韓國 軍事運營分析 學會誌
第8券 第1號, 1982, 6

信賴度를 最大化하는 地域擔當 모델
(On a Set Covering Model to Maximize Reliability)

吳 悌 祥*
金 成 寅**

Abstract

This thesis develops a more realistic and applicable new set covering model that is adjusted and supplied by the existing set covering models, and induces an algorithm for solving the new set covering model, and applies the new model and the algorithm to an actual set covering problems.

The new set covering model introduces a probabilistic covering distance $(0 \leqslant p \leqslant 1)$ or time $(0 \leqslant p \leqslant 1)$ instead of a deterministic covering distance (0 or 1) or time (0 or 1) of the existing set covering model. The existing set covering model has not considered the merit of the overcover of customers. But this new set covering model leads a concept of this overcover to a concept of the parallel system reliability.

The algorithm has been programmed on the UNIVAC 9030 for solving large-scale covering problems.

An application of the new set covering model is presented in order to determine the locations of the air surveillance radars as a set covering problem for a case-study.

Ⅰ. 序 論

1. 硏究의 背景 및 目的

우리는 흔히 주어진 地域내에 분포되어 있는 顧客들에게 奉仕할 設備의 數와 位置를 決定하는 問題中의 하나인 地域擔當(Set Covering)문제에 당면하게 된다. 例를 들어 各 顧客에 대하여 적어도 10㎞ 이내에서 봉사하여야 할 設備의 數 및 有限個의 가능한 設置 장소중에서 그 位置를 決定하여야 하는 것은 地域擔當問題중의 하나이다.

地域擔當問題는 주어진 顧客 전부를 擔當하기 위한 設備의 數와 位置를 決定하는 全體擔當(Total Cover) 문제와 주어진 設備의 數로 最大의 顧客을 擔當하기 위한 位置를 決定하는 部分擔當(Partial Cover)문제로 나누어진다. 즉 全體擔當문제 모델은 顧客全體를 擔當하되 그 費用을 最小化시키는 設備의 數와 位置를 決定하며, 部分擔當문제를 해결하

* 空軍大學 敎授部
** 高麗大 産業工學科

기 위한 모델은 주어진 設備數 이내로서 擔當顧客의 數를 最大化시키는 設備의 位置를 決定한다.

例를 들어 서울市內에 화재가 발생할 때에 서울市內 어느 지역도 소방차가 5분이내에 출동하여 鎭火 작업을 할 수 있기 위하여는 最小 몇개의 소방소가 필요하며 또 어디에 位置하여야 하는가의 문제는 全體擔當問題이다. 만약 資金事情 등으로 인하여 20개 이내의 소방소만을 設置하여야 한다면 소방차의 출동시간 5분 이내에 擔當할 수 있는 地域을 最大로 하기 위하여는 주어진 소방소 數를 어느 地域에 位置시켜야 하는가의 문제는 部分擔當문제이다.

이러한 地域擔當문제를 1950年 Roth[19]가 轉換回路(Switching Circuit Design)에 응용한 이후 이에 대한 硏究가 活潑하여지기 시작하였다. 그후 地域擔當 문제는 Salvenson[20]의 生産量均衡調節(Line and Capacity Balancing), Dantizig와 Ramser [6]의 주어진 창고를 最大거리로 擔當할 트럭 配置(Truck Delivery), Revelle, Mark와 Liebman[17]의 개인 혹은 공공사업의 設備位置(Facility Location) 決定, Day [7]의 콤퓨터 情報處理(Information Retrieval), Garfinkel와 Nemhauser[9]의 정부의 行政 區域 設定(Political Districting), Charnes와 Miller [4]의 鐵道 수송을 위한 鐵道 乘務員 配置(Railroad Cren Scheduling)등 많은 분야에서 應用되고 있다.

한편 全體擔當(Total Cover) 모델의 解를 구하는 技法으로는 Bellmore와 Ratliff[3]의 平面 切斷 技法(Cutting Plane Methods), Lawer [13]의 分技 限界 技法(Branch and Bound Methods) Lemke, Salkin와 Spielberg[14]와 또 Pierce[16]의 列擧的 技法(Implicit Enumeration Approach), Garfinkel와 Nemhauser[10]의 縮少 技法(Reduction Technique)등이 開發되어 왔다.

部分擔當(Partial Cover)모델의 解를 구하는 技法으로는 Curry와 Skeith[5]의 動的 計劃法(Dynamic Programming), Revelle와 Swain[18]의 分技 限界 技法(Branch and Bound Methods), Ignizio [11]의 經驗的 技法(Heuristic Procedure)등이 開發되어 왔다.

既存 모델에서는 全體擔當이든 部分擔當이든 주어진 顧客을 擔當하느냐 못하느냐의 두가지만 고려하였다. 그러나 현실적으로 이렇게 確實하게 區分되지 못하는 경우가 많다. 例를 들어 소방차의 출동시간 5분 이내에 있는 지역이 화재 발생시에 確率 100%로 擔當되리라는 보장은 없다. 따라서 擔當될 確率을 導入함이 要望된다.

또 既存 모델에서는 顧客이 하나의 設備로부터 擔當 받는 것이나 여러 設備에서 동시에 擔當 받는 것이나 전혀 차이가 없는 것으로 취급한다. 그러나 현실문제에 있어서 擔當하는 設備數가 같다고 할 때, 가능하다면 여러 設備들로 부터 重復的으로 擔當 받는것이 顧客에게 훨씬 더 바람직한 것은 분명하다. 例를 들면 주어진 소방소 數로서 같은 地域을 擔當할 때 가능한 많은 地域이 重複的으로 擔當되는 것이 바람직하다. 왜냐하면 어느 지역이 한개의 소방소로 부터 擔當 받는것 보다 두개 이상의 소방소로 부터 擔當 받는다면, 여러 소방소들로 부터 동시에 화재鎭火 작업을 받을 수 있어 그 被害額을 더 줄일 수 있을 것이다.

이러한 重複 擔當의 重要性을 따져 볼 때에 일반적으로 두 顧客을 重複없이 擔當하는 것이 한 顧客을 두번 擔當하는 것 보다는 바람직할 것이다. 이렇게 보면 여러번 重複되어 擔當되는 顧客의 滿足度는 바로 信賴度 工學에서 말하는 並列 構造 信賴度[21]와 동일한 의미로 해석할 수 있다. 즉 어떤 地域에 화재가 발생하였을 때에 5분 이내에 鎭火 작업을 받을 確率이 P인 하나의 소방소로 부터 擔當되는 滿足度는 P, 두개의 소방소로 부터 擔當되면

〔1－(1-P)²〕, 세개의 소방소로 부터 擔當되면 〔1－(1-P)³〕등으로 해석할 수 있을 것이다.

또한 位置에 따라서 擔當될 確率이 달라지는 경우도 생각할 수 있을 것이다. 例를 들면 소방차의 출동시간이 같은 5분 이내의 地域일지라도 A라는 地域에는 2분만에 도착할 수 있고, B라는 地域에는 평균 5분만에 도착할 수 있다면, A地域을 5분 이내로 擔當할 確率 P_1와 B地域을 5분 이내로 擔當할 確率 P_2는 분명히 달리 볼 수 있으므로 소방소의 位置에 따라 各顧客을 擔當할 確率이 달라진다.

또한 旣存 모델에서 처럼 顧客의 重要度도 줄 수 있다. 例로서 인구가 많은 도심지역이나 인구가 적은 변두리 지역이나 꼭 같이 취급하여서는 안될것이다. 인구가 많은 도심지역을 위한 소방소의 設立이 인구가 적은 변두리 지역 보다 우선되어야 할 것이다.

따라서 本 硏究에서는 旣存 모델에서 고려하지 아니한 地域 擔當의 確率, 信賴度 槪念에 의한 顧客의 重複 擔當의 重要性 등을 고려하여 새로운 모델을 개발하고, 顧客의 重要性을 준다. 이 새로운 모델의 最適解를 얻기 위하여 解法 節次를 誘導한다.

本 硏究의 모델은 國防, 共公事業, 私企業의 活動등의 많은 分野에 적용력이 아주 강한 장점이 있다. 國防 分野의 경우, 그 例로는 大韓民國 領空防衛를 위한 空中監視 레이다(Radar)망의 數와 位置를 생각하여 보자. 주어진 空中監視 레이다로서 大韓民國 領空을 기습공격하여 오는 敵 전투기의 출현 可能地域을 두개 이상 여러개의 레이다로 重複 監視할 때의 탐지할 確率이 한개의 레이다만으로 監視할 때 보다는 높을 이 때의 確率은 並列 構造의 信賴度로 생각할 수 있다. 또 레이다의 敵機를 탐지할 確率은 달라지며 監視되어야할 地域의 重要性도 고려되어야 할 것이다. 이 밖에도 國防에 대한 응용으로 陸軍에서 砲臺의 數와 位置, 海軍에서 艦隊의 數 및 位置 決定등을 생각할 수 있다.

共公事業 分野의 경우, 그 例로는 서울市內 國民學校의 數와 位置를 생각하여보자. 設立할 학교들과 학생들 사이의 통학거리가 가까우면 가까울 수록 학생들에게 편리하므로 통학거리에 따라서 학생의 滿足度를 0에서 1사이의 어떤 값으로 표시할 수 있을 것이다. 또 많은 학생들이 가능한 2개 이상 여러개 학교로 부터 重複으로 擔當될 때는 선택의 여지가 있게되고 그 때의 만족도를 信賴度로 생각할 수 있을 것이다. 또한 학교 位置에 따라서 학생들 통학거리가 달라지며, 학생수가 많은 지역과 적은 地域 간의 重要度도 달라진다. 이 밖에도 共公事業 分野에 대한 응용으로 주어진 예산으로 그 地域 住民들에게 最大한의 편리를 제공하기 위한 우체국, 파출소, 동사무소,도서관, 공원, 법원, 병원, 쓰레기 처리장,등의 數와 位置을 생각할 수 있다.

私企業 分野의 경우, 그 例로는 은행의 전국 혹은 대도시 내의 지점망을 생각하여 보자. 은행과 顧客 사이의 거리에 따라서 顧客의 이용도가 달라지므로 거리에 따라서 顧客을 確保할 確率이 달라질 것이다. 여러 지점들이 重複으로 顧客들을 擔當할 때 그 顧客들을 確保할 確率은 信賴度로 생각할 수 있다. 또한 인구수에 따라서 地域의 重要度도 고려되어야 한다. 이 밖에도 私企業 分野에 대한 응용으로 주어진 자본금으로 最大의 顧客 유치를 위한 주유소, 백화점, 창고, 상품, 대리점 전자제품 서비스센타 등의 지점數와 位置 決定을 생각할 수 있다.

Ⅱ. 信賴度를 最大化하는 地域擔當 모델

1. 用語, 記號의 定義 및 旣存 地域擔當 모델의 紹介

本 節에서는 地域擔當(Set Covering)문제를 해결하기 위한 旣存 모델과 解法을 소개한다. 이를 위하여 먼저 이들 모델과 解法에 일반적으로 사용되는 用語와 記號를 定義한다.

顧客의 數를 m, 各設備가 設置 가능한 位置의 數를 n이라고 하면, 주어진 문제로 부터 n개의 候補地에 대한 設置 費用(C_j)와 顧客과 候補地 사이의 擔當여부 a_{ij}가 決定된다.즉

C_j = 候補地 j에 設備가 設立될 때 들어가는 固定費用. $j = 1, 2, \cdots, n$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{顧客 } i\text{가 候補地 } j\text{에서 擔當될때,} \\ 0, & \text{그렇지 않을 때, } j = 1, 2, \cdots, n \end{cases}$$

으로 표시된다.

各 設備의 성능이 모두 동일하다는 假定 아래 우리는 各候補地 j에 設備를 設置하느냐 안 하느냐를 決定하게 된다. 이를 나타내는 決定변수 x_j로 표시하여 :

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{만약 한 設備가 候補地 } j\text{에 設立될 때,} \\ 0, & \text{그렇지 않을 때, } j = 1, 2, \cdots, n \end{cases}$$

으로 나타낸다.

全體擔當 문제에서는 모든 顧客이 적어도 하나의 設備로 부터 擔當되어야 하므로 이를 표시하면 :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geqslant 1$$

이 된다. 이러한 制約條件下에서 총비용 :

$$\sum_{j=1}^{n} C_j x_j$$

를 最大化하는 것이 目的이므로 全體 擔當 모델은 다음 D_1과 같이 數式化된다[8], [15].

$$D_1: \text{minimize} \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j x_j$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geqslant 1$$

$$x_j = (0, 1) \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

$$a_{ij} = (0, 1) \quad i = 1, 2, \cdots, m$$

만약 모델 D_1에서 候補地 j에 設置하기 위한 費用 C_j가 設備 自體費用에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작다고 볼 수 있는 경우에는 모든 C_j를 1로 놓아 모델 D_1은 다음과 같이 모델 D_2로 數式化 된다[8].

$$D_2: \text{minimize} \quad Z = \sum_{j=1}^{n} x_j$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geqslant 1$$

$$x_j = (0, 1) \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

$$a_{ij} = (0, 1) \quad i = 1, 2, \cdots, m$$

모델 D_2의 應用에는 行政區域 設定[9], 乘務員 配置[4], 개인 혹은 共公事業의 設備位置 決定[17], 非常 봉사 設備 位置[22] 등이 있다.

모델 D_2와 같은 全體 擔當 모델의 最適 設備의 數와 位置를 決定하는 解法에는, 整數計劃法에 의한 平面 切斷 技法(Cutting Plane Method)[1], [3]이 있으며, 이 技法은 항상 最適解를 구할 수 있으나 손으로 解를 구하기는 좀 복잡하다. 또 행과 열을 줄이여 가면서 解를 구하는 縮少 技法(Reduction Technique)[10]이 있으며, 이 技法은 經驗的 技法(Heuristic Procedure)의 하나로써 중간 정도의 문제(50×50)정도는 손으로 最適解를 구할 수 있다. 또 分技 限界法(Branch and Bound Methods)[13]이 있으며 이 技法은 항상 最適解를 구할 수 있으나 문제가 조금만 커도 解를 구하기 어렵다.

部分 擔當 모델은 資金事情 등을 이유로 하여 미리 주어진 設備數 K개 이내로서, 즉

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \leqslant K$$

의 制約條件下에 顧客 擔當의 數 즉

$$\sum_{j=1}^{n} \max_j (a_{ij} x_j)$$

를 最大化 시키는 것이 目的이므로 다음과 같이 모델 D_3로 數式化 된다[8].

$$D_3: \text{maximize} \quad \overline{Z} = \sum_{i=1}^{m} \max_j (a_{ij} x_j)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} x_j \leqslant K$$

$$x_j = (0, 1) \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

$$a_{ij} = (0, 1) \quad i = 1, 2, \cdots, m$$

K = 設立 가능한 주어진 最大 設備數

모델 D_3 의 목적함수 $\max_j a_{ij} x_j$ 의 의미는 한 顧客 i 가 여러개의 設立된 設備들로 부터 重複 擔當되드라도 목적함수 값에는 오직 1 만큼 증가 시킴을 뜻한다.

모델 D_3 의 응용에는 設備의 位置 및 割當 문제 [5], 창고 位置 決定 [11], 中央 設備 位置 [18] 決定등이 있다.

모델 D_3 와 같은 部分 擔當 모델의 最適 位置를 決定하는 解法에는 動的 計劃法(Dynamic Programming) [5] 이 있으며 이 技法은 정확한 解는 구할 수 있으나 큰 문제는 해결하기 어렵다. 또 分技 限界法(Branch and Bound Methods) [18] 이 있으며 정확한 解는 구할 수 있으나 역시 큰 문제는 解를 구하기가 어렵다.

특히 모델 D_3 에서 목적함수를 顧客 i 들의 여행거리의 합 :

$$\sum_{i=1}^{m} \min_{j \in \theta(x)} a_{ij}$$

로 표시하고 이를 最小化 시키는 모델 D_4 로 數式化된다 [8], [11].

$$D_4 \quad \text{minimize} \quad \overline{Z} = \sum_{i=1}^{m} \min_{j \in \theta(x)} a_{ij}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} x_j \leqslant K$$

$$x_j = (0, 1) \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

a_{ij} = 顧客 i 와 候補地 j 간의 거리, $i = 1, 2, \cdots, m$, $j = 1, 2, \cdots, n$

$\theta(x) = \{ j : x_j = 1 \}$ 設立된 設備의 집합

목적함수 $\min_{j \in \theta(x)} a_{ij}$ 의 의미는 만약 한 顧客이 設立된 設備들로 부터 여러번 擔當될 때 그중 거리가 가장 가까운 a_{ij} 한개만을 선택하여 목적함수 값에 더하여진다는 뜻이다.

모델 D_4 의 最適解를 구하기 위하여 Ignizio [11] 가 經驗的 節次(Heuristic Procedure)를 개발하였으며 이 解法은 반드시 最適解를 찾는다는 보장은 없지만 약 85% 이상의 경우에 最適解를 구할 수 있다.

2. 數學的 모델의 設定

旣存 地域擔當 모델에서는 各顧客이 候補地로 부터 擔當되느냐 안되느냐의 두 상태로만 구분하고 있다. 즉 顧客 i 가 候補地 j 에 設置된 設備로 부터 擔當되면 $a_{ij} = 1$ 이고 그렇지 않으면 $a_{ij} = 0$ 이 된다. 그러나 a_{ij} (0, 1)의 두 상태로만 구분하는 것은 현실문제에 부적합할 때가 많다. 例를 들면 空中 監視 레이다의 경우, 침투하여 오는 敵機를 탐지하느냐 못하느냐의 두 상태로만 구분하기 보다는 탐지할 確率이 주어지는 것이 더 일반적일 것이다. 이렇게 본다면 顧客 i 가 候補地j에 設置 j 에 設置된 設備로 부터 擔當받는 것은,

$$a_{ij} = 1 \qquad 0 \leqslant P \leqslant 1$$

으로 표시된다. 또한 顧客 i 와 候補地j와의 관계를 고려하여,

$$a_{ij} = 1 \qquad 0 \leqslant P_{ij} \leqslant 1$$

로 표시함으로써 더욱 일반화된 상황을 고려할 수 있게 될 것이다.

또한 旣存 地域擔當 모델은 주어진 地域의 顧客이 하나의 設備로 부터 한번 擔當되는 것이나 두개 이상의 設備들로 부터 重複으로 擔當되는 것이나 전혀 차이를 두지 않고 있다. 즉 全體 擔當 모델에서 制約條件인

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geqslant 1$$

와 部分 擔當 모델에서 목적함수인

$\sum_{i=1}^{m} \max_{j} a_{ij}x_j$ 에서 이를 말하여 주고 있다. 이것은 많은 현실문제에 있어서 불합리하다. 그 例로서 空中監視 레이다의 경우 監視되어야 할 한 구역이 한개의 Radar 로 부터 監視받을 때와 두개 이상의 Radar 로 부터 監視받을 때의 그 구역에 대한 空中 監視의 信賴度(Reliability)가 다르다. 또 소방소의 경우 화재가 발생한 한 구역이 한개의 소방소로 부터 鎭火 작업 받는 것과 두개 이상의 여러 소방소로 부터 重複으로 鎭火 작업 받는 때의 화재에 의한 被害額이 다르다.

本 硏究에서는 여러 設備들로 부터 重複 擔當되는 것을 고려하기 위하여 並列 構造 信賴度(Reliability of Parallel Systems) 〔21〕의 개념을 도입하기로 한다. 즉 한 顧客 i 가 $j_1, j_2, \cdots, j_l$ 位置에 設置된 l 개의 設備들로 부터 동시에 重複 擔當될 때 한 顧客 i 가 l 개의 設備들로 부터 擔當받는 確率 :

$$1-(1-P_{ij_1})(1-P_{ij_2})\cdots(1-P_{ij_l})$$

로 표 된다고 본다.

따라서 全體 地域 擔當 모델 D_2 에서 制約條件은

$$1-(1-P_{ij_1})^{X_{j1}}(1-P_{ij_2})^{X_{j2}}\cdots(1-P_{ij_l})^{X_{jl}} \geqslant P_i \quad i=1,2,\cdots,m \tag{2.2.1}$$

로 표시되고, 식(2.2.1)의 뜻은 모두 顧客 i 가 設備 l 개 중에서 적어도 하나의 設備로 부터 擔當되어야 한다는 뜻이다. 또 部分 擔當 모델 D_3 에서 목적함수는

$$\sum_{i=1}^{m}[1-(1-P_{ij})^{X_{j1}}(1-P_{ij_2})^{X_{j2}}\cdots(1-P_{ij_l})^{X_{jl}}] \tag{2.2.2}$$

으로 표시된다.

既存의 地域 擔當 모델은 擔當받아야 할 顧客들 모두를 동일한 비중(weight)로 취급 안했다〔11〕. 즉 모든 顧客의 重要度를 不同一한 값($W_i \neq 1$)로 보았다. 이것은 현실문제에 합리성을 준다. 그 例로는 空中 監視 레이다의 경우 監視받아야 할 地域이 한국 領空 防衛 地域이라고 한다면 敵機의 위협이 긴박한 북위 38°선 이북인 D.M.Z. 地域과 敵機의 위협이 덜 긴박하다고 볼 수 있는 북위 34°선 이남인 제주도 지역의 空中 監視의 重要度를 고려할 때의 D.M.Z. 地域의 空中監視의 重要度를 고려할 때의 D.M.Z. 지역의 空中 監視 重要度는 제주도 지역의 空中 監視 重要度 보다 훨씬 높은 비중(weight)를 주어 최우선으로 위협이 긴박한 지역 부터 擔當하는 것이 합리적일 것이다. 또 소방소의 경우에 인구 밀도가 높은 도심지역이 인구 밀도가 낮은 변두리 지역 보다 화재 발생 빈도와 被害額은 더 많을 것이므로 화재 발생 빈도와 被害額이 큰 도심지역 부터 우선적으로 소방소가 設置되도록 도심지역 重要度 W_i 를 변두리 지역 重要度 W_i 보다 높게 주는 것이 합리적이다.

따라서 全體 地域 擔當 모델에서 制約條件인 식(2.2.1)에 顧客의 重要度 W_i 을 고려한 制約條件 :

$$W_i[1-(1-P_{ij})^{X_{j1}}(1-P_{ij_2})^{X_{j2}}\cdots(1-P_{ij_l})^{X_{jl}}] \geqslant W_i P_i \quad i=1,2,\cdots\cdots,m \tag{2.2.3}$$

으로 표시되고 部分 地域 擔當 모델에서 목적함수인 식(2.2.2)에 顧客의 重要度 W_i 를 고려한 목적함수 :

$$\sum_{i=1}^{m} W_i[1-(1-P_{ij1})^{X_{j1}}(1-P_{ij2})^{X_{j2}}\cdots(1-P_{ijl})^{X_{jl}}] \tag{2.2.4}$$

로 표시된다.

이상을 종합하면 아래와 같이 全體 地域 擔當 모델은 P_1 으로 部分 擔當 모델은 P_2 로 數式化 된다.

$$P_1: \text{minimize} \quad Z = \sum_{j=1}^{n} x_j$$

$$\text{subject to} \quad W_i [1 - \prod_{j=1}^{n} (1-P_{ij})^{x_j}] \geqq W_i P_i$$

$$i = 1, 2, \cdots, m$$

$$x_j = (0, 1) \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

$$W_i > 0 \quad i = 1, 2, \cdots, m$$

$$0 \leqq P_{ij} \leqq 1 \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

위 모델 P_1은 本研究에서 추구하는 顧客擔當 信頼度를 最大化하는데 기여할 수 없는 목적함수로 표시되므로 本 研究에서는 더 이상 고려하지 아니하고 추가 研究 과제로 남긴다.

部分 地域 擔當 모델 P_2는 :

$$P_2: \text{maximize} \quad Z = \sum_{i=1}^{m} W_i [1 - (P_{ij})^{x_j}]$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} x_j \leqq K$$

$$x_j = (1, 0) \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

$$W_i > 0 \quad i = 1, 2, \cdots, m$$

$$0 \leqq P_{ij} \leqq 1 \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

K = 주어진 設備數

로 표시된다.

※本 研究에서는 위 모델 P_2를 이후 부터는 信頼度 모델이라고 칭한다.

3. 最適解 誘導 節次

本 研究에서 다루는 部分 地域 擔當문제의 모델 P_2를 다시 써 보면 다음과 같다.

$$P_2: \text{maximize} \quad Z = \sum_{i=1}^{m} W_i [1 - \prod_{j=1}^{n} (1-P_{ij})^{x_j}]$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} x_j \leqq K$$

$$x_j = (1, 1) \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

$$W_i > 0 \quad i = 1, 2, \cdots, m$$

$$K = 1, 2, \cdots, n \text{ (整數)}$$

本 節에서는 모델 P_2의 最適解를 얻기 위하여 그 誘導 節次를 알아 보기로 한다.

가. 그림 2.3.1의 단계별 순서도 설명

주어진 設備數 K개를 決定하기 위하여 K = 1, 2, ⋯, K까지 한번에 한개의 設備씩 顧客의 信頼度의 合을 最大로하는 순서로 候補地 j를 決定할 때에 K = K 번째 決定된 設備의 位置 j를 모은 집합 $\theta(x)$ 라 하고 다음과 같이 표시하자.

$$\theta(x) = \{ j : x_j = 1 \}$$

※ 순서도에 따라서 단계별로 설명하면 아래와 같다.

① $P = (P_{ij})$는 주어진 擔當 確率 行列, $Q = (1-P_{ij}) = q_{ij}$는 주어진 不擔當 確率 行列, W_i는 顧客 i의 重要度이다.

② K = 1이라 둔다.

③ $P_i^{k=1} = [W_i]$ 顧客 重要度 W_i의 행 (row.) 벡타이다.

④ $\theta(x) = \{ j : x_j = 1 \}$는 K = 1서부터 K = K개 까지 한번에 한 設備씩 決定된 순서로 모은 집합을 뜻하여 지금은 $\theta(x) = \phi$ 이다.

⑤ $Z_j = \sum_{i=1}^{m} [W_i - P_i^{k=1} q_{ij}]$는 K = 1인때 부터 K = K 까지 候補地인 모든 j에 대하여 계산한다.

⑥ max Z_j ⋯ Select 는 ⑤에서 계산한 Z_j 중에서 最大의 信頼度인 Z_j를 선택한다.

⑦ $\theta(x) = \{ j : x_j = 1 \}$ K = 1, 2,

…, K까지 最適 位置 決定 순서데로 모은 집합이다.

⑧ K=K?는 주어진 設備數 K와 단계별 K가 일치하면 ⑫로 가고 그렇지 않으면 ⑨로 간다.

⑨ K=K+1는 K가 다음 단계 계산을 위하여 1개 더 주어진다.

⑩ $P_i^{k=2} = P_i^{k=1}\ q_{ij}$는 K=2인 것을 계산하기 위하여 K=1인 때의 最小 不信度 갖는 ⑥의 候補地 j列(column)의 요소인 行(row) 벡타이다.

⑪ $P_i^{k=1} = P_i^{k=2}$ 는 단계⑤에서 $P_i^{k=1}$는 이제 $P_i^{k=2}$ 인 때의 벡타로 대치된다.

⑫ $\theta(x)=\{\ j : x_j = 1\ \}$는 決定된 候補地 j 순서데로 단계별 設立 우선 순위의 結果 표시이다.

⑬ max Z = max Z_j는 K=1서 부터 K=K까지 :

$$\max\ Z_j = \sum_{i=1}^{m} [W_i - W_i\, q_{ij_1}\, q_{ij_2} \cdots q_{ij_k}]$$

이므로 最大 顧客 信頼度 合이다.

※ 本 硏究에서는 그림 2.3.1의 解法을 앞으로 信頼度 技法이라 칭한다.

나. 例問을 들어서 그림 2.3.1의 節次에 따라서 最適解 구한다.

例問 : 顧客數 m=3와 候補地數 n=3에서 顧客 i와 候補地 j간의 거리를 나타내는 擔當거리 행열(d_{ij})는 다음과 같이 주어져 있다고 하자.

(d_{ij}) =

	1	2	3
1	9	26	11
2	17	10	25
3	24	12	21

이제 擔當 確率을 P_{ij}라 놓으면,

$$P_{ij} = \begin{cases} 0.8, & 0 \leqslant d_{ij} \leqslant 10 \\ 0.6, & 10 < d_{ij} \leqslant 15 \\ 0.5, & 15 < d_{ij} \leqslant 20 \\ 0\ , & 20 < d_{ij} \end{cases}$$

에 의하여 擔當 確率 行列(P_{ij})는 다음과 같이 주어진다.

(P_{ij}) =

	1	2	3
1	0.8	0	0.6
2	0.5	0.8	0
3	0	0.6	0

顧客 i의 重要度 W_i는 $W_i = 4$, $W_2 = 1$, $W_3 = 3$이고 K=2라면 이때 最大 信頼度 보장하는 設備 位置를 決定하라.

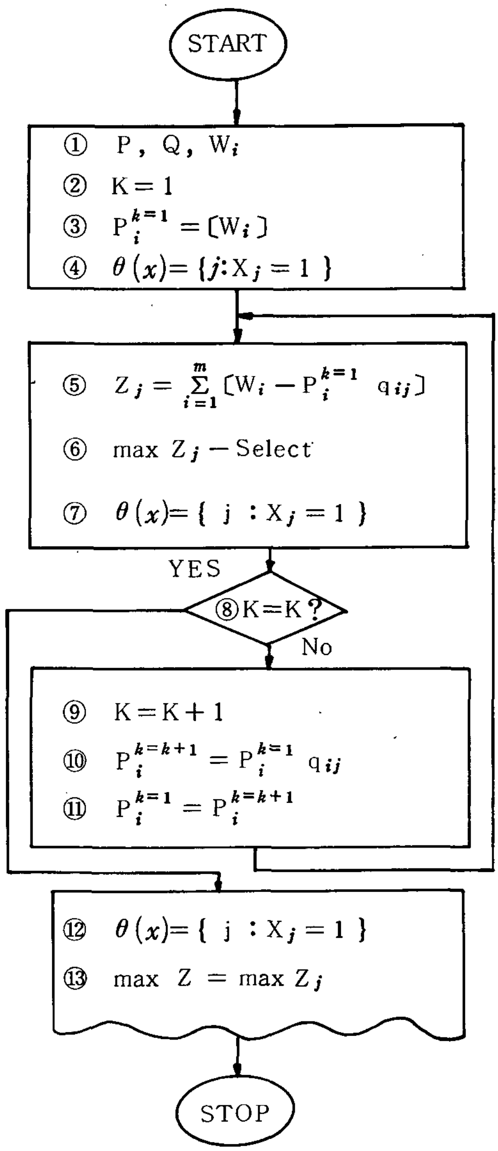

그림 2.3.1 最適解 誘導 단계별 순서도

$$\text{maximize} \quad Z = \sum_{i=1}^{3} W_i \left[1 - \prod_{j=1}^{3} (1-P_{ij})^{X_j} \right]$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{3} x_j \leqslant 2$$

$$x_j = (0,1)$$

$$0 \leqslant P_{ij} \leqslant 1$$

이 問題를 그림 2.3.1 節次에 따라서 구하면 다음과 같다.

① P, W_i 는 위에서 이미 주어졌다.

② K = 1 設備 1개 設立할 때 最適位置 구한다.

③ $P_i^{k=1} = [4, 1, 3]$

④ $\theta(x) = \{ j : x_j = 0 \}$ 아직 決定된 設備 없다.

⑤ $Z_j = \sum_{i=1}^{3} [W_i - P_{ij}^{K=1}]$

$$Z_j = \begin{cases} 4-4(1-0.8)+1-(1-0.5)+3-3 \cdot (1-0) = 3.7, & j=1 \\ 4-4(1-0)+1-1(1-0.8)+3-3 \cdot (1-0.6) = 2.6, & j=2 \\ 4-4(1-0.6)+1-1(1-0)+3-3 \cdot (1-0) = 2.4, & j=3 \end{cases}$$

⑥ max $Z_j = Z_1 = 3.7$, 設備數 1개 最大 信賴度

⑦ $\theta(x) = \{ j=1 : X_1 = 1 \}$ 는 ⑥을 만족시키는 候補地 1이 決定되었다.

⑧ K = 1 와 K = 2 는 다르므로 ⑨로 간다.

⑨ K = 2 라 두고 設備數 2개 일때 最大 位置 決定하라.

⑩ $P_i^{K=2} = P_i^{K=1}(1-P_{ij}) = [4(1-0.8), 1(1-0.5), 3(1-0)]$ (∵ j = 1 이므로)

⑪ $P_i^{K=1} = P_i^{K=2}$ 라 둔다.

⑤ $Z_j = \sum_{i=1}^{3} [W_i - P_i^{K=1}(1-P_{ij})]$

$$Z_j = \begin{cases} 4-0.8(1-0)+1-0.5(1-0.8)+3-3(1-0.6) = 5.9, & j=2 \\ 4-0.8(1-0.6)+1-0.5(1-0)+3-3(1-0) = 4.18, & j=3 \end{cases}$$

⑥ max $Z_j = Z_2 = 5.9$

⑦ $\theta(x) = \{ j=1,\ j=2 : X_1 = X_2 = 1 \}$

⑧ K = 2 와 K = 2 가 같으므로 ⑫로 간다.

⑫ 最適 位置는 $\theta(x) = \{ j=1,\ j=2 : X_1 = X_2 = 1 \}$

⑬ 最大 顧客 信賴度의 合, Z = 5.9

※ 단계 ⑫와 ⑬이 구하고자 하는 最適解이다.

4. 既存모델과 信賴度모델의 結果比較

既存 地域 擔當 모델과 本 硏究의 信賴度 모델의 最適 位置 決定을 比較하기 위하여 例題를 들어 說明한다.

例題 : 이 例題는 Toregas, Swain, Revelle and Bergman [22] 들이 全體 地域 擔當 모델인 D_2 로 비상設置 位置를 決定하기 위하여 平面切斷技法 (Cutting Plane Methods) 를 써서 비상設備들의 最適 設備數와 位置를 決定하는데 적용한 문제이다.

뉴욕주 내에 있는 30개의 重要한 地域들간의 擔當거리 行列은 표 2.2.1과 같고 비상設備의 最大 능력거리 S = 69 miles 로 잡으면 擔當 여부의 행열은 표 2.4.2와 같이 주어진다. 따라서 이 문제는 모델 D_2 로 표시하면 다음과 같다.

가. D_2 minimize $Z = \sum_{j=1}^{30} X_j$

Subject to $\sum_{j=1}^{30} a_{ij} x_j \geq 1$, $i = 1, 2, \cdots, 30$

$x_j = (0, 1)$ $j = 1, 2, \cdots, 30$

$$a_{ij} = \begin{cases} d_{ij} \leq 69 \text{ miles} \\ d_{ij} > 69 \text{ miles} \end{cases}$$

Toregas [22] 는 이 全體地域 擔當문제를 平面切斷 技法으로 비상設備 數와 位置를 다음과 같이 最適解를 얻었다.

最小 設備數 : min Z = 9

最適 位置 : [2, 4, 7, 12, 13, 16, 17, 18, 26]

구하여진 이 設備數와 位置로 各 顧客들을 얼마나 重複으로 擔當하고 있나를 그림을 그려서 표시하면 그림 2.4.1 과 같다. 그림 2.4.1 에서 各 顧客 i 들이 設置된 設備들로부터 擔當된 회수를 보면 한번 擔當 顧客數는 18, 두번 擔當된 顧客數는 10, 세번 擔當된顧客數는 2 이다.

또 이 問題를 信賴度 技法에 적용하기 위하여, 미리 주어지는 設備數 K는 Toregas[22] 에서 最小 設備數가 9 개였으므로 $K=9$ 로 한다. 또 各顧客 i 들의 重要度 $W_i=1, (i=1, 2, \cdots, 30)$ 로 定하고 擔當 確率 :

$$P_{ij} = \begin{cases} 0.9, & 0 \le d_{ij} \le 9 \\ 0.8, & 9 < d_{ij} \le 29 \quad i=1,2,\cdots,30 \\ 0.7, & 29 < d_{ij} \le 49 \quad j=1,2,\cdots,30 \\ 0.6, & 49 < d_{ij} \le 69 \\ 0, & 69 < d_{ij} \le \infty \end{cases}$$

로 定할 때, 표 2.4.1 擔當거리 행열은 표 2.4.3 擔當 確率 행열로 표시된다.

나. 위의 問題를 本 研究에서 개발한 信賴度 모델과 解法으로 最適解를 구하기 위하여 모델 P_2 로 표시하면 다음과 같다.

$$P_2 \quad \text{maximize} \quad Z = \Sigma_{i=1}^{30} W_i \,[\, 1 - \prod_{j=1}^{30} (1-P_{ij})^{X_j} \,]$$

$$\text{subject to} \quad \Sigma_{j=1}^{30} X_j \le 9$$

$$X_j = (0,1) \quad j=1, 2, \cdots\cdots, 30$$

$$W_i = 1 \qquad i=1, 2, \cdots\cdots, 30$$

P_{ij} = 표 2.4.3 에 주어졌다.

위 P_2 의 最適解를 구하기 위하여 $K=1$ 서 부터 $K=9$ 까지 한번에 한 設備씩 顧客의 信賴度 合을 最大로 하는 단계별 最適 位置 決定된 순서는 다음과 같다.

最適 位置 : [7, 26, 13, 5, 12, 14, 18, 9, 30]

最大 顧客信賴度 合 :

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad Z &= \sum_{i=1}^{30} 1 - [\sum_{i=1}^{30} \prod_{j=1}^{30} (1-P_{ij})^{X_j}] \\ &= 30 - \sum_{i=1}^{30} \prod_{j=1}^{30} (1-P_{ij})^{X_j} \\ &= 30 - 5.632 \\ &= 24.368 \end{aligned}$$

얻어진 最適 位置로 各顧客 i 들을 얼마나 重複으로 擔當하고 있나를 그림으로 그려서 표시하면 그림 2.4.2 와 같고, 擔當된 회수를 보면 한번 擔當된 顧客數는 16, 두번 擔當된 顧客數는 12, 세번 擔當된 顧客數는 2 이다.

DISTANCES BETWEEN THIRTY CITIES IN NEW YORK STATE

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0	244	140	128	281	196	181	51	248	167	338	54	203	146	295	211	295	78	169	38	167	112	71	220	157	16	135	7	90	165
2	224	0	158	359	37	111	66	268	60	112	101	278	272	328	51	222	77	200	106	281	332	263	294	33	284	233	109	248	161	164
3	140	158	0	202	194	56	92	170	117	46	215	137	256	170	209	206	160	62	114	177	279	105	136	136	239	129	78	144	92	148
4	128	359	202	0	395	258	294	179	319	248	416	90	331	61	410	339	361	176	290	100	295	106	70	337	285	143	254	133	211	293
5	281	37	194	395	0	145	102	305	92	148	69	317	309	366	19	259	74	236	143	318	369	299	330	70	321	272	146	285	198	201
6	196	111	56	258	145	0	60	229	61	34	159	189	269	226	162	219	104	118	112	233	315	161	192	100	274	185	91	200	128	161
7	181	66	92	29	102	60	0	208	67	47	157	220	225	262	117	175	114	134	59	218	279	197	228	46	237	170	49	185	101	117
8	51	268	170	179	305	229	208	0	275	195	366	105	152	197	319	180	322	108	186	81	116	163	124	242	106	41	159	48	107	175
9	248	60	117	319	92	61	67	275	0	87	111	254	292	287	111	242	56	175	126	285	346	222	253	60	304	237	116	252	168	184
10	167	112	46	248	148	34	47	195	87	0	185	179	235	216	163	185	130	93	79	204	281	151	182	90	240	156	57	171	94	127
11	338	101	215	416	69	159	157	366	111	185	0	348	373	381	88	323	55	273	207	375	433	316	355	134	385	327	206	342	258	265
12	54	278	137	90	317	189	220	105	254	179	348	0	257	95	329	250	293	86	205	65	221	58	20	254	211	69	169	61	126	204
13	203	272	256	331	309	269	225	152	292	235	373	257	0	349	323	66	339	236	168	233	60	315	274	239	46	193	178	200	171	108
14	146	328	170	61	366	226	262	197	287	216	381	95	349	0	379	343	326	179	284	144	313	69	75	306	303	161	248	151	219	297
15	295	51	209	410	19	162	117	319	111	163	88	329	323	379	0	273	93	251	157	332	383	314	345	84	335	284	160	299	212	215
16	211	222	206	339	259	219	175	180	242	185	323	250	66	343	273	0	289	192	118	248	126	293	270	189	92	198	128	213	129	58
17	295	77	160	361	74	104	114	322	56	130	55	293	339	326	93	289	0	218	173	332	393	261	296	106	351	284	163	299	215	231
18	78	200	62	176	236	118	134	108	175	93	273	86	236	179	251	192	218	0	130	118	221	124	106	178	194	67	94	82	64	146
19	169	106	114	290	143	112	59	186	126	79	207	205	168	284	157	118	173	130	0	206	228	219	225	73	180	156	36	171	79	60
20	38	281	177	100	318	233	218	81	285	204	375	65	233	144	332	248	332	118	206	0	191	123	76	257	187	52	172	37	127	202
21	167	332	279	295	369	315	279	116	346	281	433	221	60	313	383	126	392	221	228	191	0	279	238	299	52	157	230	162	187	168
22	112	263	105	106	299	161	197	163	222	151	316	58	315	69	314	293	261	124	219	123	279	0	60	241	269	127	183	119	164	247
23	71	294	136	70	330	192	228	124	253	182	351	20	274	75	345	270	296	106	225	76	238	60	0	272	228	86	189	76	146	224
24	220	33	136	337	70	100	46	242	60	90	134	254	239	306	84	189	106	178	73	257	299	241	272	0	251	209	85	224	135	131
25	157	284	239	285	321	274	237	106	304	240	385	211	46	303	335	92	351	194	180	187	52	269	228	251	0	147	188	154	147	120
26	16	233	129	143	272	185	170	41	237	156	327	69	193	161	284	198	284	67	156	52	157	127	86	209	147	0	124	15	77	152
27	135	109	78	254	146	91	49	159	116	57	206	169	178	248	160	128	163	94	36	172	230	183	189	85	188	124	0	139	52	70
28	7	248	144	133	285	200	185	48	252	171	342	61	200	151	299	213	299	82	171	37	162	119	76	224	154	15	139	0	92	167
29	90	161	92	211	198	128	101	107	168	94	258	126	171	219	212	129	215	64	79	127	187	164	146	135	147	77	52	92	0	83
30	165	164	148	293	201	161	117	175	184	127	265	204	108	297	215	58	231	146	60	202	168	247	224	131	120	152	70	167	83	0

From Operations Research, Vol. 19, No.6, 1971, p.1367

표 2.4.1 擔當 거리 행열

COVER COEFFICIENTS FOR THE TOTAL COVER EXAMPLE PROBLEM

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
9	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
10	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
19	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
20	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
24	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
26	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
27	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
28	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

표2.4.2 擔當 0-1 행열

※ 平面 切斷 技法에 의한 最適解

1) 아래 그림에서 ○표는 最適 設備位置 표시

2) ⬭ 표는 設置된 設備 i의 擔當 範圍

3) 1번 擔當된 顧客 i = 3 , 4 , 5 , 6 , 8 , 10 , 11 , 14 , 15 , 17 , 19 , 21 , 22 , 23 , 25 , 27 , 29 , 30 (18개)

2번 擔當된 顧客 i = 1 , 2 , 7 , 12 , 13 , 16 , 18 , 20 , 24 , 28 (10개)

3번 擔當된 顧客 i = 9 , 26 (2개)

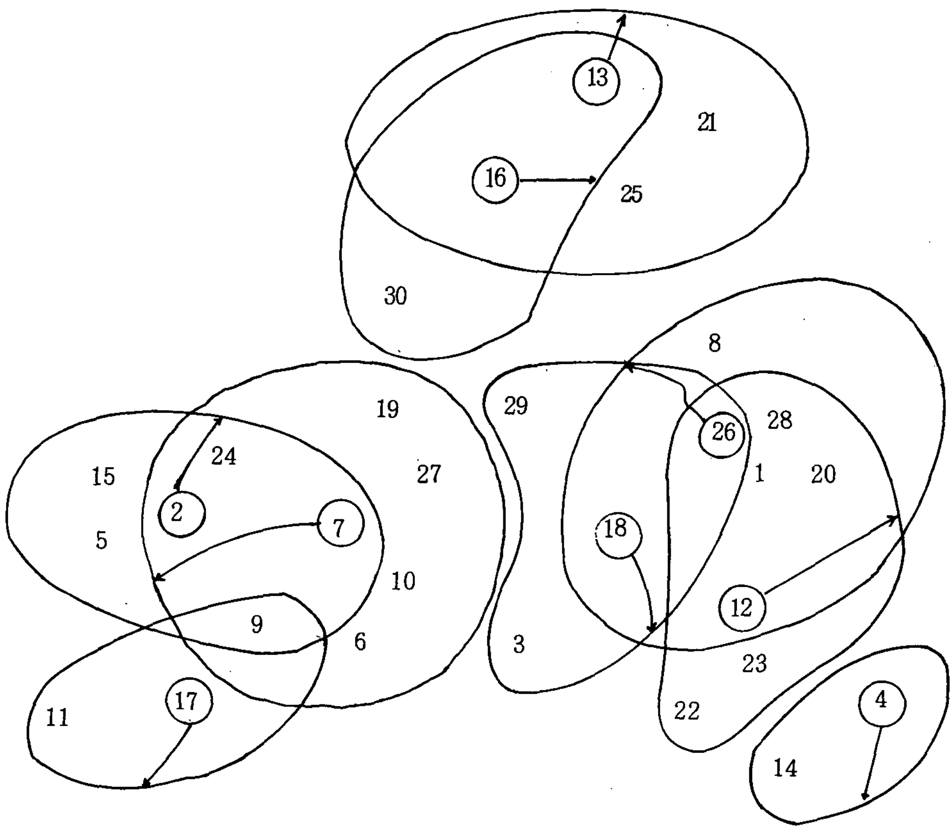

그림 2.4.1 顧客 擔當 圖

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	2	24	25	26	27	28	29	30
1	0.9	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0.8	0	0.9	0	0
2	0	0.9	0	0	0.7	0	0.6	0	0.6	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0.9	0	0	0.6	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0.7	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0.6	0	0	0.9	0.6	0	0.6	0.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0.7	0	0	0
7	0	0.6	0	0	0	0.6	0.9	0	0.6	0.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0.7	0	0
8	0.6	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0
9	0	0.6	0	0	0	0.6	0.6	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0
10	0	0	0.7	0	0	0.7	0.7	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0.6	0.8	0	0	0.6	0	0.6	0	0
12	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0.6	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0.6	0.	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0.6	0	0	0.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0.6	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0
19	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0.0
20	0.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0.6	0	0.7	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0.6	0	0	0.6	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0.9	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0.7	0	0	0	0	0.7	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0
26	0.8	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0.6	0	0.6	0	0	0	0	0	0.9	0	0.8	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0	0.	0.9	0	0.6	0
28	0.9	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0.8	0	0.9	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0.9	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9

표 2.4.3 擔當 확률 행열

※ 信賴度 技法에 의한 最適解

1) 아래 그림에서 ○표는 最適 設備 位置표시

2) ⬭ 표는 設置된 設備 j 의 擔當 범위

3) 1번 擔當된 顧客 i = 3, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 21, 23, 25, 27, 29, 30 (16개)

2번 擔當된 顧客 i = 1, 6, 7, 9, 12, 16, 18, 19, 20, 22, 24, 28 (12개)

3번 擔當된 顧客 i = 2, 26 (2개)

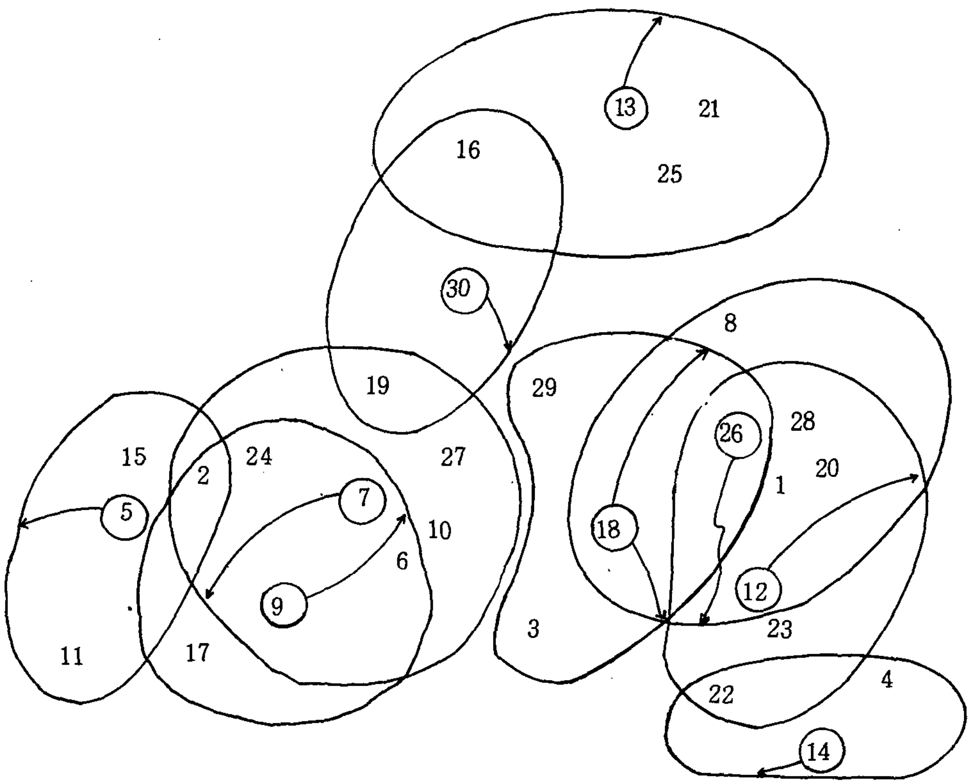

그림 2.4.2 顧客 擔當 圖

다. 結果 比較

표 2.4.4 結果 比較

번 호	내 용	평면절단기법〔22〕	신뢰도 기법
1	最小設備數(費用)	9	9
2	最適 位置	2, 4, 7, 12, 13, 16, 17, 18, 26	7, 26, 13, 5, 12, 14 18, 9, 30
3	顧客 擔當數(S = 69)	30	30
4	最大信賴度合 $\sum_{i=1}^{30}[1-\prod_{j=1}^{30}(1-P_{ij})^{X_j}]$	23.37	34.368
5	擔當된 顧客들의 數, 1회, 2회, 3회	18, 10, 2	16, 12, 2

Ⅲ. 結 論

本 研究에서 地域 擔當(Set Covering)문제를 해결하기 위한 旣存 地域 擔當 모델들이 고려하지 아니한 擔當 거리 혹은 시간에 따른 確率, 顧客의 重複 擔當등을 고려하는새로운地域 擔當 모델을 개발하고 그 最適解 誘導 節次를 개발하였다.

本 硏究에서 개발한 새로운 地域 擔當모델과 解法을 현실 문제에 효과적으로 적용할 수 있는 分野는 軍事的인 目的으로는, 대한민국 領空防衛를 위한 空中監視 레이다, 비행장, 전방육안초소 포대, 군함, 군사기지 등이 있으며, 또共公事業을 目的으로는 소방소, 우체국, 파출소 학교, 도서관, 법원, 동사무소, 쓰레기 처리장 등이 있으며, 私企業의 이윤을 目的으로 은행, 주유소, 백화점, 창고, 각종 상품대리점, 전자제품 서비스 센타 등이 있다.

이 새로운 地域 擔當 모델을 이용하여 最適位置를 決定하였을 때, 軍事的인 目的일 때는 그 地域 방어의 信賴度가 높아지고, 共公事業에서는 顧客의 유치가 높아진다.

地域 擔當 문제들을 이 信賴度 技法으로 해결하고자 할 때는 중간 정도의 地域 擔當 문제(50 × 50)는 손으로도 解를 얻을 수 있다.

參 考 文 獻

1. Balinski, M.L., "Integer Programming: Methods, Uses, Computations", Man. Sci., Vol. 16, No. 6, 1965, pp. 253-313.
2. Bellmore, M., H. Greenberg, and J. Jarvis, "Multi-Commodity Networks", Man. Sci., Vol. 16, No. 6, 1970, pp. 427-433.
3. Bellmore, M., and H.D. Ratliff, "Set Covering and Involutory Bases", Man. Sci. Vol. 18, No. 3, 1971, pp. 194-206.
4. Charnes, A. and M.H. Miller, "A Model for Optional Pro-

gramming of Railway Freight Train Movements, Man. Sci., Vol. 3, pp. 74-92.

5. Curry, G.L., and R.W. Skeith, "A Dynamic Programming Algorithm for Facility Location and Allocation, AIIE Trans., Vol. 1, No. 2, 1969, pp. 133-138.

6. Dantizig, G.B., J.H. Ramser, "The Truck Dispatching Problem", Man. Sci., Vol. 6, 1960, pp. 80-91.

7. Day, R.H., "On Optimal Extracting from a Multiple File Data Storage: An Application of Integer Programming", Opns. Res., Vol. 13, No. 3, pp. 489-494.

8. Francis, R.L., and White, J.A., Facility Layout and Location, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1974.

9. Garfinkel, R.S., and G.L. Nemhauser, "Optimal Political Districting by Implicit Enumeration Techniques", Man. Sci., Vol. 16, pp.B495-B508.

10. Garfinkel, R.S., and G.L. Nemhauser, "The Partioning Problem: Set Covering with Equality Constraints", Opns. Res., Vol. 17, No. 5, 1969, pp.840-856.

11. Ignizio, J.P., "A Heuristic Solution to Generalized Covering Problems", Unpublished Ph. D. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Va., 1971.

12. Jane's Defence Review, "Jane's All The World's Aircraft 1980-1981", Printed in England by Nethewood Datton & Co., Ltd., Huddersfield, 1981.

13. Lawer, E.L., and D.E. Wood, "Branch-and-Bound Method: A Survey", Opns. Res., Vol. 14, No. 4, pp.699-719.

14. Lemke, C.E., H.M. Salkin, and K. Spielberg, "Set Covering by Single Branch Enumeration with Linear Programming Subproblems", Opns. Res., Vol. 19, No. 4, pp.998-1022.

15. Nemhauser, G., and A. Garfinkel, Integer Programming, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1972.

16. Pierce, J.F., "Application of Combinatorial Programming to a Clan of All Zero-One Programming", Man. Sci., Vol. 15, No. 3, 1968,

pp.191-209.

17. Revelle, C., D. Marks, and J.C. Liebman, "Analysis of Private and Public Sector Location Models", Man. Sci., Vol. 16, No. 12, 1970, pp.692-707.

18. Revelle, C., and R. Swain, "Central Facilities Location", Geogr. Anal., Vol. 2, No. 1, 1970, pp.30-42.

19. Roth, J.P., "Algebraic Topological Methods for the Synthesis of Switching Systems-I", Trans. Amer. Math. Soc., Vol. 88, 1950, pp.301-326.

20. Salveson, M.E., "The Assembly Line Balancing Problem", Jour. of Indus. Eng., Vol. 6, No. 3, pp.519-526.

21. Shooman, M.L., Probabilistic Reliability: An Engineering Approach, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1968.

22. Toregas, C., R. Swain, C. Revelle, and L. Bergman "Location of Emergency Service Facilities", Opns. Res. Vol. 19, No. 6, 1971, pp.133-143.