

<論 文>

障 碍 物 이 있 는 平 行 平 板 사 이 를 흐 르 는  
亂 流 流 動 의 熱 傳 達 解 析 †

徐 光 洙 \* · 崔 英 惇 \*\*

(1982年 4月 26日 接 受)

Numerical Analysis of Turbulent Heat Transfer on  
the Channel with Slat Type Blockage

Kwang Soo Suh and Young Don Choi

Abstract

Numerical analysis has been made on the heat transfer of two dimensional turbulent channel with a slat type blockage. Especially the effects of the height of slat and Reynolds number on the heat transfer characteristics of channel wall have been investigated.

The methods of accelerating the convergence of the numerical solution of governing differential equation have been also examined. Line-by-line iterative method shows higher convergence rate than point-by-point iterative method for solution of both momentum equation and energy equation. The results show that the ratio of heat transfer coefficient of the wall near the blockage to that of the fully developed flow increase with increasing the ratio of blockage to channel height and decreasing the Reynolds number. These trends of variation of heat transfer coefficient with respect to the height of slat and Reynolds number agree with those of Sparrow's experiment on the pipe flow with slat type blockage.

記 號 說 明

$D$  : van Driest 減衰函數

$G$  : 質量速度벡터

$\bar{h}$  : 單位 質量當 亂流平均停滯엔탈피

$H_b$  : 障 碍 物 의 高 이

$H_c$  : 平 行 平 板 사 이 의 高 이

$k$  : 亂流運動에너지

$l_m$  : 混 合 長 이

$N_s$  : 누셀트數

$p$  : 壓 力

$P_r$  : 프란틀數

$\dot{q}_w$  : 壁 面 의 熱 流 動 率

RBC : 障 碍 物 高 이 의 平 行 平 板 사 이 의 高 이 에 對 한  
比

$R_o$  : 레이놀즈數

$\bar{u}, \bar{v}$  : 亂流流動的 局所平均速度成分

$u', v'$  : 搖動速度成分

$\vec{V}$  : 速度벡터

$x, y$  : 直 角 座 標 系

$x^+, y^+$  : 無次元座標系

† 1981年度 大韓機械學會 秋季學術大會(1981. 11. 21)  
에 서 發 表

\* 正會員, 高麗大學校 大學院

\*\* 正會員, 高麗大學校 機械工學科

- $\delta_{0.99}$  : 境界層두께
- $\Gamma_{eff}$  : 等價擴散係數
- $\epsilon$  : 亂流運動에너지消滅率
- $\epsilon_H$  : 亂流熱擴散係數
- $\kappa$  : von-Karman 常數
- $\lambda$  : 一定混合길이모델常數
- $\lambda_T$  : 熱傳導係數
- $\mu$  : 層流粘性係數
- $\mu_T$  : 渦粘性係數
- $\nu$  : 層流動粘性係數
- $\nu_T$  : 亂流動粘性係數
- $\rho$  : 流體의 密度
- $\sigma_h$  : 等價프란틀數
- $\sigma_k$  : 亂流運動에너지 슈미트數
- $\sigma_\epsilon$  : 亂流運動에너지消滅率 슈미트數
- $\psi$  : 流動函數
- $\psi_0$  : 流動中心線의 流動函數
- $\omega$  : 渦度(Vorticity)

上添字

$Nt$  :  $Nt$  번째 反復計算數

下添字

$d$  : 下流

$u$  : 上流

### 1. 緒 論

채널을 통한 流動에 障礙物의 存在로 인하여 流動場이 部分的으로 變化되는 現象을 흔히 發見할 수 있다. 채널 속에 障礙物이 있으면 流動剝離現象과 再循環流動 그리고 再接合現象 등이 일어나, 채널의 流動特性

과 熱傳達特性이 크게 變化된다. 이와 같은 現象은 空氣調和機, 熱交換機, 冷凍機 등에서 흔히 發見되는 것이므로 이에 대한 專門的인 知識이 要求되고 있다. 특히 大部分 實際流動은 亂流流動이 많으므로 亂流流動에서 障礙物의 存在가 流動特性과 熱傳達特性에 미치는 影響에 관한 理解가 더욱 要求되고 있다.

障礙物로 인한 再循環亂流流動의 熱傳達特性的 變化에 관한 實驗的인 研究는 比較的 量이 되어 있으나<sup>(1),(2),(3)</sup> 解析的인 研究는 많지 않다. 이것은 再循環流動의 基本方程式들은 非線型-橢圓型偏微分方程式이므로 數值解析이 어렵고 특히 渦粘性係數에 대한 모델 設定이 어려우며 基本方程式 數值解의 收斂性이 좋지 않기 때문으로 생각된다.

本論文에서는 障礙物이 亂流流動의 流動特性과 熱傳達性에 미치는 影響을 考察하기 위하여, 障礙物이 있는 채널流動의 代表的인 例의 하나인 Slat型 障礙物이 있는 平行平板 사이를 흐르는 定常, 亂流流動을 解析하였다. Fig.1은 本論文에서 解析할 流動의 模型圖이다. 그림에서 보는 바와 같이 障礙物 前後에 再循環流動이 發生하고, 流動은 돌로 나누어졌다가 다시 接合한다. 이에 따라 速度分布가 變하고 壁面에서의 熱傳達特性이 變한다. 本論文에서는 이 現象을 解析的으로 豫測하기 위하여 2次元, 再循環亂流流動에 대한 連續方程式, 運動方程式, 에너지方程式을 數值的으로 풀었다.

障礙物이 있는 亂流流動의 解析에서 難點 중의 하나는 運動方程式 속의 壓力勾配項의 處理이다. 障礙物附近의 流動에서는 壓力勾配가 대단히 큰 區域이 생기므로 이 區域에서 壓力勾配項을 適切히 假定하기는 대단히 어렵다. 따라서 本解析에서는 2次元 流動의 2方向 運動方程式에서 壓力勾配項을 消去시켜 渦度方程式

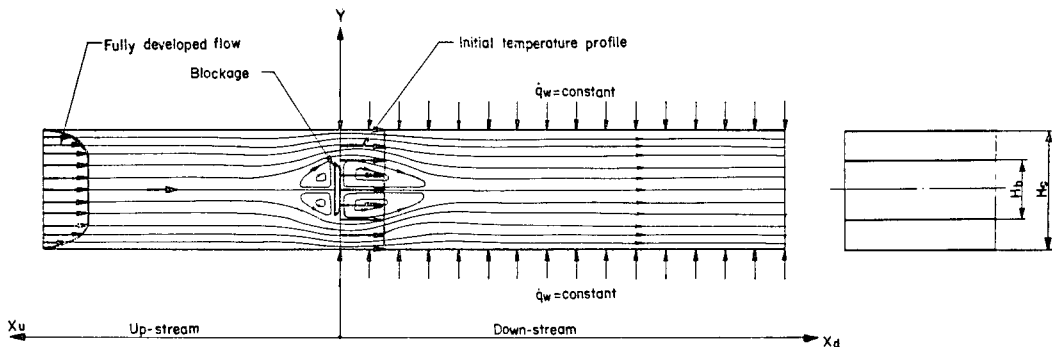


Fig. 1 Schematic diagram of fluid flow and heat flow in 2-dimensional channel with slat type blockage.

으로 轉換하고 “連續方程式과 聯立으로 풀어서 速度分布를 구하는 方法을 使用하였다.

亂流流動의 解析結果의 正確度와 計算의 經濟性에 가장 큰 影響을 주는 것은 渦粘性係數, 亂流熱擴散係數 등의 亂流모델을 設定하는 것이다. 本 解析에서는 여러 流動條件에 대해 一般性이 커서 複雜한 流動의 解析에 널리 使用되는 2-方程式모델로 障物이 있는 채널 流動을 解析하여 障物의 크기와 레이놀즈數의 變化에 따른 熱傳達特性을 考察하였다.

再循環流動의 解析에서 다른 問題點의 하나는 非線型-橢圓型方程式 數值解의 收斂性이다. 非線型-橢圓型方程式의 數值解는 一般的으로 反復計算方法에 의해 구하는데 그 解가 收斂이 잘 되지 않는 경우가 있다. 따라서 本 解析에서는 拋物線型偏微分方程式 數值解에 使用되는 TDMA(Tri diagonal matrix algorithm)方法을 橢圓型方程式 數值解析에 適用하여 Line-by-line 으로 解를 구하고 이를 다시 反復計算하는 方法을 使用하였다.

## 2. 再循環亂流流動의 解析

### 2.1. 基本方程式

Fig. 1의 流動은 平行平板 사이를 흐르는 2次元流動이므로 基本方程式들은 直角座標系로 表示하는 것이 편리하다. 벡터량으로 表示된 速度  $\vec{V}$ 와 質量速度  $\vec{G}$ 는 密度  $\rho$ 와 함께 다음과 같은 關係가 있다.

$$\vec{G} = \rho \vec{V} \quad (1)$$

流動函數  $\phi$ 와 渦度  $\omega$ 는 다음과 같이 定義된다.

$$G_1 = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2)$$

$$G_2 = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

再循環亂流流動의 基本方程式에서 亂流流動에 의해 發生하는 레이놀즈應力  $\rho u'_i u'_j$ 와 亂流엔탈피流動率  $\rho \bar{u}'_i \bar{h}'_j$ 에 대하여 Boussinesq의 亂流모델

$$-\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j = \mu_T \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \mu_T \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} + \rho k \right) \delta_{ij} \quad (5)$$

$$-\rho \bar{u}'_i \bar{h}'_j = \rho \varepsilon_n \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} \quad (6)$$

을 適用하여 轉換하면 다음과 같이 된다<sup>(4), (5)</sup>.

#### 連續方程式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \omega = 0 \quad (7)$$

#### 渦度方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \omega \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \omega \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\mu_{eff} \omega) - \\ & - \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\mu_{eff} \omega) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\bar{V}^2}{2} \right) \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\bar{V}^2}{2} \right) \cdot \\ & \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\bar{V}^2 = \bar{u}^2 + \bar{v}^2$ 이다

#### 停滯엔탈피方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{h} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{h} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_{h,eff} \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \\ & \left( \Gamma_{h,eff} \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_{eff} \left\{ \left( 1 - \frac{1}{\sigma_h} \right) \frac{\partial (\bar{V}^2/2)}{\partial x} + \left( \frac{1}{\sigma_k} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \frac{1}{\sigma_h} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu_{eff} \left\{ \left( 1 - \frac{1}{\sigma_h} \right) \frac{\partial (\bar{V}^2/2)}{\partial y} \right. \right. \\ & \left. \left. + \left( \frac{1}{\sigma_k} - \frac{1}{\sigma_h} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

#### 亂流運動에너지方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_{k,eff} \frac{\partial k}{\partial x} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_{k,eff} \frac{\partial k}{\partial y} \right) - [G] + \rho \varepsilon = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

#### 亂流運動에너지消滅率方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_{\varepsilon,eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \\ & \left( \Gamma_{\varepsilon,eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) - C_{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon}{k} [G] + C_{\varepsilon_2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} [G] = & \mu_T \left\{ 2 \left[ \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho} \psi_2 \right) \right]^2 + \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\rho} \psi_1 \right) \right]^2 \right] \right. \\ & \left. + \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\rho} \psi_2 \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho} \psi_1 \right) \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Gamma_{h,eff} = \mu_{eff} / \sigma_h, \quad \Gamma_{k,eff} = \mu_{eff} / \sigma_k, \quad \Gamma_{\varepsilon,eff} = \mu_{eff} / \sigma_\varepsilon \quad (13)$$

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_T \quad (14)$$

이다. 式(7)~式(11)의 方程式들은 다음과 같이 任意의 獨立變數  $\varphi$ 에 대한 橢圓型偏微分方程式의 標準公式으로 轉換될 수 있다.

$$\begin{aligned} a_\varphi \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \varphi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \varphi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ b_\varphi \frac{\partial}{\partial x} \right. \\ \left. (C_\varphi \varphi) \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ b_\varphi \frac{\partial}{\partial y} (C_\varphi \varphi) \right\} + d_\varphi = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

### 2.2. 亂流모델의 設定

式(15)를 풀기 위해서는 式(14)의 等價粘性係數  $\mu_{eff}$ 項 중 渦粘性係數  $\mu_T$ 에 대한 모델의 設定이 必要하다. 渦粘性係數의 모델 設定에는 여러가지 方法이 있으나

本解析에서는 壁面 附近의 粘性의 影響을 크게 받는 區域에서는 0-方程式모델을 使用하여 渦粘性係數를 구하고 完全亂流區域에서는 亂流運動에너지方程式과 亂流運動에너지消滅率方程式을 풀어 渦粘性係數를 구하는 2-方程式모델<sup>(5)</sup>을 使用하였다.

**粘性區域**

이 區域의 渦粘性係數는 混合길이 理論에서 2次元 流動의  $x, y$  方向 速度勾配가 함께 考慮된 式

$$\mu_T = \rho l_m^2 \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (16)$$

을 使用하였다. 여기서  $l_m$ 은 混合길이라 채널의 內壁部에서는 van Driest 減衰函數<sup>(6)</sup>를 適用한

$$l_m = \kappa n D \\ = \kappa n (1 - e^{-n^+ / A^+}) \quad (17)$$

을 使用하였고 여기서  $n$ 은 壁面으로부터의 垂直거리이며  $n^+$ 는 無次元거리이다. 壁의 影響이 작은 外壁部에서는 一定混合길이모델인

$$l_m = \lambda \delta_{0.99} \quad (18)$$

을 使用하였다. 여기서  $\lambda$ 값은 Crawford and Kays<sup>(7)</sup>가 提示한 0.085를 使用하였다. 內壁部와 外壁部의 境界點은

$$n_c = \frac{\lambda \delta_{0.99}}{\kappa D} \quad (19)$$

로 定하여 混合길이가 連續적으로 變하도록 하였다.

채널內 任意點의 流動은 平行壁面, 障礙物, 開口部의 影響을 함께 받으므로 이 影響들이 함께 考慮된 混合길이가 設定되어야 한다. 그러나 本解析에서는 流動에 가장 큰 影響을 미치는 2곳 만을 考慮하여 混合길이를 設定하였다. Fig.2에서와 같이 點線에 의해서 流動區域은 I, II 區域으로 나누어 I 區域의 流動은 平行壁面과 開口部의 影響이 주로 미친다고 假定하여  $P_1$ 點

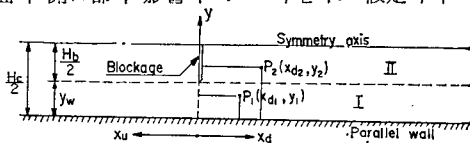


Fig. 2 Effect of wall and blockage on mixing length.

의 混合길이는 平行壁面의 影響이 考慮된 混合길이  $l_{m1}$ 과 開口部에서의 混合길이  $l_{m2}$ 를 거리의 反比例로 配分하여

$$l_{m, P1} = \frac{l_{m2} y_1 + l_{m1} x_{d1}}{x_{d1} + y_1} \quad (20)$$

으로 設定하였다. 여기서  $l_{m1}, l_{m2}$ 는 壁面의 影響이 큰 內壁部는 式(17)에서  $n = y_1$ 으로 하여 구하였고 壁의 影響이 작은 外壁部에서는 式(18)에 의해서 구하였다.  $\delta_{0.99}$

는 平行壁面인 경우  $H_c/2$ , 開口部인 경우  $y_w/2$ 로 하였다. 또한 II 區域의 流動은 障礙物과 平行壁面이 주로 影響을 준다고 假定하여  $P_2$ 點의 混合길이는 障礙物만의 影響이 考慮된 混合길이  $l_{m3}$ 와 平行壁面의 影響이 考慮된 混合길이  $l_{m3}$ 를 거리의 反比例로 配分하여

$$l_{m, P2} = \frac{l_{m4} y_2 + l_{m3} x_{d2}}{x_{d2} + y_2} \quad (21)$$

로 設定하였다.  $l_{m3}$ 는  $l_{m1}$ 과 같은 方法으로 구하였고  $l_{m4}$ 는 障礙物에 가까운 內壁部에서는 式(17)에서  $n = x_{d2}$ 로 하여 구하였으며 外壁部에서는 역시 式(18)을 使用하였다. 이때  $\delta_{0.99}$ 는  $H_b/2$ 로 하였다.

**完全亂流區域**

이 區域에서의 渦粘性係數는 2-方程式모델을 適用하여 구하였다. 本解析에서는 길이尺度에 대한 方程式으로 式(11)을 使用하였고, 式(10)과 聯立으로 풀어서 渦粘性係數는

$$\mu_T = C_\mu \rho k^2 / \epsilon \quad (22)$$

로부터 구하였다. 이 方法에서 問題가 되는 것은 式(10), 式(11)은 完全亂流區域에서 渦粘性係數를 豫測하기는 適合하나 壁에 가까운 粘性區域에서는 不適合하다는 點이다. 따라서 本解析에서는  $y^+ < 50$ <sup>(8)</sup>인 곳에서는 式(16)의 渦粘性係數를 使用하였고,  $y^+ \geq 50$ 인 곳에서는 式(22)의 渦粘性係數를 使用하였다. 式(10), 式(11), 式(22)의 모델常數들은 流動狀態에 따라 조금씩 다르게 定하고 있으나, <sup>(8), (9), (10)</sup>本解析에서는 Launder and Spalding<sup>(11)</sup>이 提示한 Table 1과 같은 값을 採擇하였다.

Table 1 Values of constants in  $k-\epsilon$  model.

$C_\mu$	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{\epsilon_1}$	$C_{\epsilon_2}$
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92

式(6)의 亂流熱擴散係數  $\epsilon_H$ 는 亂流動粘性係數를 亂流프란틀數로 나눈 式

$$\epsilon_H = \frac{\nu_T}{P_{r,T}} \quad (23)$$

에서 구하면 等價프란틀數는

$$\sigma_k = \frac{1 + \frac{\nu_T}{\nu}}{\frac{1}{P_r} + \frac{\nu_T}{\nu} \frac{1}{P_{r,T}}} \quad (24)$$

가 된다. <sup>(7)</sup>亂流프란틀數에 대한 모델로는 Kays and Crawford<sup>(7)</sup>가 提示한

$$P_{r,T} = [(2P_{r,T\infty})^{-1} + 0.2 P_{r,T} (P_{r,T\infty})^{-1/2} - (0.2 P_{r,T})^2 \{1 - \exp(-0.2 P_{r,T} (P_{r,T\infty})^{1/2})^{-1}\}]^{-1} \quad (25)$$

를 使用하였다. 여기서

$P_{eT}=(\nu_T/\nu)P_r, P_{r,T\infty}=0.86$   
이다.

2.3. 有限差分方程式

基本方程式들을 數值解析하기 위한 有限差分方程式는 格子點을 둘러싼 微小制御體積에서 基本方程式들을 積分하는 方法에 의하여 구하였다. 이 方法은 任意的 制御體積에 대하여 運動量, 에너지 등의 保存法則을 항상 만족시켜 주므로 널리 사용되고 있다. (4), (12) Fig.3 은 系の 任意的 한 格子를 보이고 있으며 一定點 P에서의 有限差分方程式는 이 點과 이 點을 둘러싼 N,S,E,W,NE,NW,SE,SW 點들의 값으로 表示된다.

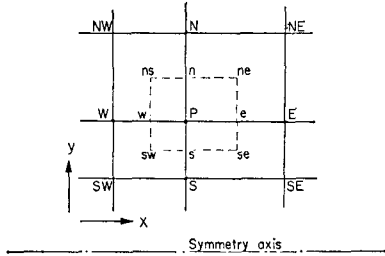


Fig. 3 A portion of finite difference grid.

標準公式, 式(15)를 Fig. 3의 點線으로 表示된 制御體積에서 Upwind difference scheme(12)을 사용하여 2重積分하여 差分方程式으로 變換하면 다음과 같다.

$$\varphi_p^{Nt} = C_E \varphi_E^{Nt-1} + C_W \varphi_W^{Nt-1} + C_N \varphi_N^{Nt-1} + C_S \varphi_S^{Nt-1} + S \tag{26}$$

式(26)은 數值解를 Point-by-point 反復計算方法으로 풀도록 誘導된 式이다. 여기서 上添字  $Nt$ 는 反復計算回數를 意味한다. 本 解析에서는 數值解의 收斂度가 좋은 TDMA(13)에 의한 Line-by-line 方法으로 反復計算하기 위해서 式(26)을 다음과 같이 轉換하였다.

$$\varphi_p^{Nt} = A_{T,P} \varphi_N^{Nt} + B_{T,P} \varphi_S^{Nt} + C_{T,P} \tag{27}$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} A_{T,P} &= C_N \\ B_{T,P} &= C_S \\ C_{T,P} &= C_E \varphi_E^{Nt} + C_W \varphi_W^{Nt-1} + S \end{aligned} \right\} \tag{28}$$

이다. 式(28)에서  $\varphi_E$ 와  $\varphi_W$ 의 上添字  $Nt, Nt-1$ 은 反復計算을 하는 方向에 따라 變하며 式(28)은 反復計算을 Fig. 3의 E點에서 W點 쪽으로 進行할 경우이다. 式(27)의 聯立方程式을 TDMA 方法으로 積分하면, 그

解는

$$\varphi_p^{Nt} = A_{T,P} \varphi_N^{Nt} + B_{T,P} \tag{29}$$

가 된다. 여기서

$$\left. \begin{aligned} A_{T,P} &= A_{T,P} / (1 - B_{T,P} A_{T,T,S}) \\ B_{T,P} &= (B_{T,P} B_{T,T,S} + C_{T,P}) / (1 - B_{T,P} A_{T,T,S}) \end{aligned} \right\} \tag{30}$$

이다.

2.4. 境界條件

本 解析에서 流動은 Fig.1과 같이 2次元 平行平板 사이에 完全히 確立된 流動이 流入하여 障壁物에 의하여 양쪽 開口部로 나누어진 후 再接合하는 경우이다. 그리고 熱은 障壁物 下流 壁에서 一定한 率로 供給된다고 假定하였다.

2.4.1. 流動函數와 渦度

流動函數의 平行平板의 壁面과 流動中心線 그리고 障壁物 壁面에서의 境界條件은 다음과 같다.

$$y=0 \text{에서 } \psi=0$$

$$y=H_c/2 \text{에서 } \psi=\mu R/4$$

$$\text{障壁物 表面에서 } \psi=\mu R_c/4$$

壁面위의 格子를 S, 壁面に 垂直으로 隣接한 格子를 P라 할때, 壁面에서 渦度の 境界條件으로 Gosman, Pun, Runchal and Spalding(4)은 다음과 같은 式을 提示하였다.

$$\omega_p = \frac{2(\psi_p - \psi_s)}{\rho \Delta n^2} + 0(\Delta n) \tag{31}$$

$$\text{또는 } \omega_p = \frac{-3(\psi_p - \psi_s)}{\rho \Delta n^2} - \frac{\omega_p}{2} + 0(\Delta n^2) \tag{32}$$

여기서  $\Delta n$ 은 壁面과 壁面に 隣接한 格子點까지의 垂直거리이다. 式(32)는 式(31)보다 더 正確히 壁面에서의 渦度の 값을 주나 이 式을 使用하면 數值解의 發散의 危險性이 커진다. 따라서 流動 形態가 단순한 壁面에서는 式(32)를 使用하였고 再循環流動때문에 數值解의 收斂性이 좋지 않은 障壁物 壁面에서는 式(31)을 使用하였다.

2.4.2. 亂流運動에너지와 亂流運動에너지 消滅率

亂流運動에너지와 亂流運動에너지 消滅率의 壁面쪽의 境界條件은  $y^+=50$ 에서 混合길이 모델로 구한 渦粘性係數 式(16)과 Prandtl-Kolmogorov 모델로 구한 渦粘性係數가 같다는 條件에서 구하였다. 즉

$$y^+=50 \text{에서 } k = l_m^2 \left\{ \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 \right\} / C_\mu^{1/2} \tag{33}$$

$$\epsilon = C_\mu^{3/4} k^{3/2} / l_m \tag{34}$$

이며, 流動中心線에서 亂流運動에너지와 亂流運動에너지 소멸率의 境界條件은

$$y=H_c/2 \text{에서 } \frac{\partial k}{\partial y}=0, \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}=0 \quad (35)$$

로 구하였다. 또한 障礙物 쪽의 境界條件도 上流 쪽으로  $x_a^+=50$ , 下流 쪽으로  $x_a^+=50$ 에서 각각 式(33), 式(34)의 境界條件을 使用하였다.

2.4.3. 停滯엔탈피

障礙物 下流 壁에서는 一定한 率로 熱이 供給되므로 停滯엔탈피의 境界條件은

$$y=0 \text{에서 } \bar{h}_s = \frac{\dot{q}_w(Dy)}{\left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_h}\right)} + \bar{h}_p - (\bar{V}^2/2)_p \quad (36)$$

으로 하였다. 여기서  $\bar{h}_p$ 는 壁面에 垂直으로 隣接한 格子點의 停滯엔탈피이며  $(\bar{V}^2/2)_p$ 는 그 格子點에서의 運動에너지이다. 그리고 流動中心線에서의 境界條件은

$$y=H_c/2 \text{에서 } \frac{\partial \bar{h}}{\partial y}=0 \quad (37)$$

로 하였다.

2.4.4. 入口부와 出口부의 境積條件

本 解析에서 使用한 모든 障礙物의 크기와 레이놀즈數의 變化에 따라 流動이 障礙物의 影響을 거의 받지 않는 곳으로 上流部分은  $x_a/H_c=10$  부터 計算하였고, 下流는  $x_a/H_c=20$  까지 計算하였다.

入口의 流動은 完全히 確立된 流動으로 假定하였으며, 이 경우의 運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{eff} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = \frac{dP}{dx} \quad (38)$$

을 풀어서 速度分布를 구하였고, 이 速度分布에서 渦度の 入口條件을 計算하였으며, 亂流運動에너지에 대해서는 完全히 確立된 流動에서의 亂流運動에너지方程式

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_{k,eff} \frac{\partial k}{\partial y} \right) = \rho \varepsilon - [G] \quad (39)$$

에 式(34)를 代入하고 풀어서  $k$  값을 구하였고 混合길이를 式(34)에 代入하여  $\varepsilon$  값을 구하였다. 또한 入口에서의 流體의 溫度는 一定하다고 假定하였다.

出口部에서의 連續方程式, 渦度方程式, 亂流運動에너지方程式, 亂流運動에너지 소멸率方程式의 境界條件은 Patankar<sup>(12)</sup>가 提示한 바와 같이 Fig. 3의 制御體積에서 下流 쪽의 格子點 E點의 係數  $C_\varepsilon$ 를 0으로 하였고 停滯엔탈피方程式의 境界條件은 流動이 熱적으로 確立되었다고 假定하고

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial x} = \text{一定} \quad (40)$$

을 使用하였다.

2.5. 計算方法

格子間隔이 微細하면 解의 正確도가 좋아지나 計算時間이 많이 소요되고 格子間隔이 크면 計算時間은 적으나 解의 正確도가 떨어지므로 本 解析에서의 格子線의 設定은 流動의 變化和 溫度의 變化가 큰 곳에서는 微細한 格子로 하고 溫度와 流動의 變化가 작은 곳에서는 큰 格子로 하였다.  $y$ 方向 格子는

$$\varepsilon_y = \frac{y_{n+1} - y_n}{y_n - y_{n-1}} \quad (41)$$

에서  $\varepsilon_y=1.4$ 의 比率로 증가시켰으며 壁으로 부터 어느 정도 떨어진 곳부터는 格子間隔을 一定하게 하였다.  $x$ 方向에 대해서도 같은 方法을 使用하였으며  $\varepsilon_x=1.55$ 의 比率로 증가시켰고 格子間隔이  $H_c$ 보다 커지면 格子間隔을 一定하게 하였다.

計算순서는 먼저 式(7), 式(8)을 聯立으로 풀어서  $\phi$ 와  $\omega$ 를 구하고 式(1), 式(2), 式(3)으로 부터 速度分布를 구하였다. 이 速度分布를 式(10), (11)에 代入하여  $k, \varepsilon$ 을 구한 후 式(22)로 부터  $\mu_T$ 를 計算하였다. 그 다음에 式(13)으로 부터 亂流擴散係數를 구하여 式(9)에 代入해서 停滯엔탈피를 計算하였으며, 이 過程을 反復計算하였다. 計算의 反復은

$$\left\| \frac{\varphi^{N+1} - \varphi^{N+1}}{\varphi^{N+1}} \right\| < \xi \quad (42)$$

의 條件이 滿足될 때까지 계속하였으며 本 解析에서  $\xi$ 는 0.01로 擇하였다. 각 方程式을 풀 때 發散을 阻止하기 위하여 Under-relaxation 方法을 使用하였다.

Line-by-line 反復計算方法인 경우 위와 같은 基準誤差 범위에 들기 위해서는 약 10회 정도였으며 Point-by-point 反復計算方法일 때는 이보다 훨씬 많은 反復計算數가 必要하였다. 本 解析을 위하여 使用한 電子計算機의 機種은 CYBER 170이며 計算時間은 약 70~100秒가 所要되었다.

3. 解析結果 및 考察

本 解析에서의 作業流體는 空氣로 하였고 平行平板 사이의 높이를 基準으로 한 레이놀즈數는 5,000에서 40,000까지 變化시켰으며 障礙物 높이의 平行平板 사이의 높이에 대한 比를 0.25, 0.375, 0.5로 變化시켰고, 平行平板 사이의 높이는 0.03m인 경우에 대하여 計算하였다.

Fig. 4~Fig. 8은 2-方程式모멘트에 의하여 流動函數를 計算한 結果이다. Fig. 4~Fig. 6은 레이놀즈數를 5,000으로 一定하게 하고, 障礙物 높이와 平行平板 사이의

높이의 비(RBC)를 0.25, 0.375, 0.5 로 變化시킬 때의 流動函數의 計算結果이다. 障物의 높이가 커질수록 障物 下流의 再循環流動區域이 커짐을 알 수 있으나 上流의 再循環流動區域은 거의 變하지 않는다. 障物의 높이가 클수록 開口部에서는  $\bar{u}$ -速度뿐만 아니라  $\bar{v}$ -速度가 커지므로 下流의 再循環區域이 커지는 것으로 생각된다. 레이놀즈數가 5000 이고 RBC=0.5 일 때는 下流 壁面에서 微小한 再循環區域이 생기고 있음을 알 수 있다. 이것은 障物이 클 경우 障物 下流 壁面 附近에 큰 逆壓力勾配가 發生하여 流動剝離現象을 招來하기 때문이다.

Fig. 4 와 Fig. 7, Fig. 8 은 RBC=0.25 일 때 레이놀즈數의 變化에 따른 流動函數의 變化를 보여준다. 레이놀즈數가 增加할수록 障物 上, 下流의 再循環流動區域이 커짐을 알 수 있다.

Fig. 9 와 Fig. 10 은 레이놀즈數가 5000 이고 障物 높이의 平板사이의 높이에 대한 比가 각각 0.25, 0.375 일 때의 速度分布를 나타낸 것으로서 流動이 完全히 確立된 狀態로 流入하여 障物의 影響을 받아 速度分布가 變하며 障物 下流에서 再循環流動이 생기는 것을 볼 수 있고, 더욱 下流에서는 流動이 再確立되는 것을 볼 수 있다

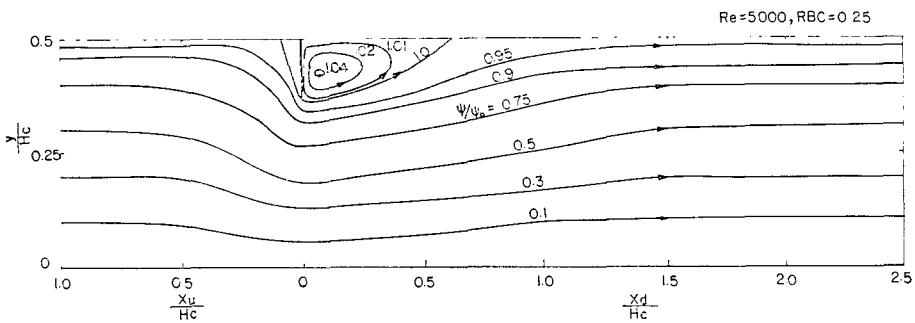


Fig. 4 Stream function for Re=5000, RBC=0.25.

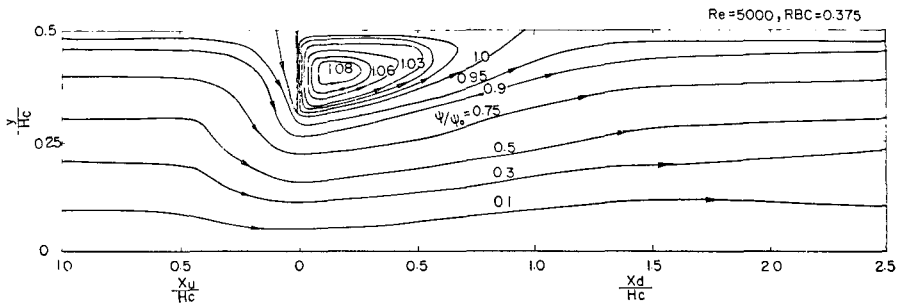


Fig. 5 Stream function for Re=5000, RBC=0.375.

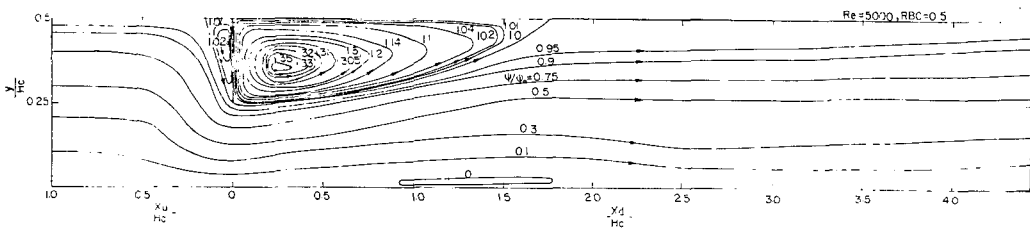


Fig. 6 Stream function for Re=5000, RBC=0.5.

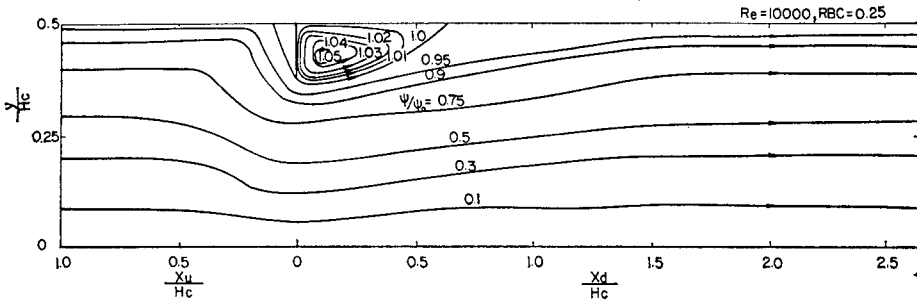


Fig. 7 Stream function for  $Re=10000$ ,  $RBC=0.25$ .

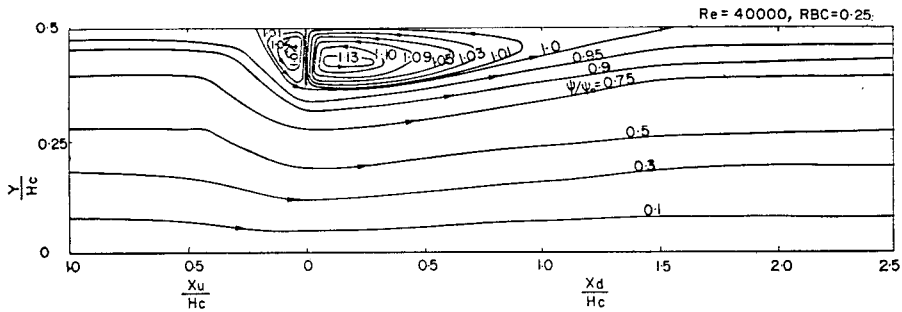


Fig. 8 Stream function for  $Re=40000$ ,  $RBC=0.25$ .

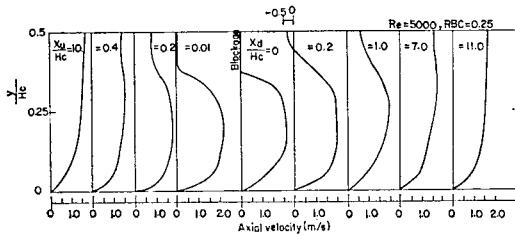


Fig. 9 Local velocity profiles along a channel length for  $Re=5000$ ,  $RBC=0.25$ .

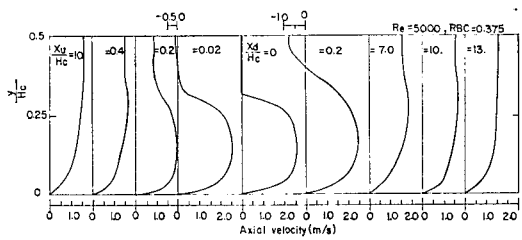


Fig. 10 Local velocity profiles along a channel length for  $Re=5000$ ,  $RBC=0.375$ .

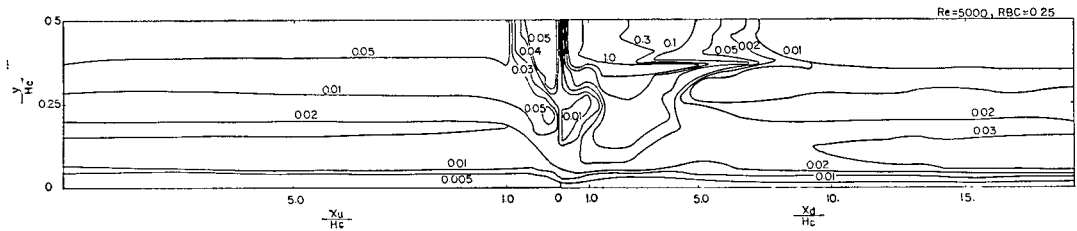


Fig. 11 Turbulent kinetic energy profiles for  $Re=5000$ ,  $RBC=0.25$ .



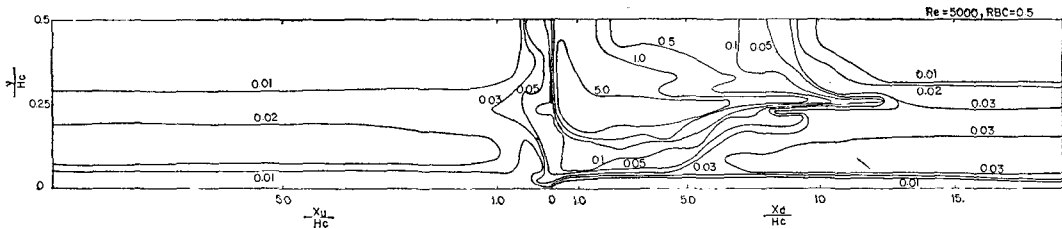


Fig. 12 Turbulent kinetic energy profiles for Re=5000, RBC=0.5.

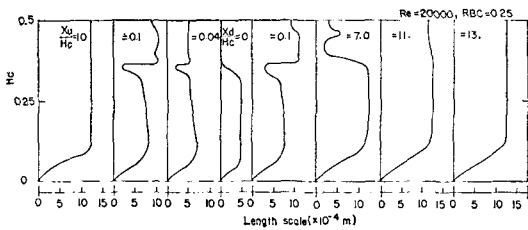


Fig. 13 Local length scale along a channel length for Re=20000, RBC=0.25.

Fig.11 과 Fig.12는 레이놀즈數가 5000이고 障物 높이의 平板 사이의 높이에 대한 比가 각각 0.25, 0.5 일 때의 亂流運動에너지의 計算結果를 보여 주는 障物 尖端 下流附近에서 亂流運動에너지가 最大로 됨을 알 수 있다. 이는 流動이 開口部를 通過할 때 障物에 의해서 發生하는 큰 速度勾配에 의하여 亂流運動 에너지의 生成이 크게 增大되었기 때문으로 생각된다. 亂流運動에너지는 障物의 높이가 커지면 流動場의 全般에 걸쳐 增大됨을 알 수 있다.

Fig.13은 레이놀즈數가 20000이고 RBC=0.25일 때 亂流運動에너지와 亂流運動에너지消滅率을 式(34)에 代入하여 求한 길이尺度를 나타낸 것이다. 流動入口에서의 길이尺度는 混合길이모델로 假定한 것과 같고 流動이 進行함에 따라 障物의 影響을 받아 그 分布가 變化되는 것을 알 수 있다. 障物 尖端을 따라 障物에 가까운 上, 下流에서 길이尺度가 갑자기 작아지는데 이는 再循環流動에 의해 發生하는 큰 速度勾配에 의해서 亂流運動에너지消滅率이 增大되어 길이尺度가 微細化 되기 때문으로 생각된다.

本 解析에서 障物 下流壁面의 熱流動率은 1500W/m<sup>2</sup>으로 一定하다고 假定하여 熱傳達變化를 計算하였다.

Fig.14는 RBC=0.25일 때 障物 下流 채널 壁에서 熱傳達係數의 레이놀즈數에 따른 變化를 보여준다. 이 그림에서 Nu(x)는 x位置에서의 局所누셀트數이며 Nu $\infty$ 는 下流에서 流動이 確立되었을 때의 누셀트數이

다. 速度分布와 溫度分布가 計算되면 流動의 x位置에서의 混合平均溫度는

$$\bar{T}_b(x) = \frac{\int_0^{H_c/2} \bar{T}(x) d\psi}{\int_0^{H_c/2} d\psi} \quad (43)$$

으로 求하였고 局所누셀트數는

$$Nu(x) = \frac{2H_c q_w}{\lambda_T (\bar{T}_w(x) - \bar{T}_b(x))} \quad (44)$$

로 求하였다. 여기서  $\bar{T}_w(x)$ 는 x位置에서의 壁面溫度이다.

그림과 같이 레이놀즈數가 커질수록 熱傳達係數의 比가 減少함을 알 수 있다. 이는 레이놀즈數가 커질수록 開口部下流의 逆壓力勾配가 커져서 壁面附近의 速度回復이 느려지고 壁面に 垂直方向 速度勾配가 작아져서 對流熱傳達이 작아지기 때문으로 생각된다. 이와 같은 레이놀즈數 變化에 따른 熱傳達係數의 比의 變化에 대한 結果는 Fig.15의 Sparrow, Koram and Chermchl<sup>(2)</sup>가 Slat型 障物이 있는 圓管에서 熱傳達變化를 測定한 實驗結果와 그 傾向이 一致한다.

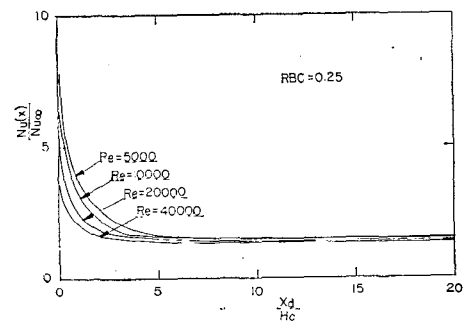


Fig. 14 Nusselt numbers for RBC=0.25.

Fig.16은 레이놀즈數가 5000일 때 熱傳達係數의 比로써 障物 높이에 따른 變化를 보여준다. 障物 높이가 커질수록 熱傳達係數의 比가 커짐을 알 수 있다. 이는 障物의 크기가 커질수록 開口部에서  $\bar{u}$ -速度뿐만 아니라  $\bar{v}$ -速度가 增加하므로 壁面의 層流亞層의

減少와 破壞로 熱擴散을 向上시키기 때문에 생각된다. 이와 같은 障礙物 높이의 變化에 따른 熱傳達係數의 比의 變化에 대한 結果는 Fig.17의 Sparrow, Koram and Charmchl<sup>(2)</sup>의 實驗結果와 그 傾向이 一致한다.

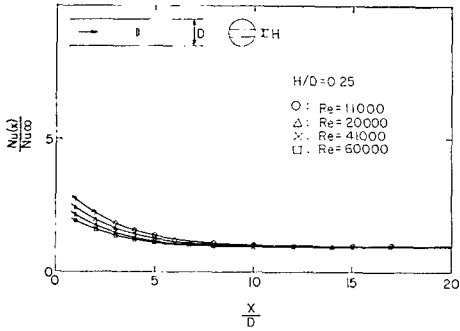


Fig. 15 Nusselt numbers measured by Sparrow, Koram and Charmchl. (1980)

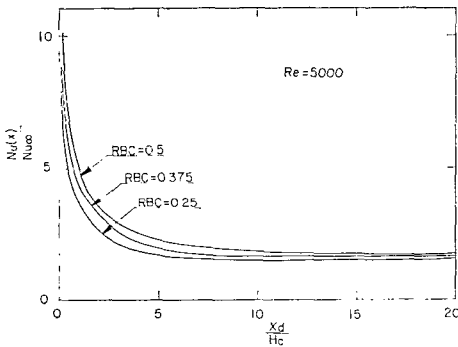


Fig. 16 Nusselt numbers for Re=5000.

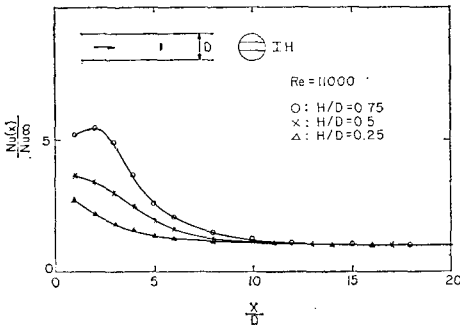


Fig. 17 Nusselt numbers measured by Sparrow, Koram and Charmchl. (1980)

4. 結 論

2-方程式모델을 使用하여 障礙物이 있는 平行平板 사이를 흐르는 亂流流動의 熱傳達을 數值解析하므로써 다

음과 같은 論結을 얻었다.

1. 確立된 流動에 대한 障礙物 附近에서의 熱傳達係數의 比는 같은 레이놀즈數에서 障礙物 높이의 平行平板 사이의 높이에 대한 比가 커질수록 增加하며, 같은 障礙物의 크기에서 레이놀즈數가 커질수록 減少한다.
2. 障礙物에 의한 再循環流動區域은 障礙物 높이의 平板사이의 높이에 대한 比가 커질수록, 레이놀즈數가 커질수록 增加한다.
3. 亂流運動에 너지는 障礙物 尖端 下流附近에서 最大로 된다.

參 考 文 獻

1. K.K. Koram and E.M. Sparrow, Turbulent Heat Transfer Downstream of an Unsymmetric Blockage in a Tube, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 100, pp.588—594, 1978.
2. E.M. Sparrow, Koram and M. Charmchl, Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics Induced by a Slat Blockage in a Circular Tube, ASME Journal of Heat Transfer, Vol.102, pp.64—70, 1980.
3. E.M. Sparrow and K.P. Wachtler, Transfer Coefficients on the Surface of a Transverse Plate Situated in a Duct Flow, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol.21, pp.761—767, 1978.
4. A.D. Gosman, W.M. Pun, A.K. Runchal, D.B. Spalding and M. Wolfshtein, Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, Academic Press, London, 1969.
5. W.C. Reynolds, Computation of Turbulent Flows, Annual Review of Fluid Mechanics, pp.183—208, Academic Press, 1976.
6. Van Driest, E.R., on Turbulent Flow near a Wall, J. Aeronautical Sciences, Vol.23, pp.1007—1011, 1956.
7. M.Z. Crawford and W.M. Kays, STAN5-A program for Numerical Computation of Two-Dimensional Internal/External Boundary Layer Flows, Stanford University, Rep. HMT-23, 1975.
8. K. Hanjalic and Launder, A Reynolds Stress Model of Turbulence and its Application to Thin

- Shear Flows, *J. Fluid Mech.*, pp. 609—638, 1972.
9. B.E. Launder, G.J. Reece and W. Rodi Progress in the Development of a Reynolds-Stresses Turbulence Closure, *J. Fluid Mech.*, pp. 537—566, 1975.
  10. K. Hanjalic and B.E. Launder, Contribution towards a Reynolds-Stress Closure for Low-Reynolds-Number Turbulence, *J. Fluid Mech.*, pp. 593—610, 1976.
  11. Launder, B.E., Spalding, D.B., *The Numerical Computation of Turbulent Flow*, Computer Method in Applied Mechanics of Engineering, Vol.3, pp. 269—289, 1974.
  12. Suhas V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, pp. 59—74, pp. 79—104 and pp. 139—146, McGraw-Hill book company, 1980.
  13. D.B. Spalding, *GENMIX-A General Computer Program for Two-Dimensional Parabolic Phenomena*, Pergamon, New York, pp. 66—81, 1977.