n/m Flow Shop Scheduling에 있어서 最適 Scheduling에 관한 研究

— 評価尺度를 中心으로 —

(A Study on the Optimal Scheduling in n/m Flow Shop Scheduling: the Measure of Performance)

李 根 熙*
金 埈 弘**

Abstract

This paper analyzes the efficiency of performance measures from the point of total cost on the accuracy of due date around various measures of performance be in mainly use in the flow shop scheduling theory.

For this purpose, complete enumeration method for small problems seems to be the only possible means of evaluation and analysis. Using of the above technique, calculates the 800 Scheduling problems, and represents it by the cumulative distributions.

1. 緖 論

生産計劃의 核心은 生産量과 日程을 決定하는 問題라 할 수 있다. 計劃生産의 生産形態는 需要豫測에 의해서 生産量 및 日程을 決定하지만, 注文生産의 경우는 受注 時 需要者의 要求에 의해서 生産量과 日程이 決定되게 된다. 注文生産의 生産形態에서는 繼續的인 需要에 대한 確實性이 없고 또한 同一製品에 대한 反復生産이 되지 않음으로 해서 多品種少量生産이 된다. 이러한 注文에 의한 製品을 加工하기도 하고 注文받기도 하는 工場을 job shop이라 하고 job shop에 있어서의 日程計劃을 job shop scheduling 이라고 한다.

job shop은 製品의 種類, 數量, 製品引度時期(納期), 製品의 設計, 製品의 加工條件 및 加工順序가 受注時마다 다르고 作業途中에 製品의 設計·納期의 變更이 많으며 優先的으로 生産해야 하는 製品이 있고, 또한 納期가 짧은 것이 많다. 그러므로 job shop은 자연히 그 加工經路가 復雜하게 되고 하나의 機械로 여러가지의 製品을 相對하게 되고, 그리고 製品마다 그 加工時間이 다르게 되므로 해서 機械의 遊體나 製品의 待期와 같은 遲延이 發生하게 된다. 이러한 要因으로 말미암아 生産期間은 길어지게 되고 生産性이 低下되며 納期의 遲延이 發生하게 되어 顧客의 注文이 取消 당하거나 價格의 割引을 要求 당하거나 生産의 回轉을 나쁘게 하여 企業의 目的을 達成시킬 수 없는 경우가 發生하게 된다. 따라서 日程計劃에 있어서의 納期의 短期性과 正確性이라고 하는 問題는 最近 競爭이 顯著한 産業社會에서 指向하지 않으면 안되는 重要한 目標中의 하나이며, 또한 이들의 問題는 企業의 損益을 도외시해서 追求될 수 없고 balance를 가져야 함은 말할 나위도 없다.

納期의 正確性과 短期性에 대해서 다음과 같이 言及할 수가 있다. 즉 製品이 納期에 遲延된다고 하면 첫째 顧客의 注文을 取消당하는 危險性이 있으며, 둘째 注文이 取消 당하지 않는다고 하더라도 顧客으로 價格의 割引을 要求 당하는 可能性은 다분히 있으며 셋째 生産의 回轉을 나쁘게 하는 等의 危險性이 있다. 또한 製品이 納期보다 일찍 完了되었을 경우에는 첫째 運轉資金의 停滯, 둘째 保管場所의 問題 및 保管費用의 發生, 셋째 故障, 腐敗 내지 破損 等의 危險으로 인한 在庫費用이 發生하게 됨으로 해서 豫定된 納期에 可能한 한 正確하게 完了하는 것이 必要하다.

그리고 納期의 短期性에 대해서 살펴보면 製品의 生産期間이 短縮되면 즉, 一定設備 一定能率을 假

* 漢陽大學校工科大學 教授
** 蔚山工業專門大學 專任講師

定할때 一定期間에 보다 效率的인 計劃에 의해 納期를 줄일수 있게 되면 生産能率은 높아지게 되어 企業의 最大 目標인 生産性 向上을 이룩할 수가 있게 된다.

이러한 觀點에 있어서 納期의 正確性과 短期性은 企業의 損益과 生産能率의 向上을 위해 重要한 關鍵이 되지 않을 수 없으며 日程計劃을 通한 管理에 의해 効率的으로 目標를 達成할 수 있다고 본다.

本 論文에서는 納期의 正確性과 短期性을 위해 scheduling 理論에서 주로 使用하고 있는 目標函數인 여러가지 評價尺度(measure of performance)에 대해 納期에서 벗어나므로 해서 發生하게 되는 總費用을 中心으로 각각의 評價尺度에 대한 效率性을 檢討하여 企業의 目的에 타당한 評價尺度의 選定 基準을 提示하여 주고자 한다. 이를 위한 生産 system으로서 job shop 을 생각하기 전에 생각할 수 있는 特殊한 경우로 conveyor 로 連結되어 있는 組立line과 같이 工場의 機械間에 順序가 定해져 있는, 다시말해 製品마다 그 加工經路가 一定한 flow shop 을 생각하고 그에 대한 日程計劃인 flow shop scheduling에 대해 考察하고자 한다. 이러한 生産 system 은 단지 相對的인 것으로 그 實用的인 問題는 아직 解決되지 않고 있는 실정이다.

2. 모델設定

2－1 前提條件 및 使用記號

問題解決을 위해 flow shop 모델에 대한 前提條件과 그 使用記號는 다음과 같다.

2－1－1. 前提條件

1. 하나의 製品은 同時에 2대 以上의 機械에 의해 加工될 수 없다.
2. 한대의 機械는 同時에 2개 以上의 製品을 加工할 수 없다.
3. 각 製品은 주어진 機械의 加工順序에 따라 加工된다.
4. 모든 製品은 그 重要性에 있어서 差異가 없다. 即, 優先順位, 緊急順位 等이 없다.
5. 각 機械에서 加工處理된 製品은 곧 다음 機械로 進行되어 處理된다.
6. 각 機械에 대한 각 製品의 加工時間은 製品이 加工되는 順序와 独立이다.
7. 각 機械에 대한 각 製品의 加工時間은 deterministic 이다.
8. 準備時間과 運搬時間은 加工時間에 包含되는 것으로 한다.

2－1－2. 使用記號

1. 生産하려고 하는 製品은 n 種類로 하고 製品 i (=1, 2,⋯ i, ⋯ n)를 Ji로 表示한다.
2. 각 製品의 生産段階는 m대의 機械를 거쳐서 이루어 지며 機械j (=1, 2,⋯j, ⋯m)를 Mj로 表示한다.
3. 機械 Mj에 있는 製品 Ji를 處理하기 위해 所要되는 時間을 加工時間이라 하며 Pij로 表示한다.
4. 機械는 生産技術的 順序로 連結되어 있으며 n 種類製品의 處理順序는 각각 모든 製品에 대해 同一한 flow shop 을 形成하고 있다.
5. 製品의 處理順序를 表示하기 위해 〈 〉를 使用한다. 즉, $J_{<i>} = J_{K}$는 製品處理順序에 있어서 第〈i〉番째 處理하는 製品의 番號는 K인 것을 意味한다.

2－2. 生産完了時間

機械 Mj에 있어서 製品 $J_{<i>}$의 生産完了 時間은 다음式으로 주어진다.

$$F_{<i>j} = F_{<o>j} + \sum_{K=1}^{i} (Z_{<K>j} + P_{<K>j})$$

여기서 ·$F_{<o>j}$: 機械 Mj에 있어서 生産 開始時間

$Z_{<i>j}$: 着手前 Mj의 遊休時間

따라서 製品 $J_{<i>}$가 機械M대 全部에서 完全히 加工되었을 때의 完了時間은

$$F_{<i>} = F_{<i>j} + \sum_{h=j+1}^{m} (W_{<i>h} + P_{<i>h})$$

여기서 $W_{<i>j}$: 着手前 製品의 待期時間 上記①, ②式에서 알 수 있는 바와같이 生産完了時間은 變數要素인 機械遊休와 製品待期時間에 影響을 받고있음을 알 수 있다. 이는 n種類의 製品이 加工順序가 同一한 m대의 機械를 거쳐서 完了되는 flow shop 에서는 機械마다 그 製品에 대한 加工時間이 다르고 또한 한대의 機械에서는 하나의 製品 밖에 加工할 수 없음으로 製品의 待期 또는 機械의 遊休狀態가 發生하게 된다. 이러한 要因은 生産期間을 遲延시켜 機械의 移動率을 低下시키며 製品에 대한 納期遲延의 原因이 되기도 한다. 따라서 納期의 短期性 및 正確性을 기하고 生産性을 向上시키기 위해서는 이러한 要因을 可能한 한 短縮시키는 製品順序의 決定이 要求된다.

지금, 機械 Mj에 대해 製品 $J_{<i>}$에 속하는 製品을 $J_{<i>j}$라 하면 製品 $J_{<i>j}$가 處理되기 前에 製品待期 또는 機械遊休狀態가 發生하는가는 다음式에서 얻어지는 두가지 flow time의 差異에 의해서 決定할 수 있다.

$F_{<i>j-1} - F_{<i-1>j} > 0$ 이면,

$$Z_{<i>j} = F_{<i>j-1} - F_{<i-1>j} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

$F_{<i>j-1} - F_{<i-1>j} < 0$ 이면,

$Z_{<i>j} = 0$

로 機械 Mj 가 製品 $J_{<i>}$ 의 着手前에 機械遊休時 $Z_{<i>j}$ 가 생기고

$F_{<i-1>j} - F_{<i>j-1} > 0$ 이면,

$W_{<i>j} = F_{<i-1>j} - F_{<i>j-1}$ ……… ④

$F_{<i-1>j} - F_{<i>j-1} < 0$ 이면,

$W_{<i>j} = 0$

로 製品 $J_{<i>}$ 의 着手前 製品의 待期時間 $W_{<i>j}$ 가 생긴다.

그리고 $F_{<i>j-1} - F_{<i-1>j} = 0$ …… ⑤

이면, 製品의 待期도 機械의 遊休도 생기지 않고 製品이 한대의 機械에서 完了한 即時 加工된다는 것을 意味한다.

이러한 製品의 待期 및 機械의 遊休 그리고 生産 完了時間을 圖示하면 다음과 같다.

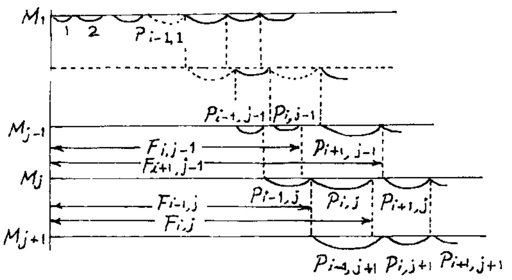


그림 1 機械遊休와 製品待期와의 關係

2－3. 評價尺度 (measure of performance) 의 解析

本 論文에서 分析하려고 하는 評價尺度에 대해 다음과 같이 解析한다.

1. Fmax (maximum flow time, makespan) 最小化 : 最大生産時間最小化

最初機械의 첫번째 製品의 開始時點에서 最後機械의 마지막 製品의 完了時點 까지의 時間길이

$$F_{max} = (F_{<i>})_{i=n}$$

$$= \left[F_{<i>j} + \sum_{h=j+1}^{m} (W_{<i>h} + P_{<i>h}) \right]_{i=n} \quad \cdots\cdots(6)$$

2. $\bar{F}$(mean flow time) 最小化 : 平均生産時間最小化

製品이 shop 內에 있는 平均時間길이

$$\bar{F} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[F_{<i>j} + \sum_{h=j+1}^{m} (W_{<i>h} + P_{<i>h}) \right]$$

$\bar{F}$ 에 대해서는 總製品數 n 이 常數이므로 $\bar{F}$ 를 最小化하는 것은 total flow time

$$F = \sum_{i=1}^{n} (F_{<i>})$$

를 最小化하는 것과 같다.

3. Tmax (maximum tardiness) 最小化 ; 最大納期遲延時間最小化

豫定된 納期(due date)에서 遲延된 경우 그 最大遲延時間

$$T_{max} = \max_{i \in n} \{ F_{<i>} - d_{<i>},\ 0 \} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ⑧$$

4. $\bar{T}$ (mean tardiness) 最小化 ; 平均遲延時間最小化

豫定된 納期에서 遲延된 경우 製品의 平均遲延時間

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \max (F_{<i>} - d_{<i>},\ 0) \cdots\cdots(9)$$

이것은 n이 常數이므로

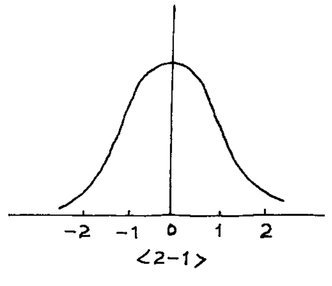
$$T = \sum_{i=1}^{n} \max (F_{<i>} - d_{<i>},\ 0)$$

를 最小化하는 것과 같다.

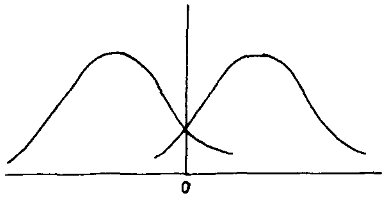
5. $\sum_{i=1}^{n} | F_{<i>} - d_{<i>} |$; 納期에서 벗어나는 散布의 合 最小化

實際 問題에 있어서 納期에 대한 評價尺度를 생각할때 "納期보다 빨리 끝난다"고 하는 경우도 發生할 수가 있다. 이러한 경우 保管의 問題, 故障, 破損의 危險, 資金停滯의 問題 等의 原因이 될지 모르므로 모든 製品을 可能한 한 豫定 納期에 完成하고자 하는 것을 目的으로 하는 것이 바람직한 納期의 正確性이 要求된다.

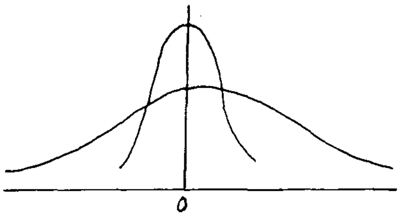
요컨데, 納期보다 일찍 完了하게 되는 製品에 대해 $T_{<i>}$: max{ $F_{<i>} - d_{<i>}$, 0 }를 使用하면 0이 되어 버리기 때문에 이것을 陽으로 고치기 위해 $| F_{<i>} - d_{<i>} |$ 를 利用하였다. 그러므로 製品이 納期에 完了된다면 0, 1일 (또는 時間) 遲延이라면 +1, 빠르다면 －1, ……라고 하는 값을 주고 이에 대한 度數分布를 그려보면 그림 2－1과 같이 된다. 물론 納期遲延이 일어나기 쉬운 경우라면 그림 2－2의 右와 같은 경우가 될 것이고 빨리 끝난다면 左와 같이 될 것이다.



<2-1>



<2-2>



<2-3>

또한 分布의 型도 그림 2 - 3과 같이 散布가 크거나 작은 경우도 있을 것이다. 즉, 數學的으로 말하면 平均値가 0이고 偏差가 될 수 있는한 적은 分布가 되는 것이 바람직하며 이러한 要求에 合當한 한가지 評價尺度로서

$\sum_{i=1}^{n} | F_{<i>} - d_{<i>} |$ 最小化는 納期正確性을 위한 評價尺度이기도 하다.

$$\sum_{i=1}^{n} | F_{<i>} - d_{<i>} |$$

$$= \sum_{i=1}^{n} | [F_{<i>j} + \sum_{h=j+1}^{n} (W_{<i>h} + P_{<i>h})] - d_{<i>} | \quad \cdots\cdots ⑩$$

2 - 4. 費用成分의 解析

2 - 4 - 1. 納期遲延費用(delay cost)

製品이 豫定된 納期內에 完了되지 않으면 그 遲延에 대한 罰則費用이 發生한다.

y_i 는 製品 i 에 대한 單位時間當 納期遲延費用

t_i 는 製品 i 가 納期에 遲延되는 時間

α_i 는 schedule S 에서 製品 i 에 대한 納期遲延費用이라고 하면

$$\alpha_i = y_i t_i \quad \cdots\cdots ⑪$$

그러므로 總遲延費用 $\alpha(s)$는

$$\alpha(s) = \sum_{i=1}^{n} y_i t_i \quad \cdots\cdots ⑫$$

여기서 t_i는 schedule 에 의한 製品 i 의 完了時間에 의한다.

2 - 4 - 2. 在庫費用(inventory cost)

製品이 納期 前에 完了되어 保管場所의 問題라든가 故障, 破損, 運轉資金의 停滯 等에 의해 發生되는 費用으로 定義한다.

Z_i 는 製品 i 에 대한 單位時間當 在庫費用(inventory cost)

V_i 는 製品 i 가 納期보다 일찍 完了되는 時間

β_i 는 schedule S 에서 製品 i 에 대한 在庫費用(inventory cost)라 하면

$$\beta_i = Z_i V_i \quad \cdots\cdots ⑬$$

그러므로 schedule S 에 의한 總在庫費用(total inventory cost) $\beta(s)$는

$$\beta(s) = \sum_{i=1}^{n} Z_i V_i \quad \cdots\cdots ⑭$$

V_i 는 Schedule 에 의한 製品 i 의 完了時間에 의한다.

2 - 4 - 3 總費用(total cost)

本 論文에서 總費用(total cost)은 Schedule S 에서 上記 두가지 費用成分의 合으로 定義한다.

TC(s)가 Schedule S 의 總費用을 나타내면

$$TC(s) = \alpha(s) + \beta(s) \quad \cdots\cdots ⑮$$

즉, $$TC(s) = \sum_{i=1}^{n} y_i t_i + \sum_{i=1}^{n} Z_i V_i \quad \cdots\cdots ⑯$$

3. 硏究方法

總費用에 대한 여러가지 評價尺度의 效率性을 分析하기 위해 다음과 같은 方法으로 하였다. 여기서 언급된 分析은 納期正確性을 위한 總費用 對 어떤 다른 評價尺度를 選擇함으로써 얻어진 總費用의 結果를 分析한다. 이 結果는 最適總費用에서 어떤 다른 評價尺度를 選擇함으로서 얻어진 Schedule 의 總費用과의 比率로 나타내어 그 評價尺度의 效率性을 檢討한다.

3 - 1. 評價尺度

分析에서 使用된 여러가지 評價尺度는 앞에서 說明한 評價尺度와 費用成分을 最小化하는 것으로서 다음과 같다.

1. Eg. 16에서 提示한 總費用
2. F_{max} (最大生産時間)
3. $\bar{F}$ (平均生産時間)
4. T_{max} (最大納期遲延)
5. $\bar{T}$ (平均納期遲延)
6. $\Sigma | F_{<i>} - d_{<i>} |$
7. 納期遲延費用

分析을 위해 評價尺度는 上記 番號를 使用한다.

3 - 2. 分析節次

總費用을 評價尺度로 한 Schedule 의 最適費用에

대해서 使用된 評價尺度를 最小化하는 Schedule의 總費用의 增加에 따른 評價尺度의 效率性을 얻기 위해 分析한다.

C_{iT}를 i번째 評價尺度를 使用함으로서 얻어진 最適 Schedule의 總費用이라하면 i번째 評價尺度의 總費用에 있어서의 增加率 Δ_{iT}는 다음과 같이 計算된다.

$$\Delta_{iT} = \frac{C_{iT} - C_{10}}{C_{10}} \times 100 \quad (i = 2,3,4,5,6,7) \quad \cdots\cdots\cdots ⑰$$

만약 첫번째와 i번째 評價尺度에 대한 總費用이 같다면 즉, $C_{iT} = C_{10}$ 라면 i번째, 評價尺度에 대해서 이 경우에 總費用 增加率은 0이다. 만약 ε가 i번째 評價尺度의 效率性을 나타낸다면,

$$\varepsilon_{iT} = 100 - \Delta_{iT} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ⑱$$

로 위의 경우에 評價하고자 하는 評價尺度 i의 效率性은 100%라는 것을 意味한다. 評價尺度를 分析하기 위해 總費用에 대한 評價率은 여러가지 評價尺度의 效率性을 檢討하기 위해 使用되었고 效率性 ε_{iT}의 값은 5%의 間隔으로 해서 度數分布와 累積分布로 나타낸다.

$f_1(_iT \cdot x)$가 ε_{iT}의 度數分布라 하자.

여기서 x는 分布間隔이다. 이에 대한 累積分布는 $F_1(_iT \cdot x)$로 表示된다.

$$즉,\ F_1(_iT \cdot x) = \sum_{x_1 \le x} f_1(_iT, x_1) \cdots\cdots ⑲$$

그리고, 總費用에 대한 여러가지 評價尺度의 效率性을 檢討하는 것에 부가하여 納期遲延費用과 納期에서 벗어나는 散布의 合 最小化에 대한 評價尺度를 中心으로 각각 여러가지 評價尺度에 대한 效率性을 위와같은 方法으로 살펴 보았으며 이들에 대한 각 評價尺度의 效率性은 각각 다음과 같이 計算하였다.

i) 納期遲延費用 最小化를 評價尺度로 한 最適 Schedule의 納期遲延費用을 C_{iD}라 하면 納期遲延費用增加率 Δ_{iD}는

$$\Delta_{iD} = \frac{C_{iD} - C_{70}}{C_{70}} \times 100 \quad (i = 2,3,4,5,6) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ⑳$$

納期遲延費用에 대한 效率性 ε_{iD}는

$$\varepsilon_{iD} = 100 - \Delta_{iD} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ㉑$$

$$F_2(_iD, x) = \sum_{x_1 \le x} f_2(_iD, x) \quad \cdots\cdots\cdots ㉒$$

ii) 納期에서 벗어나는 散布의 合 最小化를 評價尺度로 한 最適 Schedule에 대한 값을 C_{60}이라하고 i번째 評價尺度를 選擇함으로서 얻어진 $\sum|F_{<i>} - d_{<i>}|$의 값을 C_{is}라 하면,

$$\Delta_{is} = \frac{C_{is} - C_{60}}{C_{60}} \times 100 \quad (i = 2,3,4,5) \cdots ㉓$$

$$\varepsilon_{is} = 100 - \Delta_{is} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ㉔$$

$$F_3(_iS, x) = \sum_{x_1 \le x} f_3(_iS, x)$$

여기서 $f_1(_iT, x)$, $f_2(_iD, x)$, $f_3(_iS, x)$, $F_1(_iT, x)$, $F_2(_iD, x)$와 $F_3(_iS, x)$의 값은 分析에서 結論을 얻기 위해 使用된다.

3 - 3. 數値實驗

주어진 評價尺度를 最小化하는 最適 Schedule을 구하기 위해 flow shop scheduling 理論에서는 여러가지 algorithm이 提案되어 오고 있지만, "어떤 評價尺度에 대해서도 最適解를 구할 수 있는 適合한 解法이 있는가?" 하는 問題에 대해 唯一하게 利用할 수 있는 方法은 製品數가 작은 問題에 대해 Complete enumeration 法이나 큰 問題에 대해 montecarlo simulation에 의한 random sampling이라고 할 수 있다. 여기에서는 작은 問題에 대해 Complete enumeration method를 利用하여 比較的 많은 問題를 풀기 위해 PL/I language로 program하여 Computer 機種 IBM307-148을 使用하였다.

問題의 集合은 正規亂數表로 부터 00~99 사이의 數로서 加工時間, 000~999로 納期, 0~9의 數로서 納期遲延費用 在庫費用을 만들었고 製品數는 3에서 6까지이고 機械의 數는 4에서 7로 總 800개의 問題에 대해 前述한 節次에 의해 實驗하였다.

3 - 4. 實驗結果

800개의 Schedule 問題에 대해 總費用, 納期遲延費用과 納期에서 벗어나는 散布의 合 最小化를 中心으로 하여 각 評價尺度의 效率性에 대한 $f_{<i \cdot x>}$와 $F_{<i \cdot x>}$의 값에 대한 結果와 表1~3과 그림 3,4,5를 얻었으며, 이들은 각 評價尺度에 대한 效率性의 變動傾向을 보여준다.

〈표 1〉 ε_{iT} 의 度數分布와 累積分布

		分布間隔에 따른 問題數																				
i		〈0	0-4	5-9	10-14	15-19	20-14	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	100
2	f	232	20	19	17	17	21	15	26	27	29	27	29	28	30	34	47	39	32	19	31	23	38
	F	232	252	271	288	305	326	341	367	394	423	450	479	507	537	571	618	657	689	708	739	762	800
3	f	255	15	15	19	21	17	29	25	35	37	40	27	26	35	36	23	29	22	25	24	19	26
	F	255	270	285	304	325	342	371	396	431	468	508	535	561	596	632	655	684	706	731	755	774	800
4	f	49	2	3	8	4	12	7	8	12	9	8	18	24	35	30	34	57	69	78	77	96	160
	F	49	51	54	62	66	78	85	93	105	114	122	140	164	199	229	263	320	389	467	544	640	800
5	f	45	1	2	5	6	10	7	11	10	6	7	19	17	34	37	38	51	57	81	80	94	182
	F	45	46	48	53	59	69	76	87	97	103	110	129	146	180	217	255	306	363	444	524	618	800
6	f	22	2	1	4	2	1	2	4	2	1	8	3	13	11	16	13	31	25	45	77	150	367
	F	22	24	25	29	31	32	34	38	40	41	48	51	64	76	92	105	136	161	206	283	433	800
7	f	19	2	0	3	3	1	3	0	2	2	2	4	2	4	8	8	14	19	29	54	87	534
	F	19	21	21	24	27	28	31	31	33	35	37	41	43	47	55	63	77	96	125	179	266	800

〈표 2〉 ε_{io} 의 度數分布와 累積分布

		分布間隔에 따른 問題數																				
i		〈 0	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	100
2	f	201	69	11	13	12	9	9	16	12	16	13	14	18	18	18	20	15	22	12	19	15	248
	F	201	270	281	294	306	315	324	340	352	368	381	395	413	431	449	469	484	506	518	537	552	800
3	f	168	74	8	9	10	11	14	23	23	14	15	20	14	22	17	20	19	25	23	21	13	237
	F	168	242	250	259	269	280	294	317	340	354	369	389	403	425	442	462	481	506	529	550	563	800
4	f	45	25	5	8	2	2	2	4	5	6	7	9	10	8	9	14	10	20	24	19	25	541
	F	45	70	75	83	85	87	89	93	98	104	111	120	130	138	147	161	171	191	215	234	259	800
5	f	23	21	2	2	1	4	1	3	2	1	4	4	7	7	10	11	9	11	9	21	22	625
	F	23	44	46	48	49	53	54	57	59	60	64	68	75	82	92	103	112	123	132	153	175	800
6	f	43	58	6	6	5	4	2	4	4	3	6	7	9	7	9	15	12	14	23	32	33	498
	F	43	101	107	113	118	122	124	128	132	135	141	148	157	164	173	188	200	214	237	269	302	800
7	f																						
	F																						

〈표 3〉 ε_{is} 의 度數分布와 累積分布

		分布間隔에 따른 問題數																				
i		〈0	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	100
2	f	167	13	19	18	19	27	23	22	26	38	29	39	40	34	29	41	42	41	28	30	33	42
	F	167	180	199	217	236	263	286	308	334	372	401	440	480	514	543	584	626	667	695	725	758	800
3	f	169	21	18	24	20	30	31	30	30	43	38	41	33	35	39	36	34	31	26	26	11	23
	F	169	190	208	232	252	282	313	343	373	417	455	496	529	564	603	639	673	704	730	756	767	800
4	f	5	1	1	1	4	1	2	6	5	9	8	18	17	18	32	33	55	53	90	103	139	199
	F	5	6	7	8	12	13	15	21	26	35	43	61	78	96	128	161	216	269	359	462	601	800
5	f	7	0	1	0	3	0	3	7	4	7	5	12	11	21	23	26	43	46	77	90	135	279
	F	7	7	8	8	11	11	14	21	25	32	37	49	60	81	104	130	173	219	296	386	521	800
6	f																						
	F																						
7	f																						
	F																						

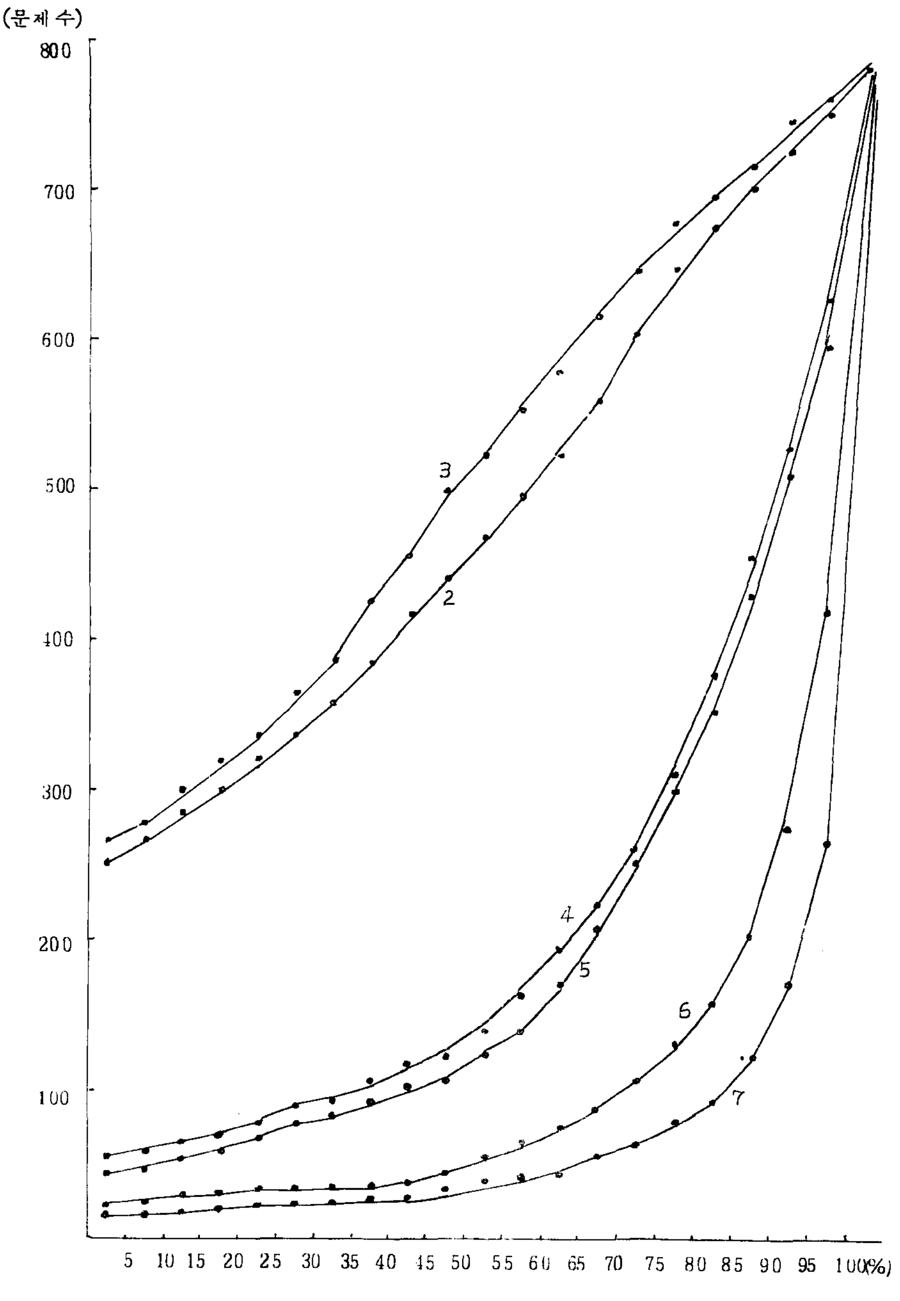


그림 3　ε_{iT} 의 累積分布曲線

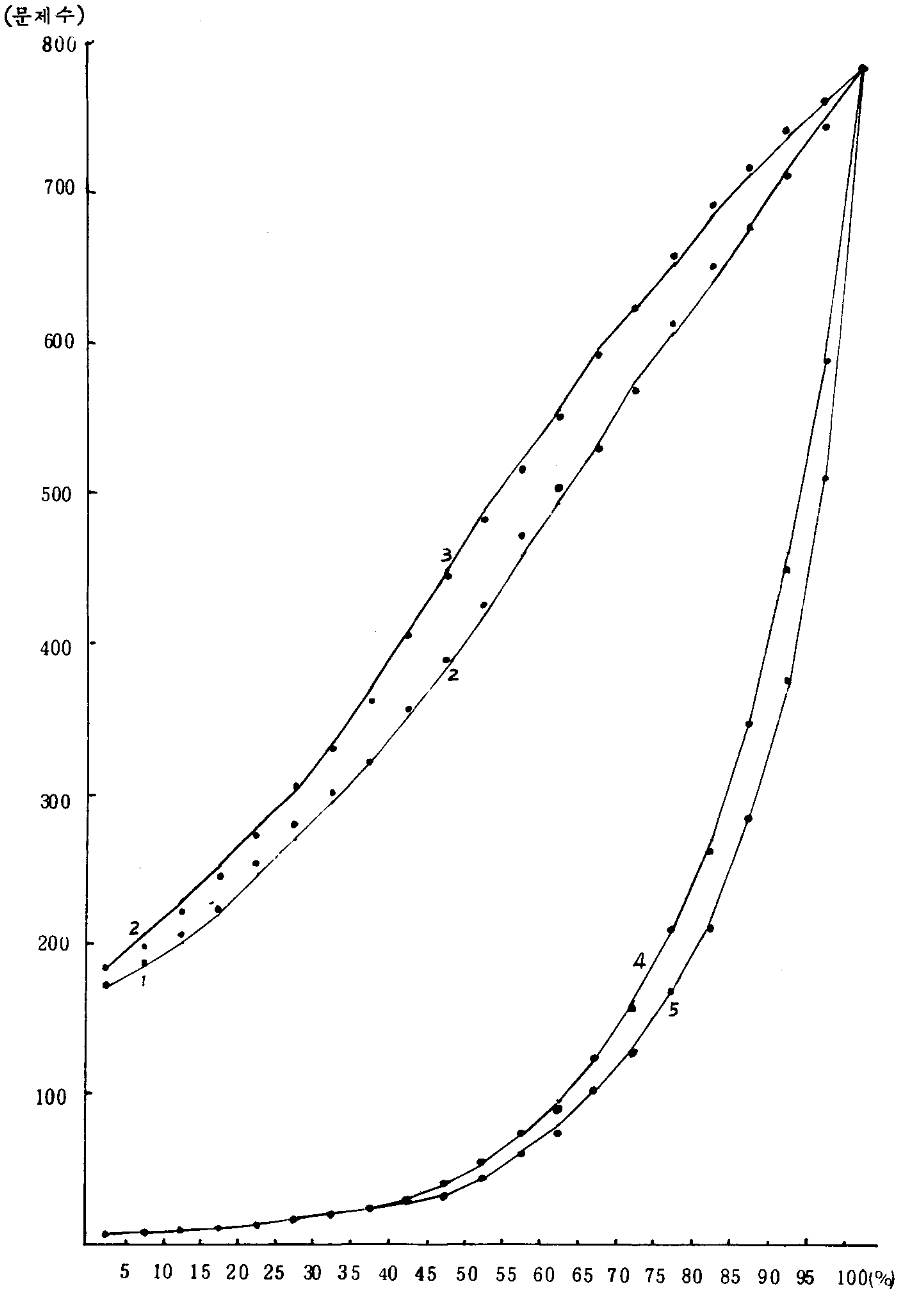


그림 5 ε_{is} 의 累積分布曲線

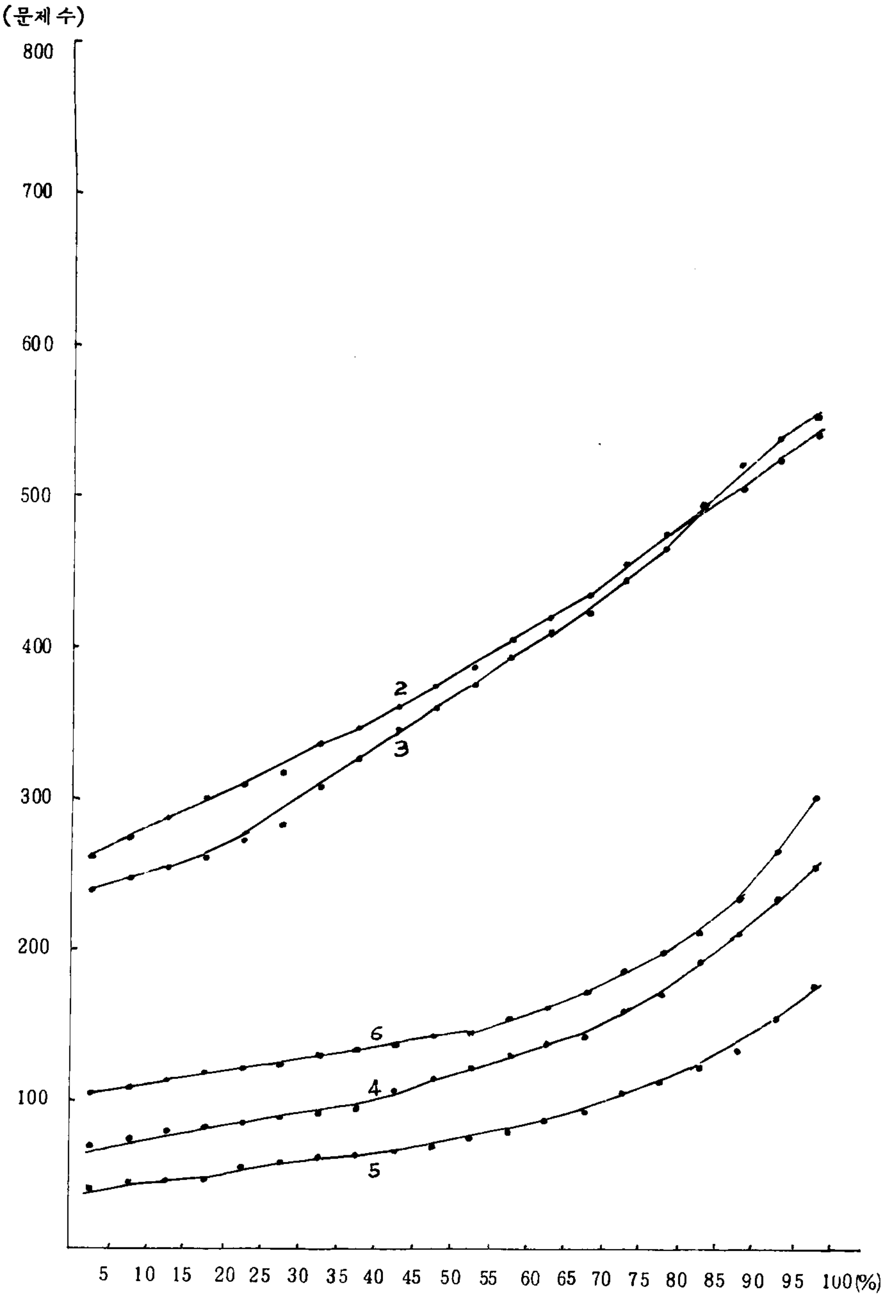


그림 4 ε_{iD}의 累積分布曲線

4. 結 論

그림 3에서는 納期가 없는 評價尺度($i=2,3$)와 納期가 있는 評價尺度($i=4,5,6,7$)로 區分된다. 納期가 있는 評價尺度($i=4,5,6,7$) 中에서 $i=4$와 5는 그 分布의 傾向이 類似한 것을 보여주고 있고 $i=6$과 7도 類似함을 알 수 있다. 또 $i=4$와 5에서는 5%의 許容誤差를 감안한다면 거의 같은 分布의 傾向을 나타내고 있음을 알 수 있다.

以上에서 살펴 본 바와같이 flow shop scheduling 問題에 대해 여러가지 評價尺度가 쓰여지고 있지만 그림 3,4,5에서와 같이 어느것이나 共通點인 것은 納期가 없는 評價尺度와 納期가 있는 評價尺度와는 그 效率性에 있어서 顯著한 差異가 있다. 그리고 각각의 그들 間에 差異는 있으나 비슷한 類型의 效率性을 가지고 있어 代用의 可能性도 있다고 본다. 또 $\bar{T}$는 T_{max}에 비해 僅少하나마 그 效率性이 좋으며 T_{max}는 $\bar{T}$에 비해 評價尺度로서의 使用價値는 낮다고 볼 수 있다.

Johnson과 이와 여러 Scheduling 研究者들에 의해 使用되어온 F_{max} 最小化 評價尺度는 納期正確性에 대해 그 效率이 극히 나쁘며, Mann이 F_{max} 評價尺度의 優越性을 擁護했지만 必히 最善이 아님을 보여주고 있다.

따라서 納期正確性이라는 問題에 있어서 總費用은 評價尺度로 使用되어야 하고 그 解法研究에 대한 指針이 될 수 있으리라 믿는다.

끝으로 Scheduling問題에 대한 研究가 理論에만 치우친 나머지 企業의 損益이라는 問題를 소홀히 하여 研究되어 왔으며 Scheduling 理論이 갖고 있는 많은 前提條件으로 인해 實際에 適用하는데 많은 어려움이 있다. 이러한 脆弱點을 改善하여 Scheduling 理論을 實際에 適用할 수 있도록 함으로서 企業에 있어서 보다 높은 生産性의 向上을 이룩하는 것이 Scheduling 研究者들이 해야할 課題라 할 수 있다.

參 考 文 獻

1) Gere, Jr. W. S., "Heuristic in job shop scheduling," *Management* Science, vol. 13, 1966, pp. 167−190.

2) Conway, R. W., Maxwell, W. L., L. W. Miller, *Theory of Scheduling*, Addison−Wesely.

3) Johnson, S. M., "Optimal Two-and Three-Stage Production Schedules with setup times included," *Naval Research Logistic Quarterly*, vol. 1, No. 1, 1954.

4) Giglio, J. R., and H. M. Wagner, "Approximate solution to the three−machine scheduling problem," *Operations Research*, vol. 12, No. 2, 1964.

5) Smith, W. E., and R. A. Dudek, "A general algorithm for solution of the n-job machine sequencing problem of the flow shop", *Operations Research*, vol. 15, No. 1, 1967.

6) Karush, W., "A Counterexample to a Proposed Algorithm for Optimal Sequencing of Jobs", *Operations Research*, vol. 13, No. 2, 1965.

7) Dudek, R. A., and O. F. Teuton, Jr., "Development of M-Stage Decision rule for scheduling n jobs through M machines", *Operations Research*, vol. 12, No. 3, 1964.

8) Bellman, R., "Some Mathematical Aspect of Scheduling Theory", *Journal of Society Industrial and Application Mathematics*, vol. 4, No. 3, 1956.

9) Held, M., and R. A. Kapp, "A dynamic programming approach to sequencing problem", *Journal of Society Industrial and Application Mathematics*, vol. 10, No. 2, 1962.

10) Ignall, E., and L. Schrage, "Application of the Branch and Bound Technique to some flow Shop Scheduling Problems", *Operations Research*, vol. 13, No. 3, 1965.

11) Palmer, D. S., "Sequencing jobs through a Multi-Stage Process in the Minimum Total Time-A Guick Method of obtaining a Near Optimum", *Operational Research Quarterly*, vol. 16. No. 1, 1965.

12) Gupta, J. N. D., "Optimal flow shop scheduling with due date and Penalty costs", *Journal of Operations Research Society of Japan*, vol. 14, No. 1, 1971.

13) Gupta, J. N. D., "A Funtional Heuristic Algorithm for the flow shop Scheduling Problem", *Operational Research Quartarly*, vol. 22, No. 1, 1971.

14) Ashour, "A Branch and Bound Algorithm for shop Scheduling Problem" *AIIE transactions*, vol. 2, 1970, pp. 172−176.

15) 吉田照彦・中村信一・人見勝人, "生産のスケジューリングに關する研究(1)", 日本機械學會論文

集，p.1993 - 2003, 39巻 322號（1973）.

16）中村信一・人見勝人，"生産のスケジェーリングに關する研究，(2)" 日本機械學會論文集，p. 2964 - 2975 Vol. 42, No. 361.

17）小野柱之分，"多數工程のフロージョブに對する Johnson rule の近似適用"，*JIMA*, 45號.

18）Barer, K. R., *Introduction to Sequencing and Scheduling*, John Wiley & Sons, 1974.

19）Coffman Jr, E. G., *Computer and job shop theory*, Johnwiley & Sons, 1976.

20）Muth, J. F., and G. L. Thompson, *Industrial Scheduling*, Prentice Hall, 1963.

21）Sideny, J., "Decomposition Algorithm for Single - machine Scheduling with Precedence Relations and Deferral Cost", *Operations Research*, vol. 23, No. 2, 1975.

22）Szwarc, W., "Optimal Elimination Methods in the mxn Sequencing Problem", *Naval Research Logistic Quarterly*, vol. 18, No. 3, 1971.

23）Sung Hyun, Park, "Scheduling theory and Problems : Review and categorization of solution procedure", *KIIE*, vol. 2, No. 1, 1976.

24）Lageweg, and Lenstra, "A general bounding scheme for the permutation flow shop problem", *Operations Research*, vol. 26, No. 1, 1978.

25）Kohler, and Steiglitz, "Exact Approximate and quarnted accuracy algonthms for the flow shop problem $n/2/F/\bar{F}$", *Journal of ACM*, vol. 22, No. 1, 1975, p.106 - 114.

26）小川英次，生産計劃論，日刊工業新聞社.

27）吉谷龍一，生産計劃と日程計劃，日刊工業新聞社.

28）Day, J. E., and M. P. Hottenstein, "Review of Sequencing Research", *Naval Research Logistic Quarterly*, vol. 17, No. 1, 1970, p. 11 - 39.

29）中村信一，"多段階生産システムにおける最適スケジェーリングに關する研究"，日本經營工學會誌，vol. 28, No. 3, 1977.