

<論 文>

異種材料를 內包하고 있는 彈性體의 力學的 舉動에 관한 基礎的 研究

裴 星 仁* · 金 相 哲**

(1982年 4月 16日 接受)

A Basic Study on the Mechanical Behavior of Elastic Body Containing Another Material

Sung In Bae and Sang Chul Kim

Abstract

The mechanical behaviors of an elastic body containing another materials are studied with the statistical method since they are generally distributed at random in size, orientation, and position.

As the basis of this research, the size, the shape, and the ratio of volume for another material assumed to be constant, and only the positions of another material are changed randomly. The stress intensity factor, the compliance, and the modulus of elasticity are investigated in two-dimensional state by using the Monte Carlo Method and the Finite Element Method. The methodology of the simulation analysis for the mechanical behavior of such material is also proposed.

1. 序 論

機械나 構造物의 強度 내지 使用수명의 적절한 評價를 위하여서는 현실적으로 일어날 수 있는 偶發的 事項은 종합 검토하여 이를 土臺로 統計의 方法을 사용하여 解析하는 것이 바람직하다. 종래의 연구 경향을 살펴보면 疲勞 크랙의 진전, 크랙 發生의 檢出의 時期 등 몇 개의 특수한 분야에서는, 이러한 통계적 수법을 이용하여 그의 최적 조건을 찾는 경우도 있었으나,¹⁻⁴⁾ 아직도 통계적 수법의 적용은 그 범위가 국한되어 있다.

本 論文中에서는 異種材料가 탄성체 內에 任意의 比率로 內在되고 있는 材料의 力學的 舉動에 對한 기초적

연구로서, 基地彈性體에 一定한 體積比率로 異種材料가 內재되어 있는 物體의 力學的 거동을 2次元問題로 簡單化시켜 시뮬레이션 解析을 行하였고, 解析 結果에 대하여 考察을 가하여 보았다.

2. 解析節次와 方法

2.1. 해석의 대상으로 선정한 材料

本 연구에서는 內在된 物質과 基地彈性體의 탄성계수비의 변화에 따르는 力學的 거동의 變化도 고려할 수 있도록 페라이트系 球狀黑鉛鑄鐵을 기준해석재료로 선택하여 이 경우(내재된 물질의 탄성계수(E)/기지탄성체의 탄성계수(E_0)= $500/21000=0.0238$)와 이의 역의 경우($E/E_0=21,000/500=41$), 그리고 이들 재료와 순수 재료($E/E_0=1$)와의 사이에 log scale에서 등간격으로 표시되는 각각 두가지씩의 E/E_0 의 값을 갖는 재

* 正會員, 仁荷大學校 大學院

**正會員, 仁荷大學校 機械工學科

료를 택하여, 6가지 경우에 대하여 해석을 하였다. 이 때 이들 물질간의 체적비(내재물질의 체적/탄성체의 전체 체적)는 페라이트系 구상흑연주철에 있어서의 graphite의 체적對 전체 체적의 比의 한 값인 0.1182로 일정하게 하였다. 페라이트 조직과 graphite 조직의 탄성계수와 Poisson's ratio는 Hiroshi Miyamoto 등의 論文에서 引用한 값을 사용하였으며¹⁾ 페라이트 조직의 탄성계수 E 는 21000 kgf/mm^2 , Poisson's ratio ν 는 0.29로 하였고, graphite 조직에서는 $E=500 \text{ kgf/mm}^2$, $\nu=0.16$ 으로 하였다. 解析에 사용한 데이터를 일괄하여 Table 1에 나타내었다.

Table 1 The mechanical properties of used materials(E_0, ν_0, A_0 ; For matrix, E, ν, A ; For another material).

	E_0 kgf/mm ²	ν_0	A/A_0	E/E_0
F-1	21,000	0.290	0.1182	0.0238
F-2	21,000	0.290	0.1182	0.0840
F-3	21,000	0.290	0.1182	0.2900
F-0	21,000	0.290	0.1182	1.0
G-1	500	0.160	0.1182	41.0
G-2	500	0.160	0.1182	14.0
G-3	500	0.160	0.1182	3.4
G-0	500	0.160	0.1182	1.0

2.2. 有限要素法の 계산에 쓰인 모델의 선정

力學的 거동을 살피기 위하여 有限要素法을 擇하였는데,⁵⁻⁷⁾ 이 때 要素는 삼각형 要素를 사용하였고, 변위함수로는 1次다항식을 사용하였으며 解析에는 變位法을 적용하였다.

본 연구에서는 폭 $2W=180 \text{ mm}$ 길이 $2L=220 \text{ mm}$

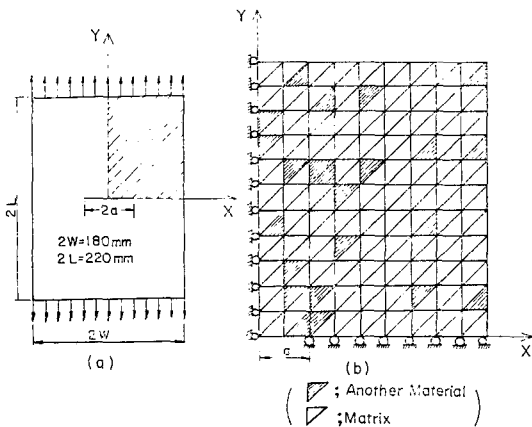


Fig. 1 The finite element idealization.

인 有限板과 이 板에 길이 $2a$ 인 貫通크랙을 포함한 센터크랙이 존재하는 경우를 해석대상으로 선택하였다. 이 試片에 평균응력이 6 kgf/mm^2 되도록 균일분포 하중을 作用시켜 주었으며 解析의 基礎的 研究로서 편의 상 시편의 中心을 원점으로 하는 직각인 X, Y 축을 대칭축으로 하여 同一한 분포로 이물질이 내재되어 있다고 假定하고 板의 1/4 部分에 대하여 해석하였다. 이 1/4 部分을 198個의 同一 삼각형 要素로 분할하였는데 이를 Fig.1에 나타내었다. 크랙 先端에서의 應力擴大係數는 compliance method를 使用하여 求하였다.

2.3. Monte Carlo Method의 적용

본 연구에서 해석대상으로 선택된 구상흑연주철이나 concrete의 조직을 보면 탄성체 內에 포함된 이물질의 크기나 위치 등은 一定한 규칙이 없다. 이러한 물질의 역학적 거동을 해석할 수 있는 방법으로서 Monte Carlo Method와 有限要素法을 利用하였다. Monte Carlo Method는 실제 현상과 유사한 偶發過程을 수립하고 이 偶發過程을 어떠한 모델에 적용시켰을 때 나타나는 현상을 관찰하여 그 결과를 도표로 작성하여 실제문제를 해석하려는 하나의 방법론이다.⁹⁻¹¹⁾

본 논문에서는 異物質이 內包되어 있는 物體에 있어서 이들이 존재하는 위치가 不規則하므로 不規則番號를 利用하여 자기 발생할 수 있는 경우를 有限要素法을 利用하여 시뮬레이션모델을 만들었다. 또한 해석의 單純化를 위하여 이물질의 체적비는 일정하게, 그리고 탄성체 내에 포함된 이물질은 2.2.節에서 分割한 各要素와 같은 크기로 존재한다고 가정하고 位置만을 變化시켰다. 이들 이물질의 位置는 體積比(0.1182)에 해당하는 만큼의 要素數(23)에 對하여 亂數를 발생시켜 無作爲의으로 지적하여 주었으며 그중 한 예를 Fig.1(b)에 나타내었다. 각 경우의 발생은 30회로 정하여 해석을 하였고, 각각의 경우에 대하여 力學的 거동을 살피 보았다.

變形에너지 U , compliance λ , 應力擴大係數 K_1 (opening mode), 複合單性係數 E_c (單一材料로 보았을 때의 해당 탄성계수) 등을 구한 식은 아래와 같다.

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{P_i \delta_i}{2}$$

$$\lambda = \frac{2U}{P^2}$$

$$K_1 = \sqrt{\frac{E' P^2}{2t} \cdot \frac{d\lambda}{da}} \quad \text{단 } E' = \begin{cases} E_c & \text{: 평면응력} \\ E_c / (1 - \nu^2) & \text{: 평면변형} \end{cases}$$

$$E_c = \frac{P_T}{A_p} \cdot \frac{l}{\delta_n}$$

- n : 시편의 하중작용 절점수
- P_i : 시편의 하중작용점에 있어서의 작용하중
- δ_i : 시편의 하중작용점의 변위량
- P_T : 전체 작용하중 E' : 탄성계수
- t : 시편의 두께 E_c : 복합탄성계수
- A_p : panel의 단면적 l : 시편의 길이(2L)
- δ_n : 하중작용 절점의 y방향 변위량의 평균값

복합탄성계수 E_c 는 無作為의으로 抽出된 각각의 경우에 대하여 크랙이 없는 경우에서 求하였고, 應力擴大係數을 求할 때의 탄성계수로는 各各의 경우에 대하여 求한 複合탄성係數 E_c 를 사용하였다. 또한 應力擴大係數 K_I 은 크랙의 길이를 10 mm($a/w=1/9$)로부터 10mm($\Delta a/w=1/9$)씩 증가시켜 50 mm($a/w=5/9$)까지 求하였다.

本 解析에 使用한 컴퓨터 프로그램의 개략적인 흐름을 Fig.2에 나타내었다.

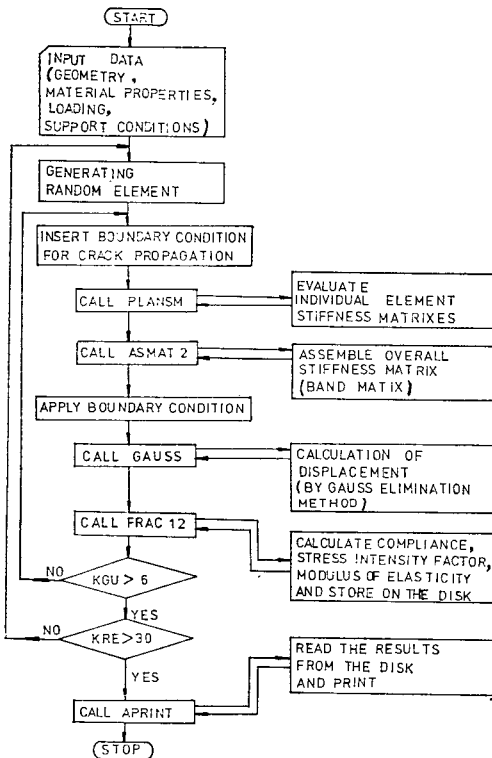


Fig. 2 Flow chart.

3. 解析結果와 이에 對한 考察

3.1. 本 解析을 위한 豫備檢討

有限要素法에 依하여 應力擴大係數를 求하는 方法에는, 變位法, 應力法, local energy method, total energy method (compliance method), line integral method, 重疊法 등이 있다.¹²⁾ 그러나 本 研究에서는 crack의 微小變位 증가에 따르는 compliance λ 의 變化率에 依하여 應力擴大係數 K_I 을 求하는 方法을 使用하였다. 應力擴大係數 K_I 을 精確히 求하기 爲하여는 크랙의 길이를 微小量 進展시켰을 때의 compliance의 變化率을 求하여야 한다. 그러나 本 解析에서는 크랙 進展량의 시편 폭 w 에 對한 비율 $\Delta a/w$ 를 1/9로 하여서 K_I 을 해석하였다. 이에 對한 精度를 알아보기 爲하여, 解析한 結果를 boundary collocation method에 依하여 Isida가 求한 應力擴大係數 K_{I1} ¹³⁾와 比較하여 보았으나 오차는 2~5% 정도에 지나지 않았으므로 本 研究에서 채택한 모델로서 力學的 거동을 해석하여 比較 검토한 데에는 별 지장이 없으리라 思料된다.

3.2. 結果 및 이에 對한 考察

本 研究에서는 30회를 시행횟수로 정하여 解析을 하였다. 이와 같이 해석한 재료에 대하여, 구상축연주철

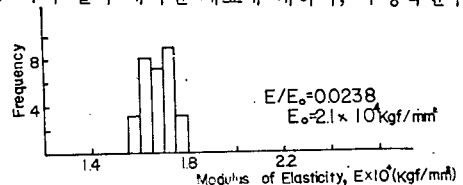


Fig. 3(a) An example of distribution of modulus of elasticity.

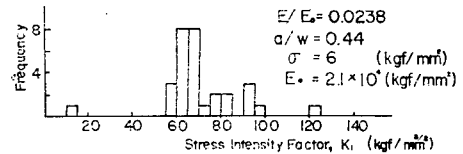


Fig. 3(b) An example of distribution of compliance.

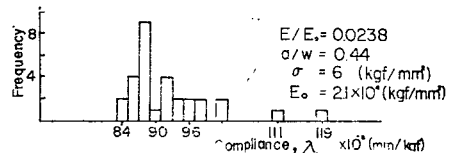


Fig. 3(c) An example of distribution of stress intensity factor.

의 모델인 경우의 compliance λ , 응력확대계수 K_1 , 복합탄성계수 E_c 등의 분포상황의 한 예를 Fig.3에 圖示하였다.

Fig.3에서 알 수 있는 바와 같이 異種材料가 內包되어 있는 경우에 對하여는 λ , K_1 , E_c 등의 값은 一定한 값으로 나오지 않고, 어느 범위 內에 分布되어 있으며, 正規分布에 가까운 양상을 보여주고 있다.

우선 크랙이 없는 경우에 對하여 간단히 살펴보면, 구상흑연주철의 모델인 경우에, 複合彈性係數 E_c (單一材料로 보았을 때의 해당 탄성계수)는 Miyamoto가 실험과 해석에 의하여 구한 값¹⁾과 거의 近似한 해를 얻을 수 있었고, 이 경우를 비롯하여 彈性係數比 E/E_0 가 1보다 작은 경우와 큰 경우 등 모두 6가지 모델에 대하여 해석을 하여 Table 2에 보였는데 이들의 標準偏差와 變動係數는 탄성계수비 E/E_0 가 1에서 멀어질수록 더 커진다는 것을 알 수 있었다.

解析에서 얻어진 結果들에 對하여 分布에서 멀리 떨어진

Table 2 Modulus of elasticity calculated by simulation.

	E_0 (kgf/mm ²)	E/E_0	A/A_0	Mean (E_m)(kgf/mm ²)	Dev. (E_m)(kgf/mm ²)	Coeff. of Var. (E_m)
F-1	21,000	0.0238	0.1182	16,656	702	0.0421
F-2	21,000	0.0840	0.1182	17,285	377	0.0218
F-3	21,000	0.2900	0.1182	18,593	140	0.0075
G-1	500	41.0	0.1182	705.5	258	0.0366
G-2	500	14.0	0.1182	666.6	15.7	0.0236
G-3	500	3.4	0.1182	580.7	3.5	0.0060

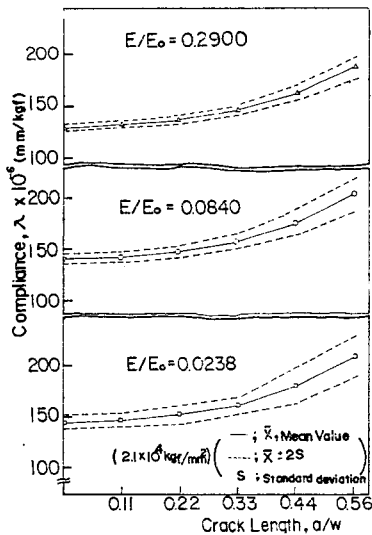


Fig. 4(a) Range of compliance vs. crack length.

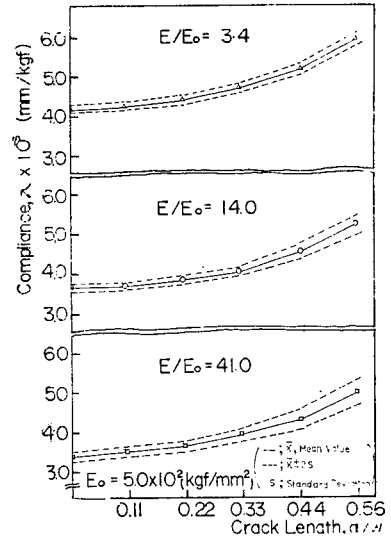


Fig. 4(b) Range of compliance vs. crack length.

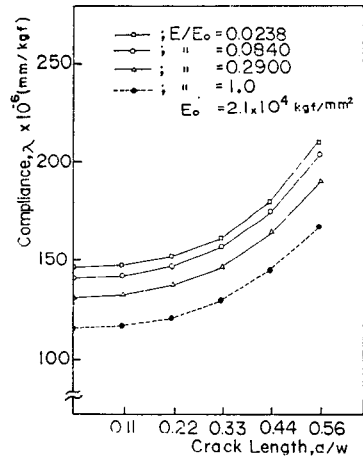


Fig. 5(a) Mean value of compliance vs. crack length.

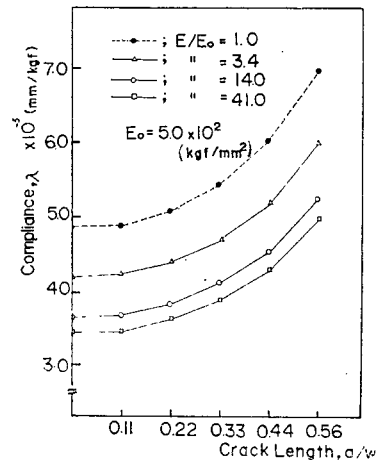


Fig. 5(b) Mean value of compliance vs. crack length

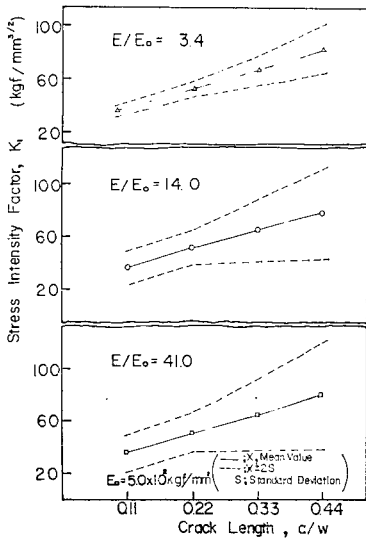


Fig. 6(a) Range of stress intensity factor vs. crack length.

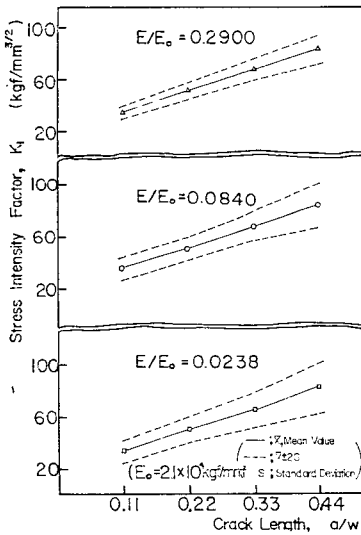


Fig. 6(b) Range of stress intensity factor vs. crack length.

어져 있는 값들은 빈도가 작으므로 제외시키고 통계처리를 하였는데, 제외된 경우는 바로 크랙 先端에 異物質이 있는 경우였다.

各各의 E/E_0 에 對한 크랙 길이에 따르는 compliance의 값의 분포 범위와 평균값들을 Fig. 4에 表示하였고 Fig. 5에는 이들의 平均값을 일괄하여 表示하여 놓았다.

Fig. 4에서 보는 바와 같이 compliance의 값들은 E/E_0 가 1에서 멀수록, 또한 a/w 가 클수록 標準偏差

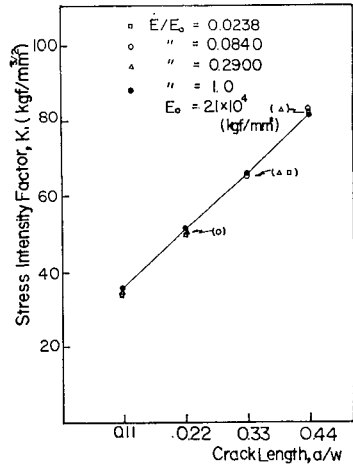


Fig. 7(a) Mean value of stress intensity factor vs. crack length.

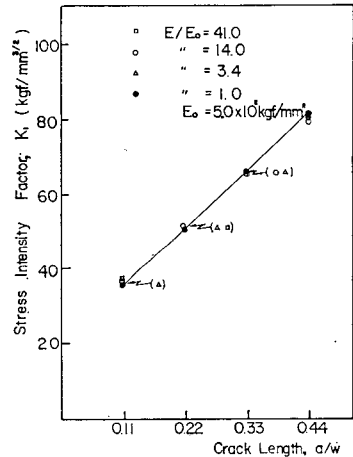


Fig. 7(b) Mean value of stress intensity factor vs. crack length.

는 커지며, 크랙 길이에 따르는 compliance의 平均값은(Fig.5 참조) E/E_0 가 1보다 작아질수록 커지고, 1보다 커질수록 그 값은 작아짐을 알 수 있다.

또한 各各의 E/E_0 에 對한 크랙 길이에 따르는 應力擴大係數의 값들의 분포 범위와 平均값들을 구하여 Fig. 6에, 또한 이들의 平均값들을 一括하여 Fig. 7에 나타내었다.

이 값들은 E/E_0 가 1에서 멀어질수록, 또한 크랙 길이가 증가할수록 compliance 때의 분포 상황과 유사하게 편차가 점점 커졌다.

Fig. 7을 보면 K_1 의 平均값은 E/E_0 와 크랙 길이에 관계 없이 均質彈性體($E/E_0=1$)의 경우와 같음을 알 수 있다.

또한 各各의 크랙 길이에 있어서의 탄성계수비 E/E_0 의 변화에 따르는 compliance의 분포의 표준편차를 Fig. 8에 나타내었고, 응력확대계수의 분포의 표준편차를 Fig. 9에 나타내었다. 이 두 그래프에서 알 수 있는 바와 같이 각 크랙 길이에 對하여 이물질의 탄성계수비 E/E_0 가 1에서 멀어질수록 표준편차의 값이 커진다는 것을 알 수 있다. 그리고 일정한 탄성계수비에서는 크랙 길이가 길어질수록 compliance λ 와 應力擴大係數 K_I 의 분포들의 標準偏差가 커진다는 것을 알 수 있다.

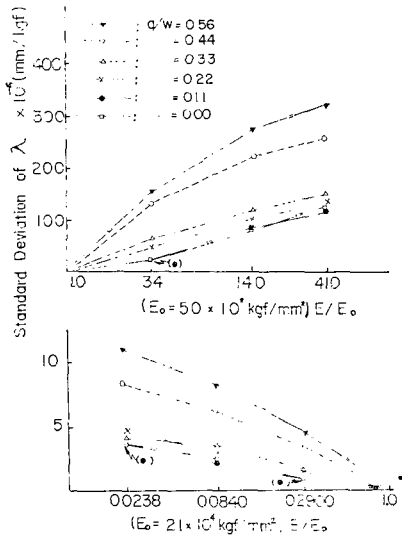


Fig. 8 Standard deviation of compliance vs. the ratio of modulus of elasticity.

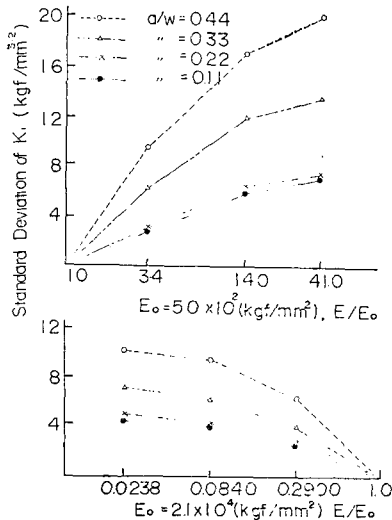


Fig. 9 Standard deviation of the stress intensity factor vs. the ratio of modulus of elasticity.

4. 結 論

本 解析에서 얻어진 結論을 要約하면 아래와 같다.

(1) 基地彈性體內에 異種材料가 內在되어 있는 材料에서는 內在되어 있는 異種材料의 位置를 變化시켜 주면 復合彈性係數 E_c , compliance λ 등은 다른 값을 취하며, 이 값들을 통제처리하여 보면 대체적으로 이 값들의 分布는 정규분포에 가까운 양상을 띠운다.

(2) 異種材料와 基地彈性體와의 탄성계수의 比(E/E_0)가 1에서 멀어질수록, 求한 E_c 의 散布度는 커지며, 平均값들은 均一彈性體인 材料($E/E_0=1$) 때의 값들에 비하여 E/E_0 가 1보다 클 때는 크게 나타나며 반대로 E/E_0 가 1보다 작을 때에는 작게 나타난다.

(3) 크랙이 存在하고 있을 때에는 크랙進展에 따르는 그때마다의 compliance λ 및 應力擴大係數 K_I 도, E/E_0 가 1에서 멀어질수록 또한 크랙의 길이가 클수록 散布度는 커진다.

(4) 應力擴大係數 K_I 의 平均값은 크랙의 길이 및 E/E_0 에 관계없이 單一彈性體일 때의 K_I 의 값을 取한다. 이 事實로 미루어 보아 異種材料와 基地彈性體와의 體積比에도 K_I 의 平均값은 영향을 받지 않을 것으로 意料된다.

以上の 事項을 綜合檢討하건데, 異種材料를 임의의 위치에 內包하고 있는 彈性體의 強度 및 使用壽命의 評價를 함에 있어서는 本 研究에서와 같은 統計的 方法을 使用하는 解析法은 필수적이라고 생각되며, 安全設計를 위하여서도 解析結果의 分布狀況에 對한 多角的인 檢討가 必要하다고 생각된다.

Reference

1. Hiroshi Miyamoto, J. Oda, S. Sakata; "Simulation of Elastic Modulus and Poisson's Ratio of Spheroidal Graphite Cast Iron." Bulletin of the JSME., Vol. 17, No. 112, 1974. pp.1233~1239
2. Hideo Kitagawa, Toshiaki Hisada; "Reliability Analysis of Structures under Periodic Non-destructive Inspection." Private Communication.
3. Elishakoff; "Impact Buckling of Thin Bar Via Monte Carlo Method," J. of Appl. Mech., Vol.45, 1978, pp.586-590

4. H. Miyamoto, Y. Ishijima, K. Homma; "Interpretation of Mechanical Behavior of Grinding Wheels by Simulation Technique," Bull. Japan Soc. of Prec. Eng., Vol.5, No. 4, 1971, pp.109~110
5. C.S. Desai, J.F. Abel; "Introduction to the Finite Element Method." Van Nostrand Reinhold Company, 1972
6. O.C. Zienkiewicz; "The Finite Element Method." McGraw-Hill Book Company Ltd., 1977
7. Hiroshi Miyamoto, M. Shiratori, T. Miyoshi; "Application of the Finite Element Method to the Fracture Mechanics," J. of the Faculty of Engineering, Vol. XXXI, No.1, Univ. of Tokyo, 1971, pp.218-269
8. 信原泰夫, 櫻井達美, 吉村信敏; "有限要素法のプログラムデザイン", 培風館, Toyko, 1970
9. David M. Messick; "Mathematical Thinking in Behavioral Science," W.H. Freeman & Company, San Francisco & London, 1968, pp.33-36
10. J.M. Hammersley, D.C. Handscomb; "Monte Carlo Methods." Methuen & Co. Ltd., London. 1975
11. 朴景洙; "信頼度工学 및 整備理論." 塔出版社, 서울, 1978.
12. R.H. Gallagher; "Survey and Evaluation of the Finite Element Method in Linear Fracture Mechanics Analysis," Private Communication.
13. Hiroshi Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin; "The Stress Analysis of Cracks Handbook" Del Research Corporation, Hellertown Pennsylvania, 1973, 11. 1