320 大韓機械學會論文集 第5卷 第4號 pp. 320~328, 1981.

<論 文>

수직 상방으로의 난류 제트의 통계학적 특성에 관한 실험적 연구†

이 준 식*·이 택 식**

(1981년 5월 19일 접수)

Experimental Study of Statistical Characteristics of Turbulent Jet Discharged Vertically Upward

Joon Sik Lee and Taik Sik Lee

Abstract

Experimental study of a round, free air jet is accomplished using a crossed hot wire probe with a constant temperature hot wire anemometer.

Mean velocity profiles, Reynolds stresses, turbulent intensities, velocity probability densities and correlation functions are measured in the down stream region. These values are calculated and averaged in the correlation and probability analyzer. The results are interpreted by the output of the dual beam oscilloscope.

기 호 설 명

D : 노즐의 지름
E : 선형화 증폭기에서의 출력
e : 선형화 증폭기에서의 출력의 교류 성분
K : 열선의 보정 상수
P : 확률 분포 함수
p : 확률 밀도 함수
r : 중심축부터 반지름 방향으로의 거리
R : 상관함수
T : 적분 시간 척도
U : 축방향의 평균 속도
$\tilde{U}$: 순간 속도
u : 축방향의 요동 속도
v : 반지름 방향의 요동 속도
x : 출구부터 축방향으로의 거리
α : 축방향과 요동속도 벡터사이의 각도
σ : 표준편차
τ : 시간
θ : 순간속도와 열선의 중심선이 이루는 각도

첨 자

$-$: 시간평균
c : 중심축선
o : 출구
u : 요동속도 u성분
v : 요동속도 v성분

† 1980년도 대한기계학회 춘계 학술대회에서 발표
* 서울대학교 대학원, 현재 University of California, Berkeley
**정회원, 서울대학교 공과대학

1. 서 론

난류 제트의 특성에 관한 이론적 및 실험적 연구가 최근에 관심을 끌고 있다. 이러한 관심은 발전소 또는 공장에서의 공해문제와 관련하여 더욱 고조되고 있다.

축대칭 제트의 난류 특성에 관한 연구는 Gibson[1], Wygnanski와 Fiedler[2] 등에 의하여 광범하게 이루어졌으나 확률밀도함수, 상관함수 등 통계학적 특성에 관한 연구는 이루어지지 않았으며 Gupta와 Kaplan[3],

Antonia[4]에 의하여는 벽경계층에서 이러한 통계학적 특성이 연구되었다. 자유 경계층에서이 통계학적 특성은 Riberio와 Whitelaw[5]에 의하여 소개되었다.

이 논문에서는 원형노즐로부터 정지하고 있는 공기 속으로 수직 윗 방향으로 분사되는 난류 제트의 특성에 관하여 실험적으로 연구한 것을 기술하였다. 주속도의 평균적 특성과 요동(fluctuation)속도의 통계학적 특성에 관하여 광범위한 실험이 이루어졌다. 즉 중심축에 따른 평균속도의 변화, 반지름 방향으로의 평균 속도의 분포, 자기보존구역(self-preserving region)에서 x/D가 21 및 40인 점에서의 반지름 방향에 따른 레이놀즈 응력(reynolds stress), 난류강도, 상관함수, 확률밀도 함수 등을 측정하였다. 측정에는 열선풍속계(hot wire anemometer)에 X형 프로우브(probe)를 사용하였으며 신호처리는 상관분석기(correlator)에서 이루어진 연산결과를 오실로스코우프에 나타내어 해석하였다.

2. 축 대칭 제트의 현상

제트의 형상이 Fig. 1에 표시되어 있다. 제트는 노즐에서 분사되면서 주위의 유체와 혼합된다. 이 혼합은 경계부분에서 시작되어 점차적으로 제트의 중심축상에 닿게 되는 점까지의 거리를 출발길이(starting length)라 하고 이 구역을 초기구역(initial region, zone of flow establishment)라 한다. 이 구역에서는 제트의 유동은 분사조건에 크게 영향을 받는다. 이 점을 지나서부터의 구역을 주구역(main region, zone of established flow)이라 한다. 또 주위의 난류유동에 의하여 제트가 확산될 정도로 축방향의 운동량이 작아지는 구역을 원방구역(far region, field zone)이라 한다. 그리고 자기 보존이 적용될 수 있는 구역은 주구역이다.

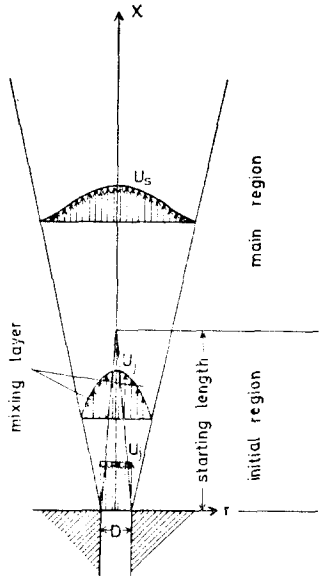

Fig. 1 Configuration of axi-symmetric jet.

3. 실험장치

3.1. 실험장치배치

실험장치의 배열이 Fig. 2에 표시되어 있다. 송풍기①로부터 나온 공기는 관을 통해 챔버③으로 들어간다.

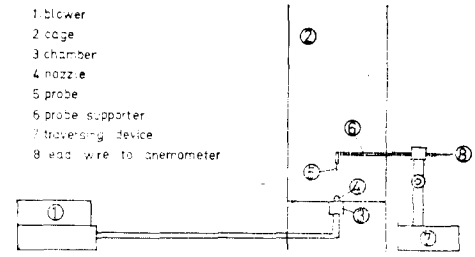

Fig. 2 Schematic diagram of experimental set-up.

이 챔버에는 압력의 맥동을 줄이기 위하여 2개의 가는 눈의 필터를 부착하였다. 제트는 챔버에 부착된 지름 7 mm의 원형단면을 가지는 노즐④를 통하여 분출되며 노즐출구에서의 평균속도는 67 m/s로 유지하였다. 이 때의 레이놀즈수는 3.1×10^4였다. 제트유동의 둘레는 3번의 메시 스크린(mesh screen)으로 된 케이지(cage)②로 둘러싸서 유동 및 소음의 영향을 받지 않도록 하였다. 프우로브⑤의 이동은 3직각 방향으로 1/10 mm의 정밀도를 가지는 이송장치(traversing device)⑦에 고정된 프로우브지지대(probe supporter)⑥의 선단에 위치하고 있다.

3.2. 열선풍속계와 신호처리 장치

프로우브로서는 표준 X형 열선프로우브(재질 : 텅스텐, 지름 : 5 μm 길이 : 1 mm)를 사용하였으며 여기서 얻어지는 신호를 정온도형 열선풍속계(Kanomax 21-1312)를 통해 선형화 증폭기(linearizer)에서 선형화하였다. 선형화 증폭기에서 나온 신호의 교류성분의 주파수 특성은 스펙트럼분석기(spectrum analyzer)로 관찰하였다. 신호의 주파수 범위는 200 Hz와 20 kHz 사이였다. 밴드패스필터(band pass filter)를 통해서 나온 신호를 연산증폭기(operational amplifier)로서 연산하였으며 다음에 상관 및 확률분석기(correlation

and probability analyzer)(SAI-42A)의 각 모우드(mode)에서 평균치, 자기 상관함수(auto-correlation function) R_{uu}, R_{vv}, 상호 상관함수(cross-correlationfunction)Ruv, 확률밀도함수(probability density function) $p(u)$, $p(v)$ 확률분포함수 등 $P(u)$, $P(v)$을 계산하여 오실로스코오프(dual beam oscilloscope)의 디스플레이에 나타내어 사진으로 촬영하여 해석하였다.

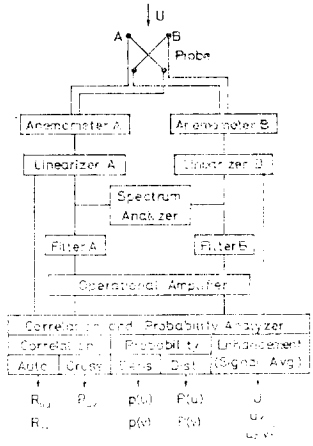

Fig. 3 Diagram of data acquisition arrangement.

Fig. 3에 신호처리의 진행도를 나타내었으며 Fig. 4는 오실로그램중의 대표적인 것이다.

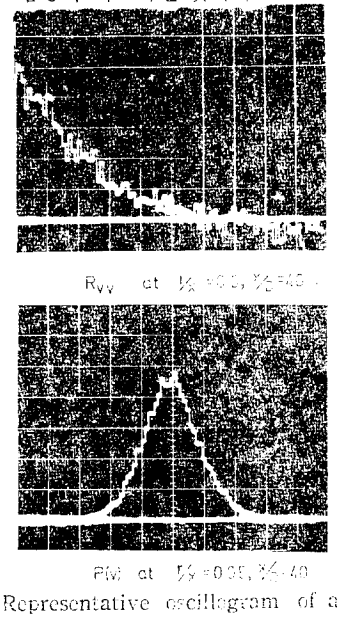

Fig. 4 Representative oscillogram of auto-correlation and probability density function.

4. 실험방법

4.1. 열선보정

선형화 증폭기부터의 출력을 열선보정용 풍동으로 측정한 속도와 비교하였으며 이 때의 압력은 아스카니아형 마노미터(Ascania type manometer)를 사용하여 구하였다. 보정특성이 Table 1에 표시되어 있으며 이를 다시 Fig. 5에 표시하였다.

Table 1 Calibration characteristics of hot-wire anemometry.

Velocity U(m/s)	E(from linearizer)	Ratio$K(=E/U)$
54.53	6.38	0.1170
45.65	5.35	0.1170
36.63	4.31	0.1179
28.36	3.40	0.1199
19.62	2.38	0.1213
10.43	1.34	0.1285

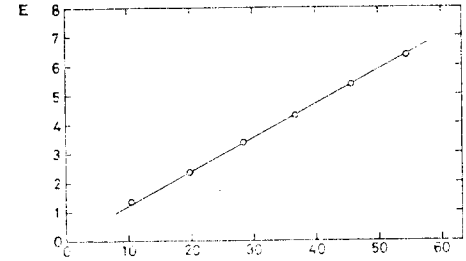

Fig. 5 Calibration characteristics of hot-wire anemometry.

선형화 증폭기부터의 출력과 속도와의 관계는 $E=K\tilde{U}_{eff}$로 주어지며 $\tilde{U}_{eff}=f(\alpha)\tilde{U}$이다. 그러나 여기서는 편각계수(yaw factor) $f(\alpha)$를 고려하지 않고 $\tilde{U}_{eff}=\tilde{U}$로 하였다.

4.2. 평균속도, 레이놀즈응력, 난류강도

선형화 증폭기부터의 출력과 속도는 $E=K\tilde{U}$인 관계로 주어진다. 선형화 증폭기 A 및 B부터의 전기적 신호 E_A 및 E_B는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$E_A=K\tilde{U}\cos(45^\circ-\theta)=\frac{\sqrt{2}}{2}K\tilde{U}(\cos\theta+\sin\theta) \quad (1)$$

$$E_B=K\tilde{U}\sin(45^\circ-\theta)=\frac{\sqrt{2}}{2}K\tilde{U}(\cos\theta-\sin\theta) \quad (2)$$

이에 대한 관계가 Fig. 6에 표시되어 있다.

식(1) 및 (2)를 각각 식(3) 및 (4)로 쓸 수 있다.

$$E_A=\frac{1}{\sqrt{2}}K(U+u+v)=\bar{E}_A+e_A \quad (3)$$

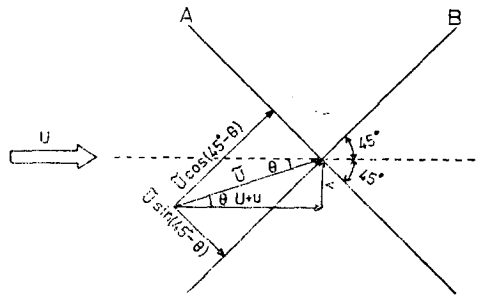

Fig. 6 Arrangement of X probe.

$$E_B=\frac{1}{\sqrt{2}}K(U+u-v)=\bar{E}_B+e_B \tag{4}$$

여기서

$$\bar{E}_A=\bar{E}_B=\frac{1}{\sqrt{2}}KU \tag{5}$$

$$e_A=\frac{1}{\sqrt{2}}K(u+v),\quad e_B=\frac{1}{\sqrt{2}}K(u-v) \tag{6}$$

따라서 원식들로부터 다음과 같이 된다.

$$U=\frac{1}{\sqrt{2}K}(\bar{E}_A+\bar{E}_B) \tag{7}$$

$$\frac{\overline{u^2}}{U^2}=\frac{1}{4}\left(\frac{\overline{E_A^2}}{\bar{E}_A^2}+\frac{\overline{E_B^2}}{\bar{E}_B^2}+\frac{2\overline{E_AE_B}}{\bar{E}_A\bar{E}_B}\right)-1 \tag{8}$$

$$\frac{\overline{v^2}}{U^2}=\frac{1}{4}\left(\frac{\overline{E_A^2}}{\bar{E}_A^2}+\frac{\overline{E_B^2}}{\bar{E}_B^2}-\frac{2\overline{E_AE_B}}{\bar{E}_A\bar{E}_B}\right) \tag{9}$$

$$\frac{\overline{uv}}{U^2}=\frac{1}{4}\left(\frac{\overline{E_A^2}}{\bar{E}_A^2}-\frac{\overline{E_B^2}}{\bar{E}_B^2}\right) \tag{10}$$

따라서 $\overline{E_A}$, $\overline{E_B}$, $\overline{E_A^2}$, $\overline{E_B^2}$ 및 $\overline{E_AE_B}$의 값으로부터 평균속도, 레이놀즈응력 및 난류 강도를 구 할 수 있다. 중심축에 따른 평균속도와 x/D가 15, 20, 25, 30, 35, 40인 곳에서의 반지름 방향에 따른 평균속도의 분포, 또 x/D가 21 및 40인 곳에서의 반지름 방향에 대한 레이놀즈응력, 축방향의 난류 강도 및 반지름 방향의 난류 강도 등을 측정하였다. 평균속도는 선형화 증폭기에서의 직류신호를 상관 및 확률 분석기의 강화 모우드(enhancement mode)로서 평균하여 구하였다. 샘플 증분시간(sample increment time)을 10 μs로 하여 100개의 샘플링을 1024×128회에 걸쳐 계산하여 평균하였다. 밴드패스필터를 통과한 교류성분을 연산증폭기에 연산하여 uv, u^2, v^2를 구하였고 이 값들을 또한 상관확률분석기의 강화모우드에서 평균하였다.

4.3. 상관함수

x/D가 21 및 40인 곳에서 반지름 방향으로 r/x가 0인 점, 최대의 레이놀즈응력이 나타나는 점, 평균 속도가 중심축상에서의 평균속도의 반인 점에 대한 축방향 요동속도의 자기 상관함수 R_{uu}, 반지름방향 요동속도의 자기상관함수 R_{vv}, 축방향과 반지름방향의 요동속도의 상호상관함수 R_{uv}를 구하였다. 밴드패스 필터를 통과한 교류성분을 연산증폭기에서 연산하여 u, v를 구하였으며 이를 상관분석기의 상관모우드(correlation mode)에서 계산하여 R_{uu}, R_{vv} 및 R_{uv}를 구하였다. 100개의 샘플에 대한 상관함수를 구하여 1024×128회에 걸쳐 계산하여 평균하였으며 이 때의 최적 샘플 증분시간은 10 μs였다.

4.4. 확률밀도함수

확률밀도함수는 상관함수와 마찬가지로 x/D가 21 및 40인 곳에서 반지름 방향으로 중심축상 최대의 레이놀즈응력이 나타나는 점, 평균속도가 중심축선상에서의 평균속도의 반인 점에서 구하였다. 연산증폭기에서 구한 u 및 v를 상관확률분석기의 확률모우드(probability mode)를 이용하여 확률밀도함수를 구하였다.

5. 실험결과 및 검토

5.1. 평균속도

중심축선에 따른 평균속도의 변화가 Fig. 7에 표시되어 있다. 노즐출구 ($x/D=0$)부터 x/D가 7정도까지가 초기 구역이고 또한 U_{co}/U_c가 주구역에서 x/D에 따라 직선적으로 변화하고 있는데 이는 중심축선상에서의 속도가 x^{-1}에 비례하여 감소하고 있는것을 알 수 있다. Fig. 8은 x/D가 15, 25, 35인 곳에서의 반지름 방향으로의 속도분포를 표시한 것이고 중심축선 속도에 대한 무차원 평균속도가 자기 보존 구역에서 중심

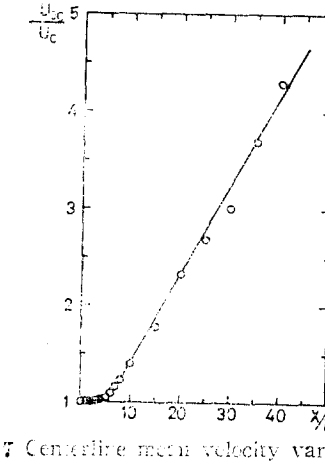

Fig. 7 Centerline mean velocity variation.

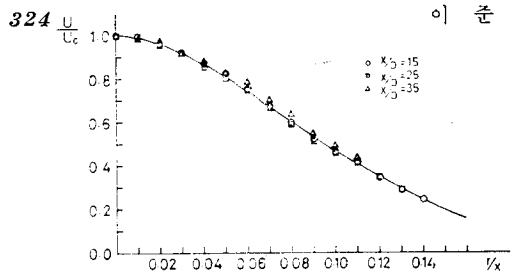

Fig. 8 Mean velocity profile for r/x.

축선상의 위치에 관계없이 일반함수(universal function)로 주어질 수 있다는 것을 보여주고 있다. 이 결과들은 이론에 의한 결과와 잘 일치한다.[6] 또 x/D가 21인 곳에서 평균속도가 중심축선상에서의 값의 1/2이 되는 점은 r/x가 0.094인 곳이고 x/D가 40인 경우에는 r/x가 0.090인 점이 었다.

반지름 방향으로의 속도 분포를 r/D에 대하여 구한 것이 Fig. 9에 표시되어 있다. 여기서 평균 속도의 분포가 x/D가 증가함에 따라서 평탄해지는 정도를 알 수 있으며 제트가 발달해 나가는 모습을 짐작할 수 있다.

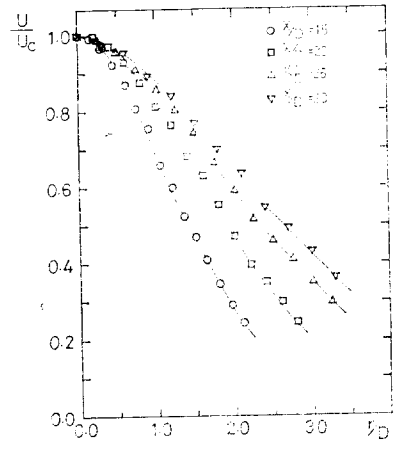

Fig. 9 Mean velocity profiles versus r/D.

5.2. 레이놀즈응력 및 난류강도

Fig. 10은 반지름 방향으로의 레이놀즈 응력의 분포를 표시한다. 레이놀즈응력은 x/D에 관계없이 r/x가 0.051인 점에서 최대로 나타났다. 그러나 그 크기는 x/D가 큰 40인 곳에서 더 크게 나타났다. Fig. 11과 12는 x/D가 21과 40인 곳에서의 각각 축 방향과 반지름 방향의 난류 강도를 표시한다. 축 방향의 난류 강도는 r/x가 0.02인 점에서 최대치를 가졌으며 반지름 방향의 난류 강도는 중심축선위에서 최대치를 나타내었고 r/x가 증가함에 따라서 감소하였다.

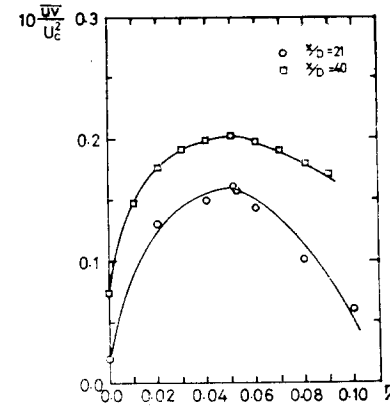

Fig. 10 Reynolds stress distribution.

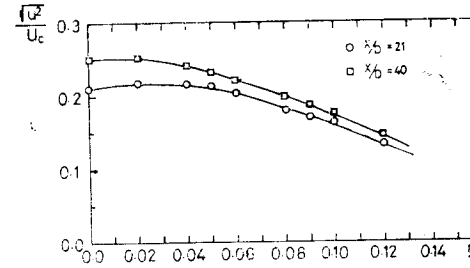

Fig. 11 Intensity of axial velocity fluctuations.

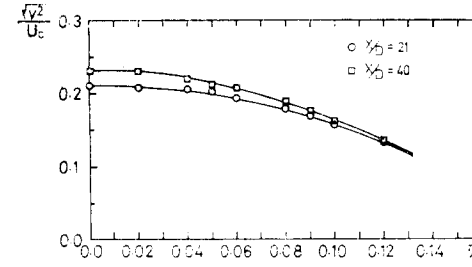

Fig. 12 Intensity of radial velocity fluctuations.

5.3. 상관함수[7]

Fig. 13, 14, 15는 x/D가 21인 곳에서의 무차원화된 R_{uu}, R_{vv} 및 R_{uv}를 각각 표시한다. 적분시간척도(integral time scale)[8] T에 대한 무차원 상관함수는 r/x에 관계없고 이 때 적분시간척도 T는 다음과 같이 정의된다.

$$T=\int_0^\infty R d\tau \tag{11}$$

이 적분시간척도는 r/x가 0.051인 점에서 상관함수를 최소자승법에 의하여 구한 곡선을 이용하여 구하였다. 최소자승법에 의하여 구한 R_{uu}를 Fig. 16에 표시하였다. 이렇게 구한 T_u는 약 0.29 ms이었고 T_v는 약 0.18 ms로 나타났다. 또 R_{uu}, R_{vv}는 모두 τ/T

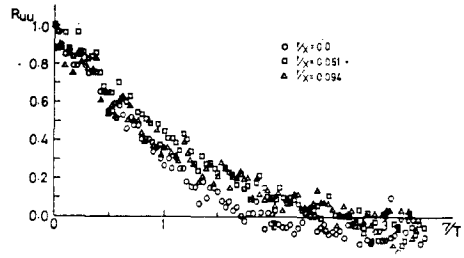

Fig. 13 Dimensionless R_{uu} at $x/D=21$

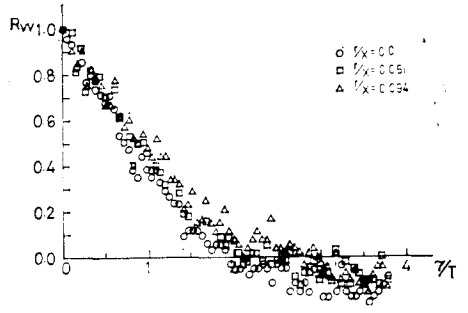

Fig. 14 Dimensionless R_{vv} at $x/D=21$.

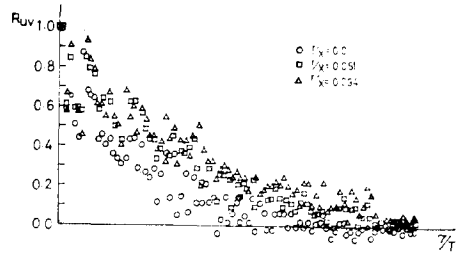

Fig. 15 Dimensionless R_{uv} at $x/D=21$.

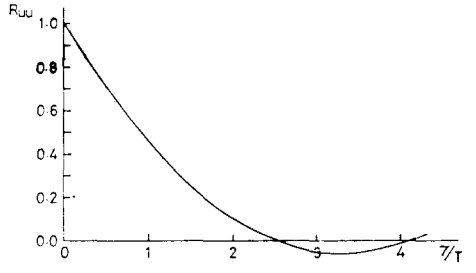

Fig. 16 Dimensionless R_{uu} at $x/D=21$, $r/x=0.051$ by least-square curve fitting.

가 약 2.5인 점에서 음의 값이 나타나기 시작하였다. R_{uv}의 경우 최소자승법에 의하여 구한 곡선이 τ/T축과 교차하지 않아 적분시간척도를 구하지 못하였다.

Fig. 17, 18, 19는 x/D가 40인 곳에서의 R_{uu}, R_{vv} 및 R_{uv}를 각각 표시한다.

x/D가 21인 곳에서와 마찬가지로 적분 시간척도 T에 대한 무차원 상관함수는 r/x에 관계없는 것으로 보이며 최소자승법으로 구한 곡선에서 얻은 적분 시간척도 T는 R_{uu}의 경우 r/x가 0인 점에서 0.26 ms, 0.05인 점에서 0.28 ms, 0.09인 점에서 0.31 ms였고 R_{vv}의 경우 r/x가 0인 점에서 0.21 ms, 0.05인 점에서 0.23 ms, 0.09인 점에서 0.27 ms로 되었다. 즉 r/x가 클수록 길이스케일(length scale)이 더 커진다고 볼 수 있다. R_{uv}의 경우 최소자승법에 의하여 적분시간척도를 구하지 못하였으며 R_{uu}, R_{vv}에서 음의 값은 τ/T가 2.4, 2.6인 곳에서 나타나기 시작하였다. Fig. 20에 r/x가 0.05인 점에서의 최소자승법으로 구한 R_{uu}를 대표적으로 표시하였다.

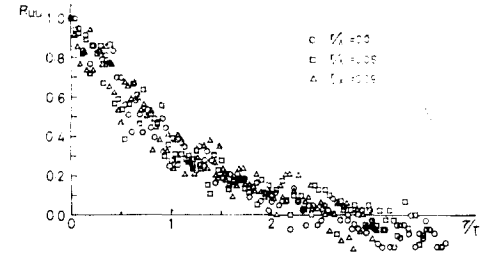

Fig. 17 Dimensionless R_{uu} at $x/D=40$.

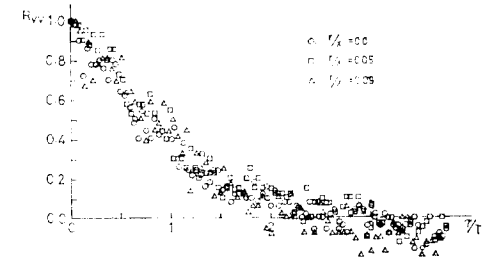

Fig. 18 Dimensionless R_{vv} at $x/D=40$.

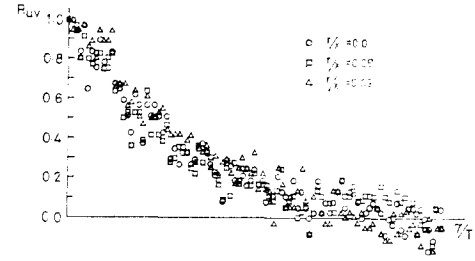

Fig. 19 Dimensionless R_{uv} at $x/D=40$.

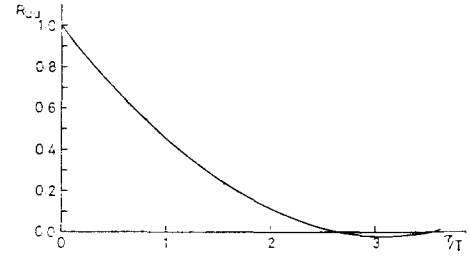

Fig. 20 Dimensionless R_{uu} at $x/D=40$, $r/x=0.05$ by least-square curve fitting.

5.4. 확률 밀도 함수

Fig. 21~23은 x/D가 21인 곳에서의 확률 밀도함수(probability density function)$p(u)$, 그리고 Fig. 24~26은 x/D가 40인 곳에서의 $p(u)$를 표시한 것이다. r/x가 0인 점에서는 거의 정규분포(normal distribution)에 가까운 분포를 보이고 있으나 중심축에서 벗어남에 따라 요동 속도가 양인 쪽으로 약간 치우치는 형상을 보이고 있다. 또 r/x 및 x/D가 큰 경우에 평균값에서의 함수 값이 더 크게 나타나는 경향을 보이고 있다.

Fig. 27~29는 x/D가 21인 곳에서의 $p(v)$를 Fig. 30~32는 x/D가 40인 곳에서의 $p(v)$를 각각 표시한다. $p(v)$는 $p(u)$와 다르게 r/x의 값에 관계없이 정규분포를 보이고 있다. 또 r/x 및 x/D가 큰 경우에 u/σ가 0인 점에서의 함수 값이 더 크게 나타났다.

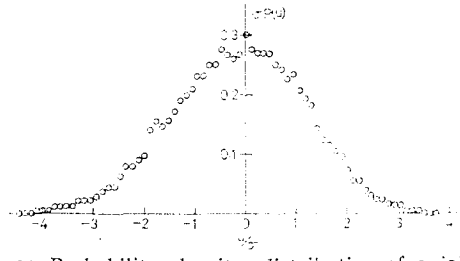

Fig. 21 Probability density distribution of axial velocity fluctuations at $r/x=0.0$, $x/D=21$.

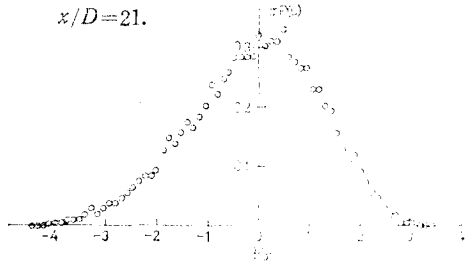

Fig. 22 Probability density distribution of axial velocity fluctuations at $r/x=0.051$, $x/D=21$.

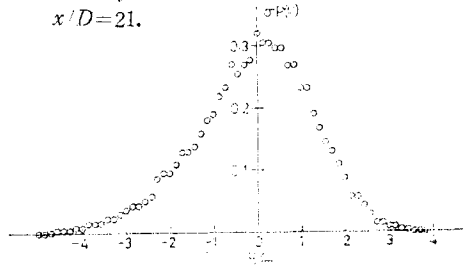

Fig. 23 Probability density distribution of axial velocity fluctuations at $r/x=0.094$, $x/D=21$.

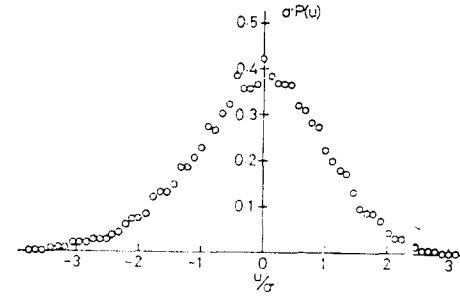

Fig. 24 Probability density distribation of axial velocity fluctuations at $r/x=0.0$, $x/D=40$.

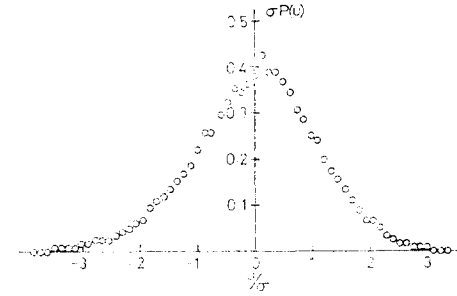

Fig. 25 Probability density distribution of axial velocity fluctuations at $r/x=0.05$, $x/D=40$.

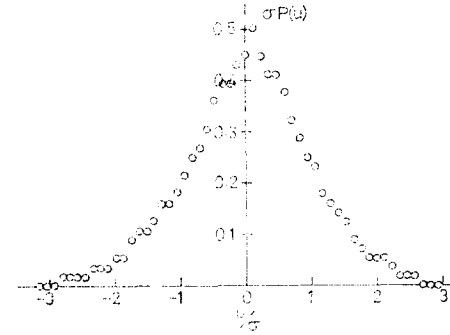

Fig. 26 Probability density distribution of axial velocity fluctuations at $r/x=0.09$, $x/D=40$.

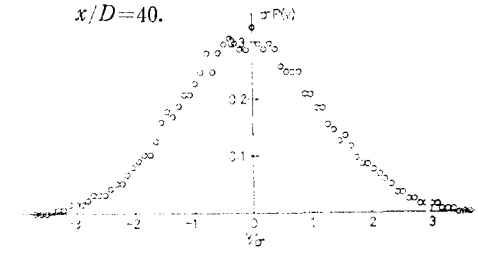

Fig. 27 Probability density distribution of radial velocity fluctuations at $r/x=0.0$, $x/D=21$.

$p(u)$가 중심축선부터 벗어남에 따라 양인 쪽으로 치우치는 것은 중심축선에서의 유동이 대칭성때에 정규분포를 나타내고 r/x가 증가함에 따라 v의 영향을 받아 치우치는 것으로 생각된다.

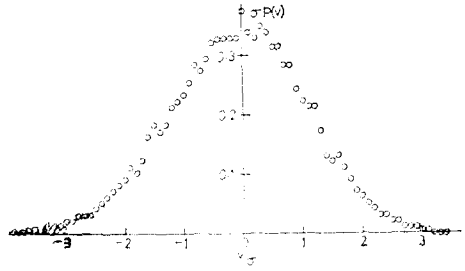

Fig. 28 Probability density distribution of radial velocity fluctuations at $r/x=0.051$, $x/D=21$.

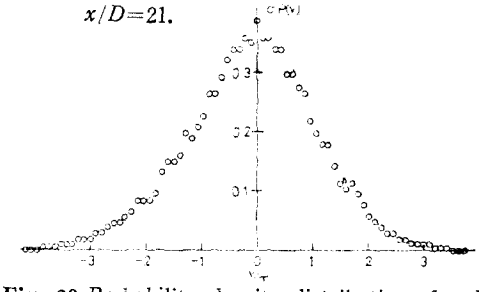

Fig. 29 Probability density distribution of radial velocity fluctuations at $r/x=0.094$, $x/D=21$.

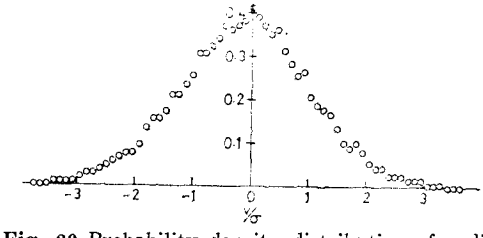

Fig. 30 Probability density distribution of radial velocity fluctuations at $r/x=0.0$, $x/D=40$.

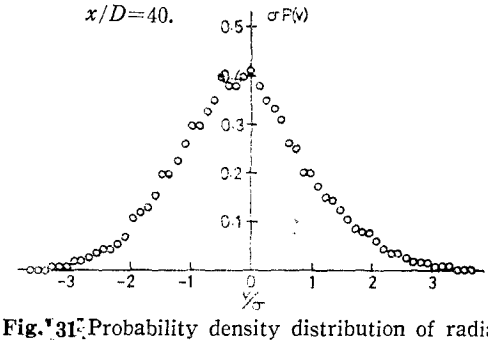

Fig. 31 Probability density distribution of radial velocity fluctuations at $r/x=0.5$, $x/D=40$.

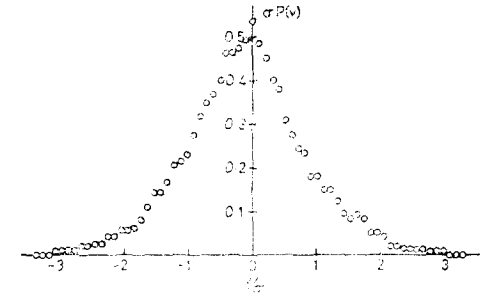

Fig. 32 Probability density distribution of radial velocity fluctuations at $r/x=0.09$, $x/D=40$.

6. 결 론

표준 X형 열선프로우브와 신호처리장치를 사용하여 난류제트의 통계학적 특성을 실험적으로 구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 중심축선상의 평균속도는 노즐출구부터의 거리에 역비례하여 감소한다.

2) 무차원평균속도의 분포는 r/x의 일반함수(universal function)으로 표시할 수 있다.

3) 레이놀즈응력은 r/x가 0.05 정도인 점에서 최대치를 가지며 축방향의 난류강도는 중심축선에서 벗어난 r/x가 약 0.02인 곳에서 최대였으며 반지름 방향의 난류강도는 중심축선상에서 최대로 나타났다.

4) 무차원 상관함수 R_{uu}, R_{vv}는 모두 반지름 방향의 위치에 무관계하며 R_{uu}의 시각척도는 R_{vv}의 시간척도 보다 크게 나타났다.

5) 확률 밀도함수에 있어서 $p(u)$는 반지름 방향의 위치에 따라 정규분포에서 벗어났으며 $p(v)$는 반지름 방향에 관계없이 정규 분포에 가까운 분포를 나타내었다.

참 고 문 헌

1. Gibson, M.M., Spectra of Turbulence in a Round Jet, *J. Fluid Mecha.*, **15**, 161 (1963)
2. Wygnanski, I. and Fielder, H., Some Measurements in the Self-preserving Jet. *J. Fluid Mech.*, **38**, 577 (1969)
3. Gupta, A. K. and Kaplan, R. E., Statistical Characteristics of Reynolds stress in a Turbulent Boundary Layer, *Physics of Fluids*,

15, 981 (1972)

4. Antonia, R. A., Conditionally Sampled Measurements Near the Outer Edge of a Turbulent Boundary Layer, *J., Fluid Mech.*, **56**, 1(1972)
5. Ribeiro M. M. and Whitelaw, J. H., Statistical Characteristics of a Turbulent Jet, HTS/74/19, Imperial College, London (1974)
6. Monin, A. S., and Yaglom, A. M. *Statistical Fluid Mechanics*, The MIT Press (1971)
7. Lee, J. S., Experimental Study of Statistical Characteristics of Turbulent Jet Discharged Vertically Upward, *MS Thesis*, Seoul National University (1980)
8. Tennekes, H. and Lumley, J. L., *A First Course in Turbulence*, The MIT Press (1973)