

電算流體力學의 發達過程과 展望

Randolph A. Graves

〈美國航空宇宙局 : NASA〉

■ 다음 글은 美國 NASA 에 근무하는 Randolph Graves, Jr. 氏가 82年 3月 Astronautics & Aeronautics 紙에 發表했던 內容으로 電算流體力學分野의 最新 動向을 알 수 있는 有益한 資料로 인정되어 번역 발췌한 것임. (編輯者 註)

1. 序 論

현재까지 流體流動 現象을 解析해온 과정은 知的 好奇心과 실질적인 필요에 의해 발전되어 왔으나 앞으로의 세대에는 急進하는 기술에 의해 주도되고 그 발전이 매우 빨라 革命的인 일 것이다. 流體力學의 발달과정은 표 1 처럼 뚜렷한 양상을 보여주고, 현상태는 새로운 流體流動 現象이 근본적으로 이해되어지기 시작하는 時期이다. 精確한 수학적인 기초로서 流體力學의 急速한 발전을 맞이하였으나 細部의 으로 이해하기에는 知的 能力이 부족하였다. 이해의 영역을 계속 확장하기 위해서는 數值解析에 의존하여야 한다.

2. 流體力學

고대에는 물리적인 現象의 연구가 단순한 관찰이거나 哲學的인 默想에 불과할 뿐이었다. Aristotle 이 물체의 운동에 관해 探究한 이래 體系的으로 流體力學이 연구되었다. 그는 물체가 流體 가운데에서 움직이기 위해서는 接하고 있는 물체로 부터 힘을 받아야만 된다고 推論하였

는데, 그의 이론대로 물체가 운동하려면 움직이는 동안 계속 힘을 받아야 된다. Leonardo da Vinci 가 流動 現象을 충분히 관찰하여 流體는 抵抗媒質이란 것을 밝혀내기까지 는 이렇게 流體 流動을 틀리게 解析하고 있었다. Leonardo 는 새가 공중에 떠 있을 수 있는 것은 날개짓 함으로 압축된 공기가 새를 받쳐주기 때문이고 미끄럼틀에서 미끄러져 내려오면서 앞으로 가는 것처럼 滑空한다고 설명했다.

표 1. 流體力學의 重要 時代

고대~1687	철학적시대 (유동현상관찰)	Aristotle Leonardo da Vinci Galileo
1687~1894	이상유체시대 (응용수학)	Newton Bernoulli Euler
1894~1963	점성유체시대 (실험/응용수학)	Prandtl Von Karman Whitcomb
1963~현대	전산유체역학 (응용수학/컴퓨터)	Von Neumann Lax MacCormack

Galileo 는 流體流動의 重要한 要素를 밝혀냈고 그것들을 精確히 記述하였다. 그는 소위 “哲學的 時代”의 종지부를 찍고 流體運動을 이해하는데 체계적이고 수학적인 方法을 쓰는 理想流體時代”의 선구자가 되었다. Newton 은 최초로 粘性流體의 現象을 説明할 수 있었고, 流體運動의 基本법칙을 수학적인 공식으로 표현하였다. 그의 粘性抵抗 개념은 流體力學을 이해하는데

매우 중요하며, 非粘性流體의 流動現象을 점진적으로 정확하게 해석 가능하게 되었다.

Newton 이후로 D'Alembert, Euler, Lagrange 및 Helmholtz 등의 理想流體時代의 거장들에 의해 理想流體의 수학적인 모델화가 진행되었으며 또한 수학적인 공식의 실험적인 증명이 정교하게 되어지는 시대이었다. 粘性流動의 기본수식화도 역시 이 時代에 이루어졌으나, 偏微分의 복잡성 때문에 解析的인 解를 구하지 못하였고 컴퓨터 기술은 거의 없었다. 粘性流動에 대하여 Newton이 기초적인 해석을 하였으나 20세기에 들어서기까지는 과학자들도 粘性效果의 중요성을 인식하지 못하였다.

Lanchester의 “비행장의 安定性”이란 논문에 의해 현대 流體力學時代가 시작되었으며 비행기 개발 경쟁에 의해 氣體力學의 중요성을 인식하게 되었고, 많은 실험적 연구가 이루어지기 시작하였다. Lilienthal, Langley, Lanchester, Wright 형제와 그들의 동료들의 선구적인 업적들은 Prandtl, Joukowski, Kutta, Blasius 및 Von Karman 등과 같은 거장들의 이론적인 流體現象解析을 촉진하였다. 특히 粘性境界層의 중요성과 流動剝離 지역에서 점성의 중요성을 인식한 Prandtl의 뛰어난 업적에 의해 粘性流動의 실험연구가 加速化되었다. 1920년경부터 航空力學의 실험적 연구가 수행되기 시작하여 1950년대에는 세계적으로 그 절정을 이루게 되었다. 컴퓨터 時代가 닥쳐오면서 數值解析은 실험연구의 代案을 제공하기 시작하였고, 현대적인 컴퓨터의 등장은 流體力學의 제 3시대를 종지부 찍었다. 위의 세 발전 시대에는 조잡하거나, 정밀한 측정이 불가능한 실험장비와 기술 때문에 정확한 실험을 할 수 없었다. 복잡한 형상에 대한 流體流動의 偏微分에 대한 解析的이거나 정확한 解는 불가능했고, 신속한 계산은 단지 소망에 불과했다. 제 3시대가 끝날 무렵까지는 정확한 실험을 위해서 레이저를 이용하여 유동장을 교란시키지 않고 측정하는 장비와 같은 실험 기기의 필요성이 있었다. 과학용 계산을 위한 容量과 高速演算이 가능한 CDC 3600과 IBM 7094

가 출현한 1960년대에 이르러서야 진정한 의미의 현대적인 電算時代²⁾가 시작되었다. 그것들은 소위 3요소(流體理論, 應用數學, 컴퓨터)가 복합되었다고 할 수 있는 流體力學의 현대적인 電算時代를 가져왔다.

표 2. 電算流體力學의 구성 요소

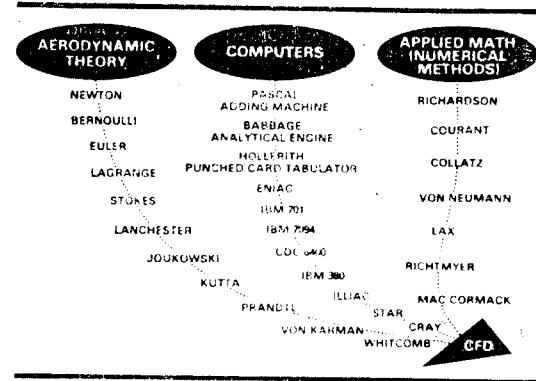


표 2와 같이 이들 요소들은 각각 복잡한 역사를 가지고 있다. 空氣力學理論 발달과정을 알아 보았고 流體力學의 수학적인 표현은 哲學的인 경지에 도달하였음을 보았다.

3. 應用數學

고대에도 數值的인 근사해법의 應用數學이 있었지만, 진정한 의미의 偏微分의 응용은 20세기에 들어서서 시작되었음을 알 수 있다. 1910년 Richardson이 有限差分演算子를 사용하여 최초로 偏微分의 현대적인 數值解析을 하였다. 기계적인 계산기를 이용하여 사람이 직접 解를 구하는 일은 힘들고 지겨운 작업이었다. Richardson의 방법은 계속 개선되었으나 Courant, Friedrichs 및 Levy가 1928년 발표한 “CFL 安定必要條件”(“CFL 安定必要條件; 有限差分의 從屬領域은 從屬領域의 연속성이 포함되어야 한다는 것)이 현대 數值解析 발전에 있어서 역사적인 기념비가 되었다.

이들의 선구적인 노력에 의해 괄목할 만한 數

值解析 발전이 이루어졌으나 1940년대 초반 Von Neumann과 Richtmyer는 충격파 해석을 가능케한 人爲의 粘性方法(the artificial viscosity method)의 개발에 힘썼다. 1950년대에 들어서면서 초기 컴퓨터가 流體流動 문제를 해석하는데 사용되기 시작하였고 곧 이어 Von Neumann과 Richtmyer에 의해 非粘性流動의 數值解析이 이루어졌다. 支配微分方程式의 보존형태(conservative form of the governing differential equations)를 확립한 1954년의 Lax의 중요한 논문에 이어 流動流體의 數值解析이 급격히 늘어났고 1960년대 후반부터 70년대 초를 거쳐 효과적이고 정확한 數值解析에 대한 연구가 이루어졌다. Pade의 근사해를 이용한 Kreiss의 연구와 Rubin의 Spline Collocation Procedure 응용등과 같은 고차의 정확한 방법이 많이 개발되었다. 아마도 1970년대의 중요한 논문은 Brandt가 개발한 것으로 복잡한 시스템의 解를 신속히 구할 수 있는 多格子法(Multi Grid Method)⁴⁾일 것이다. 그의 Successive-grid-refinement 방법은 有限要素 解의 error wave를 급히 완하시킬 수 있다. 이 연구는 현재 문제되고 있는 것들에 폭 넓게 적용할 수 있고, 특히 큰 규모의 數值解析의 效率를 증가시킬 수 있다. 電算流體力學에서 당면한 점점 복잡해지는 문제를 해결하기 위한 강력하고 效率的인 演算手段을 가지고 1980년대를 맞이했다.

4. 컴퓨터

流體力學의 제 4시대의 발전이 1960년대 이후이지만 Charles Babbage가 解析機關(analytical engine)⁵⁾을 設計한 1820년대에 起源을 가지는 것이다. Babbage에 앞서 Pascal은 기계적인 計算器⁶⁾를 고안하였고 發明家들은 계속적으로 기계적인 計算器를 개량하는데 몰두하였지만, Babbage는 컴퓨터를 발명하여 記憶裝置, branching과 subroutine이 가능한 演算裝置 그리고 入力과 出力 기능을 분리하여 완전한 컴퓨터의 형태를 가진 구조를 만들어 내었다. 그

의 解析機關은 50 자리의 有效數字와 1,000 단위의 記憶能力, 加減演算은 1 초, 乘除演算은 1 분에 가능한 演算能力을 가지고 穿孔카드로 制御하도록 設計되었다. 그 結果 기계적인 정확한 허용오차가 요구되므로 解析機關은 제작되지 못하였으나, 그 당시에 Babbage가 電算構造的으로 並列處理(parallel processing) (그중 일부는 1960년대까지도 실현되지 못하였다)를 고안한 것은 놀라운 일이다. 그의 동료이자 조수인 Lady Lovelace는 최초로 機械語를 개발하였고 反復計算表記法을 創案하였으나 불행히도 그들의 解析機關은 當時의 기술로는 제작할 수 없었다. 그렇지 않았더라도 流體力學의 선구자들은 보다 쉽게 문제를 해결하였을 것이다. 1880년대 중반에 Hollerith가 穿孔카드를 개발함으로써 현대적인 電算時代로 跳躍이 이루어졌다. Hollerith는 현재 쓰이는 80 열의 표준 穿孔카드와 유사한 카드에 전기적으로 데이터를 읽을 수 있고 貯藏할 수 있는 장치를 개발하였다. 그러나 이 장치도 Harvard에서 1944년에 Mark I이란 최초의 전기 기계적인 컴퓨터가 나오기까지는 진정한 의미에서의 컴퓨터라고는 볼 수 없었다. 이 기계는 요즈음에 비하면 매우 늦지만 분당 200 번의 演算能力은 약 100년전의 Babbage는 想像하지도 못하였던 速度이다. 이 機械에 곧 이어 眞空管을 이용한 電子機械가 등장하였으며 50년대 후반에는 트랜지스터만으로 이루어진 컴퓨터가 출현하였고, 다른 무엇보다 트랜지스터에 의해 현대의 컴퓨터가 만들어질 수 있었다. 集積回路의 개발과 더불어 현대의 大容量의 컴퓨터가 급속히 실현되게 되었으며 1970년대에는 상업용 컴퓨터로 IBM 360과 370이, 과학용으로는 CDC 6,000과 7,000 계열이 많이 사용되었다. 1960년대에는 과학자들의 크고 복잡한 문제를 해결하고자 하는 소망에 맞추어 컴퓨터의 容量과 演算速度가 증가되었고⁷⁾ 빠른 速度와 큰 容量의 필요성은 컴퓨터 構造 자체를 바꾸었다. Babbage의 並列處理는 Illiac IV에 사용되었고, CDC STAR와 CRAY I에는 벡터처리(vector processing)가 가능하게 되었다. Mark I의 초

당 3~4 번 정도의 演算速度에 비교하면 초당 9,000 만번 演算 가능한 새로운 컴퓨터는 아주 먼 발전의 길을 걸어왔다. 이와 같이 1970 년대 말까지는 電算流體力學의 세 요소가 모두 고도의 발전을 이루었다.

5. 電算流體力學

電算流體力學은 초기에 단순한 형태의 물체 위를 흐르는 流動을 解析하면서 눈부시게 발전하여 오늘날에는 복잡한 형상 위의 流體流動을 粘性과 非粘性流動으로 解析할 수 있다.⁹⁾ 그림 1

의 대표적인 보기에서의 같이 線形非粘性流動 計算은 실용적인 단계에 이르렀고 정확한 계산을 할 수 있다. 이 문제의 亞音速 영역에서의 應用例로서 Boeing 747 과 宇宙往復船의 표면형상을 묘사하는데 약 1,000 개의 판넬이 소요되고 특히 線形化된 空氣力學에서는 계산과 실험이 정확하게 일치하여 가고 있다.

美空軍과 NASA 및 美海軍이 共同으로 개발한 (소위 Pan Air System¹⁰⁾이란 개선된 설계 시스템은 亞音速과 超音速領域에서 최근 美國內 使用者들에 의해 사용되고 非線形(遷移音速)非粘性流動의 計算도 완벽하지는 않지만 점차 북

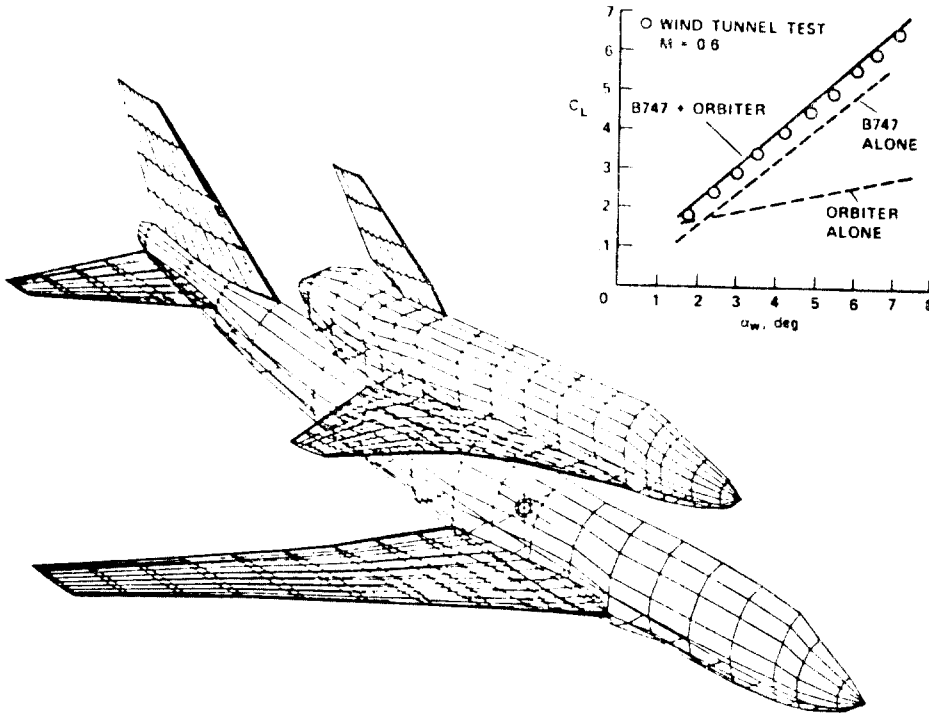


그림 1 발전된 線形非粘性 流動計算例 : 宇宙往復船과 보잉 747에 線形 非粘性 판넬 方法을 적용한 例

잡한 문제를 해결하게 되었다.

Boppe 는 최근 遷移流動 코오드 (transonic flow code)를¹¹⁾ 발표하였다. 그의 프로그램으로 동체, 날개 그리고 조종석을 포함한 형체에 대한 流體流動을 계산할 수 있으며, 그림 2와 같은 좋은 결과를 얻을 수 있다. Boppe의 단순한

straight forward embedded grid system은 복잡한 航空機 형상 계산에 필요한 計算諸源을 調整하는데 도움을 준다. 非粘性遷移流動 解析의 代表的인 例로 Bailey와 Ballhaus가 wing-body code¹²⁾를 이용하여 HiMat 날개(그림 3)를 再設計한 경우를 들 수 있다. 날개를 設計하

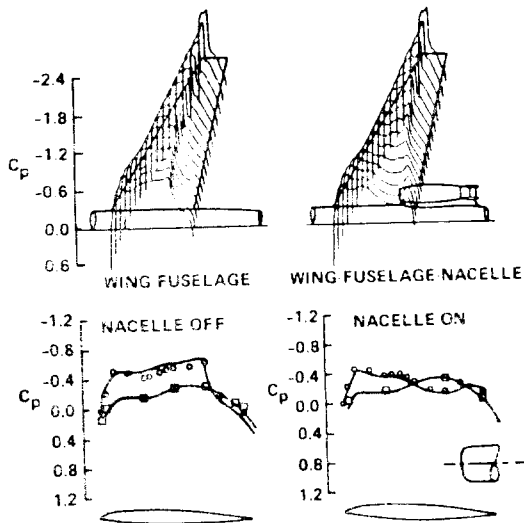


그림 2 非船形(遷移)非粘性 流動 計算例: 작은 교란이 있는 경우의 遷移 流動(Boppe)¹¹⁾

는데 재래의 觀點으로는 문제점을 찾지 못하였으나, 電算流體設計코오드를 이용하여 再設計한 결과 많은 개선이 이루어졌다. 電算流體設計코오드의 效能은 특히 大形航空機設計에 革新을 일으켰고, Airbus 310 과 보잉 757 의 날개는 電算流體力學을 통하여 設計되었다.

Melnik 는 2 차원 날개(그림 4)¹³⁾에 대하여 非粘性 포텐셜 流動과 粘性境界層流動 또는 後流와 결합한 粘性和 非粘性의 조합법으로 근사해를 구하여 정확도를 높혔다. Melnik 는 粘性和 非粘性組合後流解析法으로 과거에는 해결하지 못하였던 후연(trailing edge)의 後流를 계산하여 정확한 결과를 구하였고 이러한 2 차원 解析은 2 차원의 완전한 날개 流動 解析으로 확장할 수 있다.

60 년대 후반에는 境界層 문제가 많이 解析되었고 70 년대에는 Navier-Stokes 방정식 전체를 푸는 경향이 있었다. 3 차원실제 流動場에서 뭉통한 물체 주위의 流動에 대한 Navier-Stokes 방정식의 解를 구하는 문제를 그림 5¹⁴⁾의 보기와 같이 定常狀態의 流動으로 쉽게 解析하게 되었

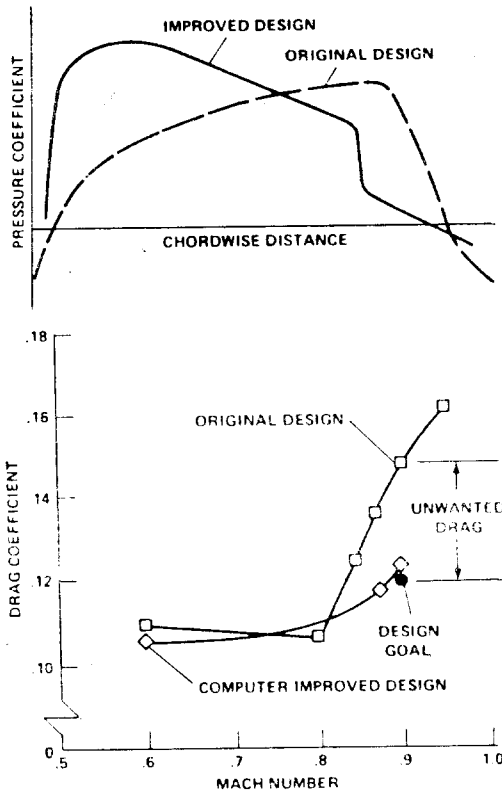


그림 3 HiMat 날개 설계: Bailey-Ballhaus 날개 / 동체 코오드의 대표적 응용 예.

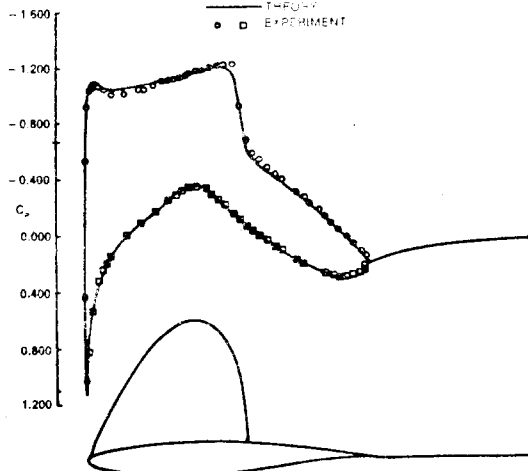


그림 4 2 차원 날개를 粘性和 非粘性 組合으로 計算한 예: Melnik¹³⁾는 마하수 0.728 과 C_L 0.743 인 경우 날개의 임계 壓力 分布를 解析하였다.

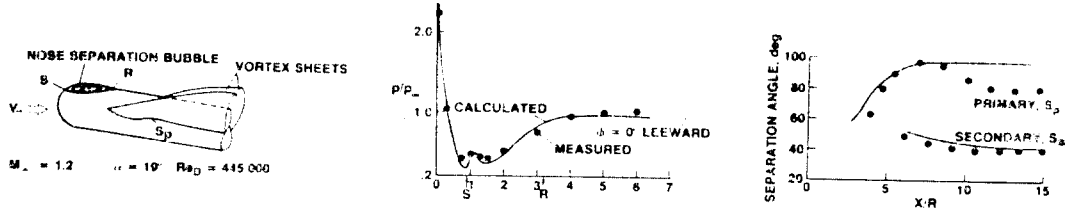


그림 5 봉퉁한 물체 주위의 흐름에 대한 3차원 Navier-Stokes 방정식 解.

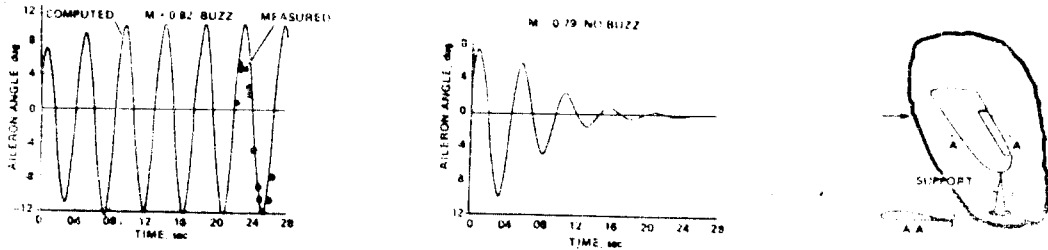


그림 6 非定常遷移流動의 Navier-Stokes 방정식 응용(AILERON BUZZ)

다. 그림 6¹⁹⁾에서는 복잡 미묘한 Navier-Stokes 방정식의 應用으로 비행기의 보조익의 정확한 운동 내력을 나타내는 運動方程式을 결합한 時正確(time-accurate) Navier-Stokes 방정식을 푸는 문제를 볼 수 있다. 최근에는 電算流體力學 문제로 剝離流動 지역에서 亂流 모델을 사용한 Navier-Stokes 방정식의 時間값을 구하는 것이⁵⁾ 소개되었다. 비록 Navier-Stokes 방정식을 사용하지는 않았지만 亂流 시뮬레이션의 훌륭한 예로 Leonard가 境界層에서 극부 “不安定點⁶⁾”이 점차 커져 전체가 亂流化되는 정확한 모델을 와류 필라멘트(vortex filament)로 解析한 것들을 들 수 있다. 이러한 流動 문제 解析은 컴퓨터의 성능이 制限되어 있더라도 電算流體力學이 발전하고 있음을 보여 준다.

6. 電算流體力學의 展望

未來의 電算流體力學의 발전은 컴퓨터 산업의 기술 진보에 의해 주도될 展望이다. 이미 集積回路는 26만개의 트랜지스터를 하나의 칩 위에 넣을 수 있다. 실리콘 集積回路 技術은 圓熟한 단계이고, 80년대 중반에는 갈륨-비소(gallium

arsenide: GaAs) 技術로 대체될 것이다. 갈륨-비소 기술은 새로운 permeable base 트랜지스터¹⁷⁾ 製造 技術로 만든 VLSI 回路의 증가된 速度보다 10배 이상의 速度를 가질 것으로 생각된다. 速度의 증가를 통해 많은 量의 計算이 가능하게 되고 상대적으로 빠르고 저렴한 비용으로 계산할 수 있다. 갈륨-비소 기술과 같은 革新的인 기술이 개발되어도 다른 새로운 형태의 集積回路技術이 나타날 餘地는 있다. 그 예로 光速으로 제한되어 있는 速度 때문에 컴퓨터의 設計가 小型化될 수 밖에 없는데, 超傳導 方式의 約瑟슨접합 기술(Josephson junction)¹⁸⁾으로 믿을 수 없을 정도의 빠른 速度로 演算할 수 있는 回路를 들 수 있다. 超低溫으로 냉각된 約瑟슨접합베이스 컴퓨터(그림 7)¹⁹⁾는 現在의 컴퓨터 보다 25배의 速度로 계산 가능하다. 기술적인 성장이 계속되는 한 演算速度는 증가되겠지만 가장 중요한 요소는 記憶裝置이다. 約瑟슨접합의 記憶裝置는 재래식에 비해 1/100의 動力을 소모하기 때문에 매우 작게 만들 수 있다. 최근 日本의 通產省은 日本의 컴퓨터 산업이 갈륨-비소와 約瑟슨접합 기술을 연구 개발할 계획을 가지고 있다²⁰⁾고 발표하였다. 금세기 안으로 日本은 초당 1,000억

展 望

단위의 演算能力을 갖는 超高速컴퓨터를 생산할 수 있는 기술을 개발할 것으로 展望된다. 超傳導컴퓨터의 급격한 발전은 電算能力의 기술적인 한계를 밤사이 크게 바꾸어 버릴 것이다. 1990년대 중반에는 천억 단위의 貯藏容量과 실변수로 조단위의 演算速度를 갖는 컴퓨터가 出現할 것이다. 이렇게 잠시도 쉬지 않고 발전하는 기술에 의해 電算流體力學은 발전될 것이다. 초소집합기술과 같은 革新的인 기술이 아니더라도 재래의 전자 기술로 매우 빠르고 큰 용량의 컴퓨터를 제작할 수 있다. NASA의 數值航空力學시뮬레이터(Numerical Aerodynamic Simulator; NAS)는 그 例로서 초당 10억번의 演算速度와 2억 4천 단위의 高速記憶能力²¹⁾이 있고, NAS의 프로세서의 새로운 구조는 並列 벡터프로세서(parallel vector processor)²²⁾와 多重프로세서시스템(multi processor system)²³⁾을 포함하고 있다. 日本國立宇宙研究所에서도 NAS급의 컴퓨터를 1990년대까지 개발할 계획으로 1억 5,000 만분의 프로젝트를 수행 중이다. 數值解析과 컴퓨터 관련분야에서 요구되는 컴퓨터 용량의 급격한 증가는 여러 분야에서 좀 더 많은 努力을 必要로 하고 있다. 현재 당면한 문제로서는 규모가 큰 電算流體力學에서 개발이

시급한 格子發生法(Grid-Generation)²⁵⁾을 들 수 있다. 최근의 格子發生法 워크샵에서는 현재 최고의 기술수준들과 여러 분야에서 결합들이 지적되었다.²⁶⁾ 복잡한 형상의 모델링은 개발 단계이고 응용되기까지는 기술 개발을 위한 노력이 필요하다. 粘性流에도 적용할 수 있는 고도로 발전된 格子發生法까지는 해야 할 일이 많으나 그것은 발전의 여지가 많음을 뜻하고 그 개발 초기 단계로 適應格子發生法(adaptive grid generation)은 큰 잠재력을 보여 준다.²⁶⁾ 그림 8²⁷⁾은 1차원 날개유동 문제를 풀기 위한 適應格子技術의 근래의 응용 예이고, Rai와 Anderson²⁶⁾의 최근 논문에서는 간단한 2차원 응용을 볼 수 있다. 應用數學에 힘입어 국부적인 오차를 최소화하고 전체적인 格子點을 最適化(전체 格子點을 최소화)하는 이론적인 解析이 可能해질 것이다. 아직 개발되어야 하는 이러한 기술들은 복잡한 3차원 유동해석에도 큰 발전을 가져올 것이다. 格子發生法의 관련 분야로는 방정식의 數值解를 구하기 위한 수학적 기술을 포함한 偏微分과 새롭거나 構造가 特異한 컴퓨터의 效率的 使用을 爲한 體系的인 演算方式을 결합한 시스템의 解를 구하는 演算法 개발을 들 수 있다.

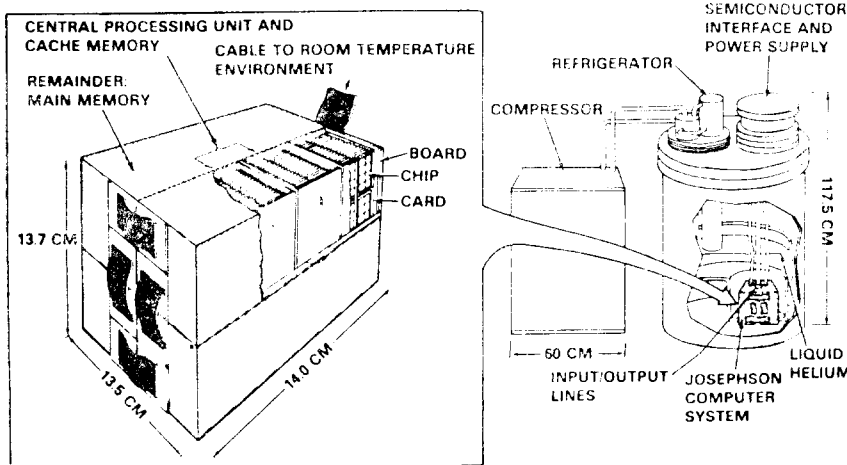
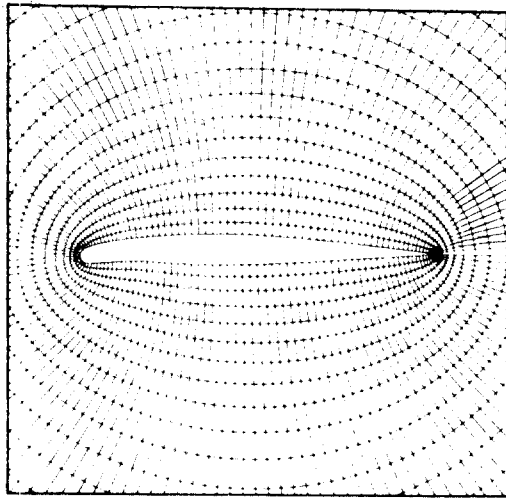
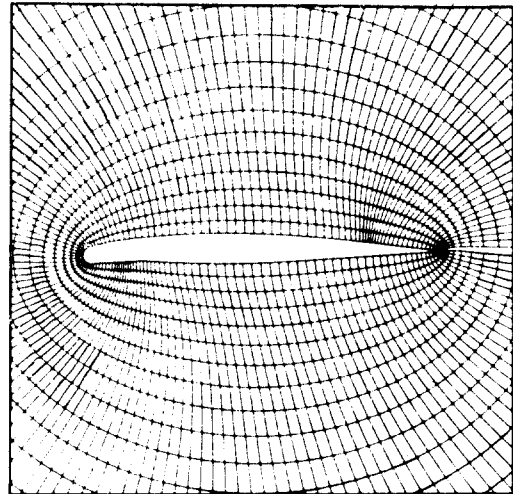


그림 7 超傳導 컴퓨터시스템 : 現代컴퓨터의 25배 速度도 演算可能



Standard grid.



Solution-adaptive grid.

그림 8 粘性 流動에 應用한 새로운 適應格子發生法の 例: 1차원 날개의 1차원 적응격자 발생법 解²⁷⁾

7. 結 語

머지않은 장래에는 이러한 초컴퓨터와 신기술들이 流體力學의 주요한 발전을 주도하고, 오랫동안 취급하지 못하였던 亂流流動도 解析할 수 있을 것이며, 복잡한 비행기 형상의 외부 流動도 발전된 型體模型化 技法과 格子發生法 및 그래픽 기술을 이용하여 손쉽게 계산될 것이다. 금세기 말까지의 空氣力學의 발전은 주로 空氣의 彈性效果를 고려한 非定常壓縮性 空氣力學에서 이루어질 것이다.

參 考 文 獻

1. Durand, W.F., *Aerodynamic Theory, Vol. I*. Julius Springer, Berlin, 1934.
2. Rosen, S., "Electronic Computers: A Historical survey," *Computing Surveys*, Vol. I, No. 1, Mar. 1969.
3. Roache, P.J., *Computational Fluid Dyna-*

- mics*, Hermosa Publications, Albuquerque, 1972.
4. Brandt, A., "Multi-Level Adaptive Technique for Fast Numerical Solution to Boundary Value Problems." in *Lecture Notes in Physics*, Vol. 18, Springer-Verlag, Berlin, 1973.
5. Kuck, D.J., *The Structure of Computers and Computations, Vol. I*, John Wiley and Sons, New York, 1978.
6. Chapin, N., *Computers, A Systems Approach*, Van Nostrand Reinhold Co., New York 1971.
7. Stonehill, D., "Big Computers: Where From Here?" *Scientific Research*, Oct. 27, 1969.
8. Chapman, D.R., "Computational Aerodynamics Development and Outlook," *AIAA Journal*, Vol. 17, No.12, Dec. 1979.
9. Da Costa, A.L., "Application of Computational Aerodynamic Methods to the Design and Analysis of Computational Fluid Dynamics

(Continued from page 28)

- Transport Aircraft," ICAS Paper, Eleventh Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, Lisbon, Portugal, Sep. 1978.
10. Magnus, A.E. and Epton, M.E., "PAN AIR-A Computer Program for Predicting Subsonic or Supersonic Linear Potential Flows about Arbitrary Configurations Using a Higher Order Panel Method," NASA CR 3251, Apr. 1980.
 11. Boppe, C.W., "Transonic Flow Field Analysis for Wing-Fuselage Configuration," NASA CR 3243, May. 1980.
 12. Bailey, F.R. and Ballhaus, W.R., *Comparisons of Computed and Experimental Pressures for Transonic Flows about Isolated Wings and Wing-Fuselage Combination*, NASA SP 347, Part II, Mar. 1975.
 13. Melnik, R.E., "Turbulent Interactions on Airfoils at Transonic Speeds-Recent Developments," Paper No. 10 in Symposium on Computation of Viscous-Inviscid Flows, AGARD Paper CPP-291, Aug. 1980.
 14. Pulliam, T.H. and Lomax, H., "Simulation of Three-Dimensional Compressible Viscous Flows in the ILLIAC IV Computer," AIAA Paper 79~0206, Jan. 1979.
 15. Steger, J.L. and Bailey, H.E., "Calculation of Transonic Aileron Buzz," AIAA Paper 79~0134, Jan. 1979.
 16. Leonard, A., "Vortex Simulation of Three-Dimensional, Spot-like Disturbances in a Laminar Boundary Layer," NASA TM 78579, May. 1979.
 17. Klass, P.J., "New Transistor Speed Exceeds Earlier Devices," *Aviation Week & Space Technology*, Mar. 30, 1981.
 18. Anacker, W., "Computing at 4 Degrees Kelvin," *IEEE Spectrum*, Vol. 16, No. 5, May. 1979.
 19. Matisoo, J., "The Superconducting Computer," *Scientific American*, Vol. 242, No. 5, May. 1980.
 20. Anon, "New Computer-Development of New Computer Becomes National Project," *Business Japan*, Oct. 1980.
 21. Anon, "Numerical Aerodynamic Simulator-Background, Requirements, and Justifications," NASA Ames Research Center, July 1980.
 22. Lincoln, N.R., "Feasibility Study for a Numerical Aerodynamic Simulator Facility," Control Data Corp. Final Report, Contract NAS 2-9896, May. 1979.
 23. Anon, "Numerical Aerodynamic Simulator Facility Feasibility Study," Burroughs Corp. Final Report, Contract NAS 2-9897, Mar. 1979.
 24. Anon, "Computers-Japan's Bid to Out-design the U.S.," *Business Week*, Apr. 13, 1981, p.123.
 25. Chapman, D.R., "Trends and Pacing Items in Computational Aerodynamics," paper presented at 7th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Stanford Univ., June. 1980.
 26. Anon, "Numerical Grid Generation Techniques," NASA CP 2166, Oct. 1980.
 27. Holst, T.L., unpublished results communicated to the author, 1981.
 28. MacCormack, R.W., "A Numerical Method for Solving the Equations of Compressible Viscous Flow," AIAA Paper 81-0110, Jan. 1981.

