

## &lt;論 文&gt;

## 局部衝擊荷重을 받는 圓管의 塑性變形에 관한 考察

金 天 旭\* · 朱 永 祐\*

(1981年 3月 2日 接受)

## Study on the Plastic Deformation of a Cylinder Subjected to Localized Impulsive Pressure

Chon Wook Kim and Young Woo Zoo

## Abstract

The effect of axial stress on the plastic deformation of rigid-perfectly plastic cylindrical tube under the impulsive band pressure is investigated. It is assumed that the tube is constructed with the material of Tresca's yield criterion. A closed form solution is obtained for a rectangular pulse shape of uniform band pressure by using the circumscribed yield surface.

The analysis shows that the effect of axial stress is negligible when the dimensionless axial stress ( $n_x = N_x / \sigma_y H$ ) is less than 0.2 or the dimensionless width of band pressure ( $\xi = C / \sqrt{RH}$ ) is greater than 2, but the effect of axial stress is of considerable importance when the axial stress is greater than 0.3 and the width of band pressure is less than 1.

## 1. 結 論

圓管에서 局部的 衝擊荷重을 받는 경우는 자주 일어나며 原子爐一次配管에서와 같이 過渡의 現象이 자주 생기는 경우는 더욱 빈번히 발생한다. 圓管의 局部的 塑性變形은 破裂에는 이르지 않더라도 流體의 흐름에는 영향을 주며 原子爐冷却水管과 같이 중요한 圓管에서는 이런 現象에 대해 충분한 強度를 가지도록 설계하여야 한다. Eason과 Shield<sup>1)</sup>는 무한히 긴 圓筒형이 圓環集中力과 帶壓力을 받는 경우에 대하여 剛塑性體로 가정하여 解析하였다. 荷重은 靜의 崩壞荷重보다 크고 아주 短時間 작용한다고 가정하였다 降伏曲面은 軸對稱應力狀態에 대한 Drucker<sup>2)</sup>의 降伏曲線을 四角形으로 近似化시켰다.

Youngdahl<sup>3,4,5)</sup>은 이들의 解析을 이용하여 임의의

動荷重을 받는 圓管의 塑性崩壞現象을 연구하였다. 그는 荷重形狀係數를 도입하여 임의의 軸方向에 대해 對稱의 變하는 壓力을 均일한 四角形帶壓力으로 等價시켰다. 그는, 또한, 時間函數인 壓力形狀係數를 시간적으로 均일한 四角形으로 等價시켰다. 그는 임의의 荷重形狀과 壓力形狀을 3개의 係數 즉, 임펄스, 荷重形狀係數, 壓力形狀係數로 나누고 이들 사이의 相關關係를 연구하였으며 最終塑性變形이 壓力形狀에 크게 좌우됨을 보여다.

圓管의 局部的 塑性變形은 局部的 伸張에 따른 軸方向應力을 발생시키기 때문에 軸方向應力을 무시한 Youngdahl 등의 解析으로는 局部的 塑性變形을 엄밀히 규명할 수 없다. 이 研究에서는 圓管의 降伏曲面을 軸方向應力을 포함시켜 구성하고 이것의 영향을 검토하였다. 圓管의 局部的 塑性變形에 관하여 塑性崩壞모우드를 정의하고 이들 모우드에 있어 軸方向應力의 영향을 解析하였다.

\* 正會員, 延世大學校 工科大學

\*\* 正會員, 蔚山工科大學

2. 基礎方程式

軸對稱荷重을 받는 圓筒殼의 要素를 Fig. 1에서 보여 준다. 負荷에 의한 變形은 半徑方向으로만 생긴다고 생각하며  $M_\theta$ 를 무시하면 運動方程式은 다음과 같다.

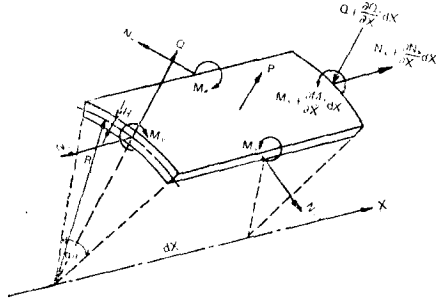


Fig. 1 Stresses on the element of cylindrical shell.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial x} &= P - \frac{N_\theta}{R} - \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} &= Q \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

여기서

$\rho$ : 셸 요소의 단위면적당 밀도

$W$ : 半徑方向變位

理論式을 유도함에 있어 다음과 같은 無次元變數를 사용하는 것이 편리하다.

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{M_x}{\sigma_y H^2}, \quad n_\theta = \frac{N_\theta}{\sigma_y H}, \quad n_x = \frac{N_x}{\sigma_y H}, \quad q = \frac{Q}{\sigma_y H} \sqrt{\frac{R}{H}} \\ \phi &= \frac{PR}{\sigma_y H}, \quad \eta = \frac{\dot{W} \rho R}{\sigma_y H T}, \quad \xi = \frac{x}{\sqrt{RH}}, \quad \tau = \frac{t}{T} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

여기서

$\sigma_y$ : 降伏應力

$\dot{W}$ : 半徑方向速度

$T$ : 荷重作用時間

이들 無次元變數를 사용하면, 式(1)은 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial \xi} &= \phi - n_\theta - \frac{\partial \eta}{\partial \tau} \\ \frac{\partial m}{\partial \xi} &= q \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

剪斷力  $q$ 을 소거하면 다음과 같이 한개의 方程式으로 된다.

$$\frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2} = \phi - n_\theta - \frac{\partial \eta}{\partial \tau} \quad (4)$$

3. 降伏曲面과 塑性流動 法則

Tresca 降伏條件을 따르는 材料로 된 圓筒殼의 降伏斷面은 Fig. 2와 같이 주어진다<sup>6)</sup>

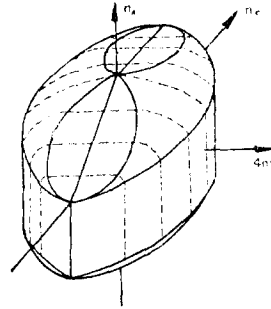


Fig. 2 Yield surface for the cylindrical shell.

이 曲面을 平面化하여 近似化시킨 것을 Fig. 3에 보여 준다.

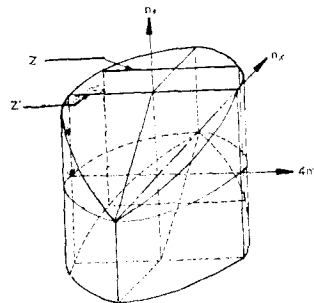


Fig. 3 Circumscribed yield surface for the cylindrical shell.

無次元軸方向應力  $n_x = \text{const}$ 인 경우 軸對稱荷重에 의한 降伏曲線은 Fig. 3에서 平面으로부터 주어지며 Fig. 4와 같다.

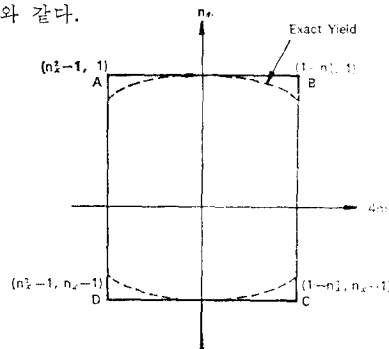


Fig. 4 Yield curve for axisymmetric loading.

塑性域에서 스트레인速度는 塑性스트레인速度로 표

시되며 塑性變形중에는 流動法則에 의하여 降伏曲面上에 수직이 되어야 한다. 스트레인速度벡터는  $\dot{\vec{E}} = \mu(\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_\theta, \dot{k})$  로 정의되며 應力點은 본 문제에서 Fig. 4의 降伏曲線 A와 B사이에 놓이게 된다. 點 A에서는 線分 AD 上的 垂直스트레인速度벡터  $\dot{\vec{E}}_{AD} = \mu_{AD}(2n_x, 0, -4)$ 와 線分 AB 上的 垂直스트레인速度벡터  $\dot{\vec{E}}_{AB} = \mu_{AB}(0, 1, 0)$ 의 合成으로 표시되고, 線分 A에서는  $\dot{\vec{E}}_{AB} = \mu_{AB}(0, 1, 0)$ 이고, 點 B에서는 線分 BC 上的 垂直스트레인速度벡터  $\dot{\vec{E}}_{BC} = \mu_{BC}(2n_x, 0, 4)$ 와  $\dot{\vec{E}}_{AB}$ 의 合成으로 표시된다.

4. 局部衝擊壓力에 의한 塑性變形

靜的塑性崩壞荷重보다 큰 動的荷重이 짧은 時間동안 局部的으로 작용하였을 때에는 荷重의 作用幅에 따라 Fig. 5에서 보여주는 바와 같이 2개의 變形모우드를 나타낸다.<sup>1)</sup>

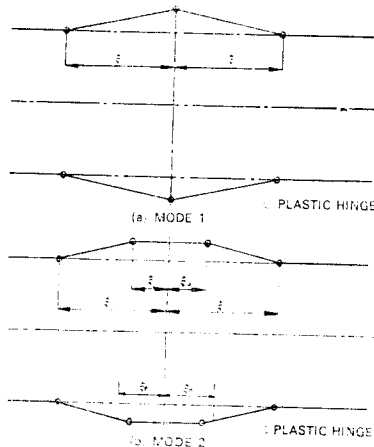


Fig. 5 Patterns of plastic deformation.

$x=0$ 인 徑面에 대하여 대칭이고 축대칭으로 작용하는 局部衝擊壓力도 Fig. 6에서 보여주는 바와 같이 等價帶壓力으로 變換시켜서 해석할 수 있으므로<sup>3)</sup> 여기서는 帶壓力을 받는 圓管의 塑性變形을 解析한다.

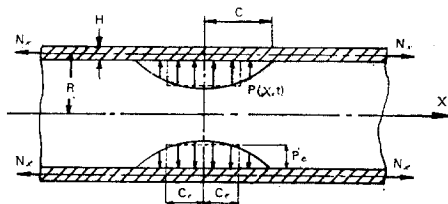


Fig. 6 Circular tube loaded by an axially varying pressure.

4.1. 모우드 1

動的荷重  $\psi$ 가 極限荷重  $\psi_s$  보다 커서  $\xi=0$ 과  $\xi=\xi_1$ 에서 塑性힌지가 발생하였을 때를 모우드 1로 한다. 균형모우멘트는 降伏曲線 및  $\xi=0$ 와  $\xi_1$ 에서 최소치와 최대치를 갖는다는 조건으로 부터

$$\left. \begin{aligned} \xi=0 \text{에서 } m &= \frac{n_x^2 - 1}{4}, \quad \frac{\partial m}{\partial \xi} = 0 \\ \xi=\xi_1 \text{에서 } m &= \frac{1 - n_x^2}{4}, \quad \frac{\partial m}{\partial \xi} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5a, b)$$

이다. 이때  $\xi_1$ 은 帶壓力의 無次元幅  $\xi_c$ 보다 크며, 시간의 函數이다.

$0 \leq \xi \leq \xi_1$ 에서는

$$|m| \leq \frac{1 - n_x^2}{4}, \quad n_\theta = 1 \quad (6)$$

이고, 스트레인速度벡터로부터  $\dot{k}=0$ 이므로  $\eta$ 는  $\xi$ 에 대한 線型式으로 다음과 같이 주어진다.

$$\eta(\xi, \tau) = \eta_0 \left(1 - \frac{\xi}{\xi_1}\right) \quad (7)$$

여기서  $\eta_0$ 는  $\xi=0$ 에서의 變形의 速度이다. 式 (7)을 時間에 관하여 微分하면

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \frac{d\eta_0}{d\tau} \left(1 - \frac{\xi}{\xi_1}\right) + \eta_0 \frac{\xi}{\xi_1^2} \frac{d\xi_1}{d\tau}, \quad 0 \leq \xi \leq \xi_1 \quad (8)$$

로 주어진다. 式 (8)을 式 (4)에 代入하면

$$\frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2} = \psi - 1 - \frac{d\eta_0}{d\tau} + \frac{\xi}{\xi_1} \left( \frac{d\eta_0}{d\tau} - \frac{\eta_0}{\xi_1} \frac{d\xi_1}{d\tau} \right) \quad (9)$$

로 된다. 荷重이 제거된 후에는 式(9)는

$$\frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2} = -1 - \frac{d\eta_0}{d\tau} + \frac{\xi}{\xi_1} \left( \frac{d\eta_0}{d\tau} - \frac{\eta_0}{\xi_1} \frac{d\xi_1}{d\tau} \right) \quad (10)$$

로 된다. 式 (10)을  $\xi$ 에 관하여 적분하고 式 (5a)에서 주어지는  $\xi=0$ 에서의 조건을 사용하여 積分常數를 결정하면  $0 \leq \xi \leq \xi_1$ 에서

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial m}{\partial \xi} &= -\left(1 + \frac{d\eta_0}{d\tau}\right)\xi + \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\xi_1} \left( \frac{d\eta_0}{d\tau} - \frac{\eta_0}{\xi_1} \frac{d\xi_1}{d\tau} \right) \\ m &= -\frac{1 - n_x^2}{4} - \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\xi_1} \left(1 + \frac{d\eta_0}{d\tau}\right) + \frac{1}{6} \frac{\xi^3}{\xi_1} \left( \frac{d\eta_0}{d\tau} - \frac{\eta_0}{\xi_1} \frac{d\xi_1}{d\tau} \right) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

를 얻는다. 式 (11)에서 式 (5b)로 주어지는  $\xi=\xi_1$ 에서의 조건식을 사용하여 정리하면 다음 關係式을 얻는다.

$$\left. \begin{aligned} \eta_0 \xi_1 \frac{d\xi_1}{d\tau} &= 3(1 - n_x^2) - \xi_1^2 \\ \xi_1^2 \frac{d\eta_0}{d\tau} &= -3(1 - n_x^2) - \xi_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式 (12)로부터 다음 關係式을 얻을 수 있다.

$$\xi_1 = \alpha\tau + \beta \quad (13)$$

$$\eta_0 = \frac{3(1-n_x^2) - \xi_1^2}{\alpha \xi_1} \quad (14)$$

여기서  $\alpha$  및  $\beta$ 는 積分常數이다.

#### 4.2. 모드 2

Fig. 5b에서 보여 주는 모드 2에서 굽힘모우멘트  $m$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \xi_0 \text{에서 } m &= \frac{n_x^2 - 1}{4} \\ \xi_0 \leq \xi \leq \xi_1 \text{에서 } m &\leq \frac{1 - n_x^2}{4} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$\xi_0=0$ 인 경우에는 모드 1과 같으므로 모드 2는 모드 1를 포함한다고 생각할 수 있다. 式 (15)에서  $\xi_0 < \xi_c$ ,  $\xi_1 > \xi_c$ 가 되어야 한다. 速度  $\eta$ 는 式(4)로부터  $0 \leq \xi \leq \xi_0$ 에서  $\frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2} = 0$  이므로

$$\eta = (\psi - 1)\tau + g(\xi) \quad (16)$$

를 얻는다. 또한,  $\xi_0 \leq \xi \leq \xi_1$ 에서 스트레인速度벡터는  $\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} = 0$  이므로

$$\eta = \eta_{\xi_0} - (\eta_{\xi_0} - \eta_1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_1 - \xi_0} \quad (17)$$

로 주어지고, 여기서  $\eta_{\xi_0}$ 는  $\xi = \xi_0$ ,  $\eta_1$ 는  $\xi = \xi_1$ 에서의 半徑方向速度이며  $\tau$ 만의 函數이다. 函數  $g(\xi)$ 는 速度  $\eta$ 를 陽이 되도록 하여야 하며,  $\frac{\partial^2 g}{\partial \xi^2} \leq 0$ 을 만족하여야 한다.<sup>1)</sup> 速度는  $\xi = \xi_0$ 에서 연속이어야 하므로 다음과 같은 조건식을 얻는다.

$$\eta_{\xi_0} = (\psi - 1)\tau + g(\xi_0) \quad (18)$$

#### 4.3. 運動方程式의 積分

각각의 塑性區間에서 運動方程式을 積分하여 모우멘트를 구한다.  $0 \leq \xi \leq \xi_0$  塑性區間은 塑性한지區間이므로 모우멘트는 일정하고 다음과 같다.

$$m = \frac{n_x^2 - 1}{4} \quad (19)$$

區間  $\xi_0 \leq \xi \leq \xi_c$ 에서의 모우멘트를  $m_{c_0}$ 라고 하면, 式 (17)에서 速度  $\eta$ 를 時間에 관하여 微分한 후, 式(4)에 대입하고  $\xi$ 에 관하여 積分하면 다음 式을 얻는다.

$$m_{c_0} = \frac{\psi - 1}{2} \xi^2 - G \frac{\xi^2}{2} + H \frac{\xi^3}{6} + C_{c_0} \xi + D_{c_0} \quad (20)$$

區間  $\xi_c \leq \xi \leq \xi_1$ 에서의 모우멘트를  $m_{c_1}$ 이라고 하면 위와 같은 방법으로 다음 式을 얻는다.

$$m_{c_1} = -\frac{1}{2} \xi^2 - G \frac{\xi^2}{2} + H \frac{\xi^3}{6} + C_{c_1} \xi + D_{c_1} \quad (21)$$

여기서  $C_{c_0}, D_{c_0}, C_{c_1}, D_{c_1}$ 은 積分常數이고

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{d\eta_{\xi_0}}{d\tau} + \frac{\xi_0}{\xi_1 - \xi_0} \left( \frac{d\eta_{\xi_0}}{d\tau} - \frac{d\eta_1}{d\tau} \right) + \frac{\eta_{\xi_0} - \eta_1}{\xi_1 - \xi_0} \frac{d\xi_0}{d\tau} \\ &\quad - \frac{\eta_{\xi_0} - \eta_1}{(\xi_1 - \xi_0)^2} \left( \frac{d\xi_1}{d\tau} - \frac{d\xi_0}{d\tau} \right) \xi_0 \\ H &= \frac{1}{\xi_1 - \xi_0} \left( \frac{d\eta_{\xi_0}}{d\tau} - \frac{d\eta_1}{d\tau} \right) - \frac{\eta_{\xi_0} - \eta_1}{(\xi_1 - \xi_0)^2} \left( \frac{d\xi_1}{d\tau} \right. \\ &\quad \left. - \frac{d\xi_0}{d\tau} \right) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

이다.  $\xi = \xi_0$ 와  $\xi = \xi_1$ 에서  $m$ 와  $\frac{\partial m}{\partial \xi}$ 은 連續이어야 하므로 積分常數들이 다음과 같이 정하여진다.

$$\left. \begin{aligned} C_{c_0} &= -(\psi - 1)\xi_0 - G\xi_0 - H \frac{\xi_0^2}{2} \\ D_{c_0} &= \frac{n_x^2 - 1}{4} + \frac{\psi - 1}{2} \xi_0^2 - G \frac{\xi_0^2}{2} + H \frac{\xi_0^3}{3} \\ C_{c_1} &= \xi_1 + G\xi_1 - H \frac{\xi_1^2}{2} \\ D_{c_1} &= \frac{1 - n_x^2}{4} - \frac{1}{2} \xi_1^2 - G \frac{\xi_1^2}{2} + H \frac{\xi_1^3}{3} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

또한,  $\xi = \xi_c$ 에서  $m$ 과  $\frac{\partial m}{\partial \xi}$ 은 連續이어야 하므로 다음 條件式을 얻는다.

$$\left. \begin{aligned} m_{c_0}(\xi_c) &= m_{c_1}(\xi_c) \\ \frac{\partial m_{c_0}(\xi_c)}{\partial \xi} &= \frac{\partial m_{c_1}(\xi_c)}{\partial \xi} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式(24)에 모우멘트 式(20)과 (21)을 대입하고 정리하면 다음 關係式을 얻는다.

$$\begin{aligned} (\xi_1 - \xi_0)^2 \left( 1 - \psi + \frac{d\eta_{\xi_0}}{d\tau} + \frac{\eta_{\xi_0} - \eta_1}{\xi_1 - \xi_0} \frac{d\xi_0}{d\tau} \right) &= \psi (\xi_1 \\ &\quad - \xi_0) [4(\xi_c - \xi_0) - (\xi_1 - \xi_0)] - 3[1 - n_x^2 + \psi(\xi_c - \xi_0)^2] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} (\xi_1 - \xi_0)^2 \left( 1 + \frac{d\eta_1}{d\tau} + \frac{\eta_{\xi_0} - \eta_1}{\xi_1 - \xi_0} \frac{d\xi_1}{d\tau} \right) &= 3[1 - n_x^2 \\ &\quad + \psi(\xi_c - \xi_0)^2] - 2\psi(\xi_c - \xi_0)(\xi_1 - \xi_0) \end{aligned} \quad (26)$$

區間  $\xi_0 \leq \xi \leq \xi_c$ 에서 모우멘트는  $|m| \leq \frac{1 - n_x^2}{4}$ 을 만족하여야 하는데, 모우멘트  $m$ 은 3次式이고  $\xi = \xi_0$ 에서  $m = \frac{n_x^2 - 1}{4}$  이므로 不等式  $\frac{\partial m_{c_0}}{\partial \xi} \geq 0$ 을 만족하면 된다. 이 條件으로부터

$$\begin{aligned} 3[1 - n_x^2 + \psi(\xi_c - \xi_0)^2] &\geq \psi(\xi_1 - \xi_0) [4(\xi_c - \xi_0) \\ &\quad - (\xi_1 - \xi_0)] \end{aligned} \quad (27)$$

을 얻는다.

마찬가지로 區間  $\xi_c \leq \xi \leq \xi_1$ 에서도 모우멘트는  $|m| \leq \frac{1 - n_x^2}{4}$ 을 만족하여야 하며  $\xi = \xi_1$ 에서  $m = \frac{1 - n_x^2}{4}$ 이므로 不等式  $\frac{\partial m_{c_1}}{\partial \xi} \geq 0$ 을 만족하여야 한다. 이 條件으로부터

$$3[1 + \phi(\xi_c - \xi_0)^2] \geq 2\phi(\xi_c - \xi_0)(\xi_1 - \xi_0) \quad (28)$$

를 얻는다.

### 5. 動的變形에 있어서의 軸方向應力の 影響

#### 5.1. 모드 1

全速度場이 모드 1로만 존재한다면 다음 條件을 만족시킨다.

$$\xi_0 = 0, \frac{d\xi_0}{d\tau} = 0, \eta_{c0} = \eta_0, \frac{d\eta_1}{d\tau} = 0 \quad (29)$$

하중이 작용하는 동안  $\xi_1$ 은 일정함으로<sup>1)</sup>  $d\xi_1/d\tau = 0$ 이다.

式 (29)와 위의 조건을 式(25)와 (26)에 대입하고 정리하면

$$\xi_1^2 \left(1 - \phi + \frac{d\eta_0}{d\tau}\right) = \phi\xi_1(4\xi_c - \xi_1) - 3(1 - n_x^2 + \phi\xi_c^2) \quad (30)$$

$$\xi_1^2 = 3(1 - n_x^2 + \phi\xi_c^2) - 2\phi\xi_c\xi_1 \quad (31)$$

를 얻는다. 式 (29)를 式 (27)과 (28)에 대입하면 다음 條件식을 얻는다.

$$3(1 - n_x^2 + \phi\xi_c^2) \geq \phi\xi_1(4\xi_c - \xi_1) \quad (32)$$

$$3(1 + \phi\xi_c^2) \geq 2\phi\xi_c\xi_1 \quad (33)$$

式 (31)에서  $\xi_1$ 을 구하면

$$\xi_1 = [\phi^2\xi_c^2 + 3(1 - n_x^2 + \phi\xi_c^2)]^{\frac{1}{2}} - \phi\xi_c \quad (34)$$

로 주어진다. 式 (31), (33), 및 (34)를 사용하여 帶壓力  $\phi$ 와 帶幅  $\xi_c$ 와의 關係式을 얻는다.

$$\xi_c^2 \leq \frac{3(1 - n_x^2)(\phi + 1)^2}{\phi(\phi - 1)(\phi + 3)} \quad (35)$$

만일, 式 (35)에서 等式이 성립되면 모드 2가 발생함을 의미하므로

$$\xi_c^2 = \frac{3(1 - n_x^2)(\phi + 1)^2}{\phi(\phi - 1)(\phi + 3)} \quad (36)$$

은 모드 1과 모드 2의 境界를 표시한다. Fig. 7에서는 式 (35)을 사용하여 帶幅과 臨界帶壓力과의 관계와 軸方向應力の 영향을 보여 준다.

또한, Fig. 8에서는 式 (36)을 사용하여 帶幅과 軸方向應力사이의 關係를 보여준다.

이 그림에서 보면 帶幅  $\xi_c$ 의 영향은 靜的荷重에서의 경우보다 動的荷重에서 더욱 커지며 軸方向應力  $n_x$ 에 훨씬 민감함을 알 수 있다. 荷重이 작용하고 있는 동안 ( $0 \leq \tau \leq 1$ ) 中央點의 變形速度  $\eta_0$ 는 式 (30)과 (31) 및 初期條件  $\eta_0(0) = 0$ 으로 부터 다음과 같이 주어진다.

$$\eta_0 = \frac{2(\phi\xi_c - \xi_1)\tau}{\xi_1} \quad (37)$$

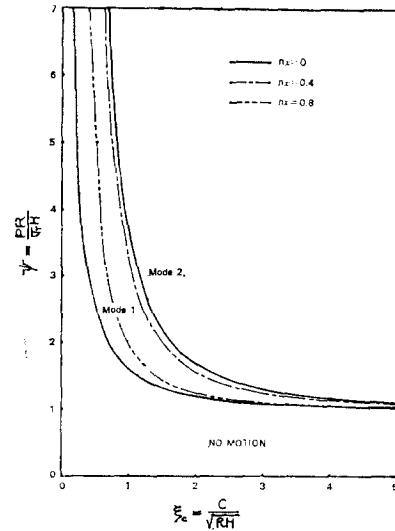


Fig. 7 Boundary between Mode 1 and Mode 2.

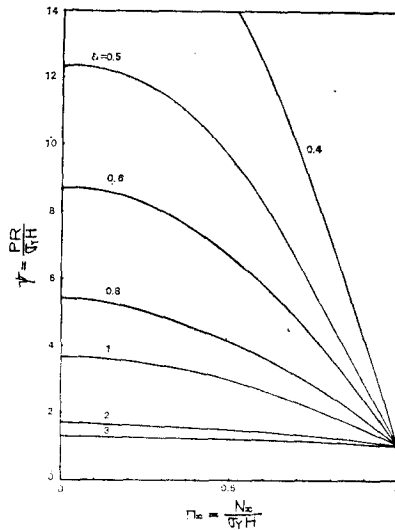


Fig. 8 Critical band pressure vs. axial stress.

荷重이 제거된 후 ( $\tau > 1$ )에도 變形은 계속되며 初期條件  $\tau = 1$ 에서의  $\xi_1$ 과  $\eta_0$ 의 값을 대입함으로써 얻는다. 初期條件은 式 (34)와 (47)로 부터

$$\left. \begin{aligned} \xi_1(1) &= [\phi^2\xi_c^2 + 3(1 - n_x^2 + \phi\xi_c^2)]^{\frac{1}{2}} - \phi\xi_c \\ \xi_0(1) &= \frac{2[\phi\xi_c - \xi_1(1)]}{\xi_1(1)} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

를 얻는다. 荷重이 제거된 후의 變形을 나타내는 式은 式 (13) 및 (14)로 주어지므로 初期條件을 대입함으로써 積分常數  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 다음과 같이 정해진다.

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{3(1-n_x^2) - \xi_{11}^2}{2(\phi\xi_c - \xi_{11})} \\ \beta &= \xi_{11} - \alpha \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

여기서

$$\xi_{11} = [\phi^2\xi_c^2 + 3(1-n_x^2 + \phi\xi_c^2)]^{\frac{1}{2}} - \phi\xi_c \quad (40)$$

따라서 식 (13)과 (14)는 다음과 같이 된다.

$$\eta_0 = \frac{[3(1-n_x^2) - \xi_{11}^2][2(\phi\xi_c - \xi_{11})]}{[3(1-n_x^2) - \xi_{11}^2]\xi_1} \quad (41)$$

$$\xi_1 = \frac{[3(1-n_x^2) - \xi_{11}^2](\tau-1)}{2(\phi\xi_c - \xi_{11})} + \xi_{11} \quad (42)$$

動的塑性變形은  $\eta_0=0$ 로 될 때까지 계속되며 각 速度場으로 부터 荷重이 작용하는 中央部の 變位를 구하면 荷重이 작용하고 있는 동안 ( $0 \leq \tau \leq 1$ )에 대해서는 식 (37)을 적분하여

$$w_0 = \frac{(\phi\xi_c - \xi_1)^2}{\xi_1} \quad (43)$$

을 얻는다.

荷重이 제거된 후 ( $1 \leq \tau \leq \tau_f$ ) 變形이 정지될 때까지 사이의 變位는 식 (41)을 적분하여

$$w_0 = \frac{6(1-n_x^2)\ln\xi - \xi_1^2 + \phi}{2\alpha^2} \quad (44)$$

를 얻으며 여기서  $\phi$ 는 다음과 같다.

$$\phi = \frac{2\alpha^2(\phi\xi_c - \xi_{11})}{\xi_{11}} + \xi_{11}^2 - 6(1-n_x^2)\ln\xi_{11} \quad (45)$$

變形이 정지되는 時刻  $\tau_f$ 는 식 (41)의  $\eta_0=0$ 의 조건으로 부터 다음과 같이 주어진다.

$$\tau_f = \frac{\sqrt{3(1-n_x^2) - \beta}}{\alpha} \quad (46)$$

式 (43)과 (44)를 사용하여 帶幅  $\xi_c=0.5$ 인 경우 中央部の 最終變位와 帶壓力와의 關係를 Fig. 9에서 보여준다.

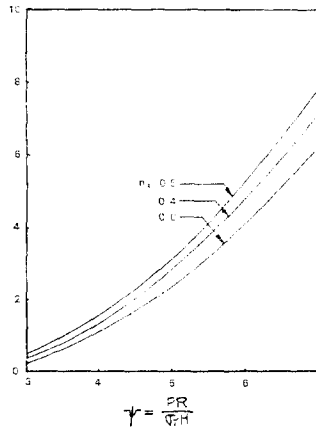


Fig. 9 Final displacement at centre of loaded region due to band pressure with various axial stress for  $\xi_c=0.5$ .

이 그림으로부터 圓管을 塑性變位가 軸方向應力의 증가에 따라 크게 증대됨을 알 수 있다.

## 5.2. 모우드 2

만일 式 (35)에서 不等式이 성립되지 않으면 塑性變形은 모우드 2로 시작한다. 즉  $0 \leq \xi \leq \xi_0$ 에서  $m = \frac{n_x - 1}{4}$ 이 균일하게 분포되어 있는 塑性힌지區間이 발생되며  $\xi_0 \leq \xi_c$ 로 되고  $\xi = \xi_1$ 에서  $m = \frac{1 - n_x^2}{4}$ 의 塑性힌지가 발생한다. 荷重이 작용하는 동안 ( $0 \leq \tau \leq 1$ ) 式(25)와 (26)은 각각 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} (\xi_1 - \xi_0)^2 \left(1 - \phi + \frac{d\eta_{\xi_0}}{d\tau}\right) &= \phi(\xi_1 - \xi_0) [4(\xi_c - \xi_0) \\ &\quad - (\xi_1 - \xi_0)] - 3[1 - n_x^2 + \phi(\xi_c - \xi_0)^2] \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} (\xi_1 - \xi_0)^2 &= 3[1 - n_x^2 + \phi(\xi_c - \xi_0)^2] \\ &\quad - 2\phi(\xi_c - \xi_0)(\xi_1 - \xi_0) \end{aligned} \quad (48)$$

式 (48)과 (27)로부터

$$(\xi_c - \xi_0)^2 = \frac{3(1-n_x^2)(\phi+1)^2}{\phi(\phi-1)(\phi+3)} \quad (49)$$

를 얻으며 式 (48)과 (49)로부터

$$(\xi_1 - \xi_0)^2 = \frac{12(1-n_x^2)\phi}{(\phi-1)(\phi+3)} \quad (50)$$

를 얻는다. 式 (48)과 (49)를 검토하면 衝擊荷重이 작용하여 모우드 2의 운동을 하는 동안  $(\xi_c - \xi_0)$ 와  $(\xi_1 - \xi_0)$ 는 일정하게 유지되고 있음을 알 수 있다.

荷重이 작용하고 있는 동안 ( $0 \leq \tau \leq 1$ )에 각 塑性域에서의 速度를 구하면,  $0 \leq \xi \leq \xi_0$ 에서 式 (16)으로부터 初期條件을 사용하여

$$\eta_{\xi_0} = (\phi - 1)\tau \quad (51)$$

를 얻고,  $\xi_0 \leq \xi \leq \xi_1$ 에서  $\eta_1=0$ 이고  $\xi$ 에 대하여 線型이므로

$$\eta = \eta_{\xi_0} - \frac{\eta_{\xi_0}}{\xi_1 - \xi_0} (\xi - \xi_0) \quad (52)$$

로 주어진다.

荷重이 제거되었을 때 ( $\tau > 1$ ) 變形은 모우드 2로 계속되며  $\tau=1$ 일 때 式 (51)로부터

$$\eta_{\xi_0}(1) = \phi - 1 \quad (53)$$

이고,  $\tau \geq 1$ 에서 式 (16)은

$$\eta_{\xi_0} = -\tau + g(\xi_0) \quad (54)$$

로 주어지므로 式 (53)과 (54)로부터 다음 關係式을 얻는다.

$$\eta_{\xi_0} = -\tau + \phi \quad (55)$$

荷重이 제거된 후 ( $\tau \geq 1$ ) 式 (26)과 (27)은 각각 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} (\xi_1 - \xi_0)^2 \left(1 + \frac{d\eta_{\xi_0}}{d\tau} + \frac{\eta_{\xi_0}}{\xi_1 - \xi_0} \frac{d\xi_0}{d\tau}\right) &= -3(1-n_x^2) \end{aligned} \quad (56)$$

$$(\xi_1 - \xi_0)^2 \left( 1 + \frac{\eta_{\xi_0}}{\xi_1 - \xi_0} \frac{d\xi_1}{d\tau} \right) = 3(1 - n_x^2) \quad (57)$$

式 (55)로부터  $\frac{d\eta_{\xi_0}}{d\tau} = -1$ 를 얻을 수 있으므로 式 (56)은 다음과 같이 된다.

$$(\xi_1 - \xi_0)\eta_{\xi_0} \frac{d\xi_0}{d\tau} = -3(1 - n_x^2) \quad (58)$$

式 (58)에 式 (55)를 대입하고 적분하면

$$(\xi_1 - \xi_0)^2 = 6[1 - n_x^2 - \gamma^2(\psi - \tau)^2] \quad (59)$$

를 얻으며, 여기서  $\gamma$ 는 積分常數이다.

式 (58)에 (59)를 대입하여 적분하면

$$\xi_c - \xi_0 = \lambda + \frac{\sqrt{6}}{2} \sqrt{1 - n_x^2} \operatorname{sech}^{-1} [\gamma(\psi - \tau)] \quad (60)$$

를 얻는다. 여기서  $\lambda$ 와  $\gamma$ 는 積分常數이며  $\tau=1$ 일 때  $\xi = \xi_0$ 의 값으로부터 결정된다. 速度場으로부터 荷重이 작용하는 동안 ( $0 \leq \tau \leq 1$ ) 中央部 ( $\xi=0$ )의 變位는 式 (51)로부터

$$w_0 = \frac{(\psi - 1)\tau^2}{2} \quad (51)$$

를 얻는다. 荷重이 제거된 후 ( $1 \leq \tau \leq \tau_p$ )에는 式 (55)과 (61)로부터

$$w_0 = -\frac{\tau^2 - 2\psi\tau + \psi}{2} \quad (62)$$

를 얻는다. 式 (60)으로부터 모우드 2에서 모우드 1으로 변하는 時刻  $\tau_p$ 를 구하면

$$\tau_p = \psi - \frac{1}{\gamma \cosh \left[ \frac{2(\xi_c - \lambda)}{\sqrt{6(1 - n_x^2)}} \right]} \quad (63)$$

를 얻는다.  $\tau_p \leq \tau \leq \tau_f$  동안의 變位는 式 (44)로 주어지며 變形이 정지되는 時刻  $\tau_f$ 는 式 (46)으로 주어진다.

Fig. 10에서 帶幅  $\xi_c=2$ 인 경우 中央部の 最終變位

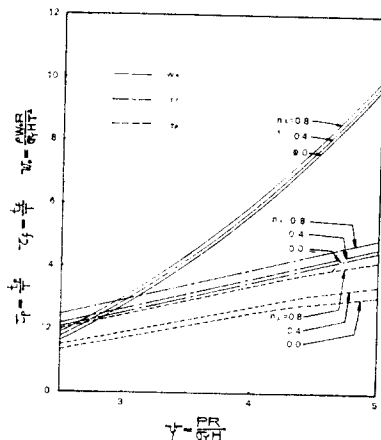


Fig. 10 Final displacement at centre of loaded region due to band pressure with various axial stress for  $\xi_c=2$ .

를 臨界帶壓力의 함수로 표시하였다. 이 경우에는 모우드 2로 變形하며 變位는 臨界帶壓力의 증가에 거의 線型的으로 비례하여 증가하고 있으나 軸方向應力  $n_x$ 의 영향은 무시할 정도로 작음을 알 수 있다.

## 6. 檢 討

Fig. 3 에 주어진 降伏曲面으로부터 無次元軸方向應力  $n_x = \text{const.}$  인 경우 降伏曲線은 Fig. 4와 같이 되며, 軸方向應力의 영향은 이 曲線上에서 降伏굽힘모우먼트  $m$ 의 값을  $\frac{1}{4}$ 로부터  $\frac{1 - n_x^2}{4}$ 으로 축소시키는 효과를 가져온다. 이에 따라 圓管의 動的崩壞壓力인 臨界壓力에 큰 영향을 가져온다. Fig. 7에서 모우드 1과 모우드 2의 경계를 나타내는 臨界帶壓力에 대한 軸方向應力의 영향은 帶幅이 작을수록 증가되며 臨界帶壓力을 낮추는 것을 알 수 있다. 이런 사실은 Fig. 8에서  $\xi_c > 2$ 에 대해서는  $n_x$ 의 영향을 무시할 수 있으나  $\xi_c < 1$ 인 경우에  $n_x$ 의 영향은 뚜렷하고  $\xi_c = 0.5$ 인 경우에는  $n_x = 0.5$ 에 대하여 臨界帶壓力  $\psi$ 가 24% 감소됨을 알 수 있다.

또한, 半徑方向塑性變位에 대한 軸方向應力의 영향은 Fig. 9와 Fig. 10에서 보여주는 바와 같이 軸方向應력이 증대됨에 따라 塑性變位도 증대되며 모우드 1의 경우가 모우드 2에 비하여 훨씬 크게 나타난다. Fig. 9에서 帶壓力  $\psi=6$ 인 경우  $n_x=0.5$ 에 대해서 塑性變位  $w_0$ 가 28% 크게 나타남을 알 수 있으며 따라서  $n_x$ 를 무시함으로써 塑性變位를 작게 생긴다고 판단하게 된다.

## 7. 結 論

局部衝擊荷重을 받는 圓管의 塑性變形에 미치는 軸方向應力의 영향에 대하여 고찰하였다.

圓管의 材料는 Tresca의 降伏條件을 따르는 剛完全塑性體로 가정하여 理論式을 유도하였다.

軸方向應力을 고려한 降伏曲線을 사용하여 圓管의 塑性變形을 모우드 1과 모우드 2로 區分하여 고찰하였으며 이들 사이의 경계는 軸方向應력이 존재함으로써 낮아졌다.

本 研究의 結果를 要約하면 다음과 같다.

1. 局部的 衝擊壓力을 받는 圓管의 塑性變形은 軸方向應力을 무시한 경우보다 커지며 壓力의 帶幅이 좁을수록 영향이 증대한다.

2. 軸方向應力이 존재함으로써 圓管의 臨界壓力이 크게 작아지므로 局部荷重을 받는 圓管의 強度를 검토할 때에는 軸方向應力을 반드시 고려하여야 한다.

### 參 考 文 獻

1. Eason, G. and Shield, R.T., "Dynamic Loading of Rigid-Plastic Cylindrical Shell", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 4, 1956, pp.53-71.
2. Drucker, D.C., "Limit Analysis of Cylindrical Shells under Axially Symmetric Loading", Proceedings of the First Midwest Conference on Solid and Mechanics, 1953, pp.158-163.
3. Youngdahl, C.K., "The Equivalence of Dynamic Load for the Final Plastic Deformation on a Tube", Proceedings of the First International Conference on Pressure Vessel Technology", CONF-690906, Vol. 1, 1969, pp. 89-100.
4. Youngdahl, C.K., "Correlation Parameter for Eliminating the Effect of Pulse Shape on Dynamic Plastic Deformation", J. Applied Mechanics, Trans. ASME, September 1970, pp. 744-752.
5. Youngdahl, C.K., "Dynamic Deformation of Circular Cylindrical Shell", J. Applied Mechanics, Trans. ASME, September, 1972, pp. 746-750.
6. Onat, E.T., "Plastic Collapse of Cylindrical Shells under Axially Symmetric Loading", Quarterly Journal of Applied Mathematics Vol. 13, 1955, pp. 63-72.