建築企劃에 對하여 (Ⅱ)

宋 旼 求

(宋旼求建築硏究所)

經営分析

經營分析 또는 經營採算試算은 그것을 專問으로하는 專問家가 하여야 할일이며 企劃을 할 때 그에게 依囑하여야 할 일이나 常識的인 것을 알고 建築과 연관하여 考察할 때 극히 중요한 條件들을 쉽사리 判斷할 수 있다는 것은 앞에서 호텔에 관한 說明에서도 알 수 있다.

財務諸表를 근거로 하여 營業成積을 評價한 것에서 나타난 数値를 檢討하여 經營分析의 判斷을 내리는 常識的이고 간단한 것을 설명하면 다음과 같다.

(표, 1) 經營分析比較表(A) 成長力 判斷에서 各 項을 설명하면,

経営 分析 比率表

(A) 成長力

比 率	算 式	判斷基準
1. 売出成長率	$\frac{今期売出額}{前期売出額}\times 100=(\%)$	業界의 平均以上
2. 附加価値成長率	$\frac{今期附加価値}{前期附加価値}\times 100=(\%)$	1의 成長率以上
3. 人員増加率	$\frac{今期末人員}{前期末人員}\times 100=(\%)$	1, 2, 5, 6보다 低率
4. 設備増加率	$\frac{今期末総設備}{前期末総設備}\times 100=(\%)$	1의 成長率以下
5. 総資本増加率	$\frac{今期末総資本}{前期末総資本}\times 100(\%)$	1의 成長率以下
6. 純利益増加率	$\frac{今期末純利益}{前期末純利益}\times 100(\%)$	1, 2, 3, 4, 5보다 高率

(B) 収益力

比 率	算 式	判 断 基 準
1. 総資本利益率	$\frac{年間純利益}{平均：資本}\times 100=(\%)$	20~30% 이상
2. 売出額純利益率	$\frac{期間純利益}{期間売出額}\times 100=(\%)$	높을수록 좋다.
3. 総資本回転率	$\frac{年間売出額}{平均総資本}=$ (回)	제조업 년간 2회 도매소매상 년간 4회
4. 損益分岐点	$\frac{月平均固定額}{\frac{變動費}{月平均売出額}}=$ (원)	損益分岐点은 50~70%以上
5. 売出額総利益率	$\frac{売出総利益}{売出額}\times 100=(\%)$	

(C) 安全性

比 率	算 式	判斷基準
1. 資本構成化率	$\frac{自己資本}{総資本}\times 100=$ (%)	30~50%
2. 設備合理化는 進捗되고있는가?	$\frac{固定資産}{総資産}\times 100=$ (%)	業界平均以上
3. 短期支給能力	$\frac{当座資産}{短期負債}\times 100=$ (%)	50~80%
4. 長期抵抗力	$\frac{固定資産}{自己資産}\times 100=$ (%)	抵率이 良好
5. 長期資本은 充分한가?	$\frac{固定資産}{自己資本+長期負債}\times 100=(\%)$	抵率이 良好

(D) 生産性

比 率	算 式	判斷基準
1. 1人当 附加価値生産性	$\frac{年間附加価値額}{常時従業員数}$(千원)	높을수록 좋다.
2. 設備投資效率	$\frac{年間附加価値額}{有形固定資産-建物假計定}\times 100=$ (%)	高率이 좋다.
3. 労動装備率	$\frac{有形固定資産-建物假計定}{常時従業員数}\times 100=$ (원)	높을수록 좋다.
4. 附加価値率	$\frac{期間附加価値額}{期間売出額}\times 100=$ (%)	高率이 좋다.
5. 労動所得分配率	$\frac{人件費}{附加価値額}\times 100=$ (%)	30~40%
6. 限界利益率	$\frac{売出額-変動額}{売出額}\times 100=$ (%)	高率이 좋다.

(E)

	重要度	標準比率	実際比率	関係比率	評点
流動比率	25	200	120	60	15
資本負債比率	20	110	85	77	15
外上売出債権回転率	15	650	748	115	1[illegible]
商品製品回転率	15	900	1,000	111	17
流動負債回転率	15	300	400	133	20
固定比率	10	130	105	81	8
綜合評点	100				92

(표 1)

1. 賣出成長率

計算式에서도 알 수 있듯이 前期의 賣出額에 대하여 今賣出額의 增減比率을 알고자 하는 것이다. 물론 今期

賣出額이 增加하였다고 하여 純利益도 增加한다고는 볼 수 없다. 今期賣出額의 增加의 裏面에는 예를들어 販賣促進차 職員을 增員하여 人件費支出이 많아 오히려 賣出額에 따른 純利益率이 低下하는 수도 있을 것이요 기타 여러가지 理由로 純利益率의 減少를 招来하는 경우도 있을 것이다.

賣出成長率의 判斷基準을 業界의 平均이상으로 본다면 前號의 (표 2)에서 賣上高純利益率의 平均은 13.80%가 되며, 第1호텔, 오꾸라호텔, 파레스호텔 등이 단연 높은 水準에 있으며, 賣上高營業利益率에 있어서도 業界의 平均 18,83%를 월등히 앞서는 것으로 나타난다.

그렇게 營業成積이 좋은 까닭은 建築的으로 지극히 특징적인 점이 있기때문이라는 것은 前號에서 설명한 바 있다. 이하 經営分析에 관한 術語를 몇가지 설명하면 다음과 같다.

1. 総資本利益率

他人資本에 의한 영향을 제외한 収益率 즉 他人資本에 대한 利子支給전의 純利益과 自己資本 및 他人資本의 合計인 企業総資本과의 比率을 말한다.

2. 総資本廻転率

賣出額純利益率과 더불어 가장 綜合的인 것으로 年間賣出額을 年間資本平均額으로 나누어 얻는 것으로 經營活動의 정도를 보기 위하여 이 比率을 측정한다.

3. 自己資本利益率

自己資本利益率은 다음 式에서 計算한다.

$$總資本利益率 + (總資本利益率 - 他人資本利益率) \times \frac{他人資本}{自己資本}$$

4. 賣出額總利益率

賣出總利益과 賣出額과의 比率이며 1單位의 賣出로 어느 정도의 賣出總利益을 얻게되는가를 알 수 있는 比率이다.

5. 固定資産回轉率

固定資産回轉数는 固定資産으로 賣出額을 나누면 그 값이 計算되며, 예를 들어 毎 決算期에 그 값이 1이면 그 決算期에 1回 回轉한 것이 될 것이다. 만일에 0.7이라 하면 1回轉을 다하지 못한 不振한 狀態라고 볼 수 있을 것이다.

6. 賣出額純利益率

会計期間内의 賣出額 중에 当期純利益이 차지하고 있는 비율을 말한다.

7. 賣出額營業利益率

營業利益이라는 것은 賣出利益에서 營業費 또는 販賣費 및 一般管理費를 控除한 나머지를 말하며, 그것을 会計期間내의 賣出額으로 나눈 비율이다.

8. 賣出額利子率

金融費用을 賣出額으로 나눈 比率이며, 金融費用이라 함은 支拂利子, 割引料, 社債利子 및 社債発行 差益償却費 등을 말함이다.

원래 經營分析의 項目은 방대하다. 또 그러한 것이 會計監査의 한 方法으로도 利用이 되나 後述하겠다.

線型計劃法(linear programming)

線型計劃法(linear pr ogramming)은 数学의 힘을 빌려 우리들의 활동에 대한 가장 유리한 總合的인 調整을 하여 計劃을 세울 때 쓰는 방법의 하나로써, 가령 어떤 目的을 달성하기 위하여 활동할 때, 그 활동에는 여러가지 制約條件이 있을 것이며, 그 制約條件 하에서 目的達成이 이루어지는데, 그 때 制約條件과 目的이 数式으로서, 表現이 된다면, 그 数式에서 求하여지는 값이 計劃을 수립하는데 필요한 数値가 될 것이다.

그 数式이 1次式으로 形成된다면 数學的 表現은 線型이라고 하며 線型計劃法은 그러한데 연유된 것이다.

線型計劃法(linear programming 또는 L.P)은 数式의 解析에서 얻어지는 数値이기 때문에 지극히 客觀的인 結論을 얻을 수 있으나, 어떤 條件이 變化過程에서 반드시 直線的으로 變化한다고는 볼 수 없기 때문에 正確하게 모든 事項의 값을 얻게 될 수 있다고는 할 수 없다.

그러나 判斷의 基準은 될 수 있으며 六感에 依支하는 非科学的이고 主觀的인 判斷보다는 월등히 정확한 값을 求할 수 있다.

建築의 平面計劃은 面積의 增減은 線型的 變化이며 다만 經營採算의 관계가 어떻게 變化하는가는 많은 統計가 없음으로 明確하지 못하나 線型的이라고 仮定하면 LP로 分析하여 計劃할 수 있는 可能性을 지니고 있다고 본다.

線型計劃法이란 말하자면 몇개의 1次不等式의 制約아래에서 다른 하나의 1次函数의 값을 最大 또는 最少로 하는 값을 求하는 것이고, 幾何学的으로는 1次式이 線型이기 때문에 線型方程式을 解析하는 관계로 앞에서도 말한 바와 같이 linear programming이라 이름하게된 것이다.

線型計劃法은 英國 및 美國에서 발달한 operation reserach (또는 O.R) 중의 한 방법으로서 2次大戰 당시 軍事作戰 수립의 한 方法으로 이용이 된데서 비롯되며, 歴史的으로는 그의 源流를 美國의 테이러(Frederick W Tayler, 1856-1915)까지 거슬러 올라가며, 그는 일찌기 生産過程에서 科学的 管理를 하여야 된다고 強調하였고, 그의 著書「Shop Management, 1903」는 經營經済学이 発達하는 初期에 유명하였다.

現代는 모든 면에서 극도로 발달하여 軍事作戰에 活用되었던 operation research가 經營 또는 企劃에까지 応用이 되어 公共事業이나 民間企業 모든 分野에 걸쳐 広範囲하게 쓰이게 되고 重要性이 認定되게 된 것이다.

그 중에서도 線型計劃法은 初等数学의 知識으로써 손

쉽게 計算할 수 있고 計劃을 수립할 수 있는 方法이기 때문에 널리 利用이 되고 있으며, 그것을 建築計劃의 初期段階인 企劃設計에 利用하자는 것이다.

理解를 돕기 위하여 다음과 같은 몇가지 간단한 예를 들어 본다.

어떤 地方 小都市에 客室 100개 정도의 小規模 호텔을 建築하고자 한다. 해당 都市에 隣接하여 工業団地와 觀光地가 겸하여 있는 地理的 與件을 지니고 있는 小都市임으로 旅行者의 種類를 調査한 바, 業務차 旅行者의 客室 利用率이 60%, 夫婦同伴 觀光旅行者의 그것이 80%를차지하였다고 仮定하자.

따라서 호텔의 性格도 business hotel과 resort hotel의 性格을 다 兼備하여야 된다는 判斷이 될 것이다. 採算을 검토한 결과 1人用 客室은 6,000원, 2人用 客室은 7,200원이 일반적인 料金이며, 매일 660,000원의 賣上이 있어야 黒字經營이 될 수 있다고 判斷되었다.

single bed room은 sofa bed를 비치하여 double bed room 또는 twin bed room이 滿室일 때에 對備하는 것으로 한다.

이상과 같은 條件을 数式으로 나타내면 다음과 같다. 단, 客室의 利用率이 70%이하일 때는 赤字運營이라고仮定하자.

single bed room 수를 x, double 또는 twin bed room 수를 y라고 하면 다음과 같은 1次2元聯立不等式이 성립 된다.

$60x+80y \geqq 70\times100$ ··············(1)

$6.000x+7.200y \geqq 660,000$ ········(2)

만일 左右兩辺이 等式이라고 하면 (1)式에서

$6x+8y=700$ ··························(3)

(2)式에서

$6x+7.2y=660$ ························(4)

(3)式-(4)式

$0.8y=40, \therefore y=50$ 빛 $x=50$

즉 single bed room 50室, double 또는twin bed room 50室을 計劃하고 single bed room을 tight하게 平面을 計劃하여 建築面積을 減少시키고, 대신 食堂 또는 宴会場을 넓히면 収益性은 높아진다고 생각된다.

간혹 地方出張을 가면, 호텔은 double bed room 一色이며, 아직 호텔에 대한 認識이 不足하나, 멀지않아 우리나라 水準이 急速度로 上昇할 때 그것이 不合理한 것을 알게 될 것이다.

위의 예는 聯立方程式의 解析에 머물렀으며, 또 幾何学的으로는 두 直線의 交点의 座標를 求하는 問題이나 linear programming은 그 理論이 매우 高等한 것이고, 또 대개의 경우 制約條件이 그렇게 간단한 것은 아니다. 다소 복잡한 예를 들어본다.

어떤 住宅会社에서 A형, B형 두 종류의 住宅을 建設하여 分譲하고자 한다. 이에 소요되는 材料와 保有하고 있는 材料의 量의 比率은 A형 1, B형 1, 保有材料 6이며, 또 支拂하여야 할 人件費와 投資할 資金사이의 金額의 比는 2 : 3 : 16이다.

A형住宅에서는 棟当 55만원, B형住宅에서는 69만원의 利益을 올릴 수 있다고 仮定하고, 이 때 A형住宅과 B형 住宅의 棟数를 어떻게 조정하여 生産計劃을 세우는가 하는 문제이다.

A형住宅의 棟数를 x_1 B형住宅의 棟数를 x_2라고 하면, 다음과 같은 式이 成立된다.

$x_1+x_2 \leqq 6$ ··(1)

$2x_1+3x_2 \leqq 16$ ···(2)

위 條件式에서 A형 또는 B형의 棟数가 「마이너스」生産일 수는 없기 때문에

$x_1 \geqq 0, \quad x_2 \geqq 0$ ··(3)

가 되며, 이상의 関係式들을 制限式이라고 하고, 위 (3)의 條件에서 x_1 및 x_2는 幾何学的으로는 第1象限에 속하는 값들이라는 뜻이 된다.

이들의 條件에 따라 利益에 관한 式은

$f=55x_1+69x_2$ ····································(4)

이며 (4)式의 값이 最大가 되도록 x_1, x_2의 값을 구하는 問題가 되는 것이고 이 때 (4)式을 目的函数라고 한다.

(1)式, (2)式의 左辺은 使用量, 右辺은 制限量이며, 右辺에서 左辺을 빼면 쓰고 남은 残量이 될 것이다. 따라서 材料의 残量을 λ_1, 資金의 残量을 λ_2라고 하면

$\lambda_1=6-(x_1+x_2)$

$\lambda_2=16-(2x_1+3x_2)$

위와 같은 式을 얻게되며, λ_1 및 λ_2를 slack変数(slack varible)라고 한다.

slack変数 또한 「마이너스」가 되어서는 안되며 따라서

$\lambda_1 \geqq 0, \qquad \lambda_2 \geqq 0$

이 되고, (1)式 및 (2)式은 不等號記號를 없애고 다음과 같은 等式으로 바꿀 수 있게 된다. 즉

$x_1+x_2+\lambda_1=6$ ··································· (5)

$2x_1+3x_2+\lambda_2=16$ ································(6)

한편 材料와 資金의 残量 λ_1, λ_2는 利益에 대하여 하등 영향을 미치지 못함으로 目的函数는

$f=55x_1+69x_2+0\lambda_2+0\lambda_2$ ························(7)

와 같이 되어 변함이 없음을 알 수 있다.

(5)式, (6)式을 直線의 方程式 형태로 다음과 같이 変形하면,

$x_1=-x_1+(6-\lambda_1)$ ································ (8)

$x_2=-\frac{2}{3}x_1+\frac{1}{3}(16-\lambda_2)$ ························(9)

와 같다.

따라서 이들 関係式의 幾何学的 意味는 x_1을 横軸 x_2를 縱軸으로 하는 直交座標에서 (6)式, (9)式이 나타내는 直線과 x_1軸, x_2軸으로 이루어지는 4角形의 辺上이라든가 또는 그 内部가 x_1 및 x_2의 값의 存在範囲로서의 領域이

되는 것이다.

그것은 λ_1, λ_2의 값 여하에 따라 辺上에서 값을 구하게 되는가 内部에서 구하게 되는가를 左右한다. 그리하여 위 制限條件이 나타내는 聯立不等式의 解를 實行可能解 또는 許容解라고 부른다.

다음에 目的函数인 (7)式을 아래와 같이 變形하여 본다. 즉

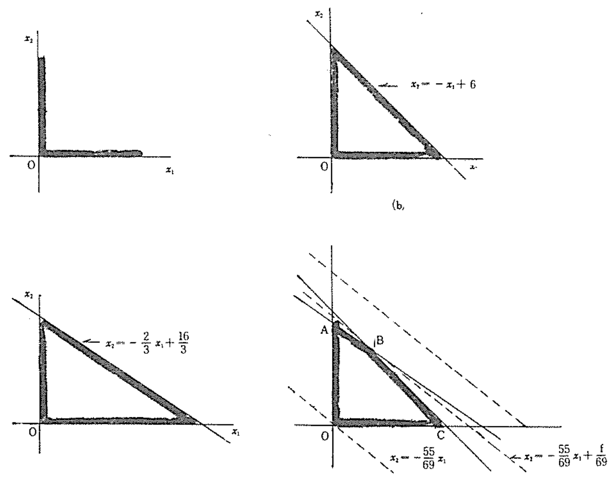
$$x_2 = -\frac{55}{69}x_1 + \frac{f}{69}$$

이것은 方向係数가 $-\frac{55}{69}$이고 x_2軸, 말하자면 y軸의截片이 $\frac{f}{69}$인 直線의 方程式이다.

따라서 f의 값에, 다시 말하여 利益에 따라 $x_2 = \frac{55}{69}x_1$ 에 平行한 直線이 무수히 그어질 것이며, 또 f가 增大함에 따라 截片은 커질 것이다.

이들 直線을 等利益線이라 한다.

이상을 다시 (그림 1)에서 되풀이하면, $x_1 \geqq 0$ $x_2 \geqq 0$ 이란 條件은 (그림 1, a)와 같이 그 領域이 第1象限에 限定된다.



(그림 1)

(8)式 $x_2 = -x_1 + (6 - \lambda_1)$의 값들은 $\lambda_1 = 0$ 즉 材料의 残量을 남기지 않고 다 使用하였을 때의 直線의 方程式

$$x_2 = -x_1 + 6 \cdots\cdots (10)$$

과 x_1軸 및 x_2軸과 이루는 3角形 속이 그 領域이 되며 (그림 1,b)와 같다.

같은 理由로 (9)式의 값들은 $\lambda_2 = 0$ 즉 資金을 완전히 利用하여 残額을 남기지 않았을 때의 直線의 方程式

$$x_2 = -\tfrac{2}{3}x_1 + \tfrac{16}{3}$$

이 이루는 3角形 속이 그 領域이 되며 (그림 1,c)와 같다.

이상을 綜合하면 (그림 1, d)와 같이 되며 領域은 극히 좁은 範囲로 縮小된다.

한편 直線AB의 方程式은 $x_2 = -x + 6$ 이며 이 線上의 x_1 및 x_2 값에 対応하는 材料의 残量은 $\lambda_1 = 0$이 되고, 直線BC의 方程式은 $x_2 = -\frac{2}{3}x_1 + \frac{16}{3}$으로서 역시 資金의 残額은 $\lambda_2 = 0$이 되어 B点이 $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$ 이 되는 . 동시에 (8)式, (9)式 두 條件을 다 滿足시키는 点이 된다.

또 (그림 1,d)에서 $x_2 = -\frac{55}{69}x_1$ 에 平行한 等利益線 중에서 B点을 지나는 利益線이 x_2軸의 截片이 最大가 되고 위 制約條件을 다 滿足시키는 것이 되며, 또 截片이 最大라는 것은 $\frac{f}{69}$ 즉 f 또는 利益이 最大가 된다는 뜻이 될 것이다.

다음 O, A, B, C 각 点의 周辺의 状態를 알아보기로 한다.

O点은 $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ 이며 이것은 전혀 生産을 하지 않았다는 뜻이 되고 동시에 $\lambda_1 = 6$, $\lambda_2 = 16$ 즉 材料와 資金이 全量 남아있다는 뜻이 된다.

다음에 $x_1 = 0$의 狀態를 유지하면서 x_2를 增加시키면 다시 말하여 A型住宅을 建設하지 않고 B型 住宅만 建設한다고 仮定하면 x_2의 값은 点A에 접근할 것이다.

이 때 λ_1 및 λ_2는 어떻게 변하나 알기위하여 $x_1 = 0$, 를 다음 式에 代入하면

$$\lambda_1 = 6 - (x_1 + x_2) = 6 - x_2$$
$$\lambda_2 = 16 - (2x_1 + 3x_2) = 16 - 3x_2$$

위 식에서 $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$ 이라고 한다면 $x_2 = 6$ 또는 $x_2 = \frac{16}{3}$이나 $x_2 = 6$은 λ_2의 값을 -2로 되게하기 때문에 $\lambda_2 \geqq 0$ 이라는 條件을 벗어나게 된다.

따라서 $x_2 = \frac{16}{3}$만을 취하면 $x_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$, $x_2 = \frac{16}{3}$ 및 $\lambda_1 = \frac{2}{3}$가 되고 이에 따른 利益은

$$f = 55x_1 + 69x_2 = 368\text{만원}$$

위와 같이 된다. 이것이 A点이 지니고 있는 意味가 된다.

위에서 $\lambda_1 = \frac{2}{3}$ 즉 材料가 $\frac{2}{3}$ 남는다는 것은 最善의 計劃이라고는 볼 수 없으며, 그러므로 AB線上을 따라 $x_1 = 0$에서 x_1을 증대시키는 동시에 $x_2 = \frac{16}{3}$을 減少시키며 B点까지 計劃을 調整한다.

線AB가 나타내는 方程式은

$$2x_1 + 3x_2 = 16$$

으로서 이 線上의 各 点은 $\lambda_2 = 0$ 즉 勞動力을 전부 가동시킨 意味를 지니고 있다.

한편 x_1과 λ_1의 変化하는 狀態를 알기 위하여 (5)式, (6)式을 다음과 같이 変形한다.

(8)式에 (9)式을 代入하면,

$$-\tfrac{2}{3}x_1 + \tfrac{1}{3}(16 - \lambda_2) = -x_1 + (6 - \lambda_1)$$

위 式을 整理하면

$$\lambda_1 = 6 - x_1 - \tfrac{16}{3} + \tfrac{2}{3}x_1 + \tfrac{1}{3}\lambda_2$$
$$= -\tfrac{1}{3}x_1 + \tfrac{1}{3}(2 + \lambda_2)$$

가 된다.

또 A点에서 線AB를 따라 x_1 및 x_2의 값이 변화하는 동안 $\lambda_2 = 0$인 고로

$$x_2 = -\tfrac{2}{3}x_1 + \tfrac{16}{3}$$
$$\lambda_1 = -\tfrac{1}{3}x_1 + \tfrac{2}{3}$$

위 式들에서 $\lambda_1 = 0$ 이 되려면 $x_1 = 2$라야 되고 이에

따라 $x_2=4$ 가 된다.

이것은 B点의 의미이며 材料 및 資金의 残量이 없도록 전부 이용한 것이되며 이 때 利益은

$f=55x_1+69x_2=110+276=386$ 만원이 된다.

다시 B点에서 C点으로 x_1, x_2 座標를 移動시켜 검토하여 보면 다음과 같다.

線BC는 直線의 方程式이 (8)式으로서 方向係数는 -1이며 x_1 값이 1만큼 增加함에 따라 x_2 값은 1만큼 減少한다는 뜻이 된다.

따라서 $x_1=2$에서 1 增加시켜 $x_1=3$이라고 하면 $x_2=4$에서 1減少하여 $x_2=3$이 된다는 것이다. 이것을 (8)式 (9)式에 代入하면 $\lambda_1=0$, $\lambda_2=3$이 되어 資金이 남게 되고 利益은 $f=165+207=372$만원으로 減少된다. C点은 $x_2=0$일 때이며, $x_1=6$, $\lambda_1=0$, $\lambda_2=4$와 $x_1=8$, $\lambda_2=0$, $\lambda_1=-2$ 두가지 값이 있으나 $x_1=8$일 때 $\lambda_1=-2$가 됨으로 $\lambda_1 \geqq 0$의 條件을 벗어난다. 그런고로 $x_1=6$, $\lambda_1=0$ 및 $\lambda_2=4$를 취하게 되며 이 때 利益은 $f=55x_1$에서 330 만원으로 利益이 더욱 減少한다.

결국 B点에서 利益이 最大가 되며 材料 및 資金도 制限範囲내에서 전부 이용하는 計劃이 되고 利益도 다른 計劃과 비교할 때 最大가 된다.

그리하여 A型住宅은 2, B型住宅은 4의 比로 生産計劃을 樹立하는 것이 타당하다는 結論이 된다. 이에 따라서 A型, B型 住宅이 点綴하는 아름다운 環境의 master plan이 作成되며 基本設計를 完成시키는 過程을 밟게되는 것이다.

이상은 극히 간단한 例에 불과한 것이며 또 理解를 돕기 위하여 엄밀한 線型計劃의 理論展開는 피하였음을 付記하여 둔다.

Simplex表에 의한 解法

앞에서 설명한 바를 初等数学의 手法에 의하여 機械的으로 計算을 진행시켜 解答을 求하는 것이 다음에 설명하고자 하는 Simplex法이다.

알기쉽게 하기 위하여 앞에서 다룬 問題를 다시 引用한다. 그것을 (표 2)에 의하여 說明하면 다음과 같다.

第1計劃에서는 生産을 하지않은 경우이고 따라서 利益은 있을 수 없으며 그런고로 左端 利益이라는 列에 零이 2個 記入되어 있는 것은 材料나 工賃에서 棟当의 利益이 없다는 것을 의미한다. 동시에 材料나 工賃은 残量 즉 slack変数가 그대로 다 남아있음으로 制限量 6과 16이 記入된다.

上端 利益을 表示하는 A行에는 역시 A型住宅 1棟当 利益 55만원, B型住宅 1棟当 69만원, 다시 말하여 目的函数 의 係数들이 해당란에 記入된다. 이때 λ_1, λ_2는, 利益에 하등 영향을 미치지 못함으로 係数는 0이며 A行에 0으로 記入된다.

다음 B行 右端 稼動限界라는 것은 B型住宅 즉 x_2를 建設하면 利益이 A型과 比較하여 많은 棟当 69만원을 올릴 수 있으나 만일 建設을 하지 않는다면 그만큼 赤字의 폭이 크다.

利益→ ↓										
				0	0	55	69			A
		basis	制限量	λ_1	λ_2	x_1	x_2	稼働限界 0	Σ	B
第	0	λ_1	6	1	0	1	1	6	9	C
1	←0	λ_2	16	0	1	2	3	16/3	22	D
計	等価利益			0	0	0	0		.	E
劃	比較利益			0	0	−55	−69		-124	F
第	0	λ_1	2/3	1	-1/3	1/3	0	2	5/3	G
2	←69	x_2	16/3	0	1/3	2/3	1	8	22/3	H
計	等価利益		368	0	23	46	69		506	I
劃	比較利益		368	0	23	-9	0		382	J
第	←55	x_1	2	3	-1	1	0		5	K
3	→69	x_2	4	-2	1	0	1		4	L
計	等価利益		386	27	14	55	69		551	M
劃	比較利益		386	27	14	0	0		427	N

(표 2)

따라서 B型住宅만 建設한다고 仮定하였을 때, 즉 x_2에 관한 값만 計算되고 $x_1=0$, $\lambda_1=0$, $\lambda_2=0$ 즉 材料 및 資金의 残量도 생기지 않는다고 한다면 다음 두 式에서 그 限界가 求하여진다.

$x_1+x_2+\lambda_1=6$ ………………… (材料에 관한 式)

$2x_1+3x_2+\lambda_2=16$ ……………… (資金에 관한 式)

이에서 $x_2=6$, $x_2=\frac{16}{3}$

즉 이는 材料의 限界는 $x_2=6$, 労賃으로서는 $x_2=\frac{16}{3}$의 限界인 것이다.

그 限界를 稼動限界라고 한다.

그러므로 C行, D行에는 條件式의 해당係数와 稼動限界가 記入된다.

다음 等価利益은 C行의 係数에다가 左端에 記入된 利益의 값을 곱한 것과 D行의 係数에다가 左端 利益의 값을 곱하여 C行의 값 및 D行의 값들을 더한 것이 表示된다. 말하자면 第1計劃에서의 利益을 計算한 것이 된다. 그런데 第1計劃에서는 建設을 하지않은 狀態임으로 利益은 있을 수 없으며 E行 즉 等価利益欄은 전부 零일 수 밖에 없다.

F行 比較利益은 E行 等価利益에서 上端 A行 利益을 減하여 利益이 어느 範囲에 属하는가를 判別하게 된다. 第1計劃에서는 전부 赤字이며, 이 赤字가 없어질 때 까지 計算을 하여 赤字가 없어질 때 計算을 끝맺는다.

따라서 第2計劃으로 計算을 옮긴다. 앞에서도 말한바와 같이 가장 赤字要因이 큰 B型住宅 즉 x_2를 基準으로 하여 計算을 進行시키는데 그 方法은 連立方程式 解法에 있어서 消去法과 같은 方法을 쓴다.

만일 x_2 즉 B型住宅만 建設한다면 A型住宅의 利益은 0이고 B型住宅은 69이다. D行에 있는 係数들을 x_2의 係

数 3으로 나눈 결과가 H行의 값들이며, 언제나 赤字폭이 큰 列의 未知数를 기준하여 稼動限界가 第1 작은 값의 行의 係数에서 計算을 시작한다. 따라서 G行의 값들은 C行의 값에서 H行의 값을 뺀 것이며, 이에 따라 G行의 x_2가 消去된다.

그러므로 λ_2를 追放変数라 하고 이에 대신하여 第2計劃에 採用되어 消去의 対象이 된 x_2를 採用変数라고 한다. 위의 計算結果에 따라 G行에서 稼動限界의 2를 H行에서 8이라는 稼動限界의 값을 얻게 된다. 이들 G行 및 H行의 값에 利益인 0과 69를 곱하며 더한 것이 等価利益이며 I行 等価利益에서 A行 利益을 빼면 比較利益이 計算되는데 x_1 列에 해당하는 比較利益이 -9임으로 第3計劃으로 옮겨서 다시 赤字가 생기나 與否를 検討하여야 한다.

第3計劃은 x_1의 項을 消去하는 計算이 될 것이다. G行을 3倍하면 x_1의 係数는 1이 될것이며 以下 K行의 값이 計算된다. 다시 K行을 $\frac{2}{3}$倍하여 H行의 各項의 해당되는 값에서 빼면 L行의 값을 얻는다.

左端 利益欄에 x_1의 利益 55를 記入하고 K行의 값들에 이것을 곱한 것과 L行의 利益 69를 各項에 곱한 것과를 더하면 M行의 等価利益을 얻게된다.

M行의 等価利益에서 上端 A行의 利益을 빼면 比較利益인 N行의 값을 얻게되며 N行에서 비로소 赤字項이 없어짐으로 이에서 計算을 끝맺는다.

結果는 x_1 및 x_2의 制限量 2와 4가 求하는 값이며 利益은 386 만원이 된다.

Simplex表의 検算

앞에서 든 例題는 지극히 간단한 경우에 관한 것이다. 모든 事項은 未知的 2個로만 表示될 수는 없으며 또 條件式도 2個에 限하지 않는다. 未知数나 條件式이 여러개로 이루어질때는 計算이 매우 복잡하여짐으로 錯誤가 일어나기 쉽다. 이 錯誤를 検算하는 方法은 두가지 있으나 보통 쓰이는 한가지만 説明하기로 한다. 우선 各 行의 條件式의 係数를 合하여 右端에 記入한다. simplex表 右端의 Σ列이 그것이다.

第2計劃에서 H行은 x_2의 係数 3으로 全係数를 나누었음으로 이의 全体合計의 3分의1은 第1計劃 D 行의 合計의 3分의 1과 같아야 할 것이다. D行의 合計는 22임으로 $\frac{22}{3}$가 되어 一致한다. G行은 C行－H行임으로 $9-\frac{22}{3}=\frac{5}{3}$가 되어 역시 錯誤가 없음을 알 수 있다. F行은 J行－I行$=382-506=-124$로서 역시 틀림이 없다.

第3計劃에서 K行은 G行을 3倍한 것임으로 5 즉 K行의 合計와 같으며 L行은 H行$-2\times$G行$=\frac{22}{3}-2\times\frac{5}{3}=4$임으로 역시 錯誤가 없다. N行은 M行－A行$=551-124=427$이 되어 역시 計算에 錯誤가 없다.

以上과 같은 方法으로 各計劃마다 検算을 하며 다음 計劃으로 옮김으로써 많은 未知数와 많은 條件式이 있드라도 正確하게 検討가 이루어질 수가 있다.

現在 우리들이 設計作業을 하고 있는 것은 企業主가 提示한 條件들을 分析하고 綜合하여 評価를 하는 過程을 反復하여 하나의 創作을 이룩하는 것이다. 그러한 創作過程을 1960年代에서 先進国에서는 system engineering 의 힘을 빌려 方法論을 確立하려고 努力하였다.

建築企劃은 企業主가 提示하는 條件을 建築家와 같이 作成하는 것을 말한다. 그 方法論을 operation research 에서 찾자는 것이다.

operation research와 system engineering은 理念에 있어서는 결국은 同一한 것이다. 우리가 落後하는 것은 이러한데에 대한 研究가 없기 때문이다. 그러한 研究에는 統計学과 確率論 등이 뒤따르는 까닭인지도 모른다. 가령 system engineering 過程의 한 特殊한 構成要素를 例로 들면,

1. 問題의 限定
2. 提示된 解答의 綜合
3. 解答의 test
4. 構成 各 要素의 展開
5. 展開된 諸要素를 지닌 system의 test
6. system의 確立
7. system의 運轉(operation)
8. system의 性能分析

以上과 같다.

모든 計劃의 手法과 順序는 그 計劃의 目的과 前提로부터 시작된다. 그리하여 構想計劃이 先行하며 그의 한 側面의 課題計劃이 이루어져 多目的으로 検討하여 세워진 課題計劃들이 綜合되어 하나의 試案(alternative)이導出된다. 그러함에는 資料収集, 調査, 研究, 実験을 통하여 数量的 予測을 하게 된다. 数量的 予測을 함에 있어서는 問題를 남김없이 分析하고 모든 要素가 지니고 있는 不確定性을 除去한 후 信頼性이 있는 것에서 綜合하여 予測할 때 余裕 즉 数量的으로는 安全率를 考慮하게 된다.

한편 調査는 予備調査(pretest), 試験調査(pilot test), 本調査의 段階를 밟게 되며, 또 調査하는데 있어서 調査의 対象, 調査의 単位, 調査方法 등이 問題가 되어 이의 計劃 또한 必要하게 된다. 그 結果를 따라 研究하게 되고 研究에 의한 実験이 信頼性을 뒷받침하게되며 그로써 예측이 이루어 진다.

建築企劃 역시 以上의 테두리에서 벗어남이 없다. 数量的 予則을 함에 있어서 operation research (또는 OR)

그중에서도 linearprogramming의 方法을 建築企劃에 導入하자는 것도 다음과 같은 linear programming이 지니고 있는 限界에 適応될 수 있으리라고 생각하기 때문이다.

즉 線型計劃法은 그의 條件式과 目的函数가 전부 1次

式으로 表現되어야 한다. 이것은 각 変数와 函数가 正比例의 関係가 成立한다는 仮定이다. 가령 hotel 建築에 있어서 食堂 또는 宴会場의 収容人員数가 収益과 正比例한다던가 客室数가 hotel의 性格에 따라 single과 twin의 利用率은 다르나 収益은 室数에 正比例한다던가 하는 式의 仮定이 成立된다면 線型計劃法은 適用될 수가 있다.

위의 線型計劃法의 限界를 1次性 또는 比例性이라고 한다. 다음에 우리가 다루고자 하는 建築企劃에서 数量的으로 予測하고자 하는 建築的인 要素는 有限個이다. 다시 말하여 條件式을 만들기 위한 未知数는 有限個이며 이에 따른 目的函数의 未知数도 같은 수를 지니게 된다.

線型計劃法은 有限個의 未知数의 方程式으로서 條件의 表現이 가능하여야 한다. 이것을 有限性이라고 한다.
또 予測한 数量이 가령 住宅産業에서 A型住宅이 26.37棟, B型住宅이 105,14棟 등의 数値로 計算結果 表現이 되었다고 하자.

그러한 数値를 4捨5入하는 경우 目的函数에서 경우에 따라서는 큰 差異가 생길 수가 있다. 棟数는 整数로 計算한 結果가 나타나야 되는데 위와 같이 小数点으로 数量이 나타나도 상관이 없을 때는 그것을 可分性이라고 하며 住宅에서는 26.37棟이라고는 可分性이 없는 것이 된다. 線型計劃에서는 可分性을 지니고 있어야 한다.

만일에 整数解가 要求되는 問題에서는 별도로 答이 整数가 되도록 하는 技法을 써야한다.

다음에는 綜合病院 病棟을 企劃하고자 한다. 各 科別 病棟을 同時에 建設하거나 個別的으로 建設하여도 그에서 얻어지는 利益에는 変함이 없다는 仮定이다. 이것을 加法性이라고 한다.

한편 위의 경우 各科別로 順次的으로 病棟을 建設하였다고 하여 다른 科의 病棟의 収益에 영향을 미치지 않으며 相互独立된 것으로 생각하여도 상관없다는 仮定도 建築企劃에서는 크게 모순되는것이 없다.

이것을 独立性이라고 하며, 이상의 여러 前提條件에 建築企劃 樹立이 適応될 수 있기 때문에 建築企劃을 線型計劃法에서 究明하여 보자는 것이다.

Simplex 表의 構造

simplex表의 構造에는 단치히(Dantzing)式과 찬스(C-harnes)式 두 가지가 있으며, 兩者는 表의 作成에서 조금씩 変数의 位置가 差異가 있으나 計算法에서는 같다. 앞에서 例를 들어 說明한 것은 찬스(Charnes)式이다.

(표 3)은 그 構造를 나타낸 것이며 그것을 다시 反復하여 說明하면 다음과 같다.

A：表 上端과 左端은 利益에 관한 事項을 記入하라는 것이다.따라서 B와 G는 利益에 관한 것이 記入이 된다.

B：選択可能한 方式水準当의 利益이라는 것은 目的函数의 各 変数앞에 있는 係数이며, 各 変数는 選択可能한 方式이 될 것이다. 그 変数의 1單位当의 利益을 水準当의 利益이라 表現한 것이다.

G：現採用方式의 水準当 利益이라는 것은, 전혀 生産을 하지않을 때는 第1計劃이라 하여 1段階에서 採用한 方式이 되고 利益은 있을 수 없다.

第2計劃에서 한 가지 方式이 採用되며 그의 한 單位에 대한 利益이 記入되고 第2段階의 利益을 計算하게 된다. 그리하여 各 段階에서 採用되는 方式이 하나씩 增加하며 그에 따르는 1單位当의 利益이 記入된다.

C：basis 또는 條件項目이라고도 하며 C의 行 및 列에 D, E, F, H 등의 項目이 記入된다. 따라서 H列에는 그 段階에서 採用된 方式이 記入되고 E에는 選択可能한 余裕方式 즉 slack変数의 記号가 記入되며 F에는 選択可能한 稼動方式 즉 條件式의 未知数의 記号가 記入된다.

I：第1計劃일 때는 아무것도 生産하지 않았다고 하였다. 따라서 残量은 그대로 남아있을 것이다. 第2計劃에 있어서는 残量의 数値가 달라지기 시작한다.

그것은 採用方式에 따른다. 그런고로 生産要素의 残量과 生産方式에 의한 稼動量이 記入이 된다.

稼動量은 稼動限界를 의미한다.

J, K：條件式의 係数들이 記入된다.

M：그 段階에서의 利益을 記入하게 된다.

O：그 段階에서 採用한 方式에 의한 利益에서 選択可能한 方式에 의한 利益을 減한 것이 「마이너스」가 있으면 赤字를 의미하며 赤字가 생기지 않을 때까지 計劃을 修正하여가야 한다.

O：右端 列은 稼動限界라고도 한다.

(A) Cj→↓			(B) 選択可能한 方式 水準当 利益		θ
	(C) basis 条件項目	(D) 要請方式	(E) 選択可能한 余裕方式	(F) 選択可能한 稼働方式	稼働限界
(G) 水準当의利益 現採用方式	(H) 現採用方式	(I) 現採用方式의 水準 (F)의 方式에 의한 生産素와 残量 또는 稼働量	(J) 係数	(K) 係数	
(L)	Zj	(M) 現採用方式에 의한 利益			
(N)	Zj-Cj	(O) (M) - (B)			

(표 3)

以上의 simplex表 構造에서 주어진 條件式을 联立方程式의 解法의 計算法으로 計算을 하게 되는데 그것은 結局 行列式(Matrix)을 푸는 것과 同一하다.

한편 vector算法도 matrix의 特殊型인 관계상 simplex表는 matrix와 vector의 理論에서 誘導된 것이다

整数解의 間題 (linear programming)

앞에서 말한 바와 같이 最適解가 可分性의 前提條件에

따라 apart를 戸数 23.85戸分을 建設한다면 0.85戸 분을 어떻게할 것인가가 問題가 된다. 이것을 解決하기 위하여 다음과 같은 技法을 쓴다. 만일에 最適解가 整数가 아닌 경우에는 이 값을 整数로 바꾸도록 附加不等式을 條件에 追加한다.

例를 들어 說明하면 다음과 같다.

條件式은

$1.5x_1+4.5x_2 \leqq 13.50$ ……………………………(1)

$320x_1+200x_2 \leqq 1600$ ………………………… (2)

$x_1 \geqq 0,\ x_2 \geqq 0$

目的函数는

$f=x_1+2x_2$

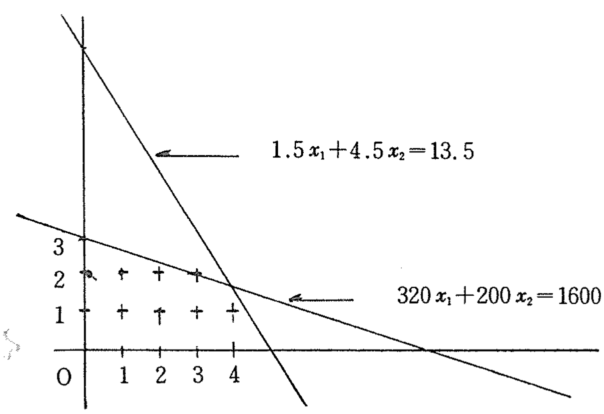
위와 같다. 이것을 simplex表에 의하여 最適解를 求하면 다음 (표 4)와 같다.

Cj→ ↓				0	0	1	2		
		basis	制限量	λ_1	λ_2	x_1	x_2	θ	Σ
step 1	0	λ_1	13.5	1	0	1.5	4.5		
	0	λ_2	1600	0	1	320	200		
	Zj								
	Zj−Cj					760/3	-2		
step 2	2	x_2	3	2/9	0	−1	1		
	0	λ_2	1000	-400/9	1	1/3	0		
	Zj								
	Zj−Cj	6	4/9	4/9	0	-1/3	0		
step 3	2	x_2	32/19	4/9	-1/760	0	1		
	1	x_1	75/19	-10/57	3/760	1	0		
	Zj			16/57					
	Zj−Cj		139/19	22/57	1/760	0	0		

(표 4)

最適解는 $x_1=\frac{75}{19}$ $x_2=\frac{32}{19}$로서 整数가 아니다.

幾何学的으로는 (그림 2)에서 알수 있듯이 x_1 및 x_2 領域内에서는 整数의 쌍이 x_1 및 x_2 軸上에 있는 整数와 (4, 1), (3,1), (3,2), (2,1), (2,2), (1,1), (1, 2) 以外는 없다. 이 중에서 最適解에 가까운 값을 求하는 것이다.



(그림 2)

그러나 未知数가 여러個 되어 幾何学的으로 図示가 안되면 判斷이 어렵다. 따라서 다음과 같은 새로운 制約條件式을 또 하나 만들어 追加하여 問題를 풀어야 한다.

$x_1=\frac{75}{19}$, $x_2=\frac{32}{19}$의 값을 보면, $x_1=3\frac{18}{19}$, $x_2=1\frac{13}{19}$으로서 x_1은 3을 $\frac{18}{19}$만큼 넘어서 4에 가까운 값이고 x_2는 1을 $\frac{13}{19}$만큼 넘어서 2에 가까운 값이다. 이 分数의 增減에서 整数를 求하게 됨으로 x_1 및 x_2의 값의 整数와 分数를 분리하여 그 分数에서 制約條件式을 만든다.

整数와 分数(또는 小数点以下의 数)를 分離시키는 操作을 整数小分割이라고 한다. 整数小分割을 하여 分数 또는 小数点의 값이 큰 行을 選定한다. (표, 4) simplex 表의 第3計画에서 $\frac{18}{19}$를 内包하는 x_1에 관한 行이 될것이다.

		basis	制限量	λ_1	λ_2	λ_3	x_1	x_2	θ	Σ
step 3 의 變更	2	x_2	32/19	16/57	-1/760	-1/3	0	1		
	1	x_1	75/19	-18/57	3/760		1	0		
		λ_3	-18/19	-47/57	-3/760	1				
	Zj									
	Zj−Cj		139/19	22/57	1/760					
step 4	2	x_2	2	5/9	0	-1/3	0	1		
	1	x_1	3	-1	0	1	1	0		
		λ_2	240	1880/9	1	-760/3				
	Zj									
	Zj−Cj		7	1/9		1/3				

(표 4·2)

選定된 行의 整数가 아닌 数値에 대하여 整数小分割를 하는데 가령 λ_1 列의 $-\frac{10}{57}$과 같은 경우는 分数 일지라도 負의 값이기 때문에 $-\frac{10}{57}=-1+\frac{47}{57}$과 같이 負의 整数와 正의 分数로 整数小分割을 하여 行에 있는 모든 分数의 값을 正으로 統一한다.

만일 x_1行을 代数式으로 表現한다면

$x_1-\frac{10}{57}\lambda_1+\frac{3}{760}\lambda_2=3\frac{18}{19}$

$x_1-\lambda_1+\frac{47}{57}\lambda_1+\frac{3}{760}\lambda_2=3+\frac{18}{19}$

위 式에 x_1이 整数라면 λ_1 및 λ_2가 分数에 関與한다는 것이 된다. 그러므로 $\frac{47}{57}\lambda_1+\frac{3}{760}\lambda_2 \geqq \frac{18}{19}$이라는 關係를 생각할 수 있다.

위 式을 새로운 條件式으로 導入한다. 단 目的函数의 最大値를 求하는 問題임으로 全項에 負의 符号를 붙여 不等号記号를 바꾸어야 한다. 즉

$-\frac{47}{57}\lambda_1-\frac{3}{760}\lambda_2 \leqq -\frac{18}{19}$

위 式에서 λ_1 및 λ_2는 다음의 條件式에서 誘導된다.

$1.5x_1+4.5x_2+\lambda_1=13.50$

$320x_1+240x_2+\lambda_2=1600$

이를 変形하면,

$\lambda_1=13.50-(1.5x_1+4.5x_2)$

$\lambda_2=1600-(320x_1-200x_2)$

이것을 앞 式에 代入하여 정돈하면 다음과 같은 x_1 및 x_2에 관한 式이된다. 즉

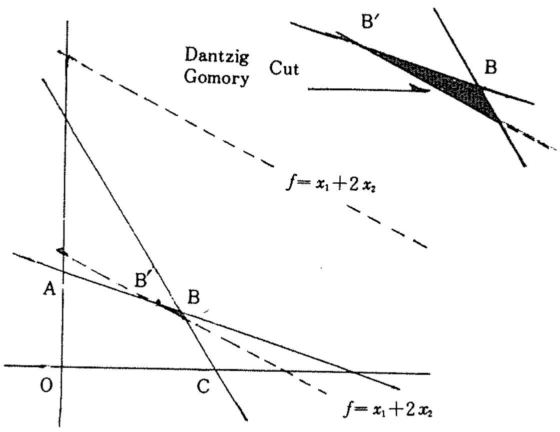
$33 \geqq 5x_1+9x_2$

위 새로운 條件式이 追加되는데 이것은 幾何学的으로는 (그림 3)에서 알 수 있듯이

$33=5x_1+9x_2$

의 直線이 x_1 및 x_2의 領域인 多角形 OABC를 一部 切斷하여 x_1 및 x_2의 領域을 좁히는 것을 뜻한다.

따라서 이 切斷을 생각하여 낸 사람들의 이름을 따서 Dantzig cut 또는 Gomory cut이라고 불리워지고 있다. simplex表 計算은 새로운 slack變数 λ_3를 導入하고 $-\frac{18}{19}$이 制限量이 되며 $-\frac{47}{57}$이 λ_1의 係数 $-\frac{3}{760}$이 λ_2 의係数가 되어 計算을 계속한다.



(그림 3)

第 3 計画에서 λ_3의 制限量이 第 1 작으며, 또 λ_2의 係数가 第 1 크므로 第 4 計画에서 λ_2를 消去(또는 追放変数로 選定)한다.

λ_2行의 값은 第 3 計劃에서의 λ_2의 係数를 전부 $-\frac{3}{760}$으로 나눈 값이다.

이에다가 $-\frac{1}{760}$을 곱하여 第 3 計画의 x_2行에서 λ_2를 消去한 것이 第 4 計画의 x_2行의 값이 된다.

같은 方法으로 $\frac{3}{760}$을 곱하여 第 3 計画의 x_1行에서 λ_2를 消去하면 第 4 計画의 x_1行의 값들이 計算된다.

그 結果 x_1 및 x_2의 制限量은 x_1이 3, x_2가 2 라는 整数를 얻게 된다.

여러가지 形態의 問題

linear programming의 問題는 다음과 같은 여러 가지 形態의 問題를 생각할 수 있다. 즉 目的函数의 最大値 또는 最小値를 求하는 問題와 條件式이 不等式인가 等式인가에 따라 다음의 5 種類의 問題로 分類가 된다.

1. 不等式條件下의 最大値問題
2. 不等式條件下의 最小値問題
3. 等式條件下의 最大値問題
4. 等式條件下의 最小値問題
5. 等式條件과 不等式條件下의 混合問題

以上 5 種類이나 1.의 不等式條件下의 最大値 問題는 지금까지 다루어온 問題로서 다른 特別한 操作을 할 必要는 없다.

그러나 其他의 問題에 있어서는 最小値問題는 目的函数의 符号全体를 負의 符号를 붙여 最大値問題로 바꾸어야 하며, 동시에 最大値問題의 경우를 除外하고 全体의 경우에 技巧変数(artifical variable)라는 새로운 変数를 導入하여야 한다. 그 理由는 가령 例를 들어 不等式 條件하의 最小値問題의 경우

條件式은

$2x+4y \geqq 40$

$3x+2y \geqq 50$

$x,\ y \geqq 0$

目的函数는

$3x+2.5y=f$

위 目的函数의 最小値를 求하는 問題다.

條件式의 不等号記号를 없애기 위하여 slack変数를 빼야 한다. 즉

$2x+4y-\lambda_1=40$ ………………………………… (1)

$3x+2y-\lambda_2=50$ ………………………………… (2)

가령 40.12는 40보다 큰 数이며 40.12가 40과 같으려면 0.12를 減하여야 한다. slack変数를 뺀다는 것은 그러한 까닭이다.

그런데 만일 x 및 y 의 값이 零이면 $\lambda_1=-40$, $\lambda_2=-50$이 되어 slack変数의 非陰條件과 상치된다. 가령 어떤 原料를 써서 두 가지 物件을 만들어 그것을 組立하여 하나의 建築材料를 生産할 때, 生産cost가 싸게 되는 原料의 配合을 생각하여야 할 때가 있다. 倉庫에는 A라는 原料가 40t B라는 原料가 50t 있어서 生産準備를 하며 위 條件式과 目的函数에 의하여 計画을 세운다고 하자. 現実的으로 倉庫에 −40t과 −50t의 原料가 있다고는 생각할 수 없다.

이것이 線型計画法에서의 非陰條件의 約束이다.

즉 生産을 하지 않았는데 原料의 残量 또는 slack変数가 「마이너스」될 수는 없다는 것이다.

$\lambda_1 \geqq 0$, $\lambda_2 \geqq 0$ 라야 된다.

따라서 이 條件을 成立시키기 위하여 또 하나의 剩余変数를 追加하여야 한다. 이것을 技巧変数〈artifical slack variable〉라고 한다. 우리들은 항상 한 課題에서 두 가지 側面을 考察하게 된다.

그것은 最大의 利益을 올려야 하고 最小의 費用이 들어야 한다는 点이다. 그러한 関係를 線型計画法에서는 雙對問題(dual problem)이라고 하며, 앞에서 말한 技巧変数를 써야 하는 最小値問題도 檢討하여야 할 경우가 大部分일 것이다. 以上에 관하여는 後述하겠다.

다음에 좀 더 複雜한 最大値問題의 実例를 들어 説明하기로 한다.

実　例

病床数 80 bed의 小規模 病院을 地方에 建設하고자 한다. 여러가지 制約條件 때문에 入院室을 各科別로 하여 單層으로 計画을 세우고 年次別로 入院室을 建築하고자 한다. 内科, 外科, 産婦人科, 結核科 및 小兒科를 둔다. 医師数는 6 人, 看護員数는 17人이다. 外来患者는 統計

에 의하면 120人이다.

運營費를 42,000이라고 하면 各科 入院室에서의 收益은 內科 231, 外科 274, 産婦人科 277, 結核科 148, 小兒科 166의 比率이다.

各科 入院室을 어떻게 割当하여야 適切할 것인가, 但 各科 入院患者 1人에 대한 医師, 看護員, 運營費, 外来患者数의 比率은 統計에 의하여 調査한 바 다음 表와 같다. (표 5)

数	益 →	0	0	0	0	0	231	274	277	148	166	
操作項目	制 限	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	內科 P_1	外科 P_2	産婦人科 P_3	結核科 P_4	小兒科 P_5	稼動限界
病床数	λ_1 80床	1					1	1	1	1	1	80.0
医師数	λ_2 6名		1				0.064	0.070	0.074	0.035	0.050	81.0
看護員数	λ_3 17名			1			0.181	0.176	0.267	0.267	0.171	63.7
費 用	λ_4 42,000				1		491	690	524	515	438	80.1
外来患者数	λ_5 120名					1	1.7	0.7	1.4	0.1	2.9	85.7

(표 5)

이 計劃을 두 가지 側面에서 考察이 되어야 할 것이다. 즉 最大의 收益을 올릴 수 있는 入院室 配定計劃과 最小의 費用이 支出되는 計劃 다시 말하여 雙対問題를 検討하여야 할 것이다. 여기에서는 最大値問題에 限定한다.

앞에서 주어진 資料들로 数式을 나타내면 內科, 外科, 産婦人科, 結核科 및 小兒科 등 各科의 入院患者数를 x_1 x_2, x_3, x_4, x_5라고 하면 다음과 같은 條件式이 成立된다.

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 \leqq 80 \cdots\cdots (1)$$

$$0.064x_1+0.070x_2+0.074x_3+0.035x_4+0.050x_5 \leqq 6 \cdots\cdots (2)$$

$$0.181x_1+0.176x_2+0.267x_3+0.267x_4+0.171x_5 \leqq 17 \cdots\cdots (3)$$

$$491x_1+690x_2+524x_3+515x_4+438x_5 \leqq 42,000 \cdots\cdots (4)$$

$$1.7x_1+0.7x_2+1.4x_3+0.1x_4+2.9x_5 \leqq 120 \cdots\cdots (5)$$

目的函数는

$$f=231x_1+274x_2+277x_3+148x_4+166x_5 \cdots\cdots (6)$$

以上과 같으며 最大値問題로서 最適値를 求하는 것이다.

(1)式에서 (5)式까지의 slack変数를 λ_1, λ_2, λ_3, λ_4, λ_5 리고 하고 simplex表에 第1計劃을 記入하면(표6)과 같다.

A列의 制限量은 稼動하지 않기 때문에 残量 λ가 그대로 全量 다 남으며 利益도 없다. 따라서 Ej—Cj 行은 全部 赤字가 記入된다.

		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Cj→								231	274	277	148	166	
	↓basis	制限量	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
第1計劃	λ_1	80	1					1	1	1	1	1	80
	λ_2	6		1				0.064	0.070	0.074	0.035	0.050	63.7
	λ_3	17			1			0.181	0.176	0.267	0.267	0.171	81.0
	λ_4	42,000				1		491	690	524	515	438	80.1
	λ_5	120					1	1.7	0.7	1.4	0.1	2.9	85.7
	Zj												
	Zj—Cj							-231	-274	-277	-148	-166	

(표 6)

L列 즉 Q列은 稼動限界이며 赤字가 가장 큰 x_3 에서 計算된다. x_1, x_2, x_4, x_5를 零이라 하고 다시 말하여 産婦人科만 稼動한다고 할 때, 條件式은

$$x_3+\lambda_1=80 \quad 0.074x_3+\lambda_2=6 \quad 0.267x_3+\lambda_3=17$$

$$524x_3+\lambda_4=42000 \quad 1.4x_3+\lambda_5=120$$

위와 같이 되며 x_3項을 右辺으로 移項하면

$$\lambda_1=80-x_3 \quad \lambda_2=6-0.074x_3 \quad \lambda_3=17-0.267x_3$$

$$\lambda_4=42000-524x_3 \quad \lambda_5=120-1.4x_3$$

λ가 非陰條件을 만족시키기 위한 x_3의 값을 求하면 $x_3=80$일때 $\lambda_1=0$ 이 된다. 즉 左辺을 零으로 하였을 때 x_3 의 값의 限界가 求하여진다.

λ_2는 $0.074x_3=6$ 에서 $x_3=81.08$

λ_3는 $0.267x_3=17$에서 $x_3=63.67$

λ_4는 $524x_3=42000$에서 $x_3=80.15$

λ_5는 $1.4x_3=120$ 에서 $x_3=85.17$

위와 같이 x_3 즉 産婦人科 入院室의 限界가 求하여진 이 限界를 넘어서면 slack変数의 非陰條件을 否定하게 된다. 이것이 稼動限界 L의 값이다.

以上이 稼動하지 않았을 때, 즉 第1計劃부터의 시작이며, simplex表計算에서는 반드시 検討되어야 할 過程이다. L列의 θ의 값 즉 稼動限界에서 가장 작은 数가 63.67 이다. 이것은 産婦人科에만 入院患者를 収容하였을 때의 看護員 17人이 外来와 入院患者를 担当할 수 있는 能力의 限界를 말하며 入院患者는 약 64 bed 밖에는 cover하지 못한다는 뜻이 된다.

따라서 代数学的으로는 産婦人科에 관한 未知数 x_3 를 消去하는데, 計算을 θ의 값이 제일 작은 看護員에 관한 行에서 시작한다.

式으로 表現하면

$$0.181x_1+0.176x_2+0.267x_3+0.267x_4+0.171x_5+\lambda_3=17 \cdots\cdots (7)$$

위 式의 x_3의 係数 0.267로 全項을 나누어 x_3의 係数를 1로 만든다. 이것이 第2計劃에서의 3번째 行 즉 x_3行의 값들이다. (표 7)

但 slack変数의 項에 대한 計算은 省略한다.

이것을 式으로 나타내면

$$0.678x_1+0.659x_2+x_3+x_4+0,640x_5+(\frac{1}{0.267}\lambda_3)$$
$$=63.70 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

위 式과 같이 된다.

			制限量	λ_1 λ_2 λ_3 λ_4 λ_5	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
		λ_1								
		λ_2								
→	277	x_3	63.7	(λ의 計算은 省略)	0.678	0.659	1	1	0.640	96.66
		λ_4								
		λ_5								

(표 7)

이 式의 右辺이 制限量이며, 또 産婦人科 다음에 赤字폭이 큰 外科만이 稼動하였다고 仮定하면 위 式은 다음과 같이 된다.

$$0.659x_2+(\frac{1}{0.267}\lambda_3)=63.70$$

위 式의 x_2의 係数 0.659 로 全項을 나누면

$$x_2+(\frac{1}{0.267\times 0.659}\lambda_3)=96.66$$

96.66이 右端 θ의 값이며 外科만 稼動하였을 때의稼動限界로서 第3計劃의 追放変数(또는 消去하여야 할未知数)가 어느 行의 式에서 計算하여야 되는가의 判斷의 基準이 된다.

다음은 第1計劃에서의 λ_1行의 未知数의 係数를 보면 全項이 1이다. 따라서 第2計劃의 係数를 그대로 빼면 x_3項이 消去된다. 制限量도 80−63.70=16.30이 된다.

θ의 값은 x_2의 係数 0.341로 制限量 16.30을 나누면 47.80이 求하여진다.

다음 第1計劃에서의 λ_2行의 未知数 x_3의 係数는, 0.074이다. 따라서 第2計劃의 x_3行의 全項에 0,074를 곱하여 第1計劃의 λ_2行의 各項의 係数를 빼면 第2計劃의 λ_2行의 값이 된다.

制限量도 $6-63.70\times 0.074=1.286$이 되며 θ의 값은 x_2의 係数의 값 0.021로 1.286을 나누면 $1.286\div 0.021=61.24$가 된다. (표 8)

				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
		λ_1	16.30	0.322	0.341			0.360	47.80
		λ_2	1.29	0.014	0.021		-0.039	0.003	61.24
→	277	x_3	63.7	0.678	0.659	1	1	0.640	96.66
		λ_4							
		λ_5							

(표 8)

같은 方法으로 나머지 값들을 求한 것이(표 9)이다. 다음은 x_3만 稼動함으로 収益対 計算은 x_3行에 한해서만 計算한다.

x_3行의 係数에 収益 277을 곱한다. 그 값이 Zj에 記入된다. Zj에서 各 科의 収益을 뺀 것이 Zj−Cj의 값이 된다. 結果는 内科와 外科가 赤字를 면하지 못하고 있는 것이 된다. (표 10)

다시 第3計劃을 計劃한다. 앞에서도 言及한 바와 같이 赤字폭이 다음으로 큰 外科에 관한 未知数 x_2를 消去하는데 式은 稼動限界의 값이 第1 작은 λ_4行이 될 것이다.

λ_4行을 式으로 표시하면 다음과 같다.

$$135.73x_1+344.68x_2-9x_4+102.6x_5+(A\lambda_3)+(B\lambda_4)$$
$$=8621.20$$

但 λ_3, λ_4의係数의計算은省略하고 A, B로 表示하였다.

이 式 중의 x_2의 係数 344.68로 全項을 나누어 x_2 項을 消去한다 그 結果가 (표 11)과 같으며 이것이 第3計劃이 되며, 이에서도 Zj−Cj의 값은 内科에서 −7.24가 되어 赤字를 나타낸다. 따라서 第4計劃을 計劃한다.

				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
		λ_1	16.30	0.322	0.341			0.360	47.80
		λ_2	1.29	0.014	0.021		-0.039	0.003	61.24
→	277	x_3	63.70	0.678	0.659	1	1	0.640	96.66
		λ_4	8621.20	135.73	344,68		-9	102.64	25.01
		λ_5	30.82	0.751	-0.223		-1.3	2.004	▲

▲ 稼働限界가 負가 됨으로 計算을 하지 않음.

(표 9)

				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
→	277	x_3						
		Zj	17,644,90	187.81	182.54	277	277	77.28
		Zj −Cj		-43.19	-91.46	0	129	11.28

(표 10)

				λ_1 λ_2 λ_3 λ_4 λ_5	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
Cj →					231	274	277	148	166	
		λ_1	7.77		0.188			0.009	0.258	41.34
第3計劃		λ_2	0.76		0.006			-0.038	-0.004	126.83
	277	x_3	47.22		0.418		1	1.017	0.444	112.96
	→ 274	x_4	25.01		0.398	1		-0.026	0.298	63.48
		λ_5	36.40		0.839			-1.306	2.070	43.38
		Zj								
		Zj−Cj	19.932		-7.24			126.69	38.64	
第4計劃	→ 231	x_1	41.34		1			0.048	1.372	
		λ_2	0.51					-0.038	-0.012	
	277	x_3	29.94				1	0.997	-0.129	
	274	x_4	8.72			1		-0.045	-0.243	
		λ_5	1.71					-1.346	0.919	
		Zj								
		Zj−Cj			0	0		126.93	48.62	

(표 11)

第4計劃에서 비로소 赤字는 없어지는고로 計算을 끝맺고 制限量에 나타난 값이 求하는 값이 된다.

이에서 x_1 즉 内科의 入院室은 41.34,産婦人科는29.94 外科가 8.72이다. 이들의 合計가 80이 됨으로 結核科 와 小兒科는 입원실을 만들면 불리하다는 결론이 나오게 된다

또 医師의 수의 残量 $\lambda_2=0.514$人이 남으며 外来患者数의 残量 $\lambda_5=1.6$人이 남는다.

建設計劃은 内科病棟으로 41病床의 規模 1棟과 産婦人科 30病床 外科 9病床 合해서 39病床 1棟의 規模로 계획을 세워야 한다는 결론이다.