

年超過值 系列의 洪水頻度 分析에 關한 研究

—錦江 流域을 中心으로—

Study on the flood frequency analysis for the annual exceedance series

—Centering along the Geum River basin—

朴 明 根* · 李 淳 赫**

Myeong Keun Park, Soon Hyuk Lee

Summary

This study was attempted to find best fitted distribution and the equations for probable maximum flow with the evaluation of parameters by the method of moment for the rational design of hydraulic structures in the annual exceedance series. Six subwatersheds were selected as studying basins along Geum River basin.

The results obtained through this study were analyzed and summarized as follows.

1. Fitted probability distribution was showed in the order of Three Parameter Lognormal, Type 1 Extremal, Exponential, Pearson Type Ⅲ, and Log Pearson Type Ⅲ distribution as the results of χ^2 goodness of fit test.
2. Kolmogorov-Smirnov test showed in the order of Three Parameter Lognormal, Exponential' Pearson Type Ⅲ, Log Pearson Type Ⅲ and Type 1 Extremal distribution for the fitted probability distribution.
3. It can be concluded that Three parameter Lognormal distribution is a best fitted one among some other distributions out of respect for each both tests.
4. An Exponential distribution was proposed as a suitable one by Chow, V.T. showed lower fitness than that of Three Parameter Lognormal in Geum River basin.
5. Probable flood flow equations followins the return periods for each station were obtained by Three Parameter Lognormal distribution.
6. It is urgently essential that best fitted probability distribution should be established for the annual exceedance series in the main river systems of Korea.

I. 緒 論

우리나라는 年間 662億톤에 達하는 比較的 豊富

한 可用水資源을 保有하고 있기는 하나 降雨의 季節的 偏在로 莫大한 水資源을 一時에 洪水로 流出시키므로서 적지 않은 洪水被害을 입게되고 더우기 最近에는 都市人口 및 各種 公共施設의 急増과 土

*忠北大學校 大學院

**忠北大學校 農科大學

III. 確率分布型 理論

理論的 確率分布型은 觀測된 標本이나 母集團에 對해 正確하게 符合될 수 없으므로 分析에 使用되는 分布의 特性을 究明하기 為하여 어떤 觀測된 資料에 理論的 分布型을 近似시킴으로서 觀測資料를 類推하기 為한 目的으로 使用되었다.

여기서 年超過值系列의 洪水頻度分析에 使用한 確率分布型은 다음과 같다.

1. Three Parameter Lognormal distribution.

$$F(x) = \frac{1}{(X-a)\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(X-a)-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}}$$

$F(x)$: Probability density function.

μ_y : The form parameter and the mean of the natural logarithms.

σ_y : The Scale parameter and standard deviation of the natural logarithms of $(X-a)$

2. Exponential distribution.

$$F(x) = \frac{\ln 10}{a} \exp\left\{-\frac{\ln 10}{a}(X-b)\right\}$$

$$= \alpha e^{-\alpha(X-b)}$$

$F(x)$: Probability density function

α : Constant

b : Constant ($= \bar{x} - S_x = \bar{x} - \frac{1}{\alpha}$)

\bar{x} ; Mean

S_x ; Standard deviation

3. Pearson Type III distribution

$$F(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \left\{ \frac{X-\gamma}{\alpha} \right\}^{\beta-1} e^{-\left\{ \frac{X-\gamma}{\alpha} \right\}}$$

$F(x)$; Probability density function

α, β, γ ; The scale, shape, and location parameters

$\Gamma(\beta)$; Gamma function (β)

4. Log Pearson Type III distribution

$$F(x) = \frac{1}{\alpha X \Gamma(\beta)} \left\{ \frac{\ln X - \gamma}{\alpha} \right\}^{\beta-1} e^{-\left\{ \frac{\ln X - \gamma}{\alpha} \right\}}$$

$F(x)$; Probability density function

α, β, γ ; The scale, shape and location parameters

$\Gamma(\beta)$; Gamma function (β)

5. Type I Extremal distribution

$$F(x) = \alpha e^{-\alpha(x-\beta)} - e^{-\alpha(x-\beta)}$$

$F(x)$: Probability density function

α : Concentration parameter

β : Measure of Central tendency

IV. 結果 및 考察

1. 確率分布型 函數分析

가. 基本統計值

理論의 硈率分布型을 類推하기 為한 基本統計值 即 平均值(\bar{X}), 分散(S^2), 標準偏差(S), 分散係數(C_s), 歪曲係數(C_u)等을 求하여 본 結果 分散係數는 0.32~4.69의 値위를 가지고 있으며 歪曲係數는 0.19~1.05의 値위를 나타내었고 이를 綜合하면 Table-2와 같다.

Table-2. Basic statistics

Observatory	N	\bar{X}	S^2	S	C_s	C_u
Yong Dam	16	760.00	51,106.66	226.07	0.30	0.32
Su Tong	14	824.14	122,387.08	349.84	0.42	1.39
Og Cheon	25	2,212.40	353,620.52	594.66	1.05	4.69
Gong Ju	25	3,927.60	562,221.38	749.81	0.19	1.35
Gyu Am	25	4,910.80	2,071,584.00	1,439.30	0.29	1.36
Seog Hwa	27	1,541.93	114,508.31	338.39	0.22	1.03

나. 確率分布型의 分析比較

洪水流量의 適正確率分布型 決定을 為하여 Three Parameter Lognormal, Exponential, Pearson Type III, Log Pearson Type III, Type 1 Extremal分布의 以上 5個 確率分布函數에 必要한 各 媒介變數의 計算은 Method of moments에 依據하였으며 이로서 各各의 理論確率分布值을 計算하였고, 그 標本例로 公州와 石花 地區의 結果는 Table-3 및 Table-4와 같다.

Table-3. Probability of Gong Ju Station

Class	class mark	Freq	Rel freq	3. P.L.		Exp		P.T. III		L.P.T. III		Type I	
				F(x)	cum. F(x)	F(x)	cum. F(x)	F(x)	cum. F(x)	F(x)	cum. F(x)	F(x)	cum. F(x)
3,000~3,500	3,250	7	0.280	0.288	0.288	0.529	0.529	0.423	0.423	0.387	0.387	0.274	0.274
3,500~4,000	3,750	10	0.400	0.325	0.613	0.253	0.782	0.283	0.706	0.316	0.703	0.328	0.602
4,000~4,500	4,250	4	0.160	0.209	0.822	0.122	0.905	0.154	0.860	0.161	0.864	0.215	0.817
4,500~5,000	4,750	0	0.000	0.106	0.928	0.058	0.963	0.079	0.939	0.078	0.942	0.113	0.930
5,000~5,500	5,250	2	0.080	0.050	0.978	0.027	0.989	0.041	0.980	0.038	0.980	0.048	0.978
5,500~6,000	5,750	2	0.080	0.022	1.000	0.011	1.000	0.020	1.000	0.019	0.999	0.022	1.000

Table-4. Probability of Seog Hwa Station

Class	class mark	Freq.	Rel. freq.	3. P.L.		Exp.		P.T. III		L.P.T. III		Type I	
				F(x)	cum. F(x)	F(x)	cum. F(x)	F(x)	cum. F(x)	F(x)	cum. F(x)	F(x)	cum. F(x)
1,000~1,250	1,125	5	0.185	0.178	0.178	0.476	0.476	0.207	0.207	0.176	0.176	0.173	0.173
1,250~1,500	1,375	9	0.333	0.338	0.516	0.255	0.731	0.360	0.567	0.400	0.576	0.355	0.528
1,500~1,750	1,625	6	0.222	0.265	0.781	0.136	0.867	0.234	0.801	0.239	0.815	0.263	0.791
1,750~2,000	1,875	3	0.111	0.138	0.919	0.073	0.940	0.120	0.921	0.112	0.927	0.130	0.921
2,000~2,250	2,125	2	0.074	0.059	0.978	0.038	0.978	0.055	0.976	0.050	0.977	0.056	0.977
2,250~2,500	2,375	2	0.074	0.022	1.000	0.022	1.000	0.024	1.000	0.023	1.000	0.023	1.000

Freq : 度數 Rel. Freq. : 相對度數 $F(x)$: 確率密度函數 Cum. $F(x)$: 累積確率密度函數

3. P. L : Three Parameter Lognormal distribution

Exp : Exponential distribution

P.T. III : Pearson Type III distribution

L.P.T. III : Log Pearson Type III distribution

Type 1 : Type 1 Extremal distribution

(1) χ^2 -Test (Chi Square Test)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - E_i)^2}{E_i}$$

으로 表示되며, 여기서 N_i 는 觀測度數이고, E_i 는 理論度數이다.

그리고 自由度($d.f$)는 $f = (K-1)-r$ 로 K 는 等級

數를 r 는 Parameter數를 말한다.

위의 式으로 求한 各 分布型 別 χ^2 의 值은 Table-5와 같다.

以上 χ^2 -Test에서는 5個의 分布型中에서 Three Parameter Lognormal과 Type 1 Extremal이 보다 높은 適合性을 보이고 있으나 χ^2 -Test值가 적은 것

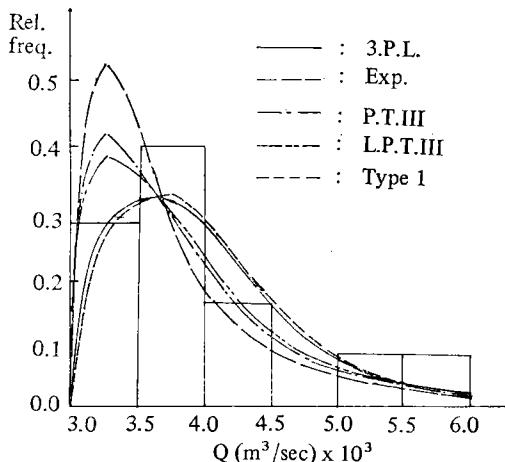


Fig. 2. Probability density Curve at Gong Ju of Geum River

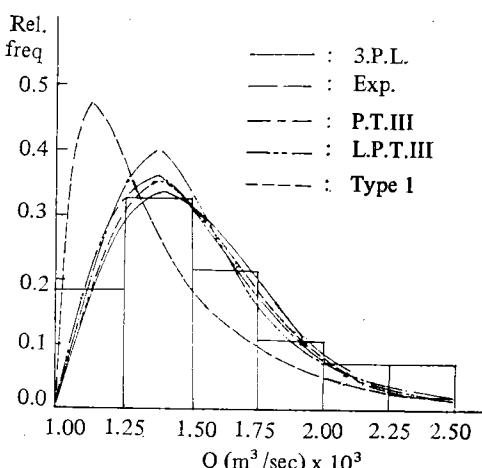


Fig. 3. Probability density curve at Seog Hwa of Geum River

Table-5. χ^2 -Test of each distribution

Distributions χ^2	3. P.L.		Exp.		P.T. III		L.P.T. III		Type I				
	Stations	χ^2	Test	Stations	χ^2	Test	Stations	χ^2	Test	Stations	χ^2	Test	
Yong Dam		6.546	S		8.067	S		6.534	S		19.595	N	
Su Tong		3.347	O		2.427	O		6.195	S		8.273	N	
Og Cheon		10.795	N		8.212	S		10.451	N		11.522	N	
Gong Ju		7.649	S		20.196	N		9.739	N		8.909	S	
Gyu Am		1.636	O		5.793	O		3.465	O		1.809	O	
Seog Hwa		3.769	O		11.759	N		3.235	O		3.720	O	
												3.524	O

O : 有意水準 5% 이하, S : 有意水準 5% ~ 1% 사이,
을 우선으로 하여 順位量定한바 Three Parameter Lognormal, Type 1 Extremal, Exponential, Pearson Type III, Log Pearson Type III 分布의 順으로 나타내고 있음을 살펴볼 수 있다.

(2) Kolmogorov-Smirnov Test

K-S Test는

$$D_n = \text{Max.} |F_{(x)} - S_{n(x)}|$$

로 表示되며 여기서 $F_{(x)}$ 는 理論分布函數이고, $S_{n(x)}$ 는 累積密度函數이다.

N : 有意水準 1% 以上

이 Test方法은 Distribution Free Test로서 χ^2 -Test는 Parametric method²⁸⁾인데 反하여 이 方法은 Non-Parametric method로서 水文量의 適合度 檢定에 많이 使用되고 있다.

K-S Test를 하기 為하여 各 分布型 別로 求한 理論分析 函數와 觀測資料의 California Plot와의 差異에서 $D_{n(\max)}$ 를 찾았고, 이를 有意水準 5%에 對한 K-S Statistic $D_{n=0.05}$ 를 基準으로 各 分布型의 Test值 D_n 를 檢定한 結果는 다음 Table-6과 같다.

Table-6. Kolmogorov-Smirnov test of each distribution

Stations	$D_n(5\%)$	$D_n(\max)$				
		3. P.L.	Exp.	P.T. III	L.P.T. III	Type. I
Yong Dam	0.349	0.170	0.130	0.173	0.183	0.146
Su Tong	0.338	0.170	0.106	0.126	0.242	0.286
Og Cheon	0.264	0.101	0.120	0.103	0.107	0.145
Gong Ju	0.264	0.069	0.070	0.077	0.073	0.130
Gyu Am	0.264	0.080	0.135	0.095	0.083	0.170
Seog Hwa	0.255	0.074	0.111	0.078	0.074	0.090

K-S Test에서 보건데 모든 觀測所에서 K-S Test值가 有意水準 5%의 統計值 $D_{n=0.05}$ 보다 적게 나타났으나 앞에서와 같은 方法으로 順位를 定한바 Three Parameter Lognormal, Exponential, Pearson Type II, Log Pearson Type III, Type 1 Extreme分布의 順으로 나타났음을 確認할 수 있었다.

以上兩 Test의 結果 Three Parameter Lognormal 分布가 가장 適合한 分布型으로 判明되었다. 이는 Kitc, G.W.²⁵⁾의 St Mary's River의 年最高值系列 洪水量 頻度分析 및 李, 曹²⁶⁾의 洛東江 年流出現量 頻度分析의 結果와 같은 傾向을 보이고 있다.

한便 Chow, V.T.⁴⁾는 年超過值系列의 頻度解析에 適合하다고 提議한 Exponential分布를 本 錦江流域에 適用해 본 結果 Three Parameter Lognormal 分布型에 比해 多小 늦은 適合性을 보이고 있으나 이의 使用도 무난할 것으로 料된다.

(3) 各 分布型別 頻度曲線의 比較

各 分布型別 頻度曲線을 比較하기 為에 半對數紙(Semi-log paper)에 表示한 結果 標本例로 公州 및 石花地區의 再現期間別 確率洪水量을 보면 Fig.4 및 Fig.5와 같다.

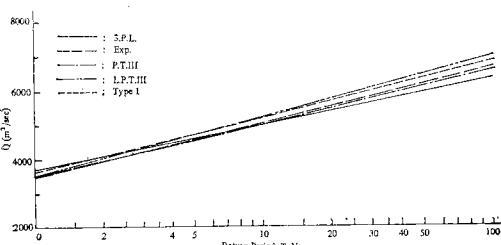


Fig. 4. Comparison of frequency curves from various distributions—Gong Ju of Geum River basin

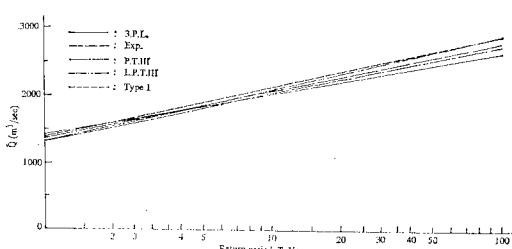


Fig. 5. Comparison of frequency curves from various distributions—Seog Hwa of Geum River basin

또한 再現期間別 確率洪水量頻度曲線의 比較結果 適正分布型으로 判定된 Three Parameter Lognormal 分布型의 確率洪水量은 錦江流域의 6個 觀測所共히 Type 1 Extremal 分布의 確率洪水量을 除外한 다른 分布型의 確率洪水量과 比較해 볼 때 再現期間이 5年以下에서는 큰 差을 보이고 있으며, 5~10年의 범위에서는 거의 같은 差을 보이고 있고, 再現期間이 10年 以上에서는 적은 差을 보이는 傾向을 나타내었다.

2. 適正分布型에 依한 確率洪水量方程式 誘導 및 確率洪水量 算定

適正分布型으로 設定된 Three Parameter Lognormal 分布에서의 確率分布는 다음과 같은 式으로 表示된다.

$$F(x) = \frac{1}{(X-a)\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(X-a)-\mu_y]^2}{2\sigma_y^2}} \quad \dots(1)$$

여기서 a 는 下限值(Lower boundary)이고, μ_y 와 σ_y^2 는 각각 形狀과 크기의 媒介變數로 自然對數(Natural Logarithm)의 平均值와 分散을 말한다.

따라서 式(1)은 세 個의 媒介變數 a , μ_y , σ_y 를 갖는 函數로 各 流域의 媒介變數 및 再現期間別 確率洪水量 計算은 忠北大學校 電子計算所의 HP-3000 Computer에 依해 遂行되었다.

가. 媒介變數의 計算

媒介變數의 計算은 Method of moment에 依據하여 計算하였고 X 의 平均值을 μ , 概率偏差 σ 라 하면 分散係數 z_1 은 다음과 같이 表示된다.

$$z_1 = \frac{\sigma}{\mu} \quad \dots(2)$$

分布($X-a$)의 分散係數 Z_2 는

$$Z_2 = \frac{\sigma}{\mu-a} \quad \dots(3)$$

또한

$$Z_2 = \frac{1-\omega^{3/8}}{\omega^{1/8}} \quad \dots(4)$$

여기서 ω 는 歪曲係數 γ_1 에 依한 代替變數로 다음과 같이 表示된다.

$$\omega = \frac{-\gamma_1 + (\gamma_1^2 + 4)^{1/2}}{2} \quad \dots(5)$$

그리고 分布($X-a$)의 分散係數 Z_2 와 歪曲係數 γ_1 과의 關係는 다음 式으로 表示된다.

$$\gamma_1 = 3z_2 + z_2^3 \quad \dots(6)$$

(1) 下限值 a 의 計算.

下限值 a 는 式(2)와 (3)으로부터 다음과 같이 誘

年超過值 系列의 洪水頻度 分析에 關한 研究

導된다.

$$a = \mu \left(1 - \frac{z_1}{z_s}\right) = \mu - \frac{\sigma}{z_s} \dots \dots \dots \quad (7)$$

(2) $\ln(X-a)$ 의 平均值 μ_y 의 計算.

(3) $\ln(X-a)$ 의 標準偏差 σ_y 의 計算.

이와 같은 方法으로 各 觀測所別 媒介變數를 求한
結果는 다음의 Table-7과 같다.

Table-7. Parameters according to each station.

station	Parameters	μ	G	r_1	a	Z_1	ω	Z_2	G_y	μ_y
Yong Dam		760.00	226.07	0.28867	-1596.6	0.29746	0.86603	0.09593	0.09591	7.76040
Su Tong		824.14	349.04	1.2381	-67.107	0.42449	0.55705	0.39254	0.37856	6.72094
Og Cheon		2,212.40	594.66	0.66135	-527.45	0.26879	0.72258	0.21704	0.21455	7.89265
Gony Ju		3,927.60	749.81	1.2658	2055.5	0.19091	0.55055	0.40052	0.38572	7.46042
Gyu Am		4,910.80	1,439.30	1.2794	1352.0	0.29309	0.54740	0.40442	0.38920	8.10147
Seog Hwa		1,541.93	338.39	0.97489	466.25	0.21946	0.62503	0.31459	0.30719	6.93349

4. 確率洪水量方程式 誘導

再現期間에 따른 확률洪水量方程式을 誘導하기
爲何 頻度係數로서 標準正規偏差를 使用하면 式
(10)과 같이 表示된다.

또 Three Parameter Lognormal에서는 式(11)과 같이 表示된다.

여기서, y_T : General Frequency Equation

X_T : T 再現期間에 따르는 確率洪水量

따라서 再現期間에 따르는 確率洪水量方程式은 式 (10)과 (11)에 依해 式(12)와 같이 誘導된다.

여기서 t 는 正規 및 對數正規分布의 頻度係數로 다음 Table-8과 같다.

Table-8. Frequency factor for use in normal and lognormal distribution

Cumulative probability $P(\%)$	50	80	90	95	98	99
Corresponding return period T , years	2	5	10	20	50	100
Frequency factor (t)	0	0.8416	1.2816	1.6449	2.0538	2.3264

Table-9. y_T values according to return period.

Return Period (year) stations	2	5	10	20	50	100
Yong Dam	7.76040	7.84112	7.88332	7.91816	7.95738	7.89353
Su Tong	6.72094	7.03954	7.20610	7.34363	7.49843	7.60162
Og Cheon	7.89265	8.07322	8.16762	8.24556	8.33329	8.39178
Gong Ju	7.46042	7.78504	7.95476	8.09489	8.25261	8.35776
Gyn Am	8.10147	8.42902	8.60027	8.74167	8.90081	9.00691
Seog Hwa	6.93349	7.19202	7.32718	7.43879	7.55331	7.64814

또한 式(12)는 式(10)에 依하여 다음과 같이 式(13)으로 表示된다.

여기서 Y_T 는 媒介變數 t , μ_y , σ_y 에 依해 計算될 수 있으며 各 流域別로 再現期間別에 따른 Y_T 의 値은 Table-9와 같다.

Table-10. Probable flood flow according to return period (m³/sec)

Stations	$X_T = a + e^{yT}$	Return Period T, years					
		2	5	10	20	50	100
Yong Dam	$-159.6 + e^{yT}$	749.33	946.01	1055.4	1149.2	1258.8	1334.3
Su Tong	$-67.107 + e^{yT}$	762.52	1073.8	1280.6	1479.2	1738.1	1934.4
Og Cheon	$-527.45 + e^{yT}$	2150.2	2679.9	2997.5	3283.2	3632.6	3883.2
Gong Ju	$2055.5 + e^{yT}$	3793.4	4459.9	4904.6	5333.2	5893.2	6318.7
Gyu Am	$1352.0 + e^{yT}$	4651.2	5929.9	6785.0	7610.3	8689.9	9511.3
Seog Hwa	$466.25 + e^{yT}$	1492.4	1795.1	1987.4	2167.0	2394.6	2563.1

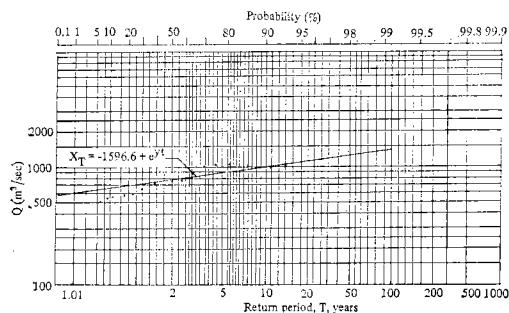


Fig. 6. Probable flood flow at Yong Dam of Geum River

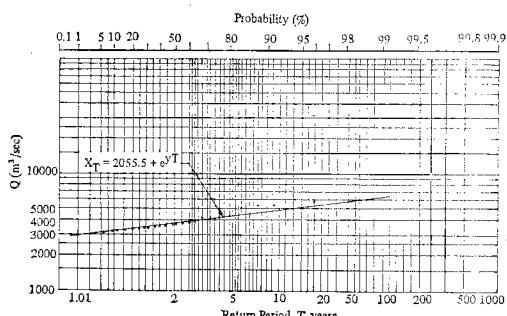


Fig. 9. Probable flood flow at Gong Ju of Geum River basin

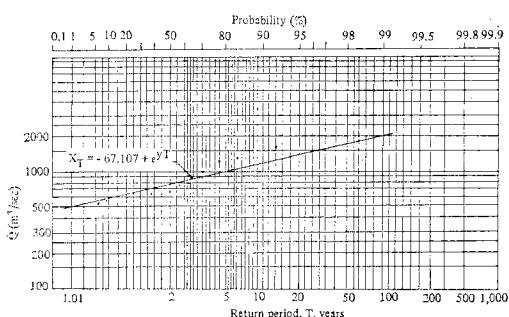


Fig. 7. Probable flood flow at Su Tong of Geum River basin

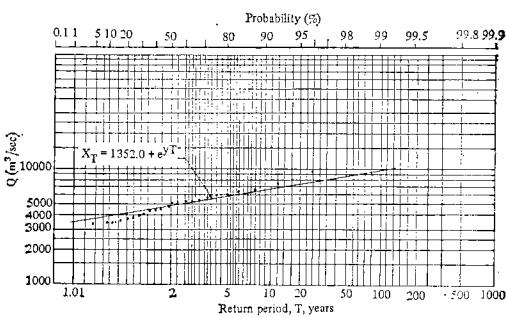


Fig. 10. Probable flood flow at Gyu Am of Geum River basin

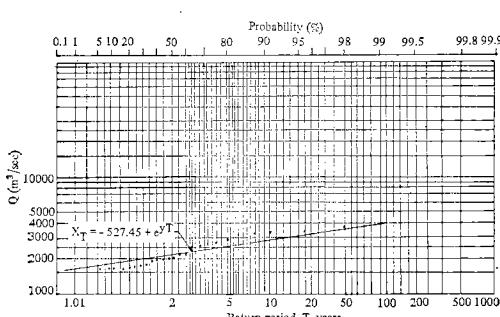


Fig. 8. Probable flood flow at Og Cheon of Geum River basin

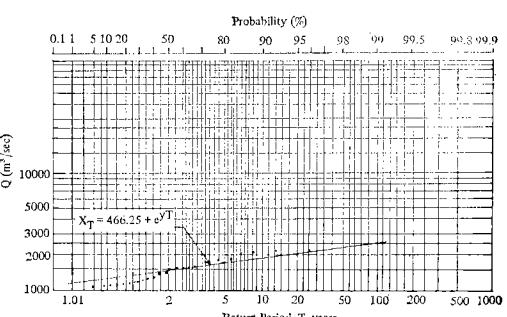


Fig. 11. Probable flood flow of Seog Hwa of Geum River basin

다. 確率洪水量 算定

6個 流域에 對한 再現期間別 確率洪水量을 求한 結果는 Table-10과 같다.

또한 再現期間別 確率洪水量의 作圖는 對數極值 確率紙(Log-Extremal Probability Paper)를 使用하였고, 各 觀測所의 N 年 洪水量 記錄의 Plotting 은 California Plotting方法에 依據하였다. 이로서 各 流域別 確率洪水量方程式에 依한 確率曲線을 作圖한 結果는 Fig. 6~Fig.11과 같다.

V 結論

本 研究는 錦江流域의 6個觀測地點의 過去 年超過值系列의 洪水量을 資料로 하여 洪水頻度分析을 為한 適正確率分布型을 設定하고 Method of moment에 依한 媒介變數 求值에 依據 確率洪水量方程式을 誘導하므로서 合理的인 水利構造物의 設計를 為한 基本公式을 提供하고자 頻度分析을 遂行한 것 으로 그 結果를 要約하면 다음과 같다.

1. 錦江流域의 適正分布型 設定을 為한 χ^2 -Test 結果는 Three Parameter Lognormal, Type 1 Extremal, Exponential, Pearson Type III, Log Pearson Type III 分布型 順이었으며,

2. Kolmogorov-Smirnov Test에 의한 結果는 Three Parameter Lognormal, Exponential, Pearson Type III, Log Pearson Type III, Type 1 Extremal 分布型 順이었다.

3. 兩 Test에 依한 結論의 Goodness of fit test 結果는 Three Parameter Lognormal이 最適確率 分布型으로 判明되었다.

4. Chow가 適合하다고 提議한 Exponential 分布型을 錦江流域에 適用하여 본 結果는 Three Parameter Lognormal 分布에 比해若干 適合度가 낮은 것으로 나타났다.

5. 適正確率分布型으로 設定된 Three Parameter Lognormal 分布에 依據 再現期間別 確率洪水量方程式을 誘導하였고 이에 따른 確率洪水量을 算定하였다.

6. 結論의으로 繼續하여 主要水系別 年超過值系列에 따른 適正確率分布型을 연구하여 設定함이 切實히 要求됨을 강조한다.

參 考 文 獻

- Benson M.A.: Characterisice of frequency cu-

rves based on a theoretical 1,000-year record in Ref. 7, pp. 57~74 : and U.S. Geol. Surv. Open-file Report, 1952.

- Cross, W.P.: Floods in Ohio, magnitude and frequency, Bull 7, The Ohio Water Resources Board, Columbus, Ohio, 1946.
- Chow, V.T.: The log-probability law and its engineering applications, Proc. Ame. Soc. Civil Engrs., vol. 80, Paper No. 536, pp. 1~25, November, 1954.
- _____: Handbook of Applied Hydrology, statistical and probability analysis of Hydrologic Data, Part I. Frequency analaysis, 8~1 8~37, 1964.
- Fuller, W.E.: Flood flows, Trans. Ame. Soc. Civil Engrs., vol. 77, pp.564~617, 1914.
- Foster, H. A.: Theoretical frequency curves and their application to engineering problems. Trans. Ame. Soc. Civil Engrs., vol. 87, pp. 142~173, 1924.
- Foster, H. A.: Duration curves, Trans. Ame. Soc. Civil Engrs., vol. 99, pp. 1213~1235, 1934.
- Goodrich, R.D.: Straight--line plotting of skew--frequency data, Trans. Ame. Soc. Civil Engrs., vol. 91, pp. 1~43, 1927.
- Hall, L.S.: The probable variations in yearly runoff as determined from a study of California Streams. Trans. Ame. Soc. Civil Engrs., vol. 84, pp. 142~213, 1921.
- Gumbel, E.J.: Probability interpretation of the observed return periods of floods, Trans. Ame. Geophys. Union. vol. 21, pp. 836~850, 1941.
- _____: Statistical control-curves for flood-discharges, Trans. Ame. Geophys. Union. vol. 23, pp. 489~500 1942.
- _____: On the plotting of flood discharges, Trans. Ame. Geophys. Union. vol. 24, pp. 699~719, 1943.
- _____: Floods estimated by probability methods, Eng. News-Rec., vol. 134, No. 24, pp. 97~101, June 14, 1945.
- 建設部:韓國河川調查書, 1974.
- _____:韓國水文調查書, 1978.

16. Horton R.E.: Frequency of Hudson River floods, U.S. Weather Bur. Bull. Z, pp. 109 ~112, 1913.
17. Hazen, Allen: Discussion on flood flows by W.E. Fuller. Trans. Ame. Soc. Civil Engrs., vol. 77, p.628, 1914.
18. _____, Discussion of probable variations in yearly runoff by L.S. Hall, Trans. Ame. Soc. Civil Engrs., vol. 84, pp.214~224, 1921.
19. _____, "Flood Flows, A Study of frequencies and Magnitudes," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1930.
20. 韓重錫, 李淳赫: 極值流量의 最適分布型 斗 極值確率流量에 關한 研究, 韓國農工學會誌, vol. 22 No. 1, pp. 108~116, 1980.
21. Harris., R.M.: Straight-line treatment of hydraulic duration curves, Univ. Wash. Eng. Sta. Bull. 65, May. 1932.
22. 岩井重久, 石黒正儀: 應用水文統計學, 森北出版株式會社 pp.138~147, 1970.
23. 鄭英鎮: 近代統計學의 理論斗 實際 pp. 10~46, 1963.
24. 高在雄: 韓國河川流量의 地域頻度分析에 關한 研究, 大韓土木學會誌, 第28卷, 第1號, pp.95~102, 1978.
25. Kite,G.W.: Frequency and risk analyses in hydrology, water resources publications, pp. 48~49, pp.69~127, 1977.
26. Lane, E.W., and Kai Lei: Stream flow variability Trans. Ame. Soc. Civil. Engrs., vol. 115, pp. 1084~1098, 1950.
27. 李舜鐸, 邊圭淵: 洛東江流域의 洪水頻度分析에 對하여, 大韓土木學會誌, 第23卷 2號, pp. 187~197, 1973.
28. _____, 曹圭相: 年流出量의 適正確率分布型에 關한 研究, 韓國水文學會誌, 第7卷 2號, pp. 107~111, 1974.
29. Powell, R.W.: A simple method of estimating flood frequencies, Civil Eng. vol 13, pp. 105~106, February, 1943.
30. Potter, W.D.: Simplifications of the Gumbel method for computing probability curves, U.S. Dept. Agr. Soil Conserv. Serv. SCS-TP -78, May, 1949.
31. Swizer, F.G., and H.G. Miller: Floods, Cornell Univ. Eng. Exp. Sta. Bull. 13, December 15, 1929.
32. Slade, J.J., Jr.: An asymmetric probability function, proc. Ame. Soc. Civil Engrs., vol. 60, pp. 1007~1023, 1934; and Tran, Am. Soc. Civil Engrs., vol. 101, pp. 35~61, 1936.
33. 沈淳輔: 頻度分析法에 의한 洪水被害算定에 關하여 大韓土木學會誌, 第20卷, 第4號, pp. 106~119, 1972.
34. 尹龍男: 水文學, 清文閣, pp.273~324, 1978.
35. _____, 崔榮博: 確率의 基礎概念, 螢雪出版社, pp. 281~301, 1981.