

## 論 文

大韓造船學會誌  
第19卷 第2號 1982年 6月  
Journal of the Society of  
Naval Architects of Korea  
Vol. 19, No. 2, June 1982

### 直交異方性平板理論을 利用한 船底構造의 彈性解析

金 昌 烈\* · 金 成 圭\*\*

Elastic Analysis of Ship Bottom Structure Using Orthotropic Plate Theory

by

C.Y. Kim\*, S.K. Kim\*\*

#### Abstract

Ship bottom structure is idealized by an equivalent orthotropic plate upon which uniform lateral, uni-axial and bi-axial loads act. Solutions in the form of series representing deflections and moments at the center are obtained in case of simply supported and fixed boundary conditions. Variables in the solutions are reduced and grouped in nondimensional parameters. Stresses in the members of actual plate-stiffener combination are calculated corresponding to moments obtained above.

In this paper design curves of deflections and moments for two different sets of boundary conditions are given, and they are compared with Schade's design curves and Mansour's design curves.

Some examples for application are given and compared with the results obtained by FEM (SAPIV) in appendix.

#### 記 號 定 義

$x, y, z$	: 基準座標系
$a, b, h$	: 板의 길이, 幅, 두께
$\omega$	: 치점量
$D_x, D_y$	: 直交異方性平板의 $x, y$ 方向으로의 緩剛性度
$H$	: 直交異方性平板의 有效비틀림 剛性度
$\nu_x, \nu_y$	: $x, y$ 方向으로 異方性平板의 Poisson比
$G$	: 剪斷彈性係數
$M_x, M_y$	: 板의 中央에서의 單位幅當 異方性平板의 $x, y$ 方向으로의 모우먼트
$M'_x$	: 板의 支持點에서 單位幅當 $x$ 方向으로의 모우먼트

$q$	: 單位面積當 法線均等分布荷重
$N_x, N_y$	; 單位幅當 $x, y$ 方向으로의 內一平面荷重
$\rho = a/b\sqrt{D_y/D_x}$	: 異方性 平板의 假想長幅比
$\eta = H/\sqrt{D_x/D_y}$	: 異方性 平板의 비틀림係數
$\alpha = \omega / \left( \frac{qb^4}{D_y} \right)$	: 無次元 치점量
$\beta p = M'_{xo}/qb^2\sqrt{D_x/D_y}$	: $\nu_y = 0$ 일 때 支持點에서 $x$ 方向으로의 無次元모우먼트
$\beta = M_{xo}/qb^2\sqrt{D_x/D_y}$	: $\nu_y = 0$ 일 때 板의 中央에서 $x$ 方向으로의 無次元모우먼트
$\gamma = M_{yo}/qb^2$	: $\nu_x = 0$ 일 때 板의 中央에서 $y$ 方向으로의 無次元모우먼트
$M_{xo}, M_{yo}$	: $\nu_x = \nu_y = 0$ 일 때 板의 中央에서 $x$ 및 $y$ 方向의 單位幅當 모우먼트

接受日字：1982年 3月 11日

\* 正會員, 釜山大學校

\*\* 正會員, 韓國機械研究所 大德船舶分所

$M_{x_0}'$  :  $\nu_x = \nu_y = 0$  일 때 支持點에서의  $x$  方向으로의  
單位幅當 모우먼트

$N_x^* = -\frac{\pi^2 \sqrt{D_x D_y}}{b^2}$  : 異方性平板에 있어서  $x$  軸荷重의  
計算에 사용된 變數

$N_y^* = -\frac{\pi^2 \sqrt{D_x D_y}}{a^2}$  : 異方性平板에 있어서  $y$  軸荷重의  
計算에 사용된 變數

$\beta' = M_x / qb^2 \sqrt{D_x D_y}$  : 板의 中央點에서  $x$  方向으로의  
無次元모우먼트

$\gamma' = M_y / qb^2$  : 板의 中央點에서  $y$  方向으로의 無次元모  
우먼트

$\theta' p = M_x' / qb^2 \sqrt{D_x / D_y}$  : 支持點에서  $x$  方向으로의 無次  
元모우먼트

$\gamma_a, \gamma_b$  :  $x, y$  方向으로의 휨레비

## 1. 諸 論

船體가 파도중에서 hogging 또는 sagging 상태가 될 때에는 隔壁 사이에 있는 船底는 水壓으로 인한 板에 수직한 荷重뿐 아니라 船體前後方向으로의 縱軸力와 船體側面의 水壓으로 인한 橫軸力이 作用한다.

船體의 rolling 및 pitching의 영향을 무시한다면 板에 수직한 壓力 즉 法線力은 一定하고 吃水에 따라 그 크기가 결정된다. 그러나 배의 길이 방향으로 内平面力(in-plane load)은 船體의 全くな 모우먼트에 따라 變化하고 그 크기도 배의 길이에 따라 달라지며 주로 中央部에서 最大가 된다.

船底構造는 補強材가 붙어있을 뿐 아니라 floor 및 girder가 부착되어 있으므로 船底構造 그대로 解析한다는 것은 거의 不可能하기 때문에 floor 및 girder間의 補強板 또는 隔壁間船體를 直交異方性平板으로 置換[1], [2]하거나, 有効幅理論을 사용하여 grillage로 置換[3], [4], [5]하여 解析하고 있다.

H.A. Schade[1], [6]는 法線力만이 作用하는 船底構造에 대하여 異方性平板理論을 적용하여 線形彈性解析을 하고, 그 결과를 design curve로 나타냈으며, A.G. Young[7]은 F. Bleich[8]의 理論的研究와 Timoshenko[9]의 板理論으로부터 線形化한 直交異方性平板理論의 船底板에의 作用법위를 실험적으로 조사하였다.

이 實驗結果는 Bleich의 線形化한 平板理論이  $b/h = 62 \sim 97$ 사이의 범위에서 충분히 使用될 수 있으며, 膜應力은 다른 應力에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다는 것이 밝혀졌다. 그후 A.J. Johnson과 N.S. Miller

[10]등이 實船실험을 하였고, 이러한 理論的解析과 實驗的調查結果를 바탕으로 A. Mansour[2]는 法線力과 1軸 内平面力만이 作用하는 船底外板을 線形化한 直交異方性平板理論으로 解析하고, 그 結果를 design curve로 나타냈었다.

그 후 船底構造에 對하여 많은 實驗[11], [12]과 解析[13], [14]이 行해졌고, D.G. William[15]은 이를 設計資料化 시켰다.

本論文에서는 法線力 및 2軸 内一平面力を 받는 船底構造를 線形化한 直交異方性平板理論을 적용하여 解析하고 그 結果를 curve로 나타내어 設計初期 단계에서 이용할 수 있도록 하였으며, H.A. Schade 및 A. Mansour의 curve와 비교 검토하고, SAP IV에 依한 有限要素法 解析結果와 비교 함으로써 本論文의 實用性을 검증하였다.

## 2. 線形化한 直交異方性 平板理論

### 2.1. 概 要

船底構造에 異方性平板理論을 적용하는데 있어서 基本假定 및 理論은 等方性平板理論에서와 같으며, 다만 다른 것은 Hooke의 法則을 使用할 때의 彈性係數만이 다르다.

船底構造를 解析하는데는 다음 세 가지 理論을 적용할 수가 있다.

- 1) 線形理論
- 2) 線形化한 理論
- 3) 非線形理論

1)은 板이 法線力만을 받을 때 사용될 수 있으나 内平面力이 作用하면 치점에 이 荷重의 효과가 고려되어야 하고 결국 치점과 이 荷重과는 非線形關係가 되어 1)로써는 解결할 수가 없다.

또한, 3)은 大變形이 일어나는 경우 등 보다 폭넓게 적용될 수 있으나 그 해가 매우 복잡하다.

한편, 2)는  $\omega/h \leq 0.5$ 인 경우에는 船體에 적용하는데 충분히 좋은 결과를 준다는 것이 F. Bleich[8]의 理論的조사와 A.G. Young[7]의 實驗적조사 결과 밝혀졌다. 本論文에서는 2)에 따라 그 解를 구하고자 한다.

### 2.2. 假 定

線形化한 異方性平板理論은 다음 假定하에서 使用된다.

- 1) 板은 完全彈性體로써 Hooke의 法則에 따르며, 直交異方性을 갖는다.
- 2) 變形은 微少變形으로 假定한다.

3) 變形前에 板의 中央面에 對한 法線은 變形後에도 直線을 유지하며 中央面에 法線이 된다.

4) 板의 두께方向 應力은 다른 應力에 비해 무시할 수 있을 만큼 작다.

### 2.3. 基礎方程式 및 境界條件

#### 1) 基礎方程式

Fig. (2.1)과 같이 平板이 法線荷重 및  $x, y$ 方向으로의 内一平面荷重을 받을 때의 微分方程式은 앞의 假定하에서 다음과 같이 表示된다. [9], [16].

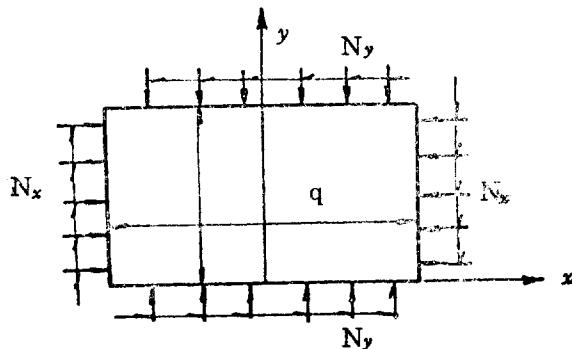


Fig. (2.1)

$$\begin{aligned} D_x \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 \omega}{x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} \\ = q \pm N_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \pm N_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \pm 2N_{xy} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서

$$\begin{aligned} D_x &= E_x h^3 / 12(1 - \nu_x \nu_y) \\ D_y &= E_y h^3 / 12(1 - \nu_x \nu_y) \\ H &= 2D_{xy} + 1/2(\nu_x D_x + \nu_y D_y) \end{aligned} \quad (2.2)$$

(2.1)式에서 軸力에 對한 土 부호는 引張 및 壓縮을 나타낸다.

#### 2) 境界條件

方程式 (2.1)을 本論文에서는 다음 2가지 境界條件에 對해 解析하였다.

Case I : 4邊 單純支持

Case II : 船側에서 單純支持, 隔壁에서 固定

船底構造의 境界條件은 경우에 따라 變할 수 있으나 대체적으로 위의 두 경우로 볼 수 있다.

### 3. 變數의 縮小 및 應力解析

基礎方程式(2.1)에서 内平面力이 壓縮인 경우를 생각하고, 内平面力에 의한 剪斷變形을 무시( $N_{xy}=0$ )한다면, 각 境界條件에 대한 처짐량은 Fourier級數로 表

示될 수 있으며 이에 대한 級數解는 本論文에서 생략한다.

結果를一般的인 形態로 나타내기 위해서는 變數의 縮小 및 無次元化가 필요하며,一般的으로 板에서 치점 및 모우먼트는 다음 變數들의 函數이다.

$$\omega = \omega(x, y, a, b, D_x, D_y, H, q, N_x, N_y)$$

$$M_x = M_x(x, y, a, b, D_x, D_y, H, q, N_x, N_y, \nu_x)$$

$$M_y = M_y(x, y, a, b, D_x, D_y, H, q, N_x, N_y, \nu_y)$$

위식에서  $x, y$ 는 a와 b의 項으로 표시될 수 있으므로 두개의 變數가 들어들 수 있다.

일반적으로 모우먼트는 다음과 같이 표시된다.

$$M_x = -D_x \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (3.1)$$

$$M_y = -D_y \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \quad (3.2)$$

無次元量을 誘導하기 위해  $\nu_x = \nu_y = 0$ 일 때의 모우먼트를  $M_{xo}, M_{yo}$ 라하면

$$M_{xo} = -D_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$$

$$M_{yo} = -D_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}$$

로 되고, 이 관계에 依해서 (3.1) 및 (3.2)는 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$M_x = M_{xo} + \nu_y \frac{D_x}{D_y} M_{yo} \quad (3.3)$$

$$M_y = M_{yo} + \nu_x \frac{D_y}{D_x} M_{xo} \quad (3.4)$$

한편,  $\omega, M_{xo}, M_{yo}$  級數解는

$$\rho, \eta, \frac{N_x}{N_x^*}, \frac{N_y}{N_y^*}$$

를 媒介變數로 하여 無次元化 된다. 즉,

$$\omega / (qb^4 / D_y) = \alpha,$$

$$M_{xo} / qb^2 \sqrt{D_x / D_y} = \beta,$$

$$M_{yo} / qb^2 = \gamma, \quad (3.5)$$

여기서,

$$\rho, \eta, \frac{N_x}{N_x^*}, \frac{N_y}{N_y^*}$$

는 記號定義에서 주어져 있다.

따라서, (3.5)의  $M_{xo}, M_{yo}$ 를 (3.3), (3.4)에 代入하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} M_x &= \beta \cdot qb^2 \sqrt{D_x / D_y} + \nu_y \frac{D_x}{D_y} \cdot \gamma qb^2 \\ &= \beta' \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \cdot qb^2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$M_y = \gamma \cdot qb^2 + \nu_x \frac{D_y}{D_x} \cdot \beta \cdot qb^2 \sqrt{D_x / D_y} = \gamma' qb^2 \quad (3.7)$$

여기서,

$$\beta' = \beta + \nu_y \sqrt{D_x/D_y} \quad (3.8)$$

$$\gamma' = \gamma + \nu_x \sqrt{D_y/D_x} \quad (3.9)$$

(3.6), (3.7)에서의 모우먼트로 부터 휨應力を 구할수 있다.

$$\sigma_x = M_x \gamma_a / I_x$$

$$\sigma_y = M_y \gamma_b / I_y \quad (3.10)$$

여기서,  $I_x$ ,  $I_y$ 를  $D_x$ ,  $D_y$ 項으로 나타내기 위해서 다음 식을 사용한다.

$$D_x = (EI)_x / (1 - \nu_x \nu_y)$$

$$D_y = (EI)_y / (1 - \nu_x \nu_y) \quad (3.11)$$

그런데, 直交異方性 平板의 特性에서 材質의 異方性 보다는 幾何學的 形狀의 異方性을 고려하면 (3.11)은 다음과 같이 된다.

$$D_x = EI_x / (1 - \nu^2)$$

$$D_y = EI_y / (1 - \nu^2) \quad (3.12)$$

(3.10)과 (3.11)로 부터 應力은 다음과 같이 된다.

1) 板의 中央에서 (Case I, II)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= M_x \gamma_a / \left[ \left( \frac{D_x}{E} \right) (1 - \nu^2) \right] \\ &= \frac{\beta'}{1 - \nu^2} \cdot \frac{qb^2 \gamma_a}{\sqrt{\left( \frac{D_x}{E} \right) \left( \frac{D_y}{E} \right)}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y &= M_y \gamma_b / \left[ \left( \frac{D_y}{E} \right) (1 - \nu^2) \right] \\ &= \frac{\gamma'}{1 - \nu^2} \cdot \frac{qb^2 \gamma_b}{\left( \frac{D_y}{E} \right)} \end{aligned} \quad (3.14)$$

2) 支持點에서 (Case II)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{M_x' \gamma_a}{\left( \frac{D_x}{E} \right) (1 - \nu^2)} = \beta' p \frac{qb^2 \gamma_a}{\sqrt{\left( \frac{D_x}{E} \right) \left( \frac{D_y}{E} \right)}} \\ \sigma_y &= 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

여기서,  $\beta' p = \beta p + \nu_y \sqrt{D_x/D_y} \cdot \gamma'$ 이며,  $\beta p$ 는 記號定義에서와 같다.

Case I 과 Case II에 對한  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\beta p$ 는 無限級數로 표시되며, 그 式들을 附錄 I에서 curve로 나타냈다.

한편, 계수  $\rho$ ,  $\eta$ ,  $N_x^*$ ,  $N_y^*$ 는 記號定義에서와 같으며,  $N_x$ ,  $N_y$ 는 실제 船底構造에서 다음과 같이 추정할 수 있다[2].

$$N_x = -\frac{M}{Z} \left( \frac{A}{b} + h \right) \quad (3.16)$$

여기서,  $M$ : 船體의 全 휨모우먼트

$Z$ : 船底構造의 中立軸에 對한 斷面係數

$A$ : keel을 포함한 縱方向의 補強材의 總斷面積

$b$ : 板의 幅

$h$ : 板의 두께

$$N_y = T \rho d \quad (3.17)$$

여기서,  $T$ : 吃水

$\rho$ : 海水의 밀도

$d$ : 船底構造의 높이(두께)

#### 4. 船底構造의 直交異方性 平板으로의 置換

##### 4.1. 概要

補強된 平板과 異方性平板은 다음과 같은 差異點이 있다.

1) 补強된 平板은 板과 补強材의 結合部分에 기하학적인 不連續性을 갖는다.

2) 보강된 平板은 두 方向으로의 다른 彈性特性을 갖는 것은 彈性係數가 다른것이 아니라 기하학적 형상이 다르기 때문이다.

3) 보강된 平板은  $x$ ,  $y$ 方向으로 다른 휨에 의한 中立軸이 각각 다르다.

위와 같은 차이점 때문에 보강된 평면을 異方性 평면으로 置換하는데는 많은 問題點이 있으나 补強材가 조밀하게 배치된 경우는 異方性板으로 置換하여 解析하여도 좋은 解를 주는 것으로 되어있으며, 異方性板의 剛性度에 대해 많은 실험과 연구가 행해져 왔다 [2], [6], [16], [17].

실제 船底構造에서의 补強材는 船底外板 및 内底板의 片面補強 그리고 船底外板과 内底板을 있는 girder와 floor가 있다.

本 論文에서는 設計에 쉽게 使用될 수 있도록 文獻 [16]에서 도입한 근사식을 사용하여 剛性度를 구하고, 船底外板 및 内底板의 片面補強材는 Kamel method [17]에 따른 異方性板으로 置換하였다.

##### 4.2. 剛性係數

$\rho$ ,  $\eta$ ,  $N_x^*$  및  $N_y^*$ 를 결정하기 위한 船底構造의 剛性係數는 다음과 같다[5].

$$D_x \approx \frac{EI_x}{S_a}$$

$$D_y \approx \frac{EI_y}{S_b}$$

$$2H = \frac{2Gh^3}{12} \div \frac{GI_{dx}}{S_a} + \frac{GI_{dy}}{S_b}$$

여기서,

$S_a$ ,  $S_b$ :  $x$  및  $y$ 방향으로 보강된 보강재의 心距

$I_d$ : 보강재에 대한 St. Venant의 torsion constant로써 다음과으로 구한다.

$$I_d = \frac{1}{3} \sum_i l_i t_i^2$$

$I_{tt}$ : 보강재의 길이와 두께

동방성 평원의 경우에는 이를 剛性係數는 쉽게 구해진다. 즉,

$$E_x = E_y = E$$

$$\nu_x = \nu_y = \nu$$

$$2G = Eh^3/12(1+\nu)$$

이므로,

$$D_x = D_y = H = D = Eh^3/12(1-\nu^2)$$

記號定義에 依해서

$$\eta = 1, \rho = a/b, \frac{N_x}{N_x^*} = \frac{N_x}{\frac{\pi^2 D}{b^2}}, \frac{N_y}{N_y^*} = \frac{N_y}{\frac{\pi^2 D}{a^2}}$$

#### 4.3. 有効幅

剛性係數  $D_x, D_y$ 의 近似值를 얻기 위해서는  $I_x, I_y$  값을 구해야 하므로 이에 대한 有効幅이 결정되어야 한다.

有効幅理論은 흔에 대 한 것은 Schade理論[18]를 適用하고 補強材가 붙은 경우에 대해서는 DNV Report [19]과 B.S.R.A. Report [15]에 따라修正하였다.

또한, 挫屈에 대한 有効幅은 Faulkner理論[20]과 Mansour理論[21]을 참조하였다.

1) Deep girder가 붙은 flange의 有効面積

Fig. (4.1)과 같이 補強材가 붙은 板의 deep girder에 對한 有効面積은

$$A_{ef} = B_e k h$$

가 된다.

여기서,  $B_e$ : 補強材가 없는 板의 有効幅

$k$ : 修正係數(補強材가 붙은 경우에 대해)

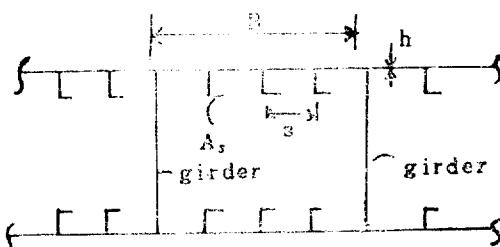


Fig. (4.1)

$B_e$ 는 균등분포하중이 작용하는 경우에 Schade理論에 따라 다음과 같이 표시된다.

$$B_e/B = 1.1 / \left[ 1 + 2 \left( \frac{B}{LC} \right)^2 \right]$$

이 식에서  $CL$ 은 흡모엔트가 0인 點間의 거리이며, 실제 船底의 경우에는 girder에 대해서는 girder길이의 80%이고, floor에 대해서는 floor길이의 100%를 잡는다[26].

또한,  $k$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$k = 0.53e + 0.47$$

$$e = 1 + A_s/s \cdot h$$

여기서,  $A_s$ : 補強材 하나의 斷面積

$s$ : 補強材 간격

#### 2) 挫屈에 대한 有効幅

이는 초기처짐과 두께의 비( $W_0/h$ )와 軸力  $N_x, N_y$ 의 크기에 따라 다르며, 초기처짐이 없는 경우의 작은 軸力에 대해서는 거의 100%에 가깝기 때문에 여기서도 100%로 잡았다[15], [20].

#### 4.4. 船底外板 및 內底板의 置換

Fig. (4.2)와 같이 두께가  $h$ 인 補強板의  $x'y'$  방향으로 等價 弹性係數를  $E_x'E_y'$ 라고 하면 이것의 單位幅當 membrane stiffness는 板과 補強材가 組合된 것의 단위폭당 membrane stiffness와 같으므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

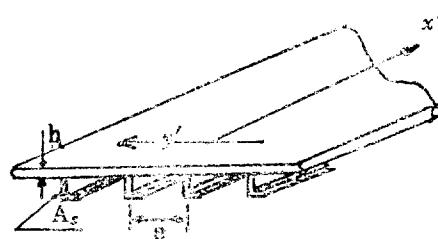


Fig. (4.2)

$$E_x'E_y' \cdot 1 \cdot h = E \cdot A = E \left( h + \frac{A_s}{s} \right)$$

이 식을 다시 쓰면

$$E_x'E_y' = E \left( 1 + \frac{A_s}{h \cdot s} \right) = E \cdot e_x$$

같은 方法으로  $E_x'E_y' = e_y \cdot E$ 로 쓸 수 있으며 여기서  $e_y$ 만 구하면 된다.

그런데, 2軸應力を 받는 異方性材料에 대한 Hooke의 법칙은

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{E_x'} & -\frac{\nu_{y'}}{E_y'} & 0 \\ -\frac{\nu_{x'}}{E_x'} & -\frac{1}{E_y'} & 0 \\ 0 & 0 & 1/G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} \text{ 가 된다.}$$

여기서, matrix는 對稱이고 또한 Betti의 定理에 따라

$$\frac{\nu_{y'}}{E_y'} = \frac{\nu_{x'}}{E_x'}$$

이 된다.

그러나 補強이 되어도  $\nu_{x'}$ 는 변하지 않고 일정한다면,  $\nu_{x'} = \nu$ 이고 결국,

$$\frac{\nu}{e_x E} = \frac{\nu_y'}{e_y E}$$

가 되고,

$$e_y = e_x \frac{\nu_y'}{\nu}$$

가 된다.

$\nu_y'$ 는  $e_x$ 의 함수이고, Kamel의 計算結果에 따르면

$$\nu_y' = \frac{0.291228}{e_x} - \frac{0.291228}{e_x^2} + \frac{0.00172914}{e_x^3} - \frac{0.0000735568}{e_x^3}$$

과 같이 된다.

그러나, 實際 設計에 간단히 사용하기 위해서는 다음과 같은 근사식 [20]을 사용할 수 있다.

$$\nu_y' = \alpha \nu \circ]$$
 고,  $\alpha = I_y / I_x$ 로 정의된다.

여기서,

$$I_y = \frac{h^3}{12}, \quad I_x = \frac{h^3 e_x^3}{12} \text{이므로}$$

$$\alpha = \frac{1}{e_x^3} \text{이} \text{고}, \quad \nu_y' = \frac{\nu}{e_x^3} \text{가 된다.}$$

따라서,

$$e_y = -\frac{1}{e_x^2} \text{이} \text{고} \quad E_x' = e_x E, \quad E_y' = e_y E = -\frac{E}{e_x^3} \text{가 된다}$$

## 5. 解析結果 및 考察

3절의 解析에 따라 板의 中央點과 支持點에서의 치점 및 모우먼트는 다음과 같다.

$$\omega = \alpha \frac{q b^4}{D_y} \quad (5.1)$$

$$M_{x0} = \beta q b^2 \sqrt{D_x / D_y} \quad (5.2)$$

$$M_{x0}' = \beta p q b^2 \sqrt{D_x / D_y} \quad (5.3)$$

$$M_{y0} = \gamma q b^2 \quad (5.4)$$

本論文에서는 Case I, II에 对한  $\alpha, \beta, \beta p, \gamma$ 를  $N_y / N_y^*$  = 0.25인 경우의  $\frac{N_x}{N_x^*} = 0.5 \sim 1.5$ 의 범위에서 curve로 나타냈다.

附錄 I의 design curve에서 알 수 있는 바와 같이  $\rho$ 가 無限히 커지면 係數  $\alpha, \beta r, \beta p$ 는 일정한 값에 收斂하게 되는데, 이 값은 内一平面荷重이 없고 均等法線分布荷重만 받는 길이  $b$ 인 strip의 치점 및 모우먼트의 係數값과 같다.

이를 式으로 表示하면 다음과 같다.

Case I

$$\omega = 0.013 \frac{q b^4}{D_y} = \frac{5}{384} \frac{q b^4}{D_y}$$

$$M_{x0} = 0$$

$$M_{y0} = 0.013 q b^2$$

Case II

$$\omega = 0.013 \frac{q b^4}{D_y}$$

$$M_{x0} = 0$$

$$M_{x0} = 0.125 q b^2 \sqrt{D_x / D_y}$$

$$M_{y0} = 0.125 q b^2$$

또한 이들 收斂값은 Timoshenko[10], Schade[6] 및 Mansour[2]에 의한 收斂값과一致한다.

Curve에서 보는 바와 같이  $\frac{N_x}{N_x^*}$ 의 값이 증가해도  $\eta$ 값이 커지면 같은 형태의 curve가 되는 경우가 있고, 같은  $\frac{N_x}{N_x^*}$ 의 값에 對해서도  $\eta$ 가 커지면  $\alpha, \beta, r, \beta p$ 의 最大값이 작아진다.

이는 같은 荷重상태에서 等方性 平板 즉,  $\eta=1$ 에 가까울수록 치점 및 모우먼트의 값이 작아진다는 것을 의미한다.

또한  $\rho$ 가 작은값( $\rho < 0.75$ )을 가질때와 큰값을( $\rho > 0.3$ ) 가질때는 curve의 양상이 Schade 및 Mansour의 curve와 유사하며,  $2.0 > \rho > 0.75$ 의 범위에서는 本論文의 curve가 Schade 및 Mansour의 curve보다 變化가 심하다. 이는 異方性 平板이 正方形에 가까울수록 内一平面荷重이 치점 및 휨힘應力에 큰 영향을 미친다는 것을 의미한다.

Table(5.1)과 Table(5.2)는  $\rho=1.25, \eta=0.75$ 에 对한 本論文의 값을 Timoshenko, Schade 및 Mansour의 값과 비교하였으며, 内一平面荷重이 치점에 따라 係數값의 증가폭은 커지고, 이 증가폭은 Case I 이 Case II보다 같은 條件下에서 2倍정도 크게 나트났다. 이는 Case I 이 Case II 보다 内一平面荷重의 영향이 크다는 것을 의미한다.

内一平面荷重이 큰값에 对한 Schade가 收斂值보다 작게 되는 경우는 Fig(5.1)과 같이  $\rho$ 의 어떤 범위에서 치점곡면이 中央에서 逆의 곡면으로 된다는 것을 의미하고, 이때 中央에서의 치점은 最大치점이 아니다.

解析結果를 實際 船舶에 적용한 例가 附錄II에 주어져 있다. 이 結果에 따르면 最大휨應力은 内一平面力이  $x$ 方向으로만 作用하는 경우는 内一平面力이 없는 경우보다 約 4%정도 휨應力이 증가하고, 内一平面力이  $x$ 와  $y$ 의 두 方向으로 作用하는 경우는 約 5% 증가한다.



Fig. (5.1)

Table (5.1)

 $\rho=1.25, \eta=0.75$  Case I

	軸 力	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\beta\gamma$
Timoshenko, Schade	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0, \frac{N_y}{N_y^*} = 0$	0.00686	0.03873	0.06415	0
Mansour	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.25$	0.00736	0.04172	0.06912	0
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.5$	0.00794	0.04519	0.07488	0
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 1.0$	0.00943	0.05412	0.08959	0
本論文	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.25, \frac{N_y}{N_y^*} = 0.25$	0.00795	0.04540	0.07484	0
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.5$ "	0.00863	0.04950	0.08158	0
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 1.0$ "	0.01941	0.06028	0.09919	0
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.5, \frac{N_y}{N_y^*} = 0.5$	0.00944	0.05461	0.08953	0
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 1.0, \frac{N_y}{N_y^*} = 0$	0.01162	0.06784	0.11098	0

Table (5.2)

 $\rho=1.25, \eta=0.75$  Case II

	軸 力	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\beta\gamma$
Timoshenko, schade	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0, \frac{N_y}{N_y^*} = 0$	0.00387	0.03574	0.03402	-0.09410
Mansour	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.25$ "	0.00406	0.03795	0.03590	-0.09660
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.5$ "	0.00427	0.04043	0.03798	-0.09932
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 1.0$ "	0.00477	0.04634	0.04289	-0.10557
本論文	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.25, \frac{N_y}{N_y^*} = 0.25$	0.00423	0.03972	0.03751	-0.10004
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.5$ "	0.00446	0.04239	0.03977	-0.10305
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 1.0$ "	0.00501	0.04884	0.04513	-0.11001
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 0.5, \frac{N_y}{N_y^*} = 0.5$	0.00467	0.04454	0.04772	-0.10712
	$\frac{N_x}{N_x^*} = 1.0, \frac{N_y}{N_y^*} = 0$	0.00526	0.05160	0.04760	-0.11491

## 6. 結 論

本論文에서는 線形화한 直交異方性 平板理論으로 船底構造를 解析하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 船底構造에 작용할 수 있는 모든 荷重을 고려하여 design curve를 作成했으므로, 設計 초기 단계에서 強度를 검토할 수 있을 것이다.

2) 실제 船舶에 적용한 結果에 따르면, 二重底構造에서는 內平面力이 壓應力에 미치는 영향은 單底構造에 비해 아주 작다.

또한, SAP IV에 의한 解析結果는 本論文의 結果와 거의一致한다.

3) 內一平面荷重이 큰 경우의 curve와 chart를 使用할 경우는 세심한 주의가 必要하다. 이는 板두께에 비하여 치점이 크므로 微少變形理論의 기본假定에 어긋

나기 때문이다. 그러나, 一般船舶의 船底의 解析에는 이들 curve를 사용해도 무방할 것이다.

4) 内一平面荷重이 큰 경우는 挫屈問題가 대두되나, 船底構造는 充分히 補強된 構造로 되어 있으므로 實제 船底에서는 挫屈이 크게 問題되지 않으며, 船底構造에 임계荷重이 上으로 内平面荷重이 作用하면 構造全體에 挫屈이 일어나기 전에 補強部材에 挫屈이 생기므로 이에 대한 보다 깊은 研究가 必要하다.

5) 實제 船底構造에서 境界條件은 固定 또는, 單純 支持된 상태뿐만 아니라 韻性支持로 볼 수도 있다. 따라서, 境界條件에 대한 보다 다양한 實船試驗과 研究가 요망된다.

6) 本論文의 結果는 대부분의 一般貨物船의 船底構造解析에 使用할 수 있으며 船底部에서와 유사한 荷重을 받는 甲板 및 隔壁등의 解析에도 使用될 수 있을 것이다.

## 参考文獻

- [1] Schade, H.A "The orthogonally stiffened plate under uniform lateral load", TRANS A.S.M.E. Vol. 62, 1940.
- [2] A. Mansour. "Ship bottom structure under uniform lateral and inplane loads", Schiff und Hafen. 1967.
- [3] J. Clarkson. "Elastic analysis of Flat grillages", Cambridge Univ. 1965.
- [4] J. Clarkson. "Tests of flat grillages under uniform pressure" TRANS. R.I.N.A. March. 1963.
- [5] Walter D. Pilkey and Pin Yu Chang "Modern formulas for static and dynamics" McGraw-Hill Ltd. 1978.
- [6] Schade. H.A. "Design curves for cross stiffened plating under uniform Bending load". TRANS. S.N.A.M.E. Vol. 49. 1941.
- [7] A.G. Young Ship-plating subjected to loads both normal to and in the plane of the plate". TRAN. R.I.N.A. Vol. 99. 1957.
- [8] F. Bleich. "Buckling strength of metal structures", McGraw-Hill Itd. 1952.
- [9] S.P. Timoshenko and S. Wainowsky-Krieger. "Theory of plates and shells", 2nd ed McGraw-Hill Itd. 1959.
- [10] A.J. Johnson and N.S. Miller. "Static bending tests on an 18,000 Ton Dwt Tanker". B.S.R.A. Report No. 341. 1961.
- [11] R.A.P.J. Schuize and Spuyman. "Predicted and full-Scale measured loads and stresses on the container ship 'SS NEDLLOYD DELFT'". R.I. N.A. 1978.
- [12] 新田顯, 宮成恭慶 富岡靖博. "二重底構造の 強度に関する 實船試験", 日本造船學會誌, 1968. 5.
- [13] 藤田謙, 野本敏治, 仁保治. "組合せ荷重を受ける 平板の 最終強度(第1報, 第2報)", 日本造船學會誌, 1979. 5. 11.
- [14] M. Mukhopadhyay. "Buckling analysis of rectangular ship plating", I.S.P. Vol. 26. 1979.
- [15] D.G. William. "Data sheets for the design of the double bottom structure". B.S.R.A, Technical memorandum No. 477. 1974.
- [16] M.S. Troitsky, "Stiffened plates(Bending, stability and vibration)", Elsevier scientific publishing Co. 1979.
- [17] H.A. Kamel. "An automated approach to ship structure analysis", S.N.A.M.E. Vol. 77. 1969.
- [18] Schade. H.A. "The effective breadth of stiffened plating under bending loads", TRANS. S. N.A.M.E. Vol. 59. 1951.
- [19] Det Norske Veritas. "Modeling technique on structure analysis", DNV Report. 1978.
- [20] Douglas Faulkner. "A review of effective plating for use in the analysis of stiffened plating, in bending and compression", Journal of ship research. Vol. 19. 1975.
- [21] A. Mansour. "Effective flange breadth of stiffened plates", Journal of ship research. 1970.

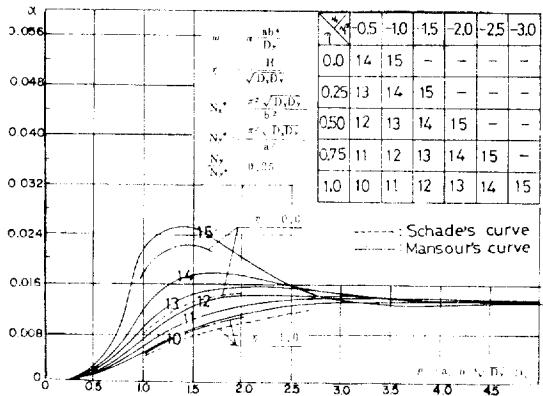
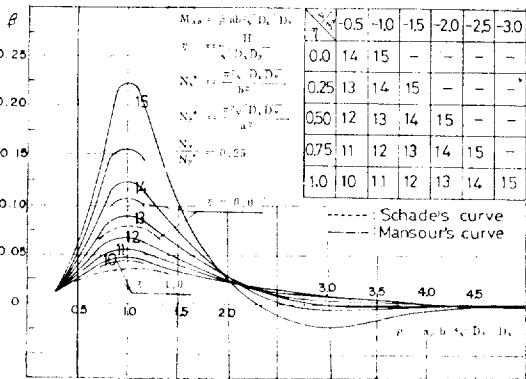
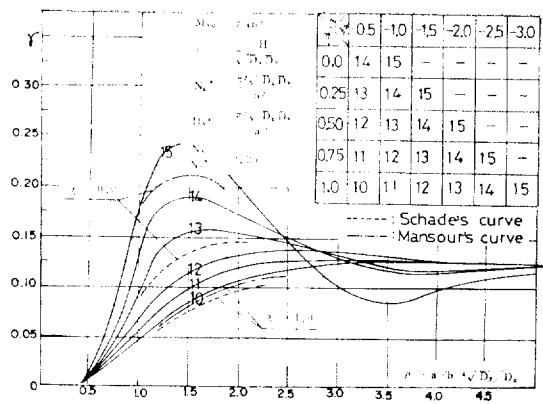
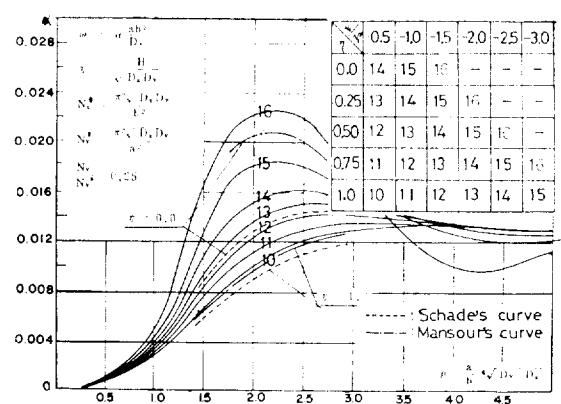
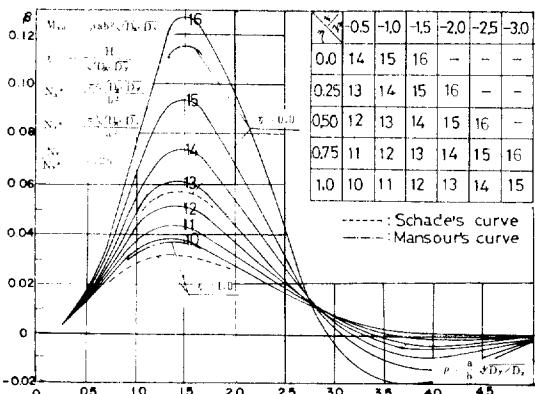
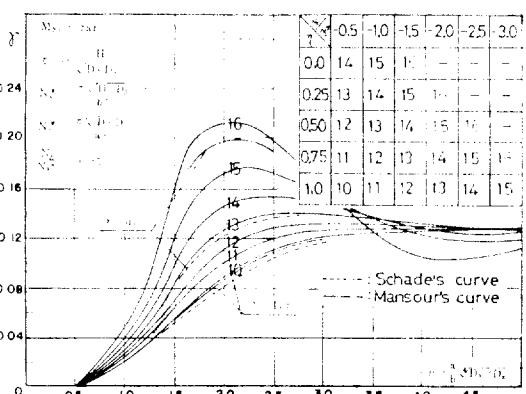
## 附錄 I

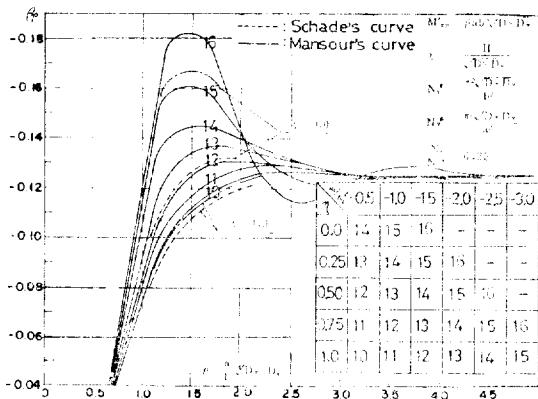
### Design curves 및 Charts

船底構造의 굽힘에 의한 치적 및 모우먼트의 無次元係數値에 對한 curve를 Fig. 1~7에 나타내었다.

Fig. 1~3은 Case I에 對한 curve이고, Fig. 4~7는 Case II에 對한 것이며, curve 및 chart에 나타나지 않은 값에 對해서는 補間法에 의해 얻을 수 있다.

또한 内一平面荷重이 없는 경우 및  $x$ 方向으로만 内一平面荷重이 作用하는 경우는 각각 Schade의 design curve[6] 및 Mansour의 design curve[2]를 利用할 수 있다.

Fig. 1. Nondimensional deflection  $\alpha$  for Case IFig. 2. Nondimensional moment  $\beta$  for Case IFig. 3. Nondimensional moment  $\gamma$  for Case IFig. 4. Nondimensional deflection  $\alpha$  for Case IIFig. 5. Nondimensional moment  $\beta$  for Case IIFig. 6. Nondimensional moment  $\gamma$  for Case II

Fig. 7. Nondimensional moment  $\beta_p$  for Case II

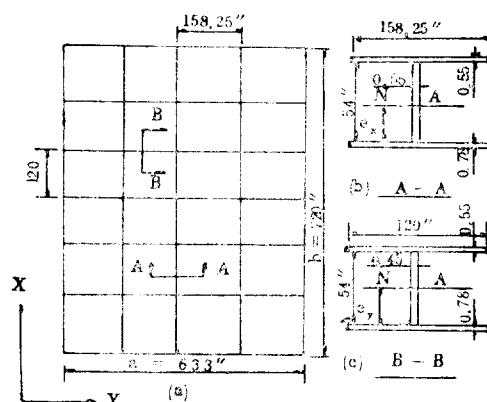
## 附錄 II

## 解析結果의 적용

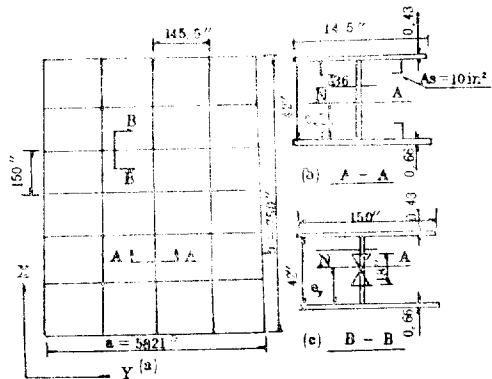
本論文에서는 두 實船 Model(Fig. III-1, III-2))에 解析結果를 적용하고 内一平面荷重이 없는 경우 및 1軸 内一平面力만 작용하는 경우에 대한 영향을 考察하였으며 有限要素, 構造解析 Program(SAP IV)에 의한結果와 비교함으로써 本論文의 實用性을 검증하였다.

本解析 과정에서 境界條件은 船側에서 支持이고, 隔壁에서 固定으로 보았다.

Model의 特性은 Table. III-1과 같고, 解析結果는 Table. III-2와 같다.



(Fig. II-1) Model I



(Fig. II-2) Model II.

Table (III-1) Model 特性

項 目	Model I	Model II
$G/T$	5,500 톤급	4,772 톤급
$B_e(x\text{方向})$	85%	95%
$B_e(y\text{方向})$	91%	100%
$I_x$	136,692 in <sup>4</sup>	78,515 in <sup>4</sup>
$I_y$	110,902 in <sup>4</sup>	81,120 in <sup>4</sup>
$D_x$	$2,591 \times 10^{10}$ in <sup>2</sup> /in	$1,464 \times 10^{10}$
$D_y$	$2.774 \times 10^{10}$ in <sup>2</sup> /in	$1,622 \times 10^{10}$
$\rho$	1,162	1,322
$\eta$	0.94	0.815
$N_x^*$	663,712 lb/in	448,548
$N_y^*$	513,000 lb/in	270,000
$M$	540,000 ton-ft	395,040
$Z$	65,300 in <sup>2</sup> -ft	44,143
$T$	32.9 ft	22.5 ft

Table (III-2) 解析結果

項目	방법	Model I				Model II			
		Schade	Mansour	本論文	SAPW	Schade	Mansour	本論文	SAPW
$N_x$	모형	0	29,000	29,000	29,000	0	25,000	25,000	25,000
$N_y$	방법	0	0	770	770	0	0	700	700
$\alpha$		0.0033	0.0036	0.0038		0.0034	0.0036	0.0037	
$\beta$		0.0308	0.0325	0.033		0.032	0.0325	0.033	
$\gamma$		0.0256	0.030	0.031		0.030	0.0305	0.031	
$\beta_p$		-0.083	-0.086	-0.087		-0.078	-0.087	-0.088	
$\omega$		0.264	0.275	0.290	0.306	0.224	0.241	0.248	0.261
$\sigma_x$ (中央)		6,050	6,384	6,482	6,390	6,989	7,097	7,207	7,110
$\sigma_y$		6,652	7,795	8,055	7,980	6,060	6,294	6,397	6,310
$\sigma_z$ (支持)		17,316	17,942	18,150	17,900	14,700	15,288	15,435	14,955