

複合材料의 破壞에 對한 破壞力學的 Approach (I)

—應力 및 應力擴大係數 解析—

崔 鎔 湜

〈成均館大 工大 教授·工博〉

1. 緒 論

機械나 構造物의 部材를 設計함에 있어서 考慮되어야 할 材料의 性質들로서는 다음과 같은 것들이 있겠다. (1) 強度, (2) 耐磨耗性, (3) 耐熱性, (4) 耐蝕性, (5) 其他 物理的·化學的性質.

金屬材料·非金屬材料를 莫論하고, 모든 機械·構造物의 部品材料들에 위의 性質들을 고루 갖춘 것들이 있다면, 그야말로 가장 所望스러운 일 이긴 하겠는데, 實存材料들이 그렇지 않음이 現實이어서, 소위 複合材料의 開發研究는 必然的인 材料開發의 추세라 할 수 있겠다. 耐熱·耐蝕성에 뛰어난 스테인레스 鋼板을 破壞靱성이 좋은 軌鋼板에 內張시켜 原子核反應爐에 使用한다든가 하는 예는 複合材料의 開發方向을 提示해 주는 좋은 例이며, 이와 같이 主로 強度擔當을 하는 材料와 기타 使用條件에서 오는 性質에 뛰어난 材料를 2種以上 結合시켜서 所期의 複數特性을 얻고자 하여 開發되고 있는 것이 複合材料가 되겠다.

複合材料의 開發·實用과 더불어 惹起되는 問題中에서, 特히 複合材料가 機械나 構造物에 使用될 경우에는 가장 緊要한 問題는 역시 強度, 特히 破壞와 關聯된 強度問題가 되겠다.

均質材料의 破壞舉動(脆性破壞, 疲勞破壞, 環

境破壞等)을 彈性學的으로 分析하고, 또한, 나아가서는 破壞를 未然에 豫防하는 彈性設計에의 適用에 이르기까지 體系화된 破壞力學을 複合材料의 破壞舉動解析이나 強度設計에 適用시켜 보자는 試圖는 일찍부터 이루어져 왔었으나, 彈性的인 異質材料가 結合하는데서 오는 數學的인 解析上의 難點으로 말미암아 破壞力學的인 解析의 基礎가 되는 應力擴大係數 K 의 解析에서 아직까지는 踏步狀態에 머물고 있는 것이 現實이다.

여기에서는 複合材料의 破壞에 破壞力學을 適用시킴에 있어서의 基礎的인 事項들을 論하고, 지금까지의 이러한 方向의 研究例들을 整理해 보면서 破壞力學的인 複合材料破壞問題研究에 參考로 삼을가 한다.

2. 異材結合材에서의 破壞舉動과 破壞力學

複合材料는 纖維強化型이건 또는 粒子分散型이건 間에 이의 破壞問題를 彈性學的으로 다룸에 있어서의 基本單位는 彈性係數나 其他의 力學的인 性質이 서로 다른 2種의 異材結合材가 되겠다. K 解析에서는 이러한 異材結合材 속에서 均열이 어떻게 位置하고, 成長하는가에 關心을 갖고, 特히 數學的으로나 力學的인 不連續을 나타내는 境界面(線)과 均열과의 關係, 그 中에

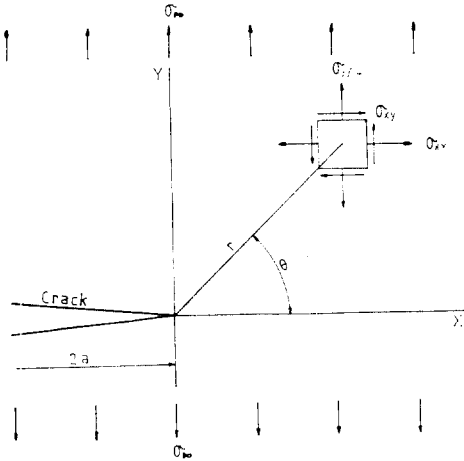


그림 1. 균열선단 응력장

서도 균열선단(crack-tip)에서의 彈性應力場의 特異性에 標의를 두고 있다.

均質材料에서는 그림 1 과 같은 彈性應力場에서 應力擴大係數 K_I 이 (1)式과 같이 表示된다. ($\theta=0, r \rightarrow 0$).

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (1)$$

이와 같이 균열선단 應力場은 $r^{-1/2}$ 의 特異性을 갖고 있고, 따라서 K_I 은 $[FL^{-2} \cdot L^{1/2}] = [F \cdot L^{-3/2}]$ 의 次元을 갖게 된다. (1)式은 完全한 脆性破壞를 前提로 한 것이고, 따라서 균열선단 바로 前方($r \rightarrow 0$)도 彈性應力場이라고 할 때의 應力表示이지만, (1)式에서 分明하듯이 $r \rightarrow 0$ 에서는 $\sigma_{yy} > \sigma_Y$ 의 領域이 생기게 마련이고, 또, 이 塑性變形域(plastic zone)이 생기므로서, 材料의 破壞는 $\sigma_n \ll \sigma_Y$ 의 狀態에서도 進行이 되는 것이어서, (1)式으로 定義되는 K_I 는 實質的으로는 균열선단 前方 塑性域 밖의 彈性應力場의 세기(intensity)로 定義된다고 봐야겠다. 균열선단의 塑性域(크기 r_p)은, (1)式으로부터 型式的으로

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_Y} \right)^2 \quad \text{평면 응력의 경우 (2-a)}$$

$$r_p = (1-2\nu)^2 \left(\frac{K_I}{\sigma_Y} \right)^2 \quad \text{평면 변형률의 경우 (2-b)}$$

로 表示되고, (1)式의 成立, 나아가서는 線形破壞力學的 體系는 이 r_p 가 균열 길이 a 에 비해

서 아주 작아야 한다. 즉, $r_p \ll a$ 이어야 하고, 이것이 바로 小規模降伏(small scale yielding)이다. 塑性域의 크기에 對해서는 (1)式으로 計算되는 (2-a), (2-b) 以外에 實際의 크기에 가까운 表示들이 發表되고 있으나, 여기에서는 塑性域의 形成만을 紹介하는 데 머물겠다. 다만, (2)式에서도 알 수 있듯이 降伏強度 σ_Y 값이 큰 材料, 즉, 高强度鋼 같은 것에서는 比較的 $r_p \ll a$ 의 條件이 얻어짐을 덧붙이겠다.

이와 같이 해서, (1)式의 K_I 은

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

와 같이 計算되고, 均質材에서의 K 의 基本的인 表示로 利用되고 있다.

複合材料의 破壞에서, K 解析이나, 또는 實際의 破壞例로 보아 關心의 對象이 되는 몇가지의 균열-결합 境界면 조합(crack-bonded interface combination)을 그림 2에 圖示한다. 彈性的인

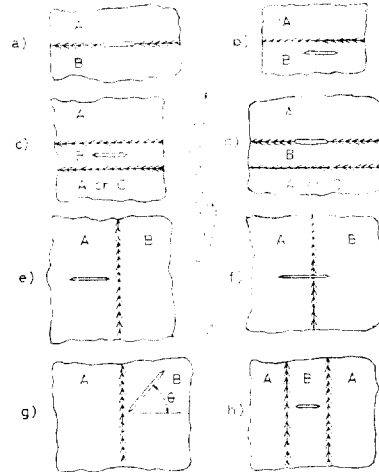


그림 2. 균열 및 결합境界의 조합(erdogan, et al.)
로 서로 性質이 다른 材料의 어느 한 쪽에 균열이 있을 때, 이 균열이 어떻게 成長해 가며, 어떻게 異材結合境界를 뚫고 破壞가 번져가는가 라는, 結合時에 生길 수 있는 結合境界 균열이 어떤 舉動을 나타낼 것인가 하는 點들에 關心을 갖고, 이를 破壞力學的으로 解析함에는 다음 事項들이 問題點이 되겠다.

(1) K 의 定義

K 가 均質材에서와 똑 같이 定義되는가?

아니면 均質材에서의 K 와 다른 모양으로 定義되는가? 또는, K 가 定義될 수 없는가?

(2) 균열의 進展方向·徑路

均質材에서는 균열의 進展方向이 荷重軸에 直角이고, 應力擴大係數 K 값이 가장 큰 方向으로 進展하는데, 結合境界가 있을 경우엔 어떤가? 均質材에서와 다르다면 어떻게 다르고, 무슨 理由 때문일까?

(3) 균열의 進展速度

均質材에서와 같은 指數法則이 적용되고, 材料常數들이 같은가? 아니면 별도의 法則에 따르는가? da/dN 이 ΔK 만에 依存하지 않고, 다른 因子의 介入이 있는가?

(4) 結合境界의 特殊性

均質材에서는 생각할 수 없는, 그러면서도 不連續이라는 異材結合境界라는 것이 있게 되므로, 이것이 K 解析이나 균열進展舉動에 力學的인 因子 外의 다른 因子들의 介入을 招來하게 되는가? 例컨데, 彈性係數나 프와송比 같은 彈性力學的인 因子 外에 σ_r 나 σ_B 其他의 強度值, 靱性值 등의 結合境界周邊의 材質의 因子라든가, 아니면, 異材結合境界 그 自體에서 誘來되는 未知의 獨特한 因子라든가?

以上の 여러 問題點들을 考慮하면서 複合材料의 破壞와 破壞力學을 다루어 나가기로 하겠다.

3. 異材結合境界와 應力擴大係數

M.L. Williams¹⁾은 彈性係數가 서로 다른 異種材料의 直線狀 結合境界에 沿해 있는 貫通直線 龜裂先端의 應力場特性을 固有值(Eigen value)로 表現했다. 즉,

$$\sigma \sim r^{-1/2} \left(\frac{\sin}{\cos} \right) (\lambda_j \log r)$$

혹은 $\sigma \sim r^{(\lambda_r - 1) + i\lambda_j}$ (1)

應力場의 特異性的의 세기를 나타내는 固有值 λ 는 $\lambda = \lambda_r + i\lambda_j$ 로, λ_r 의 값은 (2)式과 같은 두갈래로 나타나므로,

$$\lambda_r = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{혹은 } \lambda_r = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \quad (2)$$

龜裂先端의 應力場은 (1)式 外에

$$\sigma \sim r^{-1} \left(\frac{\sin}{\cos} \right) (\lambda_j \log r) \quad (3)$$

의 境遇도 있을 수 있다고 했다. Williams의 結論을 要約하면 다음과 같다.

(1) $\sigma \sim r^{-1}$의 解는 適當한 解釋을 붙여 考慮에서 除外한다.

(2) 境界上 龜裂先端應力場은 $\sigma \sim r^{-1/2} \cos(\lambda_j \log r)$ 로 表示되고, $r \rightarrow 0$ 에서는 均質材에서의 경우와 같은 特異性的의 세기 $-1/2$ 을 나타낸다.

(3) 龜裂先端에서 若干 떨어진 곳에서는 境界 雙方에 걸쳐서 往復振動하는 應力場이 形成된다.

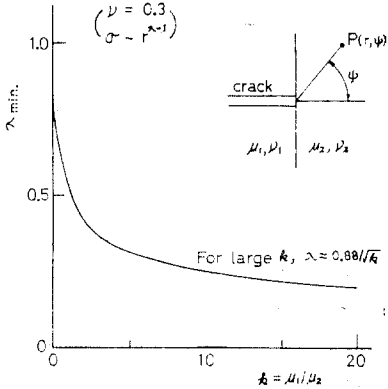
Williams는 應力擴大係數 K 에 對한 言及은 하지 않았으나, 龜裂先端의 應力場解析은 G.R. Irwin²⁾과 거의 同時이고, 固有函數展開方法으로 龜裂先端應力場의 特異성이 $r^{-1/2}$ 에 依存함을 解析한 바 있으며³⁾, 異材結合境界와 關聯된 龜裂先端應力場解析으로는 위의 例가 처음이어서 複合材料破壞研究에 있어서 그 意義는 크다 하겠다.

Williams는 이어서, 異材結合境界에 垂直인 龜裂先端應力場을 解析하고⁴⁾, 여기에서도 應力場의 特異성을 固有值로 나타내면서, 最小 固有值 λ_{\min} (特異性的의 세기는 $\lambda_m - 1$ 로 하고)은 結合兩素材의 各各의 剪斷彈性係數의 比에 依存한다고 했다. 이 解析에서의 結論을 要約하면 다음과 같다.

(1) 應力場의 表示式의 最低次數項은 $\sigma \sim r^{(\lambda-1)}$ 이 되고, λ 의 값은 $0 < \lambda < 1$ 의 範圍에서 變化하고, 均質材에서와는 달리 $\sigma \sim r^{-1/2}$ 라는 固定된 表現은 못하게 된다.

(2) λ 의 變化는 그림 3과 같다.

(3) 剛성이 큰 材料(또는 彈性係數가 큰 材料) 中에 龜裂이 있을 때에는 剛성이 작은(또는 彈性係數가 작은) 材料와의 結合境界에서의 龜裂先端應力場의 特異性的의 세기 $(\lambda-1)$ 은



$$f(\lambda, \alpha, \beta) = 0$$

$$\alpha = \frac{k-1}{4(1-\sigma_1)}, \quad \beta = \frac{1-\sigma_2}{1-\sigma_1} k$$

$$k = \mu_1/\mu_2, \quad \mu_i : \text{shear modulii}$$

$$\sigma_i = \nu_i/(1+\nu_i), \quad \text{plane stress condition}$$

$$k : \text{bimaterial const.}$$

그림 2. 최소고유치와 異材常數(A.R. Zak and M.L. Williams)

-1/3보다 增加하고, 그 反對의 경우엔 -1/2보다 減少한다.

- (4) 龜 先端應力場의 세기를 나타내는 파라미터 λ 는, 結合兩素材에 걸치는 第3의 材料特性을 나타내는 파라미터, 즉, 異材常數 (bimaterial constant)에 依存한다. 이 경우 異材常數 k 는 다음과 같이 定義한다.

$$k = \mu_1/\mu_2, \quad \mu_1, \mu_2 \text{는 兩素材의 剪斷彈性係數} \quad (4)$$

- (5) 이 경우의 λ 의 最小値는 實部만으로 表示되고 따라서 境界上에서 境界에 沿해서 있는 균열의 경우와는 달리, 振動性의 應力場은 形成되지 않는다.

以上이 Williams 등의 研究例인데, 이들은 破壞力學的인 파라미터인 應力擴大係數 K 에는 言하지 않았으나, 균열先端의 彈性應力場의 特異性을 다른 點에서 結論의 妥當性 與否보다는 몇 가지 點에서 그 意義가 크다고 보겠다.

(1) 複合材料의 破壞에 있어서의 彈性力學的인 解析을 試圖했다는 點.

(2) 複合材料破壞를 力學的으로 다룸에 있어

서의 균열-異材結合境界 模型을 提示했다는 點.

- (3) 均質材에서 定着된 龜裂先端應力場의 特異性 $r^{-1/2}$ 에 疑問을 提起한 點.

- (4) 균열先端應力場의 振動解라든가, 異材常數의 導入試圖 등을 發表한 點.

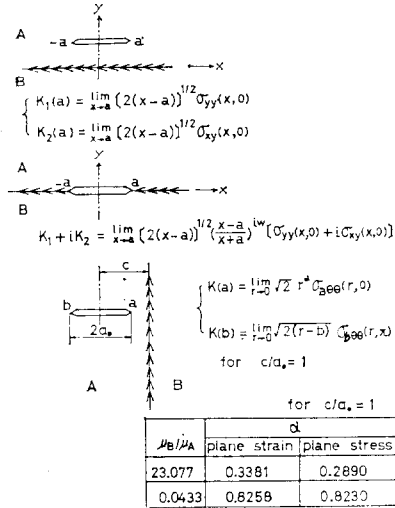
- (5) 균열先端應力場의 特異性을 $r^{-1/2}$ 로 表示한 것은 結局 破壞力學的인 應力擴大係數 K 로 表示됨을 말하고, 異材境界와 關聯된 균열 問題를 破壞力學的으로 解析될 수 있음을 나타낸 點, 등.

複合材料의 破壞問題를 破壞力學的으로 應力擴大係數 K 를 導入해서 體系의 研究한 것은 F. Erdogan 과 그 共同研究者들⁵⁾⁻¹²⁾이 最初가 되겠다. 이들은 그림 2에서와 같은 各種 균열-異材境界 模型에 對해서 균열先端彈性應力場을 解析하고, 應力擴大係數 K 를 求했다. 應力解析에는 주로 積分方程式과 Mellin 變換法 등을 쓰고 있다. 그림 2의 균열-異材境界 模型들은 아주 多樣해서 一般의 으로 생각될 수 있는 거의 모든 異材結合材 破壞模型을 網羅한다고 하겠다. 특히 c), d), h) 등은 實際的인 結合(結合方法 如何에 關係없이)에서 必然的으로 形成되는 第3의 層인 結合層을 考慮한 것이 되겠고, f)나 g) 같은 模型에 對한 着想도 뜻 있는 것이라 하겠다. 一連의 體系의 研究를 整理하면서 Erdogan 은 다음과 같이 綜合했다.¹³⁾

- (1) 균열이 結合境界(直線狀)에 平行으로 있거나 境界上에 沿해서 있을 때의 균열先端應力場은 $r^{-1/2}$ 의 特異性을 갖고며, 따라서 應力擴大係數 K 는 均質材에서와 같은 次元인 $[FL^{-3/2}]$ 로 表示된다.¹³⁾

- (2) 균열이 異材結合境界에 垂直으로 있고, 균열先端이 境界로부터 떨어져 있을 때에는 균열이 境界를 通過하고 난 뒤도 包含해서, 균열先端의 應力場은 均質材에서와 똑같은 $r^{-1/2}$ 의 特異性을 갖고, 또한 應力擴大係數 K 도, 均質材에서와 똑같은 次元으로 定義된다.

- (3) 균열이 결합境界에 垂直으로 있고, 그 先端이 境界上에 와 있을 때에는 균열先端應力擴大係數 K 가 一義적으로 定義되지 못하고, 均質材에서 K 가 $a^{1/2}$ (a : 균열길이)로 表示되는데 反해서 이 경우엔 a^α 로 表示된다. a 의 指數 α 는 $0 < \alpha < 1$ 의 範圍에서 結合兩素材의 彈性係數의 比만으로 決定된다.
- (4) 異材結合境界에 垂直인 균열은 兩素材中에서는 直進하겠으나, 結合境界에 균열先端이 到達한 뒤에는 直進이나 屈折, 反射의 可能性도 있다.



μ : 전단 탄성계수
그림 4. 複合材의 K 解析

이들의 應力解析, K 解析의 概況을 說明하는 것이 그림 4이다. Erdogan 등의 K 解析例를 좀

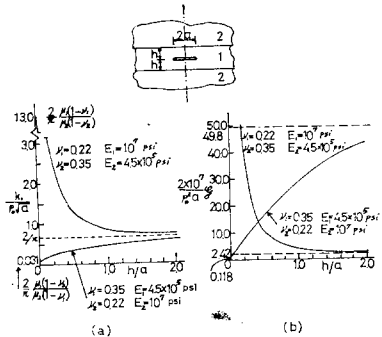
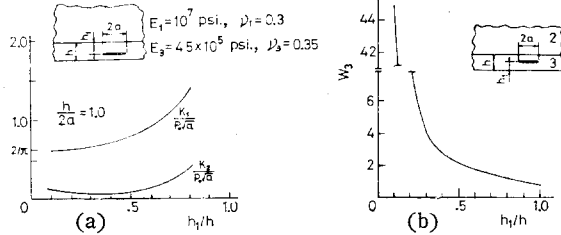


그림 5. 應力 확대 계수와 변형에너지 방출률 對 h/a

더 具體적으로 例示해보기로 하다.

그림 5는 同種板材를 結合할 때 形成되는 第 3層內에 結合境界에 平行으로 있는 균열에 結合境界에 平行으로 있는 균열에 對한 無次元應力擴大係數 $\frac{k_1}{p_0 \sqrt{a}}$ 와 無次元(strain energy release rate) G 와를 h/a (h : 第 3層幅, a : 균열半長)의 函數로 나타낸 것으로 結合兩素材에는 $E_1=10^7$ psi, $\nu_1=0.22$ 의 Al板材와 $E_2=4.5 \times 10^5$ psi, $\nu_2=0.35$ 의 에폭시板材를 假想했다. Erdogan은 뒤에 참고문헌 13에서 $h/a \rightarrow \infty$ 에서의 $k_1/p_0 \sqrt{a}$ 의 값을 $\frac{2}{\pi}$ 에서 1.0으로 修正發表했다.

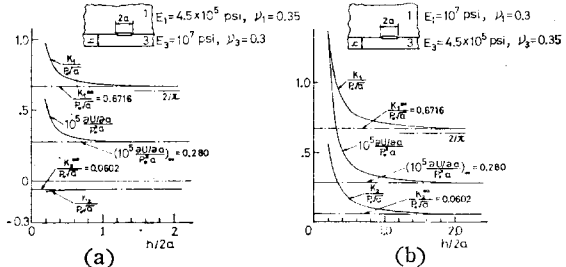
그림 6은 異材結合境界에 平行인 균열에 對



- (a) 탄성층이 반무한체에 결합된 경우의 應力 확대 계수
(b) 변형에너지 방출률 對 h_1/h ($h/2a=1$ 일때)
2: 알루미늄 3: 에폭시

그림 6. K 解析-경계에 평행인 균열

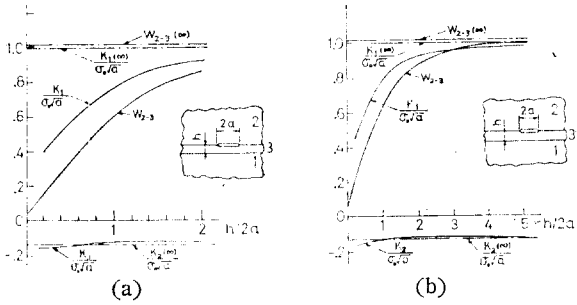
한 k_1 , k_2 와 W (변형에너지 방출률) 解析例이고 (그림 5의 경우와 같은 異材結合材), 그림 7, 그림 8은 結合境界上에 境界에 沿해 있는 균열



- (a) 동전모양의 경계면 균열에 대한 應力 확대 계수와 변형에너지 방출률
1: 에폭시 3: 알루미늄
(b) 동전모양의 경계면 균열에 대한 應力 확대 계수와 변형에너지 방출률
1: 알루미늄 3: 에폭시

그림 7. K 解析-균열이 경계에 따르는 경우

複合材料의 破壞에 對한 破壞力學的 Approach(I)



(a) $K, W-h/2a$ 관계
1: 鋼 2: 알루미늄 3: 에폭시
 K : 응력확대 계수 W : 변형에너지 방출률

(b) $K, W-h/2a$ 관계
1: 알루미늄 2: 알루미늄 3: 에폭시
 K : 응력확대 계수 W : 변형에너지 방출률

그림 8. K 解析-균열이 경계면을 따르는 경우에 對한 解析例이다. 그림 5~8에서의 異材素材는 모두 그림 5에서와 같다.

그림 5~8들의 內容이 妥當性을 갖느냐 하는 點에 對해서는 論難의 여지가 있으나, Erdogan 들의 이러한(境界에 平行이거나 그 위에 沿해 있는 均열들) 解析에서 注目할 點은 應力擴大係數 K 가 均質材에서와 똑 같이 定義되고, 그 次元이 $[FL^{-3/2}]$ 이라는 것일 것이다.

Erdogan들은 다시 均열이 異材結合境界線(面)에 直角으로 있는 여러 경우에 對해서 應力擴大係數 K 를 解析했고, 그 中에서 代表的인 것이

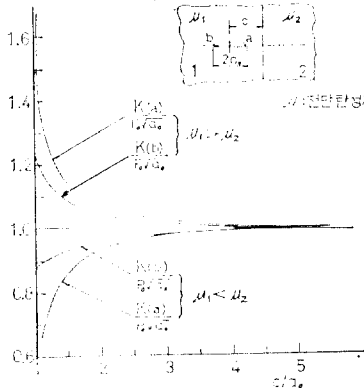


그림 9. K 解析(erdogan)

그림 9로 說明된다. 그림 9에서 볼 수 있는 K (正確하게는 無次元應力擴大係數, 즉 K 의 修正函數) 解析의 主要點은 다음과 같다.

(1) 均열先端應力擴大係數 K 는 均열先端이

異材結合境界에서 떨어져 있을 때엔 均質材에서와 같이 $[FL^{-3/2}]$ 의 次元을 갖는다.

(2) 均열先端이 結合境界에서 充分히 멀리 떨어져 있을 때엔 均質材에서 使用되는 K 計算式의 近似的인 適用도 可能하다.

(3) 彈性係數 μ_1 의 材料中の 均열先端이 彈性係數 μ_2 의 材料와의 異材結合境界에 接近해 갈 때, $\mu_1/\mu_2 > 1$ 이면 K 는 急増하고, $\mu_1/\mu_2 < 1$ 이면 K 는 急減한다.

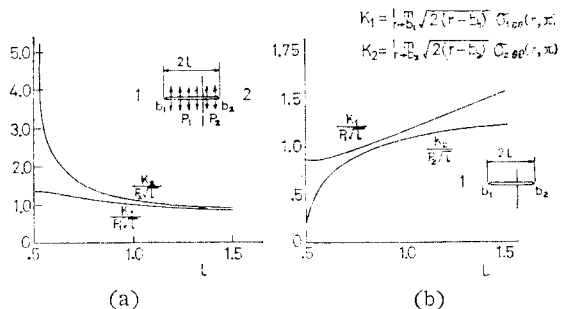
(4) 均열先端이 境界에 到達했을 때의 K 에 對해서는 均質材에서의 K 와는 判異하고, 次元은 不分明하다. b 端에서의 $k_{(b)}$ 는 分明히 均質材에서와 같은 次元을 갖는데 反해서, a 端, 즉, 境界에 到達한 均열先端의 $k_{(a)}$ 는 다음과 같이 表示했다.

$$k_{(a)} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2} r^{\alpha} \sigma_{2\theta\theta}(r, 0) \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} (5) \text{式에서 } \mu_1 = \mu_2 \text{ 이면 } \alpha &= \frac{1}{2} \\ \mu_1 > \mu_2 \text{ 이면 } \frac{1}{2} < \alpha < 1 \\ \mu_1 < \mu_2 \text{ 이면 } 0 < \alpha < \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

과 같이 되고, $c \rightarrow a_0$ 에서 $k_{(a)} \rightarrow 0$ ($\mu_1 < \mu_2$), $c \rightarrow a_0$ 에서 $k_{(a)} \rightarrow \infty$ ($\mu_1 > \mu_2$)가 된다고 했다.

Erdogan들은 均열이 異材結合境界를 垂直으로 通過해서 均열이 結合兩素材에 걸쳐 있는 狀



(a) 均열이 境界면을 貫通하는 경우의 應力擴大 계수
1: 알루미늄 2: 에폭시
 $b_1=1, 2l=b_1+b_2, P_1/P_2=E_1/E_2$

(b) 均열이 境界면을 貫通하는 경우의 應力擴大 계수
1: 에폭시 2: 알루미늄
 $b_1=1, 2l=b_1+b_2, P_1, P_2$: 均열면 압력

그림 10. K 解析-均열이 境界면을 貫通하는 경우

講 座

態에서의 균열兩先端의 應力擴大係數를 解析해서 그림 10을 發表했다. 이 경우, K 는 均質材에서와 같은 次元으로 定義된다.

Erdogan 등은 다시 異材結合境界에 斜角으로 있는 균열에 對해서 應力擴大係數 K 解析을 해서 그림 11을 發表했다. 이 경우엔 均열先端이

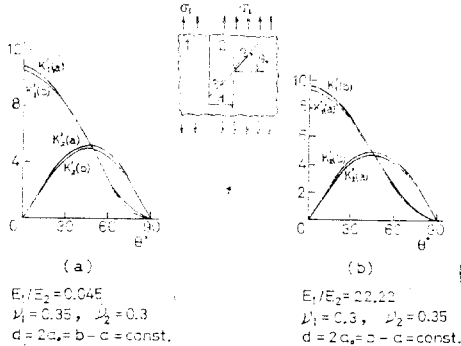


그림 11. K 解析-균열이 경계면과 경사진 경우

異材結合境界와 떨어져 있기 때문에 모드 I, II 모두 K 의 次元은 均質材에서의 것과 다를 바가 없겠다. 그림 11에서는 $\theta=0$, 즉, 균열이 境界에 直角일 때에 K_1 이 最大値를 나타내고, $\theta=45^\circ$ 일 때에 K_2 (모드 II 균열의 應力擴大係數)의 最大値가 나타나며, 이러한 舉動은 結合兩素材의 彈性係數의 比에 關係없이 나타남을 알 수가 있다.

Erdogan 등은 그림 9의 K 解析에 앞서서 그림 12와 같은 均열先端彈性應力場解析을 하고 있다. 그림 12에서의 解析이 가리키는 內容은 例컨데 다음과 같다. 彈性係數 μ 가 큰 材料 속의 均열이, 彈性係數 μ 가 작은 材料와의 結合境

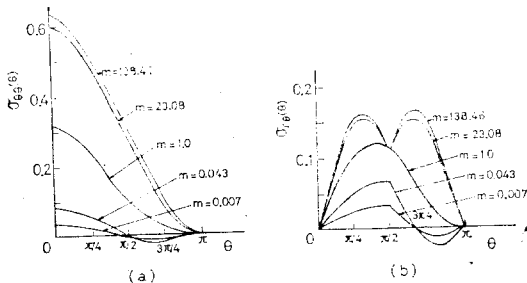


그림 12. 경계면 근처의 균열선단 응력해석(Erdogan) $m=\mu_2/\mu_1$, μ : 전단탄성계수

界에 直角으로 到達했을 때($m=\mu_1/\mu_2 > 0$), $\theta=0$ 方向의 σ_{00} 은 θ 의 다른 어떤 方向의 σ_{00} 및 $\sigma_{r\theta}$ 의 값보다 크고 反面 $\sigma_{r\theta}$ 는 0이 되어 均열은 直進할 것이 期待된다. 그러나 그 反對의 경우 즉, $m=\mu_1/\mu_2 < 1$ 인 경우에는 $\theta=0$ 에서의 σ_{00} 보다 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 에서의 $\sigma_{r\theta}$ 의 값이 더 크기 때문에 境界에 따라서 均열이 進行하는 直角으로 屈折하는 즉, 結合境界를 가르는(debonding) 方向으로 均열이 進行하는 경우도 豫想된다. 그림 12는 異材結合材의 疲勞均열舉動의 研究에 좋은 參考가 될 것이다.

以上, Erdogan 등의 K 解析을 要約해보았는데 그 以前의 어느 研究보다도 複合材料에서의 均열을 多樣하게 또한 가장 깊게 破壞力學的으로 研究한 것이어서, 그 解析結果의 重要性은 매우 크다고 보아야겠다. 그러나 決코 論難의 여지가 없는 것은 아니고, 첫째, 모든 解析이 無限板 또는 半無限板에서의 그나마도 2次元의인 解析이기 때문에 그대로 實際結合材料에 適用하는데는 問題가 있겠다. Erdogan 들의 研究가 提起한 問題點들을 要約해 본다.

- (1) 異材結合境界에 平行인 均열의 應力擴大係數가 均質材에서와 똑 같이 定義됨을 發表했으나, 結合兩素材의 彈性係數의 影響을 具體적으로 나타내지는 못했으며, 彈性係數 以外의 機械的性質의 介入素地에 對한 言及도 없었다.
- (2) 異材結合境界上에서 境界에 沿해 있는 均열의 應力擴大係數 K 를 均質材에서와 똑 같은 次元의 量으로 表示했으나, 結合兩素材의 彈性係數가 어떻게 K 에 關與하는가에 對한 具體的인 表示는 못하고 있다.
- (3) 異材結合境界에 垂直인 均열에 對한 應力擴大係數解析에서 均열先端이 境界에 極히 가깝게 接近할 때 K (正確하게는 $k/p_0 \sqrt{a}$, 즉, 修正函數)가 急增 또는 急減한다고 했는데, 또 이러한 K 變動舉動이 結合境界兩쪽 素材의 彈性係數의 比에 依存한다고 했는데, 定量的인 데이터의 提示나 現實的으

複合材料의 破壞에 對한 破壞力學的 Approach (I)

로 結合材에 適用시킬 수 있는 表式의 提案이 아쉽다.

(4) 異材結合境界에 垂直인 균열의 先端이 結合境界에 接近할 때나 境界에 到達했을 때의 K 舉動은 實際의 複合材料에 있어서의 破壞의 傳播라는 問題나 또한 學問的인 問題(彈性學的인)의 兩面에서 다 같이 큰 興味の 對象도 되고, 아울러 가장 切實한 問題가 되겠는데, 結合 兩素材의 彈性係數의 比에 따라 K 가 急增한다든가, 急減한다든가 또는 K 의 定義가 不確實하다든가 하는 등의 性向提示를 한 點 만으로도 劃期的이라 할 수 있지만, 균열先端에 形成될 것이 確實한 塑性域의 크기나 形態가 彈性的으로 相異한 性質을 갖는 兩素材에 걸쳐서 어떻게 나타날 것인가 하는 등의 檢討를 兼해서 이들의 性

向提案에 對한 뒷받침的인 研究가 아쉽다.

(5) 異材結合境界에 균열의 한 先端이 와 있을 때, 應力擴大係數 K 가 (5)式과 같이 $K \propto r^\alpha$ 으로 表示되고 α 의 값이 $0 < \alpha < 1$ 의 領域에서 變動한다는 것은 앞서의 Williams 등의 應力解析結果, 즉, $\sigma \propto r^{-\alpha}$ 와 $0 < \alpha < 1$ 을 反證하는 것이 되는데, 이렇게 定義되는 K 에 무슨 意味가 있을까? K 의 次元이 均質材에서의 것과 다를 뿐 아니라, 一定한 次元을 갖지 못하고, 材料의 配合에 따라 달라진다는 것은 K 가 定義될 수 없다는 것을 意味하는 것일까?

複合材料의 破壞에서 應力擴大係數 K 를 解析하고자 Sih 등^{15)~18)}도 일찍부터 試圖해 왔다. Sih 등의 研究中에서 代表的인 例를 그림 13에 紹介하겠다. Sih et al¹⁸⁾은 帶板(μ_1, ν_1 , 幅: $2h$)

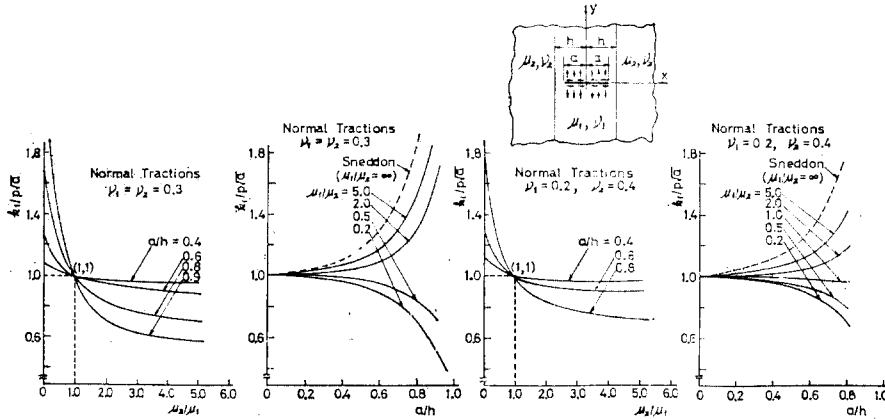


그림 13. 결합재료의 균열해석(Sih, et al)

의 兩쪽에 半無限板材(μ_2, ν_2)가 結合되어 있고, 길이 $2a$ 의 균열이 帶板內에 結合境界와 α 角度로 놓여 있을 때의 應力擴大係數 K 를 計算해서 그림 13을 發表한 것이다. 여기에서 이들이 求한 K 의 式은 다음과 같다.

$$k_1(\alpha) = \frac{k_1^{(1)} + k_2^{(2)}}{2} + \frac{k_1^{(1)} - k_1^{(2)}}{2} \cos 2\alpha \quad (7)$$

$$\begin{cases} k_1^{(1)} : \alpha = 0^\circ, p = \sigma_y^\infty \\ k_1^{(2)} : \alpha = 90^\circ, p = \sigma_x^\infty \end{cases}$$

(7)式에 對해서는 $h/a \rightarrow \infty$ 에서 正確하나, 그 밖의 경우에는 精度가 떨어진다고 이들은 말하고 있다. 물론, $\mu_1 = \mu_2, \nu_1 = \nu_2$ 에서는 正確하다.

複合材料의 應力擴大係數 K 解析에 있어서 큰 몫을 차지하고 있는 것은 上記의 研究 外에 M. Isida의 研究가 되겠다. 그림 14는 Isida의 K 解析結果^{19, 20)}이다. Isida는 Erdogan이나 Sih 등과는 달리 彈性係數와 두께가 함께 다른 異材結合材에서의 應力擴大係數를 解析했고, 또한, 균열이 모두 結合境界에 直角으로 位置하며, 다른 研究者들이 균열先端의 彈性應力場解析을 先

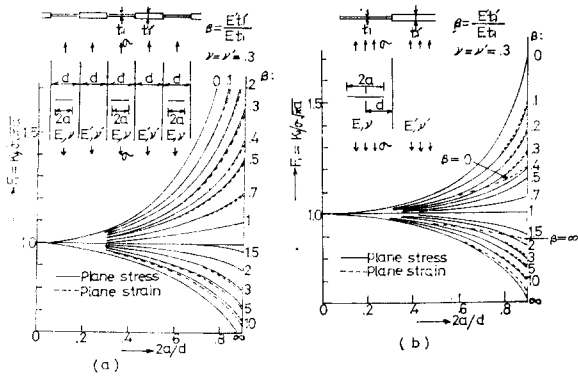


그림 14. Isida의 해석

行시키는데 반하여 균열先端이 結合境界에 떨어져 있는 限, 즉, 균열이 結合兩素材의 어느 한 쪽에 位置하는 限, 應力擴大係數 K 는 均質材에서와 같은 次元의 量으로 定義될 수 있음을 前提로, 다만 結合境界의 影響, 즉, 修正函數 만을 求한 것이다. Isida의 K 해석 結果는 앞서의 Erdogan의 解析結果와 性向面에서 類似點이 많고, 나아가서는 複合材料의 破壞舉動을 破壞力學的으로 解析함에 있어서 重大한 意味를 갖는 力學的인 시뮬레이션의 可能性 까지도 提議해 주고 있어 그 成果를 높이 認定받고 있다.

Erdogan과 Isida의 解析結果中 代表的인 것 을 對比시켜 본 것이 그림 15이다. 兩者의 解析을 比較해 보겠다.

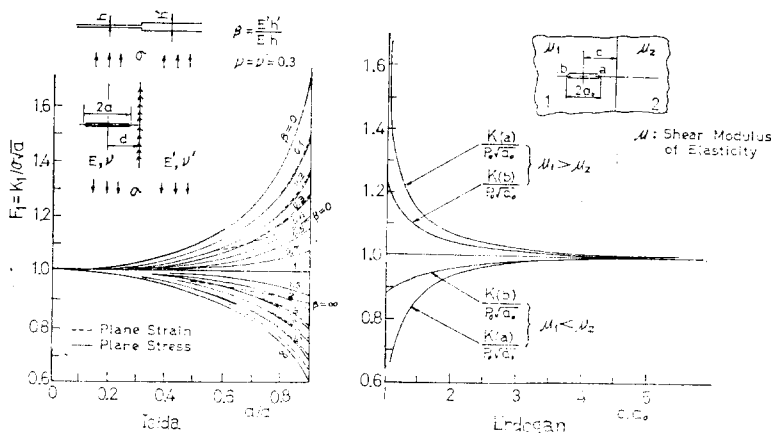


그림 15. 응력확대계수 解析

(1) Isida는 彈性係數와 두께의 相點比 $\beta = E'h'/Eh$ (이 경우, 結合境界에서 彈性係數와 두께가 다 같이 不連續의으로 變化한다)에 對해서 $k_1/\sigma\sqrt{a}$ 를 解析했고, Erdogan은 彈性係數의 比 μ_1/μ_2 만으로 $k_1/p_0\sqrt{a_0}$ 을 解析했는데, Isida는 平均應력, 平均변형률의 두 狀態를 考慮했다.

(2) Erdogan은 균열先端이 境界에 아주 近接할 때 ($c/a_0 \rightarrow 1$)의 K 까지 解析했는데 反해, Isida는 균열先端과 異材結合境界間의 거리가 相當히 남아 있는 領域 ($a/d = 0.9$)까지만 解析하고 있다.

(3) 彈性係數 (E, μ)가 큰 材料中의 균열先端이 彈性係數가 보다 작은 材料와의 結合境界에 直角으로 接近할때는 그 균열先端의 應力擴大係數 K (正確하게는 修正函數)는 增加하고, 그 反對의 경우에는 K 가 減少한다는 것은 兩者間에 一致한다.

(4) Erdogan은 한쌍의 材料 (Al과 Epoxy)에 對해서만 K 舉動을 解析했는데, Isida는 $\beta = E'h'/Eh \leq 1$ 의 多樣한 異材配合에 對해서 解析하면서 $\beta \rightarrow 0$ 와 $\beta \rightarrow \infty$ 의 경우까지도 나타냈다. 同時에 $E'h'$ 와 Eh 의 差가 클수록 K 의 增加·減少의 程度가 커지기도 하고, 또 境界에서 더 멀리 떨어진 곳부터 그 影響이 나타남을 報告하고 있다.

(5) Erdogan이나 Isida는 다 같이 μ 가 같은 同種 材料나 Eh 가 같은 材料 끼리를 結合(接合)시켰을 때는 K 의 表示가 均質·均厚板材에서의 表示와 같음을 말하고 있다.

(6) Isida의 解에서는 彈性係數의 比와 板두께의 比와를, K 의 變動舉動에 對하여는 等價로 보고 있고, 따라서 $h = h'$ 일 때의

복합재료의破壊에對한破壊力學的 Approach(I)

E'/E 와, $E=E'$ 일 때의 h'/h 에對한應力擴大係數 K 는 같다고 했다.

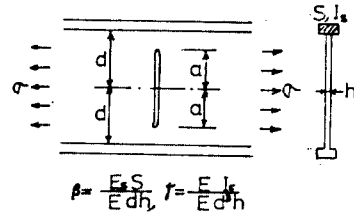
(7) Isida 의 解는 無限遠에서의 分布荷重 σ 로 Erdogan 의 解는 均열表面壓 p_0 로 荷重條件을 잡고 있다.

(8) Erdogan 이나 Isida 는 다 같이 $\mu_1/\mu_2 > 0$ 이면 $c/a_0 > 1$ 의 全領域에서, $\beta = E'h'/Eh < 1$ 이면 $0 < a/d < 0.9$ 의 全領域에서 K 의 修正函數인 $F_1 = k_1/\sigma\sqrt{a}$ 또는 $k_1/p_0\sqrt{a}$ 가 各各 1 보다 크고, 力學的인 條件이 그 反對인 경우에 1 보다 작다고 했다.

(9) Isida, Erdogan 은 다같이 結合境界의 3次元的인 考慮는 하지 않고 있으며 또한, 境界의 彈性力學的 條件만으로 解를 求하고 있는 反面, 境界나 그 前後의 材料의 組織 등의 非力學的인 因子의 介入은 考慮를 하지 않았다.

(10) Isida 는 均열先端이 結合境界의 아주 가까이 즉, $a/d = 0.9 \sim 1.0$ 間의 K 解析은 처음 더 포기했고, 물론 均열先端이 境界에 到達했을 때의 K 에는 손대지 않았는데, Erdogan 은 均열先端이 境界에 接近할 때는 ($c/a_0 \rightarrow 1$) K (正確하게는 $k_1/p_0\sqrt{a_0}$) 가 $K \rightarrow \infty$ 또는 $K \rightarrow 0$ 이 된다고 하고, $c/a_0 = 1$, 즉, 均열先端이 境界上에 到達했을 때는 K 가 一義的으로 定義되지 않는다고 했다.

Isida 는 Erdogan et al 과는 달리 境界에 垂直이고, 또한 境界에 이르지 않는 均열에對해서만 應力擴大係數 K 解析을 하고 있으나, 두께가 不連續的으로 다른 境界問題를 다루어, 이른바 補強構造物의 破壞問題의 破壞力學的인 解析을 試圖하고 있다.²¹⁾ 그 一例를 그림 16에 提示한다. Isida 의 K 解析方法은 等角寫像(conformal mapping), 로렌스급수 전개(Laurent series expansion) 그리고 collocation method 의 順으로 이루어져 있다. 한편 Erdogan et al 은 異材結合境界와 關聯된 各種의 均열의 應力解析과 應力擴大係數解析에 主로 Green 函數를 많이 썼고, Mellin 變換과 逆 Mellin 變換 등, 各種 積分變換



$$\beta = \frac{E'h}{Ecd}, \quad \tau = \frac{E'h}{Ecd}$$

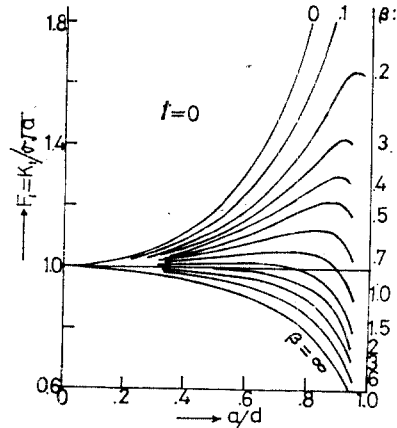


그림 16. 보강판에 대한 Isida 의 解析

法을 驅使해서 解를 求하고 있다. Erdogan 등의 解析例는 참고문헌에 列擧한 것 외에도 多數의 結果를 積어 둔다.

均열과 異材結合境界와 關聯된 均열先端의 應力解析은 以上の 例 외에도 Dislocation Pile-Up Theory 로 解析한 例 들어 있고^{22)~24)} 異材結合境界에 垂直으로 있는 均열의 K 解析을 有限要素法(FEM)으로 解析한 例들도 있다^{25)~27)} 또, 이 밖에도 異材結合境界均열(境界上에 均열의 兩端이 있는 直線龜裂이나, 境界上에 均열의 一端이 와 있는 直角均열 등)에對한 應力擴大係數解析 試圖例는 多數 있다.^{28)~41)}

以上, 異材結合境界와 關聯된 均열先端의 應力解析과 應力擴大係數解析을 훑어보았는데, 이들의 解析試圖를 要約해서 境界均열을 破壞力學(LEFM)의 으로 다룸에 있어서 特別重要하리라 생각되는 問題點들中, 主要點을 간추려 보면 다음과 같다.

(1) 現在까지의 破壞力學的 知識으로 異材結合境界의 破壞問題를 完全히 解明하는 것은 不可能하나, 部分的으로는 그리고 定性的의

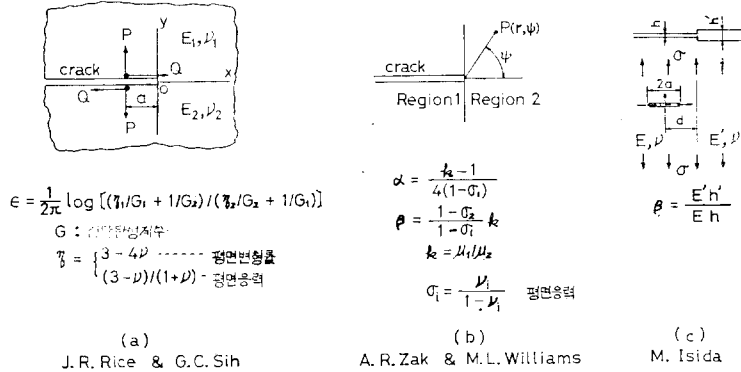


그림 17. 異材常數

로는 解析이 可能하다고 볼 수 있겠다.

- (2) 異材結合境界에 균열先端이 位置해 있는 이른바 境界균열에 對한 破壞力學的인 解析이 가장 어렵고, 이러한 問題의 경우에 破壞力學的인 解析方法이 有效하게 導入될 수 있는 것인지에 對해서도 아직은 分明치가 못하다 하겠다.
- (3) 異材結合材에서의 균열問題를 破壞力學的으로 解析함에 있어서 不連續境界의 影響을 異材常數라는 境界雙方素材의 彈性力學的의 性質을 配合한 量으로 表示한 點은 여러 解析者間에 一致하고는 있으나, 異材常數自體의 一義的인 表現의 可能性에는 아직 問題가 있다고 보겠다(그림 17 參照).
- (4) 異材結合材의 破壞問題를 破壞力學的으로 解析하는데 있어서 結合境界의 影響으로서 異材常數以外的 要因의 存在可能性은 考慮되어 있지않다.
- (5) 지금까지의 이 分野의 研究가 異材結合境界를 갖는 無限板 또는 半無限板에 對해서 主로 이루어져 있어 實在의 複合材料나 異材結合材料에서의 破壞問題를 定性的으로 다루는 데는 參考가 되나 定量的 解析에는 아직 不充分하다고 보겠다.

참고 문헌

[1] M.L. Williams, "The Stresses Around a Fault or Crack in Dissimilar Media," Bulletin of the

[2] G.R. Irwin, "Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate," J. Appl. Mech., Vol. 24, Trans. ASME, Vol. 79, p.361, 1957.

[3] M.L. Williams, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack," J. Appl. Mech., Vol. 24, Trans. ASME, Vol. 79, pp.109~114, 1957.

[4] A.R.Zak and M.L. Williams, "Crack Point Stress Singularities at a Bimaterial Interface," Trans. ASME, E-30-1, pp.142~143, 1963.

[5] F. Erdogan, "Stress Distribution in a Nonhomogeneous Elastic Plane With Cracks," Trans. ASME, E-30-2, pp.232~236, 1963.

[6] F.Erdogan, "Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials With Crack," Trans. ASME, E-32-2, pp.403~410, 1965.

[7] F.Erdogan and T.Ozbek, "Stress in Fiber-Reinforced Composites With Imperfect Bonding," Trans. ASME, E-36-4, pp.865~869, 1969.

[8] F. Erdogan, "Elastic-Plastic Anti-Plane Problems for Bonded Dissimilar Media Containing Cracks and Cavities," Int. J. Solids Structures, Vol. 2, pp.447~465, 1966.

[9] F. Erdogan and G.D. Gupta, "Layered Composites with an Interface Flaw," Int. J. Solids Structures, Vol. 7, pp.1098~1107, 1971.

[10] K. Arin and F. Erdogan, "Penny-Shaped Crack In An Elastic Layer Bonded To Dissimilar Half

- Spaces," Int. J. Eng. Sci., Vol. 9, pp. 213~232, 1971.
- [11] T.S. Cook and F. Erdogan, "Stresses In Bonded Materials With A Crack Perpendicular To The Interface," Int. J. Eng. Sci., Vol. 10, pp. 677~697, 1972.
- [12] F. Erdogan and V. Bricikoglu, "Two Bonded Half Planes With A Crack Going Through The Interface," Int. J. Eng. Sci., Vol. 11, pp. 745~766, 1973.
- [13] F. Erdogan, "Fracture Problems In Composite Materials," Eng. F.M., Vol. 4, pp. 811~840, 1972.
- [14] F. Erdogan and O. Aksogan, "Bonded Half Planes Containing An Arbitrarily Oriented Crack," Int. J. Solids Structures, Vol. 10, pp. 569~585, 1974.
- [15] G.C. Sih and J.R. Rice, "The Bending of Plates of Dissimilar Materials With Cracks," Trans. ASME, E-31-3, pp. 477~482, 1964.
- [16] J.R. Rice and G.C. Sih, "Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media," Trans. ASME, E-32-2, pp. 418~423, 1965.
- [17] J.F. Loeber and G.C. Sih, "Green's Function for Cracks in Nonhomogeneous Materials," Trans. ASME, E-34-1, pp. 240~243, 1967.
- [18] P.D. Hilton and G.C. Sih, "A Laminate Composite With a Crack Normal to the Interface," Int. J. Solids Structures, Vol. 7, pp. 913~930, 1971.
- [19] M. Isida, "On the Determination of Stress Intensity Factors for Some Common Structural Problems," Eng. F.M., Vol. 2, pp. 61~79, 1970.
- [20] M. Isida, "Method of Laurent Series Expansion for Internal Crack Problems," in 'Mechanics of Fracture, Vol. 1, Edited by G.C. Sih, Noordhoff International Publishing, Leyden, pp. 56~130, 1973.
- [21] Ibid.
- [22] C. Atkinson, "The Interaction Between a Crack and an Inclusion," Int. J. Eng. Sci., Vol. 10, No. 2, pp. 127~136, 1972.
- [23] C. Atkinson, "On Dislocation Densities and Stress Singularities Associated With Cracks and Pile-Ups in Inhomogeneous Media," Int. J. Eng. Sci., Vol. 11, No. 1, pp. 45~71, 1973.
- [24] J. Dundurs and T.S. Mura, "Interaction Between an Edge Dislocation and a Circular Inclusion," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 12, pp. 177~189, 1964.
- [25] 山本, 徳田, "板構造物中のクラック應力擴大係數の有限要素法による解析法," 日本造船學會論文集, Vol. 130, pp. 221~235, 1971.
- [26] R.K. Leverenz, "A Finite Element Stress Analysis of a Crack in a Bi-Material Plate," Int. J.F.M., Vol. 8, No. 3, pp. 311~324, 1972.
- [27] Kuen-Yuan Lin, "The Stress Intensity of a Crack at an Interface Between Two Materials," AFOSR TR 73-1917, 1973.
- [28] 北川, 結城, 神原, "異材境界を横切る有限板中のき裂の應力擴大係數." 日本機械學會 關西支部 第239回講演論文集, pp. 17~24, 1978.
- [29] 梁源鎬, 崔鎔混, "異材結合界面近傍에서의 Crack-tip Stress Intensity Factor(1)", 成大科學技術研究, Vol. 3, pp. 43~54, 1975.
- [30] 梁源鎬, "變厚境界面近傍에서의 Crack-tip Stress Intensity Factor(1)", 成大科學技術研究, Vol. 7, pp. 51~62, 1979.
- [31] Maria Comminou and D. Schmueser, "The Interface Crack in a Combined Tension-Compression and Shear Field," J. Appl. Mech., Vol. 46, Trans. ASME, pp. 345~348, 1979.
- [32] S.S. Wang, "An Analysis of Delamination in Angle-Ply Fiber-Reinforced Composites," J. Appl. Mech., Vol. 47, Trans. ASME, pp. 64~70, 1980.
- [33] A.F. Mak, et al, "A No-Slip Interface Crack," J. Appl. Mech., Vol. 47, Trans. ASME, pp. 347~350, 1980.
- [34] G.C. Sih and E.P. Chen, "Normal and Shear Impact of Layered Composite With a Crack: Dynamic Stress Intensification," J. Appl. Mech., Vol. 47, Trans. ASME, pp. 351~358, 1980.
- [35] J. Tirosh, et al, "Fracture Criteria of Fibrous

Laminated Composites Under In-Plane Multidirectional Loading," J. Appl. Mech., Vol. 47, Trans ASME, pp.563~569, 1980.

[36] E.E. Gdoutos, "Determination of Stress Intensity Factors During Crack Arrest In Duplex Specimen," Int. J. Solids Structures, Vol. 17, pp. 683~685, 1981.

[37] E.P. Chen and G.C.Sih, "Stress Intensity Factor for A Three-Layered Plate With A Crack In The Center Layer," Eng. F.M., Vol. 14, pp.195~214, 1981.

[38] P.S. Theocaris and C.A. Stassinakis, "Complex Stress Intensity Factors at Tips of Cracks Along Interfaces of Dissimilar Media," Eng. F.M., Vol. 14, pp.363~372, 1981.

[39] S.H. Chen, L.M. Keer and J.D. Achenbach, "Steady Motion of a Crack Parallel to a Bond-Plane," Int. J. Eng. Sci., Vol. 18, pp.225~238, 1980.

[40] A.C. Garg, "Stress Distribution Near Periodic Cracks at the Interface of Two Bonded Dissimilar Orthotropic Half-Planes," Int. J. Eng. Sci., Vol. 19, pp.1101~1114, 1981.

[41] L.B. Sills and Y. Benveniste, "Steady State Propagation of a Mode III Interface Crack Between Dissimilar Viscoelastic Media," Int. J. Eng. Sci., Vol. 19, pp.1255~1268, 1981.



(33페이지에서 계속)

질 기준을 설정 관리해야 한다. 일반적인 용접 관리의 포인트는 그림 8 과 같다.

4. 結 論

이상과 같이 CO₂ 가스 아아크 용접 기술을 이용한 건설중장비 부품의 實用化가 가능하다.

성과를 말하면

1. 저렴한 자동용접의 實用化
2. 후관 자동용접의 치수관리기술 實用化
3. 로봇등의 省力化로 이전하기 전의 기술의 開發(비용면에서)
4. 자동용접의 용접조건 설정 등을 들 수가 있다. 앞으로의 現場에서의 용접시공의 方向으로 로봇등의 最新技術의 도입이 필요하나 비파괴 검사(N.D.T), 변형등의 기초연구가 선행되어야 상기의 용접설비 및 기술발전이 가능하다고 사료된다. CO₂ 용접의 품질은 특별한 경우를 제외하고는 보편적으로 양호한 품질을 얻을 수 있으나 熔滴移行에 있어 우수한 특성을 얻을 수 있

는 펄스아아크 방식, CO₂ 아아크 용접의 단점인 外風性能을 보완하는 용접토오치의 개발, 스패터 생성의 저하방법의 개발등으로 CO₂ 아아크 용접 기술은 날로 발전되리라 생각된다. 또한 앞으로 용접에 있어서 低에너지 使用, 적은 비용을 위한 작업설비 방법의 연구 및 개발, 작업환경 개선, 품질의 안정화를 위한 검토가 熔接기술자들에게 진지하게 논의되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. 熔接 Handbook
2. 熔接便覽(熔接 Manual 研究會)
3. 熔接便覽(日本 熔接學會)
4. Metals Handbook(Vol. 6)
5. 熔接技術(Vol. 29, No. 1, 1981.1)
6. 熔接技術(Vol. 29, No. 7, 1981.7)
7. 熔接技術(Vol. 29, No. 8, 1981.8)
8. 熔接技術(Vol. 28, No. 7, 1980.7)

