□ 技術解說 □

信号処理研究의 現況과 展望

安 秀 桔*

▨ 차 례 ▨

1. 緖 論

雜音에 埋沒되어 있는 弱한 信號로부터 必要情報를 抽出하는 문제는 電子工學 以前부터 있어왔다. 지금도 사람의 五官을 통한 모든 perception에서 좀더 뚜렷한 信號를 바라는 것은 마찬가지이다. 사람들은 흔치않는 일이 발생하였음을 感知하였을 때 自己의 눈을 自己의 귀를 믿지 않고, 再確認하여 確信할 수 있기를 바란다. 당연한 것, 신기할 것이 없는 것, 推理할 수 있는 것을 다시말하여 어떠한 秩序가 있는 것을 엔트로피 ―가 낮다고 하고 뜻밖의 일, 어떻게 될지 모르는 것, 불안케하는 狀態를 엔트로피 ―를 높다고 하는 데 이러한 뜻으로 한 信號에 對한 잡음의 介入은 필연적으로 엔트로피 ―를 높인다. 入手된 信號를 어떠한 方法으로 엔트로피 ―를 높히지 않고 원하는 形態를 加工해 가느냐하는 것이 信號處理의 목적이다. 사실상 弱한 信號의 處理는 흔히 만나는 일로서 다음과 같은 경우에 더욱 더 절실함을 알 수 있다. 即 人工衛星 等에 依한 remote sensing, 弱한 照明下의 TV 신호, 遠距離 radar, 弱한 source 에 의한 CT (Computer Tomography), 分解能이 높은 顯微鏡, 遠距離의 電波望遠鏡, 人工衛星과의 交信, sonar, 人間을 위한 感覺 補助器, 航空地圖處理器, 海洋情報處理器, acoustic emission 測定器 等 無數하다. 成功的인 信號處理技術에 의하여 몹시 弱한 source 로써도 신호처리결과 雜音에 의한 誤差가 오히려 減少될 수 있다면 그 결과는 이미 어느정도의 誤差에 習慣이 된 사람들의 立場에서 그 impact는 도저히 實感이 안난다. 이는 마치 밤중에 照明補助도 없이 따라서 被觀察者는 전혀 모르는 사이에 대낮보다 더 明確하게 보고, 전혀 騷音없이 遠隔地點의 對話를 判讀하고 赤外線을 통하여 보다 前時間의 사라진 場面을 捕捉하며, 短波受信을 中波程度로 安定되게 그리고 高音質의 FM音樂程度로 無雜音으로 긴장을 풀고 향락할 수 있다는 말이 된다. 이러한 信號處理를 위해서 複雜한 回路가 필요하게 되겠지만 IC의 發達로 인해서 needs 가 상당수 있는 한 값싸게 해결될 것이다. 그 後 電子工學의 發達에 따른 增幅裝置의 登場으로 信號의 레벨은 올라갈 수 있게 되었으나 잘못 取扱되면 雜音의 도입으로 信號는 原形에서 더욱 더 離脫하여 믿을 수 없는 값으로 變하기 때문에 엔트로피 ―는 增加하여 신호처리된 결과가 쓸모 없게되어 버린다. 잡음을 도입할 수 있는 모든 裝置가 엔트로피 ―의 見地로 보았을 때 逆效果를 가져

* 正會員 : 서울大 工大 電子工學科 敎授 · 工博

오기 쉽고 따라서 信號處理의 技術은 單純한 增幅이나 檢出과는 달리 信號의 前後事情으로 본 推定値를 把握하여야 한다. 따라서 어떠한 씨스템 의 擧動을 多項式으로 modelling 을 하여야 하는 등 어려운 技法을 사용하게 되나 根本의 뜻은 한 信號의 傾向을 調査하여 이러한 發生信號의 背後에 있는 씨스템 의 機構를 把握하고 그 信號의 過去의 움직임으로 보아 가장 蓋然性이 큰 現在 또는 未來의 값을 推定하여 出發點으로 삼는 것이다. 이 推定된 값은 當然한 것이기 때문에 엔트로피 —가 극히 낮은 것이며 이 값으로부터의 離脫만이 重要視될 수 있으며 이는 雜音 또는 새入力에 의한 것이어서 處理 또는 傳送될 價値가 있는 것이다. 雜音으로 因한 成分은 週期性이 있는 것은 推定, 따라서 除去될 수 있으나 一般的으로 問題視되는 雜音은 白色雜音을 위시하여 週期性이나 規則性이 전혀 없어서 엔트로피 —가 높고 따라서 推定逆信號의 追加로써 消去하는 方法이 없다. 原信號 自體가 엔트로피 —가 낮다면 다시 말하여 미리 알고있는 것이라면 雜音이 상당히 많이 섞여 있을 경우에도 原 pattern 과의 correlation 抽出을 통하여 검출될 수 있으나 그렇게 알고 있는 신호라면 보낼 필요가 없을 것이다. 다시 말하여 우리가 一般的으로 취급하는 信號는 미리 100% 알고 있는 것이 아니고 따라서 엔트로피 —가 높다. 이러한 뜻으로 雜音은 一般的으로 우리가 미리 推定할 수 있는 部分은 弊端을 막을 수 있으나 推定이 不可能한 部分은 信號와 先驗的으로 同等하다. 따라서 電子材料가 完璧하게 되어도 그 影響을 없앨 수가 없음은 當然하다. 한 信號가 時間的으로 앞 뒤사이에 어느정도 聯關性이 있게 하여주면 redundancy 가 생겨 傳達可能 信號速度를 低下시키나 雜音에 의한 信號의 毁損을 復舊시켜줄 可望性이 생긴다. 一般的으로 散發的인 redundancy를 除去한다음 組織的인 redundancy 를 混合시킴으로써 주어진 條件에서 最善의 結果를 얻어야 한다. 이러한 處理의 結果는 單位時間 傳送情報의 量이 크고 毁損된 部分을 原狀復舊하여주기 쉬운 robust 한 信號가 된다. IC 의 발달등으로 인하여 機器의 感度는 極端的으로 증가하고 있으나 이것이 信號處理의 必要性을 減少시키는 것보다는 더 먼곳에서오는 또는 더 弱한 信號의 處理를 바라게 만들고 있어서 우리는 우리의 感知範圍를 增加시키고 있는 것에 不過하며 信號處理의 어려움과 範圍는 더욱 더 커가고 있는 實情이다.

2. 檢出, 推定 및 復調

디지탈 공학의 발달에 따라 우리가 取扱하는 信號가 電話器나 TV 카메라 에서 나오는 것과 같은 連續的이고스무一드 한 아나로그 信號만이 아니고 電話器다이알에서 나오는 것과 같은 階段的으로 서로 뚜렸하게 區分이 되는 디지탈 信號도 취급하게 되었다. 이와같이 離散的(discrete)으로 뚜렷하게 信號들간에 階段이 져 있을 때에는 些少한 離脫이 생겨도 이러한 誤差를 되 잡아줄 수 있게 되어서 便利하다. 또 한 우리가 취급하는 物理量(音圧, 温度, 畵面밝기 等) 의 크기를 이에 비례하는 電圧 等으로 取扱하는 아나로그 電子工學이 아니고 上述한 바와 같이 離散的으로 서로 떨어진, 따라서 有限個의 크기로 限定하게 하는 것을 量子化(quantization)라고 하는 데 우리가 고려하는 物理量이 (有限個의 個數밖에 없기 때문에 그 物理量이 아래서부터 또는 위로부터 몇번째 자리인가를 電圧 等(analogue 量)이 아닌 數字로 보내게 되는데 그러한 경우에 있어서는 몹시 低位數字가 對等하게 取扱이 되기 때문에 아무리 먼 곳 까지 信號(그 物理量)를 보내도 큰자리 數字는 勿論 弱한 位置의 數字도 毁損되지 않고 傳達이 된다는 長點이 있다. 이로 因하여 보내진 信號의 再生過程에 있어서 우리는 信號가 있다 없다를 가려내는 檢出(detection)과 連續量을 취급하여 正確한 原信號의 크기를 찾아내는 推定하고도 區分된다. 한 瞬間의 값만이 아니고, 連續的인 數値를 即 函數를 再生하면서 가장 그 誤差의 總計가 작게하는 復調(原波形의 再生이란 뜻으로 復調라고 하였으나 영어로는 modulation)等을 고려하여야 한다. 檢出, 推定 및 復調의 각각은 또 다시 비슷한 分類方法에 따라 미리 約定된 信號의 有無를 가려 내는 경우와 寄託한 파라미터 를 되찾는 경우와 완전히 random한 값을 찾는 경우등 세가지로 區分될 수 있다. 信號의 디지탈 化에 따라 信號의 毁損이 심하지 안는 範圍에서 信號는 언제나 原狀으로 돌아올 수 있게 되었기 때문에 毁損이 累積되지 않으면서 많은 段階의 信號處理를 할 수 있게 되었다. 이는 VLSI 등 IC 의 集積技術의 向上과 가격의 低廉化를 통하여 복잡한 處理回路가 손쉽게 사용될 수 있는 實情으로 보아서 중요한 뜻을 가졌다. 아나로그 回路의 경우와 같이 誤差가 累積되는 경우라면 어느 段階以上의 複雜한 回路는 使用하여 오히려 雜音의 增加때문에 SN 比를 悪化시켰을 것이다. SN 比란 信號와 雜音(歪包含)의 電力比로서 信號의 質과 明瞭度의 尺

度가 되는 것이다.

디지탈化를 통하여 우리는 信號를 엔트로피 —를 증가시키는 일이 없이 處理할 수 있다.

3. 雜 音

溫度가 絶對 零度가 아닌 모든 物質은 雜音을 발생한다. 모든 電子回路素子들은 絶對零度가 아닌限 雜音을 發生한다. 이는 機器製作에 있어서의 不完全性과 無關한 역시 先驗的인 것이다. 이는 모든 分子의 (또는 格子의) 運動이 서로간에 아무런 規制가 없고 random한 現象이기 때문에 일어나는 것으로서 이 random 現象의 標準偏差의 自乘인 variance σ^2에 比例하는 交流 에너-지를 雜音으로 투입한다. 抵抗値 R인 抵抗에서 발생하는 백색잡음의 power spectral density (PSD)즉 單位周波數當 에너-지는 다음 式으로 주어진다.

$$\overline{e_n}^2 = 2\,KTRB = 2\,D \tag{1}$$

但 T는 絶對溫度, B는 帶域幅, K는 Boltjman 定數, D는 雜音의 單位 周波數에 分布된 電力, 即 PSD이다. 帶域이 制限되지 않은 Gaussian 잡음만이 白色雜音으로 불리우며 時間領域 앞뒤의 값들 사이에 아무런 聯關性이 없기 때문에 t_1과 t_2로 間의 correlation은 다음식으로 주어진다. 이는

$$R(\tau) = 2D\,\delta(t_2 - t_1),\ 但\ \tau = t_2 - t_1 \tag{2}$$

直前의 값이 直後마저도 지배하지 못함을 나타내며 無限大이 帶域幅의 機器에서만 取扱될 수 있으며 限定된 帶域幅의 機器를 通過하면 앞뒤간에 聯關性이 생기고 따라서 redundancy도 생긴다. 다시 말하여 앞뒤의 값에 의해서 어느정도 現在의 값이 推定될 수 있게 된다. 白色雜音은 單位周波數에 包含된 에너-지가 같음으로 帶域幅 B에 包含된 雜音을 나타내는 random 電壓의 variance (交流電力)는 (1)式으로 주어지는 것이다. 모든 周波數에 골고루 分布되었을 때 우리의 귀에는 高音이 더 많은 것으로 들린다. 한 옥타-브에 包含된 周波數는 高音帶域일 수록 幾何級數的으로 넓어져서 높은 音程의 옥타-브에 雜音에너지가 모인것과 같기 때문이다. 여러 source에서 追加되는 경우 結果雜音은 variance가 서로 合해지는 것과 같이, 時間軸에서의 信號의 scattering (rise time의 原因)도 random 現象으로서 各各의 機器에서 導入하는 rise time도 各段의 rise time의 自乘和의 平方根으로 다음과 같이 주어진다.

$$\tau_{total} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2 + \cdots\cdots + \tau_m^2} \tag{3}$$

但 $\tau_i\,(i = 1, 2, \cdots\cdots m)$는 各單의 rise time, τ_{total}은 結果되는 全 씨스템의 rise time 이다.

4. 信號處理方法

信號의 處理는 時間의 領域과 周波數의 領域에서 行할 수 있다. 이 中 한 領域에 있어서의 變化를 가져오고 時間領域에 있어서의 신호를 나타내는 時間函數는 그의 푸리—에 變換(周波數 函數)과 一對 一對應을 하고 있기 때문에 어느 한편 領域에서의 式도 또 한편을 完全無欠하게 나타내고 있다. 取扱할 수 있는 周波數 帶域이 充分하고 餘浴가 있을 때 그리고 線路架設費用이 비쌀 때 長距離 電話 等에 있어서 多重化 使用을 始作하였다. 이는 여파기를 使用하여 周波數帶域을 分割하여 서로 獨立된 內容의 信號를 傳送할 수 있게 한것이다. 이 信號들은 周波數面에서는 서로 分離가 可能하나 時間領域에서는 서로 엉켜 있어서 分離가 可能할 것으로 보이지 않는다. 그러나 디지탈 回路素子의 發達 및 低廉化가 디지탈 여파기를 비싸지 않게 具現할 수 있게 하였고 이 디지탈 여파기는 取扱信號의 주파수가 너무 높지 안는 한 아나로그 여파기가 하는 모든 일을 할 수 있고 경우에 따라서는 그보다도 손 쉽게 그리고 廉價로 하여준다. 특히 回路의 特性이 保存面에 있어서 우수하고 再現性이 完璧하다. 線型回路의 경우에 있어서는 時間領域에 있어서의 두信號의 混合은 周波數 領域에 있어서도 加算이 되지만 即

$$F\{x_1(t) + x_2(t)\} = F\{x_1(t)\} + F\{x_2(t)\} \tag{2}$$

x_1이지만 時間領域에서 곱셈(振幅變調의 경우와 같이)은 各各의 푸리-에 變換間의 convolution이 된다. 周波數 領域에서의 두個의 函數間 相乘積의 푸리—에 變還은 두 個의 函數의 逆變換間의 convolution 이 된다. 두 函數 $x(t)$와 $h(t)$間의 convolution $y(t)$은 다음 식으로 나타낸다.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\,x(\tau)\,d\tau \tag{4}$$

이 때 $F\{y(t)\} = F\{h(t)\} \times F\{x(t)\}$ (5)

이다. 時間函數는 흔히 小文字로 표시하고 그 函數의 푸리—에 變換은 같은 文字의 大文字를 사용한다. 即 $F\{x(t)\} = X(s)$ 等이다. (4)式과 (5)式은 한 임펄스에 대한 回路의 應答이 $h(t)$인 그러한 回路의

入力에 $x(t)$가 印加되었을 때의 出力을 주는 式이기도 하다.

不確定性의 原理에 의해서 時間과 周波數間에는 여러가지 面에 있어서 反對의 움직임을 보이게 된다. 한 信號가 周波數 領域에서 좁은 帶域으로 스펙트럼 이 縮少되어 通過되면 時間領域에서 그 信號는 길어진다. 따라서 좁은 帶域 通信線에 디지탈 信號를 보내면 自己의 칸(time slot)에서 波形이 完了되지 못하고 다음 칸에 까지 波及하게되고 따라서 에러-의 原因이 된다. 이러한 경우 信號는 잘 加工되어야 한다. 시간과 주파수의 誤差 Δt, ΔF는 다음 關係를 가졌다.

$$\{\Delta t \cdot \Delta F\} \geq U \tag{6}$$

U는 信號의 SN比의 平方根, 信號의 時間攪亂幅, 그리고 신호의 帶域攪亂幅 等에 의해서 決定되는 常數로서 SN比가 나쁠수록 커진다. 最小의 경우가 U로서 信號를 잘못 取扱하였을 때 나빠질 수는 있으나 아무리 처리를 잘 하여도 (6)식보다 좋아지는 것은 先驗的으로 不可能하다. 信號가 熱攪亂을 爲始하여 여러가지 外部의 攪亂을 받고 一般的으로 理想的이 못된 通信 channel (한 雙의 通信路實線에 여러 channel 이 收容될 수가 있음)을 지나면서 周波數에 따라 고르지 못한 減衰를 받고 특히 帶域幅이 좁아서 割當된 時間을 넘어서 다음 time slot 에 넘어가는 等하여 일어나는 符號間 混合을 intersymbol interference라고 부르는데 이를 經減하기 위해서 到着端에서 波形의 再整形을 하는 機器를 signal conditioner 라고 한다.

時間領域에서 取扱한 것이 有利할 때도 있으나 한 信號의 加工이 周波數領域에서 하는 것이 有利할 때도 많기 때문에 우선 한 信號의 스펙트럼 을 알아야할 때가 많다. 즉 信號를 나타내는 時間函數의 푸리-에 變換을 얻는 것으로서 離散的 信號에 대해서 가장 簡潔하고 高速으로 행할 수 있는 프로그램 이 cooley와 tucker에 의해서 얻어졌고 이를 FFT라고 한다. N개의 時點에서의 實函數의 값 N個로부터 N個의 整數 數列點에서의 振幅과 位相等 2N個의 서로 獨立인 情報를 얻을 수는 없는 것이기 때문에 N/2 周波數點까지만이 完全 獨立이고 나머지는 redundancy 이다. 이를 除去하고 또 한프로그램 의 簡潔性 等을 위하여 零次의 計算까지 複素數運算을 한 것이 指摘되어 이들을 修正하여 1/2가까운 시간으로 短縮되었다.

周波數領域에서 생각할 수 있는 第一쉬운 信號處理는 帶域通過여파기를 通한 雜音의 減衰이다. 이 方法은 손쉽게 SN比의 惡化를 막아준다. 必要없는 周波數成分을 零으로 代置하면 된다.

time series $x(n)$, $n = 0.1 \cdots\cdots N-1$ 의 DFT (離散 푸리-에 變換)는 다음식으로 주어진다.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W^{nk},$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} X(k) W^{-nk} \tag{7}$$

$$但\ W = e^{-j(2\pi/N)}$$

주어진 FFT(또는 DFT)가 필요한 周波數 分解能을 갖지 못 할 때 時間軸에서 點의 數를 增加시켜 必要한 分解能을 얻는다. 새로 採擇한 點에 있어서의 값은 모두 零으로 한다.

5. 發生씨스템 特性에 의한 한 信號의 自然動向

한 信號源에서 發生하는 信號는 그 發生機構의 自由度가 클 수록 複雜하다. 따라서 이러한 信號를 調査하면 이 信號源의 dynamic 特性을 몇차의(線型) 씨스템으로 fitting 시켜야 할지를 알 수 있다. 入力을 $x(n)$ 出力을 $y(n)$라고 했을 때 先行 p個의 入力信號 $x(n)$, $n = 1, 2, \cdots\cdots$와 先行 q個의 出力信號를 $y(n)$, $n = 1, 2, \cdots\cdots$ (delay line 이나 storage 素子에 貯藏된) 의 各各의 weighted sum으로써 現在의 出力 $x(i)$ 이 결정된다면(discrete 信號의 경우) 다음式으로 나타난다.

$$\begin{aligned} y(n) = \phi,\ y(n-1) + \phi_2 y(n-2) + \\ + \phi_p(n-p) - x(n) - \theta,\ x(n-1) \\ - \theta_2 x(n-2) \cdots\cdots\cdots - \theta_q x(n-q) \end{aligned} \tag{8}$$

但 처음 項들과 같이 過去의 出力이 現在의 出力을 다시 지배하게 되는 것을 나타내는 項들을 autoregressive項이라 하고 後半과 같이 現在 및 過去의 入力(delay line 이나 storage 素子에 貯藏된) 이 保管遲延되며 支配하는 것을 나타내는 項들을 moving average 項이라 한다. 이 中에서 한편만 支配하는 수도 있다. 그때 또 한편의 모든 係數는 零이다. 이들을 합하여 ARMA process 라고 한다. 사람의 發聲機構는 arien 言語를 위해서는 八次의 AR process 로써 fitting 하면 充分하다는 것이 나타나 있다. 따라서 이 경우 發聲機關의 傳達函數는 다음 式으로 나타낼 수 있다.

$$H(z)=G\frac{1}{1-\sum_{K=1}^{P} a_K z^{-K}} \tag{9}$$

但, a_K는 K번째 AR parameter, p는 8이다. 이경우 zero는 없고 pole만 있기 때문에 all pole model이라고 한다. 이러한 특성을 가진 곳에 聲帶를 울려서 나오는 펄스 波型이 지나가면 그 振動數(男子는 120 HZ 근처)에 比해 聲道의 共振周波數는 越等히 높기 때문에 몹시 複雜한 波形이 나타나나 모든 特色은 八個의 파라미터로 나타나고 따라서 現在의 값은 過去 八個의 時點에 있어서의 값으로부터 다음 式으로 容易하게 求하여 진다. 即 推定을 한 것이다.

$$y(n)=\sum_{K=1}^{\infty} a_K\, y(n-K) \tag{10}$$

이 方法을 線型予則(linear prediction) 技法이라 부른다. 그러나 이것은 그다지 신기한 일은 아니다. 우리는 飛行機이건 산토끼이건 觀察을 하다가 놓치면 그 對象의 過去의 움직임으로부터 지금의 가장 蓋然性 높은 位置를 흔히 推定하는 方法을 活用하고 있기 때문이다. 느린 對象을 놓치고 먼 前方을 보지도 않을 것이고 高速으로 左回轉한 飛行機를 잠깐 안보인다고 右側에서 찾지도 안는다. 더군다나 相當한 速度의 事物을 놓인곳의 후방에서 찾지 않을 것이다. 지금까지 工學이나 數學에서는 이러한 常識을 活用하지 못하고 過去의 擧動으로 몹시 둔한 씨스템 이라는 것이 또는 몹시 單純한 運動만 하는 씨스템 이라는 것을 알 수 있는 데도 다음의 位直로서 모든 數值를 對象으로 삼았을 따름이다. 推定學의 發達에 따라 우리는 한 對象이 單調振動을 하고 있을 때는 두 個의 自由度밖에 없고 두 個의 周波數 成分밖에 없는 現象은 4個의 파라미터 로써 모든 것이 確定되어서 그 파라미터만 알려지면 모든 秩序가 들어나는(따라서 엔트로피가 낮인) 것으로서 高價의 傳送線을 써서 傳達할 필요가 없음을 안다. 처음은 推定을 하여 그 信號뒤에 숨은 dynamic 씨스템 을 지배하는 機構를 把握하지만 그 씨스템 의 必要次數와 파라미터 들이 把握되면 全혀 送信端으로부터의 信號를 받지 않아도 똑같은 波型을 내게 할 수 있다. 이것이 vocoder의 根本 原理이다. 말하는 內容이 달라질 때 즉 發音이 變動할 때 발성기구의 dynamic 特性이 달라지기 때문에 새로운 發音下에서의 파라미터들을 傳達하여야 한다. 在來式의 方法으로 信號를 취급하면 送信者가 똑같은 發音을 계속하여도 瞬間 瞬間의 값을 빠짐없이 傳達하여야 하지만 信號의 發生機構의 dynamic 메카니즘 을 몇個의 파라미터로서 把握하는 linear prear prediction 技術에서는 redundancy가 모두 다 除去되어 變化, 다시 말하여 새로운 情報가 없으면 信號傳送量은 激減內至 消滅한다. 뜻이 있고 文法에 따를 英語文章의 경우 發音上 또는 單語의 統計的 性質上 또는 文法에 의한 redundancy가 約 50%를 차지하고 있기 때문에 人間의 本然의 心理學的 特性에서 오는 間歇的인 注意의 中斷에 不拘하고 앞뒤의 文脈等에 依한 推理에 의해서 대강 무리없게 聽取判讀할 수 있으나 이 文章들이 앞뒤 關聯이 없는 다시 말하여 文法的 秩序가 없는 경우라면, 또는 앞뒤가 關聯이 없는 獨立單語들이라면, 또는 더 나아가서 뜻이 없는 發音의 모임이라면 聽覺的인 判定이 놀라울 정도로 어렵게 된다. 이러한 絶對判定은 경우에 따라서는 機器에 의한 判定보다 劣等하며 오로지 올바른 文法과 單語를 通한 뜻이 있는 文章의 경우는 機器로는 거의 不可能할 정도의 것도 人間들은 이를 判定해내나 이는 역시 聽取者가 그 내용을 알아들만한 知識을 갖고 있다는 條件下에서이다. 人間의 경우는 一般的으로 말을 들음에 있어서 미리 짐작하여 予期한 文脈과 사이의 상당한 길이에 걸친 correlation의 存在與否로써 判斷하는 것으로서 電算機에 의한 自動認識은 電算機가 상당한 큰 容量 그리고 平均 成人의 知識에 該當되는 쏘프트웨어 의 收容等이 必要되기 때문에 그 莫大한 내용과 照會를 完了하려면 電算機速度가 여간 크기 前에는 real time 으로는 不可能하다는 말이 된다. 人間의 경우도 말다툼이 다 지나간 다음에 좋은 궁리가 나는 경우는 速度가 느린 계산기의 경우와 다름이 없다. 우선은 電算機의 容量도 사람의 頭腦에 比하여 몹시 限定된 것이지만 容量을 키웠을 경우에도 人間의 머리의 경우와 같이 過去에 들어 온 모든 知識과 比較할 날 그리고 話者의 失手까지 常識에 依해서 고쳐 주는 것은 아직 멀었다 하여야 할 것이다. 信號處理에 있어서 또는 信號의 設計에 있어서 攪亂要素가 없는 理想的인 경우만을 생각하는 것은 現實的이 못되고 雜音과 失手이 모든 非理想的인 條件下에 있어서도 健全하게 일할 수 있는지 與否를 처음부터 살펴야 한다. 이는 아무리 強調해도 지나침이 없다.

끝으로 time series $x(n)$와 m個만큼의 時間差의 $x(n+m)$와 사이의 autocorrelation ϕ_{xx}는 다음 式으로 주어진다.

$$\phi_{xx}=\langle x(n)\,x^*(n+m)\rangle=\lim_{N\to\infty}\hat{\phi}_{xx}$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{L-1-m} x(n)\ x(n+m) \qquad (11)$$

但 $0 \leq |m| \leq N-1$, 그러나 $|m|$ (=log)는 N에 比해 몹시 작은 것으로 한다.

6. 二次元畵面의 處理

지금까지 言及한 것은 二次元 情報인 畵面의 경우에도 成立한다. Convolution의 式도 次元만 다르지 거의 같기 때문에 다시 取扱함을 省略하나 二次元入力信號 $f(n, m)$가 impulse response $h(n-n_1, m-m_1)$인 씨스템을 통과하는 사이에 나온 出力 $g(n, m)$을 주는 式은 다음에 提示한다.

$$g(n, m) = \sum_{m_1=-\frac{N}{2}}^{N/2} \sum_{n_1=-\frac{N}{2}}^{N/2} h(n-n_1, m-m_1) f(n, m_1)$$

但 實際 하게되는 項의 數는 lag 等에 따라 달라진다. 이러한 impulse response $f(n, m)$의 이에 대응하는 전달함수 $h(n-n_1, m-m_1)$는 入力信號에 作用하여 信號를 變質시키는 機構(씨스템)의 機能을 나타내는 operator H로 생각할 수 있어서 그 때는 다음 식이 成立할 것이다.

$$G(f, g) = H \cdot F(f, g) \qquad (12)$$

이러한 operator에는 入力信號가 갖고 있는 自由度를 損傷시키지 안는 充分한 rank의 것도 있고 追加된 constraints를 통하여 ramk를 減少시키는것도 있다. 이 operator가 線型 operator일 경우에는 入力出力을 백터로 취급하고 operator 自體는 matrix로 나타낼 수 있으며(비록 周波數領域에 있어서 이지만) 入力信號 벡터의 各 element의 自由度를 보존 못하면 그 matrix는 singular 이다. 그 때에는 다음과 같은 逆運算 過程을 完成할 수가없다.

$$F(f, g) = H^{-1}\, G(f, g) \qquad (13)$$

이때 逆過程을 나타내는 inverse operator H^{-1}를 deconvolution 이라 부른다. transducer 등으로부터 先驗的으로 degradation 되어 나오기 때문에 原形으로서의 깨끗한 모습을 把握하지 못하는 경우 일지라도 그 degradation 이 nonsingular 한 matrix로 나타나는 그러한 性質의 線型 operator 이라면 inverse operator에 該當하는 operator을 통하여 畵面의 質을 改善할 수가 있다. 우리가 雜音을 타기 쉬운 channel 또는 木星等 deep space 에서 信號를 보내 올 경우, 우리는 信號를 處理하여야 깨끗한 畵面을 볼 수 있다.

칼라-TV의 경우에 있어서도 우리는 미리 信號를 處理하게 된다. TV의 CRT에 나타나는 그림은 아무리 發達하여도 電子에 의해서 勵起된 燐光物質에서 나오는 빛으로서 그 以外의 視覺的 感覺을 줄 수 없다. 우리는 눈 앞의 모든 事物을 感知하지만 우리가 눈앞의 하나의 풀잎을 눈여겨 볼 때의 그 edges (輪廓)의 解像度를 또는 距離의 差가 주는 境遇를 TV 화면의 모든 pixel에 再現할 수 없다. 다시 말하여 人間의 눈은 選擇的으로 좁은 곳에 관해서는 대단한 解像度를 나타내지만 限定된 解像度의 유리管 表面에 옮겨왔을 때 우리는 아무리 視力을 集中시켜도 原對象을 눈여겨 볼 때의 解像度를 바랄 수가 없기 때문에 限定된 解像度로 CRT上에 畵面을 再現하면 부여케 보이기 때문에 미리 輪廓을 強化하는 信號處理를 하여야 하는 것이다. 한 畵面에서 나오는 아나로그 信號를 A-D 變換機 等을 통하여 digitize 하였을 때 電算裝置를 통하여 加工할 수 있는 技法은 무궁무진하다. 畵面信號의 경우도 그 信號 自體의 特性을 把握하여 그 畵面의 自由度에 該當하는 軸으로의 成分을 찾았을 때, 그리고 交差項이 없는 二次型式의 경우와 같이 그 畵面의 eigen vector를 座標軸으로 하고 eigen value를 當該座標軸에 對한 成分으로 생각하여 하나의 畵面을 서로간에 엉킴이 없는 獨立的인 基本畵面들과 이 軸에 對한 成分의 모임으로 分解하는 것을 SVD (singular value decomposition)이라고 하여 각각이 獨立的으로 支配하는 次元을 따로 갖기 때문에 便利할 때가 많다. SVD는 一般的인 operator에 있어서 한 operator H에 대해서 다음 式이 주는 eigen vector와 eigen value를 통하여 展開하는 것이 가장 簡潔한 表現을 준다는 一般論의 一環이다.

$$K_x(t, u) \triangleq E\{[x_t - m_x(t)][x_u - m_x(u)]\} = R_x(t, u) - m_x(t)\, m_x(u) \qquad (14)$$

但, m_x는 x의 平均値, $R_x(t, u)$는 x의 t와 u時의 數値間의 autocorrelation으로 정의되는 auto covariance function $K_x(t, u)$은 한 信號 x_t와 다른 時點 u에 있어서의 信號 x_u와의 相關關係(平均値 除去, 即 平均値를 中心으로 하는 變動部分만의)를 나타내는 函數이다. 이것을 kernel로 사

용하는 積分變換式

$$\int_0^T K_x(t, u)\,\phi_j(u)\,du = \lambda_j\,\phi_j(t) \tag{15}$$

을 통한 eigen value와 eigen function에 의한 多項式展開를 KARHUNEN-LOÈVE 展開라고 한다. 이는 信號自體가 주는 座標를 分析에 提供하기 때문에 有利하다.

7. Wiener Filter

역시 信號處理에 있어서 가장 많이 活用되는 技法은 過去의 信號의 값들에 의한 現在値의 推定이다. 다음에 Wiener가 이를 위해서 向한 計算의 一部分을 紹介한다.

먼저 다음 式과 같은 信號를 생각하기로 한다.

$$y(t) = s(t) + n(t) \tag{16}$$

但 이곳에서 $s(t)$는 原信號이고 $n(t)$를 이에 附隨한 additive noise 라고 한다. 과거의 入力을 利用하여 미래를 推定하여 주는 機器가 있어서 그 機器의 impulse response를 $h(t)$라 할 때, η時後의 出力 $S(t+\eta)$와 추정치 $\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\,y(t-\tau)\,d\tau$ 와 사이의 오차의 自乘이 最少가 되는(그 推定裝置의) impulse response 函數를 구하기로 한다. 이는 다음 ε를 最少로 하는 것이다.

$$\varepsilon = E\{[S(t+\eta) - \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\,y(t-\tau)\,d\tau]^2\} \tag{17}$$

$h(t)$를 변동하여 가면서 ε를 最少로 하는 變分法수속을 하면 다음과 같은 制限式을 준다.

$$R_{xy}(\tau+\eta) \doteq \int_0^{\infty} h(\mu)\,R_y(\tau-\mu)\,d\mu$$

$$\tau \geq 0 \tag{18}$$

但, x신호는 씨스템 h에 의해서 處理된 結果 信號이고 R_{xy}는 x信號와 y信號間의 cross correlation 함수, R_y는 y의 autocorrelation 함수이다. 積分의 下限이 零임은 causality 때문에 이 時間以前의 出力을 없는 것으로 간주하였기 때문이고 causality를 無視하면 즉 다음에 오는 入力을 위해서 이미 出力을 準備하고 있는 "점장이 기계"라면 이 적분의 下限이 $-\infty$가 된다. 그 때 이들의 푸리-에 變換을 求하고 h의 delay가 $e^{j\omega\eta}$ 라는 位相因子를 하여 주는 것으로 됨을 參考로 하면 다음 式이 된다.

$$e^{j\omega\eta} S_{xy}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau+\eta)\,e^{-j\omega\tau}d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h(\mu)\,R_y(\tau-\mu)\,e^{-j\eta\tau}\,d\mu\,d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(\mu)\,e^{-j\omega\mu}d\mu \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\xi)\,e^{-j\omega\xi}\,d\xi$$

$$= H(j\omega)\;S_y(j\omega) \tag{19}$$

따라서 구하는 impulse response $h(t)$의 푸리에변환 $H(j\omega)$는

$$H(j\omega) = \frac{S_{xy}(j\omega)}{S_y(j\omega)}\,e^{j\omega\eta} \tag{20}$$

만일 $\eta = 0$이라면 다시 말하여 予測이 必要한 것이 아니고 雜音의 影響을 除去한 眞正한 信號를 찾고자 한다면

$$S_{xy}(j\omega) = \int R_{xy}(\tau)\,e^{-j\omega\tau}$$

$$d\tau = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,y(t)\,dt\;\;e^{-j\omega\tau}\,d\tau \tag{21}$$

$x(t)$는 雜音이 제거되고 信號成分만이기 때문에

$$S_{xy}(j\omega) = S_s(j\omega) \tag{22}$$

그러나 $S_y(j\omega)$는 信號와 雜音사이에 correlation이 없을 때만 $S_y(j\omega) = S_s(j\omega) + Sn(j\omega)$

따라서 $$H(j\omega) = \frac{S_s(j\omega)}{S_s(j\omega) + S_n(j\omega)}\,e^{j\omega\eta} \tag{23}$$

이는 $S_s(j\omega)$와 $S_n(j\omega)$를 包含한 $S_y(j\omega)$에 作用하여 $S_n(j\omega)$部分만큼 輕減시키는 式에 不過하지만 이러한 機器(結局은 一種의 filter이기 때문에 filter로 呼稱)를 통하여 雜音을 除去하고 眞正한 信號에 가깝게 하여줄 수 있음을 보여주며 그 結果가 妥當함을 알 수 있다.

Wiener의 filter는 η의 여러 경우를 통하여 넓게 活用되지만 결국에 있어서 이는(18) 式과 같이 causality를 尊重하는 씨스템을 만들어야 하기때문에 $H(j\omega)$가 left half plane에 있는 것이 요구되어서 $S_{xy}(j\omega)$, $S_y(j\omega)$ 等의 poles에서 右側에 있는 것을 除去(左側의 것과 對稱的이기 때문에 支障없이 같은 特性이 나옴) 하고 나머지 部分으로서 filter를 realize 하게 된다.

이는 入力의 power spectral density (PSD) $S_y(j\omega)$에 작용하여 이를 白色雜音으로 만드는 filter(傳達函數$W(j\omega)$)를 생각하면 다음 式이 된다.

$$S_y(j\omega)\,|W(j\omega)|^2 = 1 \qquad (24)$$

다음에 이러한 whitening filter 의 poles중에서 Lhp (左側分)만 남기는 手續을 마치고 $W^t(j\omega)$라 表示한다. 除去한 部分은 $[W^t(j\omega)]^*$ 로 표시한다. 右側인 $[W^t(j\omega)]^*$는 $S_{xy}(j\omega)$와 (該當zero가 있다면) concel' 시킨다. 따라서 必要한 filter는

$$\frac{1}{W^t(j\omega)} \triangleq G^t(j\omega),\ |G(j\omega)|^2$$

$$= S_y(j\omega) = \frac{1}{|W(j\omega)|^2} \qquad (25)$$

라고 하였을 때

$$H(j\omega) = \frac{S_{xy}(j\omega)}{S_y(j\omega)} = \frac{S_{xy}(j\omega)}{|G(j\omega)|^2}^{+}$$

$$= \left\{\frac{1}{G^+(j\omega)}\right\} \left\{\frac{S_{xy}(j\omega)}{G^+(j\omega)^*}\right\}^{+} \qquad (26)$$

물론 $|G(j\omega)|^2 = S_y(j\omega)$이고 +記號하 Lhp에 있는 것만을 擇한다는 뜻이다. (24) 式이 Wiener filter의 傳達函數로서 信號處理에 가장 크게 活用되고 있는 것이다.

8. 結 論

모든 非零度 物質이 當然한 雜音成分을 寄與하고 있는데 이들은 결국 分子나 格子의 random한 擧動으로 인한 것으로서 不可避한 것이다. 그러나 統計學의 發達에 따라서, 우리는 無秩序하면 할수록 나타나기 시작하는 性質(大數의 法則等)을 통하여 여러가지 면에서 予期치 못 하였던 改善을 할 수 있게 되었다. 무엇보다도 우리가 取扱하여야 하는 情報의 帶域幅을 縮少시키고 이러한 情報信號를 취급하는 電子回路의 帶域幅을 可能하면 좋게 잡아 줌으로써 아나로그 回路 評價의 第一의 尺度인 SN比를 改善할 수가 있다. 이는 最大帶域幅이 支配하는 rise time의 限定에 依한 모든 너무 急激한 움직임에 대한 制限으로서 信號의 擧動이 온건하게 되어 雜音의 減少에 크게 寄與한다. 그러나 그보다도 鈍한 움직임에 대하여서는 그것이 雜音인지 眞正한 信號인지를 區別할 길이 없다. 信號의 發生源이 사람의 發聲機構와 같이 比較的 鈍한 것이라면 우리는 이러한 信號 뒤에 숨어있는 發聲機關의 dynamic 씨스템 을 simulate 하는 微方의 各 係數(LPC 의 八個의 파라미터 와 직접 관련)를 把握함으로서 外觀上은 複雜하지만 사실은 대단한 새로운 情報가 없음을 알 수 있고 따라서 이와 같이 推理될 수 있는 것은 傳送하지 않도록 하고 있다. 반대로 같은 帶域幅을 點有하고 있으나 相互間에 거의 constraint 가 없는 非組織 信號를 위해서는 使用할 수가 없다. 反對로 사람의 發聲統計를 통하여 가장 人間에게 便利한 人間목소리 爲主의 human voice affined filter 도 만들 수 있다.

信號處理 技術의 發達은 問題를 完然히 解決하여 버렸다 하는 完成의 時期를 주지 않고 차차 더 弱하고 더 흐터진 信號를 다루게 되어 끝일 줄을 모르게 될 것이다. 그러나 不確定性의 作用에 의하여 現想想態는 항상 어렵고 現象을 나타내는 wave packet는 흐터지기만 하지 다시 모아지지 않기 때문에 지나간 옛일은 어느 程度 以上은 끝내 되찾아보게 되지 않을것이다. Digital 化된 信號만은 너무 늦기 전에 손을 쓰면 몇번이고 原狀으로 復歸시킬 수 있다.

I C의 發達과 低廉化가 (많은 사람에게 共通인)問題는 손쉽게 解決하여 줄 것이나 더 좋건 더 나쁘건 남과는 다른 方法을 요구하는 사람에게는 不利하게 作用할 것이다. Digital 回路 素子를 통하여 신호의 役割을 수반함이 없이 상당히 復雜한 機能을 活用하게 하여 줄 것이다. WIENER의 filter 等의 信號處理 技術은 周波數等 信號外의 손질이 아니고 信號의 本質 把握을 통하여 雜音을 除去하여 준다. 信號의 發生初期에서 digital 化하는 方法에 따라잘 處理된 信號의 強靭性(robustness)은 우리 마이클로프로세써 등 programmable devices와 함께 우리에게 놀랍게 편리한 社會를 具現하여 줄 것이다. 農耕爲主社會의 思考方式이 뿌리깊게 남아 있는 社會일 수록 mentality의 變化는 不可避하게 밀어 올 것이다.

참 고 문 헌

[1] Box & Jeakins; Time Series Analysis-forcasting and control, San francisco Holden Day, 1970.

[2] N. Wiener; Extrapolation, Intrapolation and Smoothing of Stationary Time Series, with engineering Applications. New York, Technology Press and Wiley, 1949.

[3] T. Kailath ; A View of Three Decades of Linear Filtering theory, vol. IT-20 No. 2 IEEE.

[4] W.B. Davenport, Jr., and W.L. Root; An introduction to the theory of Random Signal and

〈p. 10에 계속〉