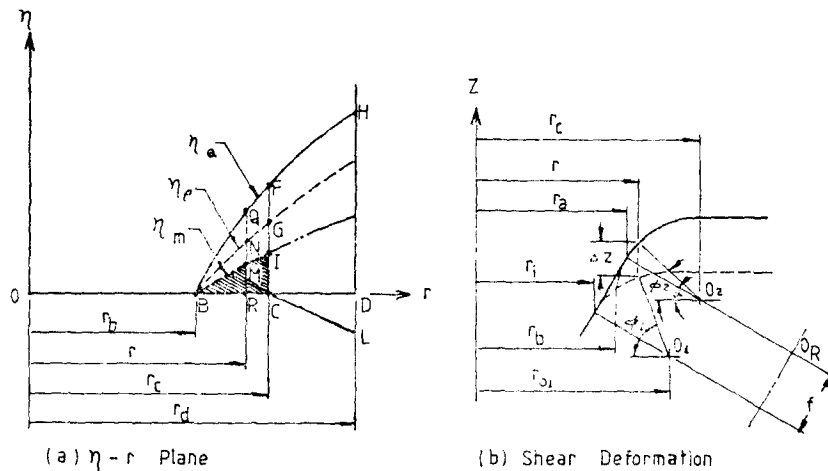


Fig. 2 Deformation region.

$$\rho'q = Et_0/4\sqrt{3}k, Mq' = 11 t_0^2k/16\sqrt{3} \quad (4)$$

이며 剪斷降伏應力,  $k$ 는 von Mises 降伏條件式에 의하여  $\sigma_m/\sqrt{3}$ 이 되고  $\sigma_m$ 는 平均 有效應力으로 本論文에서는 Ford의 壓縮試驗을 통하여 變形度와 應力關係式을 구한 후 平均 有效變形度,  $\epsilon_m$ 에서 取한 값이다. 여기서  $\epsilon_m$ 은 다음과 같다.

$$\epsilon_m = \int_{r_b}^{r_c} (\cot\phi_2/\sqrt{3}) dr / (r_c - r_b) \quad (5)$$

### 3. 變形度와 應力

變形度와 應力 成分은 2項의 變形모델과 體積不變性에 의해서 다음과 같이 쓸 수 있다. 즉,

$$\epsilon_\theta = k/\sqrt{3}G, \epsilon_r = \epsilon_z = -\epsilon_\theta/2 \quad (6)$$

$$\gamma_{rz} = (\cot\phi_2 - \cot\phi_1) \cdot (\theta q - \theta) / \theta q, \gamma_{r\theta} = \gamma_{\theta z} = 0 \quad (7)$$

式 (6)의 관계는 單純引張에 依해 降伏한 狀態이며  $\sigma_r = \sigma_z = 0$ 라는 가정에 根據를 두고 있으며 이는  $r$ 에서의 要素가 幅  $dr$ 인 獨立 塊이라고 생각한 것이다. 기타의 應력은 다음과 같다.

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0 \quad (8)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_\theta(r, \theta), \tau_{rz} = \tau_{rz}(r, \theta) \quad (9)$$

윗 式을 Prandtl-Reuss의 變形度와 應力 關係式, von Mises 降伏條件式 및 初期值를 만족하도록 풀면 應力 成分은,

$$\tau_{rz}(r, \theta) = k \tanh \{G\gamma_{rz}(r, \theta)/k\} \quad (10)$$

$$\sigma_\theta(r, \theta) = \sqrt{3}k \operatorname{sech} \{G\gamma_{rz}(r, \theta)/k\} \quad (11)$$

가 되고, 이때  $G \rightarrow \infty$  이면,

$$\tau_{rz} = k, \sigma_\theta = 0 \quad (12)$$

즉, von Mises 材料에 대한 값이 구해진다.

### 4. 所要動力

前述한 一次 및 二次 變形過程에 少要되는 動力은 먼저 一次變形에 依한 굽힘動力 및 二次變形에서의 剪斷變形度,  $\gamma_{rz}$ 에 의한 剪斷動力을 들 수 있다. 이것을 式으로 表記하면,

$$d\dot{W}_B = 2Mq' \cdot 2\pi r N dr / \rho_\theta' = 2\pi r N (22t_0k^2/4E) dr \quad (13)$$

$$d\dot{W}_{rz} = \int_\theta k \dot{\gamma}_{rz} t_0 dr \cdot rd\theta = 2\pi r N t_0 k (\cot\phi_2 - \cot\phi_1) dr \quad (14)$$

(13), (14) 式을 全外部動力,  $d\dot{W}_E$ 와 갈게 놓으면,

$$d\dot{W}_E = 2\pi r N dF_t \\ = d\dot{W}_B + d\dot{W}_{rz} \quad (15)$$

여기서  $F_t$ 는 素材에 對한 롤라의 接線方向의 힘 成分이며 (15) 式을  $F_t$ 에 대하여 다시 쓰면 아래 식과 같다. 즉,

$$dF_t = kt_0(\cot\phi_2 - \cot\phi_1) dr + (22t_0k^2/4E) dr \quad (16)$$

또한 (16) 式을  $dr$ 의 變化에 따라 積分하면  $F_t$ 는,

$$F_t = kt_0(\sqrt{r_0^2 - (r_b - r_{01})^2} - \sqrt{r_0^2 - (r_b - r_c)^2}) \\ + \frac{22k^2t_0}{4E}(r_c - r_b) \quad (17)$$

이며, 여기서  $(r_c - r_b)$ 와  $(r_b - r_{01})$ 은 아래 식으로 주어진다.

$$r_c - r_b = (f/2) \sin \alpha + \sqrt{r_0^2 - (f/2)^2} \cos \alpha \quad (18)$$

$$r_b - r_{01} = (f/2) \sin \alpha + \sqrt{r_0^2 - (f/2)^2} \cos \alpha$$

(17) 式에서 等價 有效變形度는 다음과 같이 정의한다.

$$\bar{\epsilon} = \frac{F_t}{t_0 \sigma_m f \sin \alpha} \quad (19)$$

윗 式에서  $\bar{\epsilon}$ 는  $f$ 가 증가함에 따라 감소하며 Ref. 2의 單純剪斷 理論值인  $\cot \alpha / \sqrt{3}$ 에 接近한다.

### 5. 三分力 計算

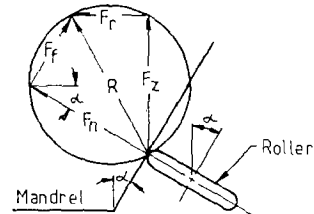


Fig. 3 Forces system.

Fig. 3의 관계와 같이 하여 나머지 두 힘  $F_r$ 과  $F_z$ 의 계산은 간단하다. 加工物과 롤라의 接觸面에 作用하는 壓力을 均一하다고 가정하면,

$$F_r = \frac{F_t}{A_t} \cdot A_r = P \cdot A_r \quad (20)$$

$$F_z = \frac{F_t}{A_t} \cdot A_z = P \cdot A_z$$

여기서  $A_r, A_t, A_z$ 는 각각 롤라와 素材 사이의 幾何學的 實接觸面의  $\theta, r$ , 및  $z$ 軸 方向으로의 投影面積이며 Fig. 2(a)에서 다음과 같이 구해진다.

$$A_t = \int_{r_b}^{r_c} dz (1-m) dr, \quad A_r = \int_{r_b}^{r_c} \sqrt{1-m} \eta_\theta \cot\phi_2 dr \quad (21)$$

$$A_z = \int_{r_b}^{r_c} \eta_\theta \sqrt{1-m} dr$$

$m$ 은 接觸係數이고 다음과 같이 境界條件을 만족시키도록 가정한다.

$$m(r) = mc \cdot \frac{(r - r_b)}{(r_c - r_b)} \quad (22)$$

여기서  $mc$ 는  $r=r_c$ 에서의  $m$ 의 값이고 回轉하는 맨드릴과 물라를 순간적으로 정지시킨 Fig.1 (b)와 같은 變形모델에서 이 變形이 굽힘모멘트만으로 생긴다고 가정하고 이 에너지를 최소화하는 값을 取했으며 이때  $mc$ 의 값은 1이 된다. 또한 (17) 式을 유도하는 과정에서 마찰 및 관성력에 의한 영향은 고려하지 않았으며 實際 工程에서 맨드릴의 回轉에 의해 물라도 같이 구동되고 또한 回轉數도 100~540rpm 이므로 마찰 및 관성력은 다른 作用變數에 비해 극히 적은 量으로 無視할 수 있다.

(20) 式의 힘 成分을 물라의 進行方向과 이에 수직 方向의 힘,  $F_f$ 와  $F_n$ 으로 變換하면

$$\begin{aligned} F_f &= -F_r \sin\alpha + F_z \cos\alpha \\ F_n &= F_r \cos\alpha + F_z \sin\alpha \end{aligned} \quad (23)$$

가 된다.

### 6. 實驗值와의 比較 및 檢討

本 理論의 有用性을 보기 위해서 理論值과 實驗值를 比較하였는데 Fig. 4~Fig.7까지는 Ref.7의 Hayama에 의한 實驗值이고 Fig.8은 Ref.1의 Avitzur와 Yang의 實驗值이며 Fig.9는 Al 6061-0 材料에 對한 著者의 實驗值이다.

Fig.4는 三分力과 feed와의 關係를 나타내며, Fig.5는 三分力과 물라 直徑과의 關係를, 그리고 Fig.6은 三分力과 round-off 半徑과의 關係를 나타내는데 특히 接線方向의 힘은 물라의 직경,  $D_R$ 과  $r_0$ 의 변화에 따라 거의 一定한 값을 유지하는 것은 주목할 만하다. 이는 本 논문에서 가정한 조건하에서는 變數,  $D_R$ 의 영향이 적고  $r_0$ 에 對하여는 (17) 式에서  $\sqrt{r_0^2 - (f/2)^2} \cdot \cos\alpha$  만큼 증감에 영향이 있기 때문이다. 특히  $r_0$ 의 값이 증가할수록 本 理論值가 Hayama의 理論值에 비해서 實驗值에 接近하는 것을 알 수 있다.

Fig. 7은 三分力과 素材 두께  $t_0$ 와의 關係를 나타낸다. 以上 Hayama의 實驗值와 本 理論은 잘 일치하고 있다. Fig. 8은 Ref. 1의 實驗值로  $t_0 (=6.35\text{mm})$ 가 특히 두꺼운 것이 특징이며 tangential force의 計算에 있어서 Ref. 3의 Kobayashi 및 Ref. 4의 Hayama의 式이 適當하지 못함을 보여준다.

Fig. 9는 著者의 Al 6061-0에 대한 實驗值로 역시 理論值와 定量的으로 잘 一致하고 있음을 알 수 있다.

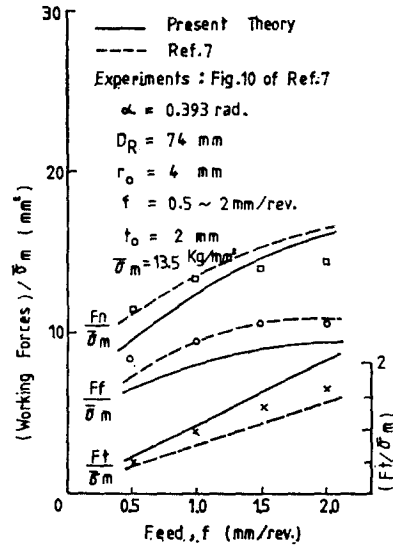


Fig. 4 Relation between working forces and feed.

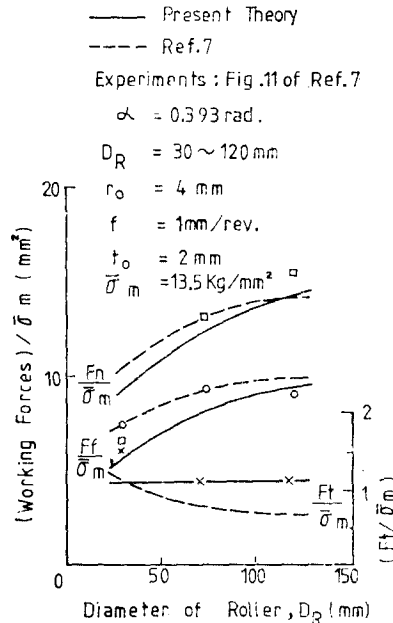


Fig. 5 Relation between working forces and diameter of roller,  $D_R$ .

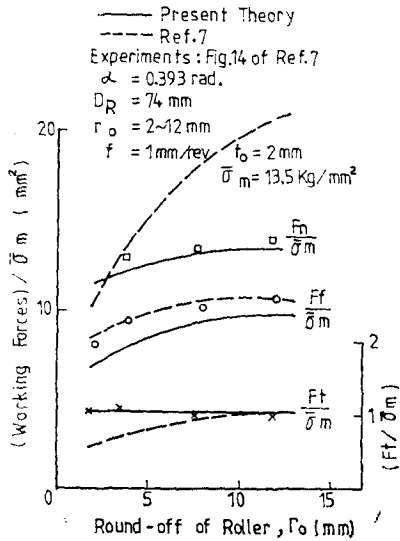


Fig. 6 Relation between working forces and  $r_o$ .

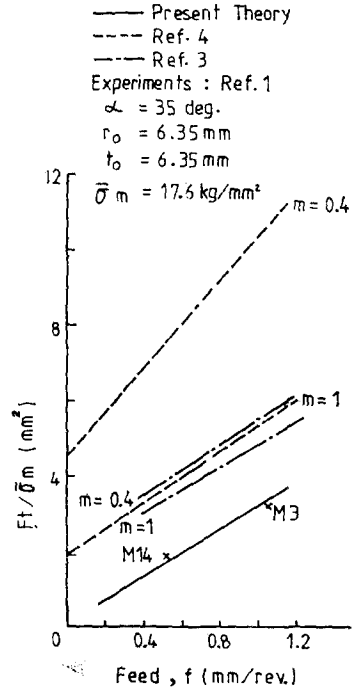


Fig. 8 Relation between tangential forces and feed.

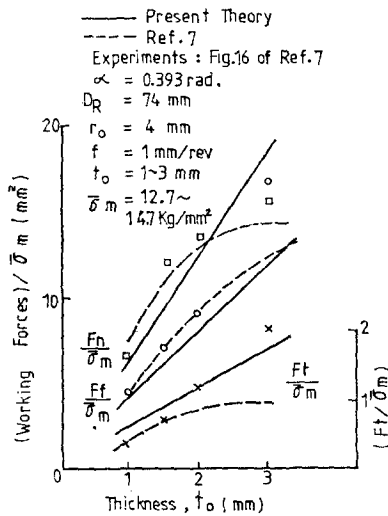


Fig. 7 Relation between working forces and  $t_o$ .

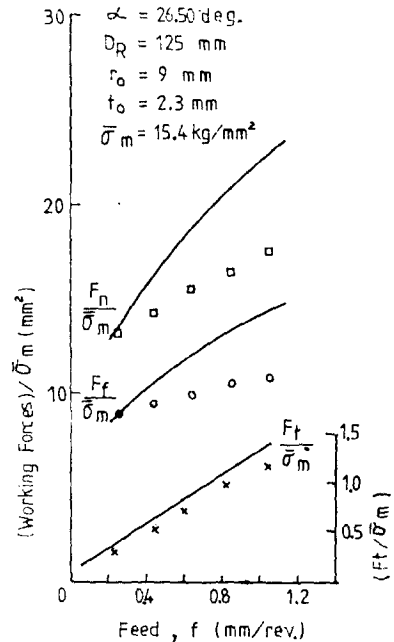


Fig. 9 Relation between working forces and feed of roller,  $f$ .

7. 結 論

以上的 研究에서 本 論文의 理論值과 實驗值는 比較的 一致하는 것을 알 수 있으며 다음과 같은 結論을 내릴 수 있다.

1. 剪斷스피닝 加工의 三分力 計算에 必要한 相當應力은 工程變數에서 유도된 變形度의 平均値로부터 구하여 좀더 向上된 理論式을 얻을 수 있다.

2. 本文의 (19) 式에서  $\epsilon$ 는 單純剪斷 理論의 경우 下界值이며 移送速度,  $f$ 가 증가하면 單純剪斷 理論值,  $\cot\alpha/\sqrt{3}$ 에 收斂한다.

3. 本 理論에서 택한 變形모델에서 移送速度,  $f$ , 물라의 round-off 半徑,  $r_0$ , 素材의 두께  $t_0$  등의 主變數에 對한 三分力의 理論值는 6項에서와 같이 比較的 많은 工程變數에 對하여 좋은 結果를 얻을 수 있다.

4. 물라의 직경,  $D_R$ 의 變化에 따른  $F_i$ 의 理論值 및 實驗值는  $D_R$ 이 아주 작은 경우를 제외한 영역에서는 거의 一定한 것을 알 수 있으며, 따라서 加工變數,  $D_R$ 이 통상적인 범위에서는  $F_i$ 에 影響을 미치지 않는다는 結論을 내릴 수 있다.

參 考 文 獻

1. B. Avitzur, C.T. Yang: "Analysis of Power Spinning of Cones," J. of Eng. for Industry, Trans. ASME, Series B, Vol. 82, 1960, pp. 231-245
2. S. Kalpakcioglu: "On the Mechanics of Shear Spinning", J. of Eng. for Industry, Trans. ASME, Series B, Vol. 83, 1961, pp. 125-130
3. S. Kobayashi, I.K. Hall, E.G. Thomsen: "A Theory of Shear Spinning of Cones", J. of Eng. for Industry, Trans. ASME, Series B, Vol. 83, 1961, pp. 485-495
4. M. Hayama, T. Murota: "Study of Shear Spinning," 2nd Report, 1964, Trans. JSME, Vol. 30, No. 220.
5. M. Hayama, T. Amano: "Analysis of Contact Form of Roller on Sheet Blank in Shear Spinning of Cones", 塑性と加工, Vol. 16, No. 174 (1975-7)

6. M. Hoyama, T. Amano: "Experimentson the Mechanics Shear Spinning of Conces", 塑性と加工, Vol. 16, No. 172 (1975-5)
7. M. Hayama: "Analysis of Working Forces in Shear Spinning of Cones," 塑性と加工, Vol. 16, No. 175 (1975-8)

附 錄

式 (10) 및 (11)의 誘導

Prandtl-Reuss의 變形度와 應力 關係式에서

$$\dot{\sigma}_\theta = \left( 3G\dot{\epsilon}_\theta - \frac{\dot{W}}{3k^2} \sigma_\theta \right) \quad (A-1)$$

$$\dot{\tau}_{rz} = G \left( \dot{\gamma}_{rz} - \frac{\dot{W}}{k^2} \tau_{rz} \right) \quad (A-2)$$

이고 이 式은 Fig. 2(a)의 소성역, BFCB에서 성립한다. 또 式 (7)을 平均變形率로 다시 쓰면,

$$\dot{\gamma}_{rz} = (\cot\phi_2 - \cot\phi_1) / \Delta t, \quad \Delta t = \frac{7q}{2\pi r N} \quad (A-3)$$

여기서 一次變形域에서 급힘應力,  $\sigma_\theta$ 에 의해 充分히 塑性變形을 일으켰다고 가정하면,

$$\sigma_\theta = \sqrt{3}k \quad (A-4)$$

가 된다. 그리고 二次變形域에서의  $\dot{\epsilon}_\theta$ 는 零이 되고 이때의 에너지 관계식은 다음과 같다.

$$\dot{W} = \tau_{rz} \dot{\gamma}_{rz} \quad (A-5)$$

式 (A-5)를 (A-1)과 (A-2)에 代入하면

$$\dot{\sigma}_\theta = -\frac{G}{k^2} \sigma_\theta \tau_{rz} \dot{\gamma}_{rz} \quad (A-6)$$

$$\dot{\tau}_{rz} = G \frac{(k^2 - \tau_{rz}^2)}{k^2} \dot{\gamma}_{rz} \quad (A-7)$$

그리고 式(A-6)과 (A-7)은 다음의 초기 경계조건을 만족해야 한다. 즉,

$$\theta = \theta_0 \text{ 일 때, } \begin{cases} \sigma_\theta = \sqrt{3}k \\ \tau_{rz} = 0 \end{cases} \quad (A-8)$$

또한 윗 式들은 소성역 BFCB에서 von Mises의 降伏條件을 만족해야 한다.

$$(\sigma_\theta / \sqrt{3})^2 + \tau_{rz}^2 = k^2 \quad (A-9)$$

式 (A-6)과 (A-7)을 積分하고 (A-8)을 代入하면 本文의 式 (10)과 (11), 즉,

$$\sigma_\theta(r, \theta) = \sqrt{3}k \operatorname{sech} \left\{ \frac{G}{k} \cdot r_{rz}(r, \theta) \right\}$$

$$\tau_{rz}(r, \theta) = k \tanh \left\{ \frac{G}{k} \cdot r_{rz}(r, \theta) \right\}$$

를 구할 수 있으며, 이 式은 (A-9)의 降伏條件式을 滿足한다.