

實測船位の 精度改善에 관한 研究 (I)

尹 汝 政* · 河 注 植**

A Study on the Improvement of Accuracy of the Fixed Position

Yoon Yeo-Jeong · Ha Joo-Shik

目 次	
Abstract	(3) 非線型修正 Kalman Filter의 航法 에의 適用
I. 序 論	III. Simulation과 結果의 檢討
II. 實測方位에 의한 最適船位推定 Filter의 構成	IV. 結 論
(1) Kalman Filter	參考文獻
(2) 非線型修正 Kalman Filter	

Abstract

As it is well-known, in recent years the Kalman filter has been extensively used in the engineering field.

The authors tried to apply the extended Kalman filter for optimal estimation of ship's position which is fixed by simultaneous visual (or radio) bearings to two known locations.

In practical piloting, bearings are generally measured intermittently, so in this case the original Kalman filter can not be applied because of the long sampling time.

In this paper, the extended Kalman filter is revised in order to be used in such an unfavorable case, and the Digital simulation is conducted by using the revised extended Kalman filter under various noise conditions.

Good results have been obtained and effectiveness of the proposed filter has been confirmed.

I. 序 論

船舶에 있어서 航海中에 그 位置를 精確하게 決定하는 것은 航海의 安全과 直結되는 일로서 그 重要性은 再言할 必要가 없다. 이 때문에 船位測定의 精度向上을 위한 努力이 꾸준히 계속되어 왔다.

實測位置의 決定法은 陸上의 物標나 天體를 利用한 方法을 비롯하여 Loran, Decca, Omega, NNSS 等 電波를 利用한 方式에 이르기까지 多様하다. 그럼에도 不拘하고 測定時機, 場所 및 精度 等 모든

* 正會員, 韓國海洋大學

** 韓國海洋大學

關點에서 完全無欠한 方法이라 할만한 것은 아직 없다.

測定船位의 精度는 測定方法에 따라 다르고 또 같은 方式으로 求하더라도 여러가지 條件에 左右되며 때로는 比較的 精度 높은 位置를 求할 수도 있고, 때로는 甚히 不精確한 位置를 求하게도 된다. 그러나 實測된 位置의 精度가 높은지 낮은지 判斷하기란 쉽지 않으며 設使 船位의 精度가 낮다고 느끼더라도 實測位置는 船舶에서 알 수 있는 位置로서는 眞位置에 가장 가까운 位置로 볼 수 밖에 없다.

그리고 一旦 決定된 位置는 그것을 얻은 그 時刻에 對한 것일 뿐 그 以後에는 別로 所用이 없는 것으로서 버릴 수 밖에는 없었다. 萬一 그 以前에 얻은 正確한 船位를 그 以後의 船位決定에 情報로 活用할 수 있다면 적어도 現在의 測定이 極히 나빠서 精度가 낮은 位置를 얻을 수 밖에 없는 경우에는 大端히 有利할 것이 確實하다.

Kalman Filter^{1),2)}는 測定值로 부터 不偏倚最小自乘推定值를 求하는 한가지 方法으로서 現在의 推定值를 決定함에 있어서 過去의 情報를 全部 活用하기 때문에 現在의 測定이 不精確하게 이루어진 경우라 하더라도 推定值의 精度가 改善되어 가는 利點이 있기 때문에 人工衛星 航法³⁾이나 慣性 航法⁴⁾ 등 多方面에 應用하는 研究가 오래 前부터 活潑하게 이루어져 왔는데 最近 이 Kalman Filter를 船舶의 船位推定에 應用하려는 몇몇 研究가 이루어지고 있다.^{5),6),7)}

西는 船位를 座標原點으로 부터 x, y 軸方向의 거리로써 表示하고 x, y 方向의 거리 및 速度의 測定值로부터 線型 Kalman Filter를 利用하여 船位 및 速度를 推定하는 方法⁸⁾과 物標로 부터의 거리와 各 座標軸方向의 速度에 對한 測定值로부터 非線型 Kalman Filter를 利用하여 船位와 速度를 推定하는 方案을 提示하였으며⁹⁾ 山田 等은 Kalman Filter를 ρ - ρ 航法에 適用하는 方案을 提示하고 있다.⁷⁾ 그러나 原來 非線型 Kalman Filter는 信號過程이나 測定過程이 非線型이어서 이를 Taylor 級數로 展開하여 一次項까지만 取한 近似式을 利用하고 있기 때문에 電波航法에 있어서와 같이 連續的인 測定이 이루어지거나 또는 測定時間 間隔이 아주 짧은 때에만 適用될 수 있는 式이다. 또한 x, y 軸方向의 船速을 測定한다는 것은 現實的으로는 매우 어려우며 船位도 座標原點으로 부터의 距離로 表示하는 것 보다는 直接 經도와 緯도로 表示하는 것이 바람직하다.

그러므로 筆者들은 沿岸航海時에 陸上의 物標方位(또는 無線方位)를 測定하여 船位를 決定할 경우와 같이 測定時間 間隔이 比較的 긴 경우에도 適用할 수 있도록 非線型 Kalman Filter를 一部 修正하여 使用하는 方案을 提示하며 이 方法에서는 船位를 經緯도로써 表示하고 方位와 船舶의 進行方向에 對한 速度의 測定值로부터 船位 및 船速을 推定하는 方法에 關하여 考察한다. 또한 可能한 限 實際와 가까운 경우를 想定하여 Simulation을 行하고 그 結果를 分析檢討 하여 實用可能性을 提示한다.

2. 實測方位에 의한 最適船位推定 Filter의 構成

Kalman Filter는 測定值로부터 眞值를 推定하는 한가지 方法으로서 線型, 非線型的 두가지가 있으며 推定值의 分散行列을 2次形式의 의미에서 最小로 하는 推定值를 計算하는 Algorithm이다. 지금

信號過程 $X(k)$ 와 觀測過程 $Z(k)$ 를

$$X(k) = \phi(k) \cdot X(k-1) + w(k-1)$$

$$Z(k) = H(k) \cdot X(k) + r(k)$$

라 두면 線型 Kalman Filter의 過程은 다음 式들에 의하여 表現된다.

$$\hat{X}(k|k-1) = \phi(k) \cdot \hat{X}(k-1|k-1) \dots\dots\dots ①$$

$$P(k|k-1) = \phi(k) \cdot P(k-1|k-1) \cdot \phi^T(k) + Q \dots\dots\dots ②$$

$$G(k) = P(k|k-1) \cdot H^T(k) \cdot [H(k) \cdot P(k|k-1) \cdot H^T(k) + R]^{-1} \dots\dots\dots ③$$

$$\hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + G(k) \cdot [Z(k) - H(k) \cdot \hat{X}(k|k-1)] \dots\dots\dots ④$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) - G(k) \cdot H(k) \cdot P(k|k-1) \dots\dots\dots ⑤$$

그런데 일반적으로 航法과 關聯되는 問題를 다룰 때에는 船舶이 끊임없이 移動하고 있으므로 ϕ 와 H 중 하나 또는 모두가 一定한 것으로 다룰 수 없기 때문에 自然히 各 Sampling 時間마다 修正하여 計算하지 않으면 안된다.

또한 方位測定時에는 測定過程이 非線型이므로 航行中에 測定한 實測位置로부터 Kalman Filter를 利用하여 보다 眞位置에 가까운 推定位置(이를 最適位置라 부르기로 한다.)를 求하려면 非線型 Kalman Filter를 利用하여야 한다.

지금 信號過程 $X(k)$, 觀測過程 $Z(k)$ 를

$$X(k) = A_k[X(k-1)] + w(k-1)$$

$$Z(k) = F_k[X(k)] + r(k)$$

라 할 때 一般的으로 $X(k)$, $Z(k)$ 가 모두 非線型이거나 그 중 하나가 非線型인 것을 非線型 Kalman Filter (Extended Kalman Filter : E. K. F.)라 하며 ①, ④式은 非線型일 때에는 다음과 같이 表現된다.

$$\hat{X}(k|k-1) = A_k[\hat{X}(k-1|k-1)] \dots\dots\dots ⑥$$

$$\hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + G(k) \cdot [Z(k) - F_k(\hat{X}(k|k-1))] \dots\dots\dots ⑦$$

그리고 이 때 ②, ③, ⑤式들은 形式은 같고 式中的 $\phi(k)$ 및 $H(k)$ 가 다음과 같이 된다.

$$\phi(k) = \frac{d}{d[X(k-1)]} A_k[X(k-1)] \Big|_{X(k-1) = \hat{X}(k-1|k-1)} \dots\dots\dots ⑧$$

$$H(k) = \frac{d}{d[X(k)]} F_k[X(k)] \Big|_{X(k) = \hat{X}(k|k-1)} \dots\dots\dots ⑨$$

그런데 Vector Function $A_k(\cdot)$ 및 $F_k(\cdot)$ 가 非線型일 때에는 $X(k)$ 와 $\hat{X}(k|k)$ 또는 $\hat{X}(k|k-1)$ 과의 差異가 微小하다고 보고 函數 A_k 와 F_k 를 $\hat{X}(k-1|k-1)$ 또는 $\hat{X}(k|k-1)$ 의 근방에서 Taylor 급수로 展開하여 그 1次項까지만 取한 다음 ⑩式을 利用하여 近似的으로 計算한다.

$$\left. \begin{aligned} A_k[X(k-1)] &\doteq A_k[\hat{X}(k-1|k-1)] \\ &+ \phi(k) \cdot [X(k-1) - \hat{X}(k-1|k-1)] \\ F_k[X(k)] &\doteq F_k[\hat{X}(k|k-1)] \\ &+ H(k) \cdot [X(k) - \hat{X}(k|k-1)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ⑩$$

따라서 非線型 Kalman Filter 는 $X(k)$ 와 $\hat{X}(k|k)$ 또는 $\hat{X}(k|k-1)$ 와의 差異가 微小한 때에만 適用할 수 있는 近似式이다.

(2) 非線型修正 Kalman Filter

以上과 같이 從來의 非線型 Kalman Filter는 Sampling 時間이 極히 짧아 $X(k)$ 와 $\hat{X}(k|k)$ 또는 $\hat{X}(k|k-1)$ 와의 差異가 微小한 경우가 아니면 使用할 수 없으므로 Sampling 時間을 길게 잡은 경우에는 이 Filter의 使用이 不可하다.

그러므로 連續的인 船位測定裝置를 利用하지 않고 陸上의 目標의 方位를 測定하여 船位를 決定하는 경우는 測定時間 間隔이 相當히 길기 때문에 이와 같은 경우에도 利用할 수 있게 하기 위하여 다음과 같이 修正한 非線型 Kalman Filter를 構成하였는데 이를 非線型修正 Kalman Filter로 부르기로 한다.

非線型 Kalman Filter에서

$$\left. \begin{aligned} Z(k) &= y(k) + r(k) \\ y(k) &= F_k[X(k)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ⑪$$

라 놓고 다음과 같은 假定을 設定하기로 한다.

- (i) $m = n$
- (ii) 函數 F_k 의 逆函數 B_k 가 存在한다.
즉 $X(k) = B_k[y(k)]$
- (iii) $\det H(k) \neq 0$
즉 $H^{-1}(k) = H_n(k)$

그리고 狀態 Vector로 換算한 觀測值 Vector를

$$Z_n(k) = B_k[Z(k)] \dots\dots\dots ⑫$$

狀態 Vector로 換算한 觀測雜音 Vector를

$$r_n(k) = H^{-1}(k) \cdot r(k) = H_n(k) \cdot r(k) \dots\dots\dots ⑬$$

라 하고 $r_n(k)$ 의 共分散行列을 R_n 이라 두면

$$\begin{aligned} E[r_n(k)] &= 0 \\ E[r_n(k) \cdot r_n^T(k)] &= E[H_n(k) \cdot r(k) \cdot r^T(k) \cdot H_n^T(k)] = H_n(k) \cdot R \cdot H_n^T(k) = R_n \dots\dots\dots ⑭ \end{aligned}$$

으로 된다.

따라서 $Z(k)$ 대신 $Z_n(k)$ 가 觀測되고 觀測雜音을 $r(k)$ 대신 $r_n(k)$ 라고 생각하면 觀測過程은

$$Z_n(k) = X(k) + r_n(k)$$

와 같이 表現되어 非線型 Kalman Filter의 式은 다음과 같이 一部 修正이 된다.

$$\hat{X}(k|k-1) = A_k[\hat{X}(k-1|k-1)] \dots\dots\dots ⑮$$

$$P(k|k-1) = \phi(k) \cdot P(k-1|k-1) \cdot \phi^T(k) + Q \dots\dots\dots ⑯$$

$$G(k) = P(k|k-1) \cdot [P(k|k-1) + R_n]^{-1} \dots\dots\dots ⑰$$

$$\hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + G(k) \cdot [Z_n(k) - \hat{X}(k|k-1)] \dots\dots\dots \textcircled{18}$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) - G(k) \cdot P(k|k-1) \dots\dots\dots \textcircled{19}$$

특히 ⑱式과 ⑲式은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{X}(k|k) &= [I_n - P(k|k-1) \cdot \{P(k|k-1) + R_n\}^{-1}] \cdot \hat{X}(k|k-1) \\ &\quad + P(k|k-1) \cdot [P(k|k-1) + R_n]^{-1} \cdot Z_n(k) \\ &= R_n [P(k|k-1) + R_n]^{-1} \cdot \hat{X}(k|k-1) \\ &\quad + P(k|k-1) \cdot [P(k|k-1) + R_n]^{-1} \cdot Z_n(k) \dots\dots\dots \textcircled{18}' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(k|k) &= P(k|k-1) - G(k) \cdot P(k|k-1) \\ &= P(k|k-1) \cdot [I_n - P(k|k-1) \cdot \{P(k|k-1) + R_n\}^{-1}] \\ &= P(k|k-1) \cdot R_n \cdot [P(k|k-1) + R_n]^{-1} \dots\dots\dots \textcircled{19}' \end{aligned}$$

한편 非線型 Kalman Filter에서 $H(k)$ 가 Non-Singular이고 $X(k) - \hat{X}(k|k-1)$ 이 微小하다면

$$\begin{aligned} G(k) &= P(k|k-1) \cdot H^T(k) \cdot [H(k) \cdot P(k|k-1) \cdot H^T(k) + R]^{-1} \\ &= P(k|k-1) \cdot [P(k|k-1) + R_n]^{-1} \cdot H^{-1}(k) \end{aligned}$$

이므로 이를 ⑦式에 代入하면

$$\hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + P(k|k-1) \cdot [P(k|k-1) + R_n]^{-1} \cdot H^{-1}(k) \cdot [Z(k) - F_k \{ \hat{X}(k|k-1) \}]$$

으로 되며 ⑳式中

$H^{-1}(k) \cdot [Z(k) - F_k \{ \hat{X}(k|k-1) \}]$ 는 ㉑式에 의하여 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} H^{-1}(k) \cdot [Z(k) - F_k \{ \hat{X}(k|k-1) \}] &= H^{-1}(k) \cdot [F_k \{ X(k) \} - F_k \{ \hat{X}(k|k-1) \} + r(k)] \\ &\doteq X(k) + r_n(k) - \hat{X}(k|k-1) \\ &= Z_n(k) - \hat{X}(k|k-1) \end{aligned}$$

$$\therefore \hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + P(k|k-1) \cdot [P(k|k-1) + R_n]^{-1} \cdot [Z_n(k) - \hat{X}(k|k-1)] \dots\dots\dots \textcircled{20}$$

같은 方法으로 $P(k|k)$ 를 求하면 다음과 같다.

$$\therefore P(k|k) = P(k|k-1) - P(k|k-1) \cdot [P(k|k-1) + R_n]^{-1} \cdot P(k|k-1) \dots\dots\dots \textcircled{21}$$

여기에서 다시

$$G(k) = P(k|k-1) \cdot [P(k|k-1) + R_n]^{-1}$$

라고 놓으면 非線型 Kalman Filter의 式들인 ㉒式과 ㉓式은 修正된 非線型 Kalman Filter의 式들인 ㉔式, ㉕式과 一致함을 알 수 있다.

따라서 $X(k)$ 와 $\hat{X}(k|k)$ 또는 $X(k)$ 와 $\hat{X}(k|k-1)$ 의 값의 差異가 微小하면 非線型 Kalman Filter와 修正된 非線型 Kalman Filter가 一致하지만 差異가 큰 때에는 修正된 非線型 Kalman Filter를 利用하여야 한다. 다만 이때 留意할 것은 앞에서 言及한 假定이 成立하여야 한다는 點이다.

(3) 非線型修正 Kalman Filter의 航法에의 適用

그림 1에서 物標를 각각 A, B라 하고 船舶의 位置를 S, 針路를 C라고 한다.

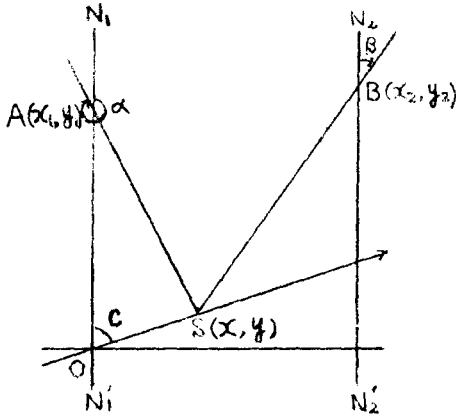


그림 1. 航法解説圖

$$\hat{X}(k|k) = (\hat{x}_k, \hat{y}_k, \hat{v}_k)^T$$

轉位行列;

$$\phi(k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t \sin C \sec \hat{y}_{k-1} \\ 0 & 1 & t \cos C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\hat{X}(k|k-1)$ 을 구하려면 ⑫式을 適用하여야 하는데 이 경우 信號過程 $X(k)$ 는 線型으로 取扱할 수 있으므로

$$\hat{X}(k|k-1) = \begin{pmatrix} \hat{x}_{k-1} + \hat{v}_{k-1} t \sin C \sec \hat{y}_{k-1} \\ \hat{y}_{k-1} + \hat{v}_{k-1} t \cos C \\ \hat{v}_{k-1} \end{pmatrix}$$

로 된다.

方位 α, β 및 船速 v' 를 測定하는 것으로 하면 測定值 Vector $Z(k)$ 는

$$Z(k) = (\alpha_k, \beta_k, v'_k)^T$$

$$\alpha_k = \pi \text{ (or } 2\pi) + \tan^{-1} \{ (x_1 - x') (y_1 - y')^{-1} \cos y' \} + r(1)$$

$$\beta_k = \pi \text{ (or } 2\pi) + \tan^{-1} \{ (x_2 - x') (y_2 - y')^{-1} \cos y' \} + r(2)$$

$$v'_k = v_k + r(3)$$

단, x', y' : $\hat{X}(k|k-1)$ 에 의하여 구한 船位座標

$$y - y' < 0 \text{ 이면 } \pi, y - y' > 0 \text{ 이면 } 2\pi$$

$r(i)$: 각각의 平均值가 0이고 標準偏差가 $\sigma_\alpha, \sigma_\beta, \sigma_v$ 이며 서로 相關이 없는 正規亂數로 되고 $H(k)$ 는 다음과 같이 된다.

$$H(k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \alpha_k}{\partial x'} & \frac{\partial \alpha_k}{\partial y'} & 0 \\ \frac{\partial \beta_k}{\partial x'} & \frac{\partial \beta_k}{\partial y'} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A, B를 지나는 子午線 N_1N_1' 를 y 대, 針路線과 y 대와의 交點을 原點으로 잡고 物標(또는 送信局)의 座標를 각각 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 船舶의 座標를 $S(x, y)$, 物標의 方位를 360° 式으로 測定한 것을 각각 α, β , 船速 v 의 測定值를 v' 라 하며 船位를 經度(x 座標)와 緯度(y 座標)로써 表示하면 狀態 Vector $X(k)$ 는 다음과 같이 定義된다.

$$\hat{X}(k) = (x_k, y_k, v_k)^T$$

이때 非線型修正 Kalman Filter 인 ⑮~⑲式을 適用하기 위한 基本要素들은 다음과 같다.

時刻 k 에서 推定한 $X(k)$ 의 推定值;

$$\begin{aligned} \cdot \frac{\partial \alpha_k}{\partial x'} &= (y' - y_1) \cos y' \{ (x_1 - x')^2 \cos^2 y' + (y_1 - y')^2 \}^{-1} \\ \frac{\partial \beta_k}{\partial x'} &= (y' - y_2) \cos y' \{ (x_2 - x')^2 \cos^2 y' + (y_2 - y')^2 \}^{-1} \\ \frac{\partial \alpha_k}{\partial y'} &= \{ (x_1 - x') \cos y' - (x_1 - x') (y_1 - y') \sin y' \} \cdot \{ (x_1 - x')^2 \cos^2 y' + (y_1 - y')^2 \}^{-1} \\ \frac{\partial \beta_k}{\partial y'} &= \{ (x_2 - x') \cos y' - (x_2 - x') (y_2 - y') \sin y' \} \cdot \{ (x_2 - x')^2 \cos^2 y' + (y_2 - y')^2 \}^{-1} \end{aligned}$$

測定值 Vector의 共分散行列 R 은 α, β, v' 의 測定誤差 $r(1), r(2), r(3)$ 의 標準偏差를 각각 $\sigma_\alpha, \sigma_\beta, \sigma_v$ 라하면

$$R = \begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v^2 \end{pmatrix}$$

으로 되며 $H(k)$ 는 (2)의 假定 (iii)을 만족하므로 ⑭式에 의하여 R_n 을 구할 수 있다.

한편 α, β 가 測定되면 S 의 座標가 定해지고 S 의 座標가 定해지면 α, β 도 定해진다. 즉 (2)의 假定 (ii)가 成立하므로 ⑫式의 $Z_n(k)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Z_n(k) &= (x_m(k), y_m(k), v'(k))^T \\ x_m(k) &= (x_1 \cos y_1 \cot \alpha_k - x_2 \cos y_2 \cot \beta_k + y_2 - y_1) \\ &\quad \cdot (\cos y_1 \cot \alpha_k - \cos y_2 \cot \beta_k)^{-1} \\ y_m(k) &= \{ (x_1 \cos y_1 \cot \alpha_k - x_2 \cos y_2 \cot \beta_k + y_2 - y_1) \cdot \cos y_1 \cot \alpha_k \} \\ &\quad \cdot (\cos y_1 \cot \alpha_k - \cos y_2 \cot \beta_k)^{-1} - x_1 \cos y_1 \cot \alpha_k + y_1 \end{aligned}$$

단, $x_m(k), y_m(k)$ 는 α, β 로 부터 구한 x, y 座標

一般的으로 外亂에 의한 狀態 Vector X_i 는

$$X_i = \phi(k) \cdot X_{i-1} + U_i \dots\dots\dots \textcircled{22}$$

로 表示되며 時刻 i 에 作用하는 外亂入力 U_i 는 船首方向과 正橫方向의 서로 獨立된 速度成分으로 發生한 것이라 생각하고 이들을 각각 u_{hi}, u_{bi} 라하면 時間 dt 동안에 作用하는 外亂 U_i 는

$$U_i = \begin{pmatrix} (u_{hi} \sin C - u_{bi} \cos C) dt \sec y_{k-1} \\ (u_{hi} \cos C + u_{bi} \sin C) dt \\ u_{hi} \end{pmatrix}$$

이므로 時間 t 동안에 n 번 ($n = t/dt$)의 外亂이 作用하게 되므로 이를 X_n 이라고 하면

$$X_n = \begin{pmatrix} \{ n(u_{hi} \sin C - u_{b1} \cos C) + \dots + (u_{hn} \sin C - u_{bn} \cos C) \} dt \sec y_{k-1} \\ \{ n(u_{h1} \cos C + u_{b1} \sin C) + \dots + (u_{bn} \cos C + u_{hn} \sin C) \} dt \\ n_{h1} + u_{h2} + \dots + u_{hn} \end{pmatrix}$$

이며 X_n 의 統計值 Q 는 u_{hi}, u_{bi} 의 標準偏差를 각각 σ_k, σ_b 라하면

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$$

$$q_{11} = \left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \Delta t^2 \sigma_h^2 \sin^2 C \sec^2 y_{k-1} + \left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \Delta t^2 \sigma_b^2 \cos^2 C \sec^2 y_{k-1}$$

$$= (\sigma_h^2 \sin^2 C + \sigma_b^2 \cos^2 C) \left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \Delta t^2 \sec^2 y_{k-1}$$

$$q_{22} = (\sigma_h^2 \cos^2 C + \sigma_b^2 \sin^2 C) \left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \Delta t^2$$

$$q_{33} = n\sigma_h^2$$

$$q_{13} = q_{31} = \left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) (\sigma_h^2 + \sigma_b^2) \Delta t^2 \sin C \cdot \cos C \cdot \sec y_{k-1}$$

$$q_{13} = q_{31} = \frac{n(n+1)}{2} \Delta t \sigma_h^2 \sin C \sec y_{k-1}$$

$$q_{23} = q_{32} = \frac{n(n+1)}{2} \Delta t \sigma_h^2 \cos C$$

으로 된다. 그리고 狀態 Vector의 共分散行列의 初期值 $P(0|0)$ 는

$$P(0|0) = \begin{pmatrix} \sigma_{x_0}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y_0}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{v_0}^2 \end{pmatrix}$$

으로 잡는다.

3. Simulation과 結果의 檢討

Simulation에 採擇한 航法은 沿岸航海時의 交叉方位法으로 하고 針路 250°, 速力 15kn로 航海하면서 30分마다 2個 目標의 方位를 同時 觀測하여 船位를 測定하며 同時에 速度도 測定하는 것으로 하였다.

出發地點은 $\lambda 129^\circ 5. '0E$, $L 34^\circ 40. '0N$ 로 잡고 目的地는 $\lambda 120^\circ 38. '5E$, $L 32^\circ 06. '1N$ 로 定하였으며 航路附近에 12個의 物標의 位置를 定하고 이들을 順次 바꾸어 가면서 測定하는 것으로 假定하였는데 物標位置와 測定順序는 각각 표 1 및 표 2와 같다.

표 1. 物標位置

物標名	緯 度	經 度	物標名	緯 度	經 度
L ₁	34°47.'0N	128°49.'9E	L ₂	34°31.'0N	128°45.'0E
L ₃	34°36.'7N	128°34.'0E	L ₄	34°36.'4N	128°15.'0E
L ₅	34°40.'0N	127°58.'0E	L ₆	34°21.'0N	127°27.'0E
L ₇	34°16.'0N	127°10.'5E	L ₈	34°11.'0N	126°53.'0E
L ₉	34°05.'2N	126°36.'2E	L ₁₀	33°59.'0N	126°10.'0E
L ₁₁	33°55.'0N	125°46.'5E	L ₁₂	33°48.'0N	125°18.'0E

표 2. 物標別 測定順序

測 定 順 序	測 定 物 標 名	測 定 回 數
k= 1~ 3	L ₁ , L ₂	3
k= 4~ 6	L ₂ , L ₃	3
k= 7~ 9	L ₄ , L ₅	3
k=10~12	L ₆ , L ₇	3
k=13~15	L ₇ , L ₈	3
k=16~18	L ₈ , L ₁₀	3
k=19~24	L ₁₀ , L ₁₁	6
k=25~30	L ₁₁ , L ₁₂	6

또 測定誤差 $r(i)$ 는 平均値가 0이고 서로 獨立인 正規亂數를 使用하였으며 Simulation에 採擇한 定數는 다음과 같다.

$$\sigma_{x_0} = 1.0mi., 5.0mi., 10.0mi.$$

$$\sigma_{y_0} = 1.0mi., 5.0mi., 10.0mi.$$

$$v_0 = 15kn$$

$$\sigma_v = 0.5kn, 1.0kn, 1.5kn$$

$$\sigma_{v_0} = 2.3kn$$

$$\sigma_h = 0.015kn, 0.030kn$$

$$\sigma_b = 0.015kn, 0.030kn$$

$$t = 0.5(hour), \Delta t = 0.005(hour)$$

$$\sigma_\alpha = \sigma_\beta = 1.^\circ, 2.^\circ, 3.^\circ$$

以上에서 보는 바와 같이 $\sigma_h, \sigma_b, \sigma_\alpha, \sigma_\beta, \sigma_v, \sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}$ 등은 각각 여러가지 경우를 想定하여 이들을 값을 바꾸어 가면서 Simulation을 行하였다.

그 結果 原來의 非線型 Kalman Filter를 利用하면 船位推定의 精度가 非線型修正 Kalman Filter를 利用한 경우에 比하여 매우 나쁜 것을 確認할 수 있었으며 特히初期에 推定한 船位誤差가 큰 때에는 推定船位가 改善되지 않았다.

그림 2는 $\sigma_h = \sigma_b = 0.015kn, \sigma_\alpha = \sigma_\beta = 1.^\circ, \sigma_v = 0.5kn, \sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 10.0mi.$ 인 경우 原來의 非線型 Kalman Filter와 非線型修正 Kalman Filter 로求한 最適船位와 眞位置의 距離를 各時刻 Step k 마다에 對하여 計算한 結果를 나타낸 것이다.

그림 3은 $\sigma_h = \sigma_b = 0.015kn, \sigma_\alpha = \sigma_\beta = 1.^\circ, \sigma_v = 0.5kn, \sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 1.0mi$ 인 경우,

그림 4는 $\sigma_h = \sigma_b = 0.015kn, \sigma_\alpha = \sigma_\beta = 2.^\circ, \sigma_v = 1.0kn, \sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 1.0mi$ 인 경우,

그림 5는 $\sigma_h = \sigma_b = 0.015kn, \sigma_\alpha = \sigma_\beta = 1.^\circ, \sigma_v = 0.5kn, \sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 5.0mi$ 인 경우,

그림 6은 $\sigma_h = \sigma_b = 0.015kn, \sigma_\alpha = \sigma_\beta = 2.^\circ, \sigma_v = 1.0kn, \sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 5.0mi$ 인 경우에 각각 非線型修正 Kalman Filter를 使用하여 計算한 最適船位와 眞位置間의 距離(D_E) 및 測定船位와 眞位置間의 距

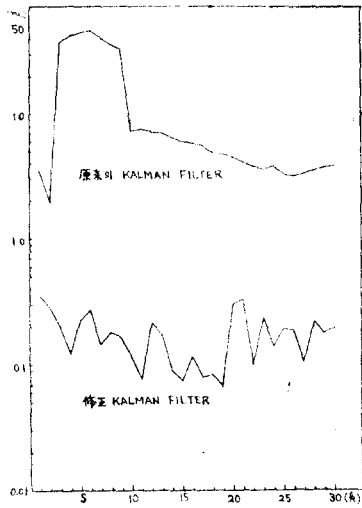


그림 2

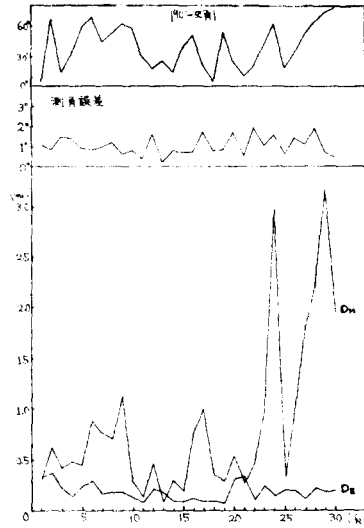


그림 3

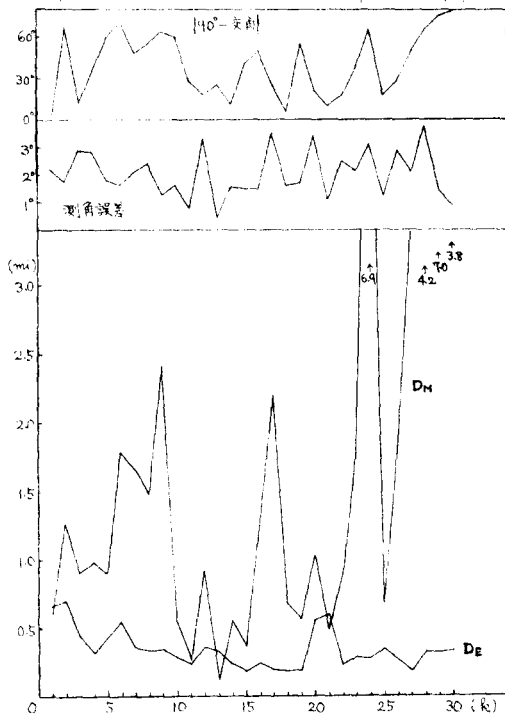


그림 4

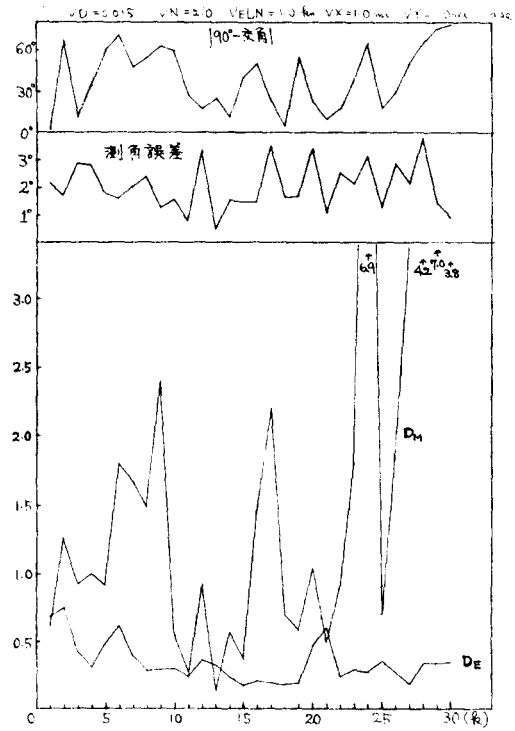


그림 5

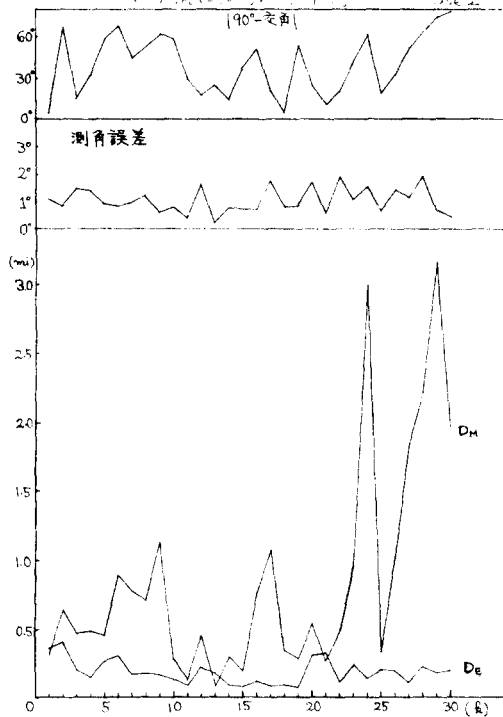


그림 6

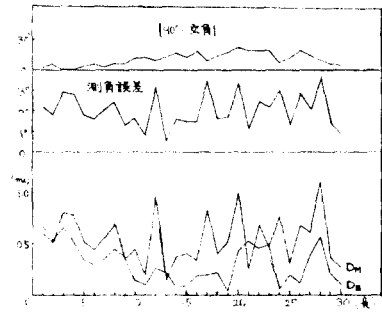


그림 7

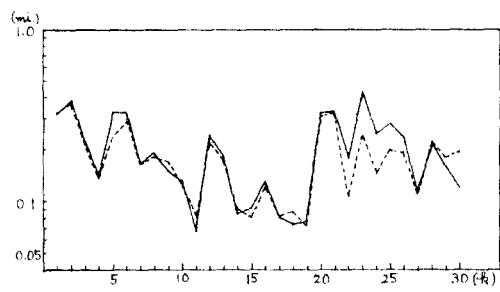


그림 8

離(D_M)를 各時刻의 Step k 마다에 대하여 求한 것을 그래프로 表示한 것이며 이들 사이의 關係를 明確히 알기 위하여 Simulation 할 때 包含된 測定雜音 σ_a 와 σ_b 로부터 $\sqrt{(\sigma_a^2 + \sigma_b^2)}/2$ 의 값을 測角誤差로 하고 또 方位測定時의 交角關係를 보기 위하여 測定方位線의 交角과 90° 와의 差를 $190^\circ - \text{交角}$ 로 하여 各 補助 그래프를 表示하였다.

이들로부터 分明히 알 수 있는 바와 같이 測角誤차가 크고 交角關係가 나쁜 때 일수록 D_M 은 커지는데 D_E 는 오히려 작아지고 있다. 이것으로 미루어 測定이 不良한 때 일수록 Kalman Filter는 威力을 發揮한다고 할 수 있을 것이다.

한편 方位測定時에 交角關係를 좋게 하면 測定船位の 精度는 높아지게 되며 最適船位の 精度도 높아지는 傾向을 보이는데 이 關係를 보여주는 것이 그림 7이다.

그림 7은 定數가 그림 6의 경우와 같은 경우이고 다만 交角關係를 극히 良好한 경우($90^\circ \pm 20^\circ$)로 定하여 Simulation을 行한 것이다.

다음에 初期에 推定한 船位誤差의 標準偏差 σ_{x_0} 와 σ_{y_0} 를 1.0mi., 5.0mi 및 10.0mi 등 3가지 경우로 바꾸어 본 바 1, 2회의 測定後에는 最適船位가 거의 같아졌으며 外亂에 依한 影響도 方位測定時에 交角關係가 極히 不良한 경우가 아니면 大端히 微小하다는 것을 알 수 있었다. 그림 8은 初期條件으로서 $\sigma_a = \sigma_b = 1.^\circ$, $\sigma_v = 0.5kn$, $\sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 5.0mi$ 로 하고 外亂의 標準偏差 σ_a 와 σ_b 를 0.015kn로 한 경우의 D_E 를 點線으로 表示하고 外亂이 2倍인 0.030kn인 때의 D_E 를 實線으로 表示한 것이다.

4. 結 論

以上の結果를 要約하면 다음과 같다.

(1) 原來의 非線型 Kalman Filter는 實測方位에 의하여 船位를 測定하는 경우처럼 Sampling 時間에 比較的 긴 경우에는 利用할 수 없으며 筆者들이 提示한 非線型修正 Kalman Filter를 利用하는 것이 効果的이다.

(2) 非線型修正 Kalman Filter는 3가지 假定을 土台로 하고 있으나 一般的으로 이를 航法에 適用하는 경우 이들 假定은 成立이 되기 때문에 別다른 問題가 없다.

(3) 非線型修正 Kalman Filter에 의하여 求한 最適船位의 精度는 測定の 精度와는 密接한 關係가 있으나 測定回數의 증가에 따라 初期推定船位의 誤差의 크기, 外亂의 크기에는 거의 影響을 받지 않는다.

(4) 本 Filter를 利用하는데 따르는 問題點으로는 計算機의 使用이 必須的이라는 데 있으나 現在의 추세로 보아 이의 普及은 時間問題이며 本 Filter의 計算을 위해서는 小型 Micro Processor만 備置하면 되므로 計算機는 크게 問題되지 않는다.

끝으로 本稿에서는 實船實驗을 하지 못한 점이 아쉬우나 앞으로 機會가 있는대로 實船에서 얻은 資料를 利用하여 本 Filter의 効用性을 實證하고자 한다.

參 考 文 獻

1. R. E. Kalman. & R. S. Bucy ; New Results in Linear Filtering and Prediction Theory, Journal of Basic Engineering, pp. 95~108, March 1961.
2. 有本卓 ; 칼만·필터, 産業圖書, 東京, 1979.
3. Stephen G. Wilson ; Nonlinear Filter Evaluation for Estimating Vehicle Position and Velocity Using Satellites, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Jan. 1973.
4. J. C. Bobick ; Updating Inertial Navigation Systems with VOR/DME Information, AIAA Journal, Vol 11 No. 10, Oct. 1973.
5. 西周次 ; 칼만필터의 航法への 應用-I, 航海 第52號, pp. 31~39, 1977.
6. 西周次 ; 칼만필터의 航法への 應用-II, 航海 第54號, pp. 37~44, 1977.
7. 山田忠之外 3名 ; 칼만필터를使用した 로란 C ρ - ρ 航法, 日本無線技法 No. 17. pp. 3~10, 1981.
8. 關根兆五外 2名 ; 토탈나비게이션시스템, 航海 第70號, pp. 19~31, 1981.