障碍物이 있는 경우 單一設備의 最適位置의 決定에 관한 硏究

(A Study on Decision of Optimal Point of Single Facility Location when the Application Region is Divided into Two)

姜 聖 壽*

Abstract

The rectilinear-distance location problem combines the property of being a very appropriate distance measure for a large number of location problems and the property of being very simple to treat analytically.

An obvious question to be asked at the optimal point which is obtained by the rectilinear distance method is, "what if the point is not available as a location site?."

The point may, for example, be inaccessible or may coincide with the location of another structure, a river, or a municipal park.

In this case, one approach that may be employed is to construct contour lines (also called iso-cost or level curves) of the cost function.

Contour lines provide considerable insight into the shape of the surface of the total cost function as well as a useful means of evaluating alternative locations for the new facility.

But, when there is an obstacle which divides the application area into two.

The optimal location(which is acquired by the rectilinear distance method) is not coincide with the minimal cost point and the contour line is occasionally of no use, this paper shows the method of finding a way to dicide an optimal point of single facility location in this case.

1. 序 論

施設의 立地는 生産시스템의 産出物(outputs)이 生産地에서 消費地로 전달되는 流通시스템(distribution system)에 있어서 重要한 部分을 차지하고 있다.

한번 施設의 立地가 決定되어 工場이나 施設이 設置되면 보통 25년내지 50년 혹은 그 이상 한자리에 정착하게 된다.[1]

立地計劃은 市場獲得에 대한 기본적인 戰略이 되며 소비자나 고객 등에 대한 서비스水準·費用·收益에 중대한 영향을 미친다.

이러한 施設立地의 選擇에 관한 基準은 經濟活動에 따른 利益最大化(profit maximization)이다. 製品의 價格이 어느 곳에서나 일정한 경우는 立地와 관련된 費用의 最小化가 立地選定의 基準이 된다.

施設의 立地決定을 위한 問題는 設置하고자 하는 새로운 施設의 數에 따라 單一施設立地問題(single-facility location problem)와 複數施設立地問題(multifacility location problem)로 나눌 수 있으며 最適位置의 決定方法에는 直角거리(rectilinear distance) 位置問題, 直線(거리)^2 位置問題(squared euclidean-distance location), 직선거리

* 慶南大學校 工科大學 工業經營學科 專任講師

1) 鄭忠泳, 設備管理論, 서울: 經世院, 1982.

(euclidean distance)[2),3)] 등이 있다.

직각거리(rectilinear distance)에 의해 最適解를 구하고자 할 때 어떤 障碍物(江·山·公園·灣 등)이 있을 경우가 있다. 직각거리에 의한 方法에서는 이 때 구한 最適解의 위치가 障碍物上에 놓이게 될 경우 이를 피하여 다른 적절한 代案들을 비교·검토할 수 있도록 等費用線(iso-cost line)을 費用函數의 等高線(contour line)들을 作圖하여 구한다. 그러나 실제문제에 있어서는 이러한 障碍物들이 미치는 영향이 상당히 크며 費用函數의 等高線에 의한 代案의 檢討도 실제로 무의미한 경우가 많다. 따라서 本 硏究에서는 河川·江 혹은 灣 등의 障碍物에 의해 나누어진 두 개의 地域에 한하여 單一施設의 最適位置 設定方法중 직각거리(rectilinear distance)에 의한 方法에 있어 障碍物이 미치는 영향을 分析하고 이를 감안하여 最適位置를 설정하는 方法을 제시하고자 한다.

2. 直角거리(reatiliner distance)에 의한 單一設備의 最適位置 決定方法

2·1 技法의 槪要

직각거리 문제는, 많은 數의 위치문제에 적절한 거리尺度가 될 뿐만 아니라 分析的으로 사용하기에 매우 간단한 특성을 가지고 있다. 이 방법은 직선거리(euclidian distance)보다 사용하는 데 있어 分析的으로 간단하다.[4)]

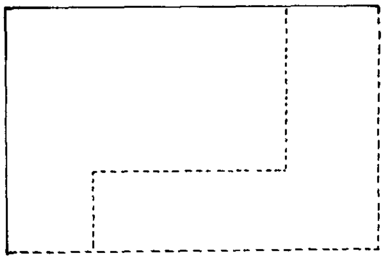


그림 2·1 같은 直角거리를 갖는 X와 Pi 간의 다른 직각경로

그림 2·1은 X와 P_i간의 직각거리가 같은 여러 經路를 보여 주고 있다. 이러한 경로의 數는 무한하다.

직각거리의 위치문제는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\underset{x,\,y}{\text{Minimize}}\; f(x,y)=\sum_{i=1}^{m} w_i \left(|x-a_i|+|y-b_i|\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

이것은

$$\underset{x,\,y}{\text{Minimize}}\; f(x,y)=\min_{x}\sum_{i=1}^{m} w_i|x-a_i| + \min_{y}\sum_{i=1}^{m} w_i|y-b_i| \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

로 나타낼 수 있으며

식 (2)는 右邊의 各項을 분리된 最適化問題로 취급할 수 있다.

$$\text{Minimize}\; f_1(x)=\sum_{i=1}^{m} w_i|x-a_i| \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$$\underset{y}{\text{Minimize}}\; f_2(y)=\sum_{i=1}^{m} w_i|y-b_i| \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

이때 新設備의 最適의 위치는 x좌표(y좌표)의 半合의 위치(half-sum location), 즉 旣存設備와 관련되는 位置問題에서 累積加重値를 半分하여 加重値의 半 이하가 右側(上側)에, 半 이하가 左側(下側)에 있게 되는 위치를 구하는 것이다.

이때 구한 최적의 위치에 대한 좌표를 (x^*, y^*)이라 할 때 만약 이 위치에 어떤 障碍物(例: 入手할 수 없거나, 다른 建築物·江·灣·山 혹은 公園 등)이 있을 경우 等費用線(iso-cost line)을 나타내는 費用函數의 等高線(contour line)을 作圖하여 다른 代案들을 비교·검토할 수 있다.

2·2 障碍物이 있는 경우 技法 適用上의 問題點

그림 2·2는 A, B, C, D 4개의 공장의 현 위치를 나타내고 있다. 각 공장에 原料를 공급하는 原料供給 창고를 설치하고자 한다. 4개 공장의 좌표의 위치는 각각 (4, 5), (2, 3), (6, 4), (5, 1)이고 하루 운반회수가 5, 6, 10, 7일 때 창고를

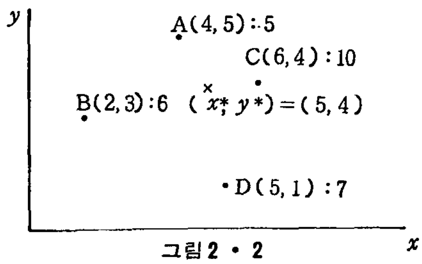


그림 2·2

2) Richard L. Francis, and John A. White, Facility Layout and Location, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice—Hall, Inc., 1974.

3) 朴景洙, 工場計劃 및 設備管理, 서울: 英志文化社, 1982.

4) Richard L. Francis, and John A. White, op. cit.

어디에 설치해야 총 주행거리 최소로 하겠는가를 알아보기 위해 직각거리(rectilinear distance)에 의한 창고의 최적위치를 설정하기 위하여 x좌표의 해(x－coordinate solution)과 y좌표의 해(y － coordinate solution)을 구하면 표 2・1 및 표 2・2와 같다.

표 2・1 x 좌표의 해

기존설비	x 좌표 값	가중치	누적가중치
B	2	6	6
A	4	5	11 < 14
D	5	7	18 > 14
C	6	10	28

$x^* = 5$

표 2・2 y 좌표의 해

기존설비	y 좌표 값	가중치	누적가중치
D	1	7	7
B	3	6	13 < 14
C	4	10	23 > 14
A	5	5	28

$y^* = 5$

따라서 주행거리를 최소로 하기 위한 창고의 최적위치는 $(x^*, y^*)=(5,4)$이다. 이 점을 그림2・2에 표시하여 두었다. 만약 위와 같은 지점에 어떤 障碍物이 있어 창고를 설치할 수 없는 경우가 발생하면 費用函數의 等高線(contour lines)을 作圖하여 다른 代案들을 비교・검토하게 된다.

비용함수의 등고선을 作圖하기 위하여 계산을 하면[5]

$$M_0 = -\sum_{j=1}^{p} c_j = -\sum_{i=1}^{m} w_i = -28 \qquad N_0 = -\sum_{i=1}^{q} D_i = -\sum_{i=1}^{m} w_i = -28$$

$$M_1 = M_0 + 2C_1 = -28 + 2\times 6 = -16 \qquad N_1 = N_0 + 2D_1 = -28 + 2\times 7 = -14$$

$$M_2 = M_1 + 2C_2 = -16 + 2\times 5 = -6 \qquad N_2 = N_1 + 2D_2 = -14 + 2\times 6 = -2$$

$$M_3 = M_2 + 2C_3 = -6 + 2\times 7 = 8 \qquad N_3 = N_2 + 2D_3 = -2 + 2\times 10 = 18$$

$$M_4 = M_3 + 2C_4 = 8 + 2\times 10 = 28 \qquad N_4 = N_3 + 2D_4 = 18 + 2\times 5 = 28$$

$S_{ij} = -\dfrac{M_j}{N_i}$에서

$S_{00} = -1$	$S_{10} = -2$	$S_{20} = -14$	$S_{30} = 14/9$	$S_{40} = 1$
$S_{01} = -4/7$	$S_{11} = -8/7$	$S_{21} = -8$	$S_{31} = 8/9$	$S_{41} = 4/7$
$S_{02} = -3/14$	$S_{12} = -3/7$	$S_{22} = -3$	$S_{32} = 3/9$	$S_{42} = 3/14$
$S_{03} = 2/7$	$S_{13} = 4/7$	$S_{23} = 4$	$S_{33} = -4/9$	$S_{43} = -2/7$
$S_{04} = 1$	$S_{14} = 14/7$	$S_{24} = 14$	$S_{34} = -14/9$	$S_{44} = -1$

以上의 結果를 가지고 費用函數의 等高線(contour lines)을 그린 것이 그림 2・3이다.

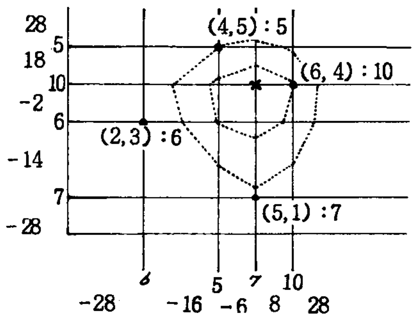


그림 2・3 等費用線 作図의 例

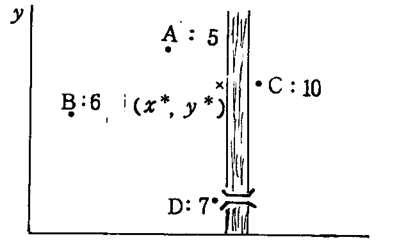


그림 2・4

2・2・1 障碍物에 의한 最適값의 變動

앞의 例에서 工場 C, D 사이에 障碍物인 江이 그림 2・4와 같이 흐르는 경우를 생각해 보자.

障碍物이 없을 경우 현재의 最適位置(x^*, y^*)에서 각 工場까지의 最短距離를 각각 2, 4, 1, 3으로 이때 총 주행거리 $f(x)$는

$$f(x) = 5\times 2 + 6\times 4 + 10\times 1 + 7\times 3 = 65$$

가 된다.

5) 계산순서는 Richard L. Francis, and John A. White, op. cit., pp. 173～176 참조.

그러나 현최적위치와 공장 C 사이에 障碍物이 있으므로 D점 근처에 있는 다리를 지나서 C로 가지 않으면 안된다. 따라서 이때의 최적위치 (x^*, y^*)에서 각 工場까지의 최적의 각각 거리는 각각 2, 4, 7, 3이며 이 때의 총 주행거리 $f(x)$는

$$f(x)=5\times2+6\times4+10\times7+7\times3$$
$$=125$$

가 된다. 이것은 障碍物이 없을 경우보다 거의 2배 가까이 총주행거리가 증가한 것이 된다. 이것과 다음 장에서 言及된 障碍物이 있을 경우의 최적위치를 결정하는 方法에 따라 결정된 最適位置인 D工場 지점에서 각 工場으로 주행하는 총주행거리와 비교해 보자.

D工場 지점에서 각 工場까지의 실제 직각거리는 각각 5, 5, 4, 0이므로 이 때의 총주행거리는

$$f(x)=5\times5+6\times5+10+7\times0$$
$$=95$$

가 되므로 현최적위치에서의 총주행거리에 비해 주행거리가 30 정도 적다는 것을 알 수 있다. 더구나 이 D工場 지점은 앞서 作圖한 두 개의 費用函數 等高線(contour lines)에도 包含되지 않는 것임을 감안할 때 障碍物이 있을 경우 직각거리에 의한 最適解를 그대로 적용한다는 것은 상당히 위험한 것임을 알 수 있으며 그 差가 매우 크다는 것을 알 수 있다.

2·2·2 障碍物이 最適位置를 變動시키는 要因分析

그림 2·4에서 江 때문에 분리된 공장 C는 x좌표상으로는 다른 공장들에 종전과 별다른 영향을 미치지 않고 있지만 y좌표상으로는 막대한 영향을 미치고 있다. 왜냐하면 C공장과 가장 가깝게 연결될 수 있는 지점이 D공장이므로 y좌표상으로는 윗쪽에 있지만 半合의 위치를 결정하는 데 있어서는 D공장의 y좌표에 해당하게 된다. 따라서 C점의 가중치가 높고 y좌표가 윗쪽으로 올라가면 갈수록 障碍物을 고려하지 않는 경우의 最適座標는 윗쪽이 되겠지만 실제로는 그 영향을 아랫쪽에 미치게 되므로 직각거리의 계산결과와 실제와의 差는 더욱 커지므로 障碍物이 있는 경우 직각거리에 의한 최적위치 결정방법을 단순히 적용한다는 것은 매우 危險스럽다.

3. 障碍物이 있을 경우 最適位置의 決定方法 및 順序

3·1 最適位置의 決定原理

3·1·1 障碍物의 種類

障碍物의 종류를 편의상 두 가지로 구분하였다.

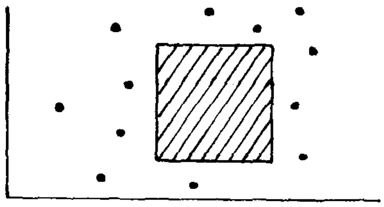


그림 3·1 폐쇄형 장애물

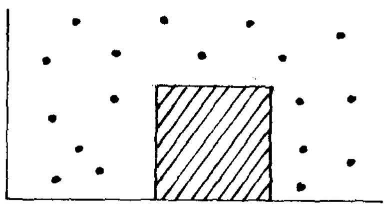


그림 3·2 개방형 장애물

1) 폐쇄형 장애물 : 그림 3·1과 같이 장애물 주위의 모든 方向으로 시설들이 연결될 수 있는 장애물

2) 개방형 장애물 : 그림 3·2와 같이 각 시설 들이 장애물의 한쪽 방향만으로 연결될 수 있는 장애물

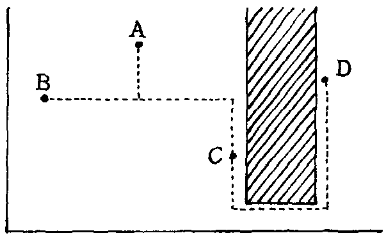


그림 3·3 형태A

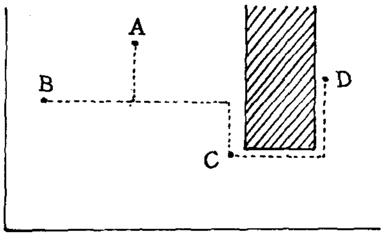


그림 3·4 형태B

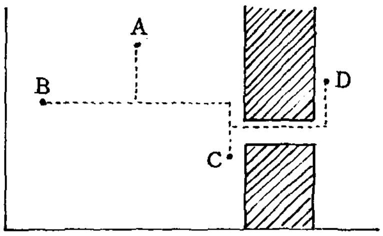


그림 3·5 형태C

3·1·2 개방형 장애물일 경우 最適位置決定原理

本 硏究에서는 개방형 장애물에 한하여 그 決定原理를 檢討하고자 한다.

그림 3·3, 그림 3·4, 그림 3·5에서 직각거리로 각 공장들을 연결했을 때 형태 A는 장애물 우측의 D가 y좌표 分析에서 C보다 아랫쪽에, 형태 B는 C와 같은 좌표에, 형태 C는 C보다 윗쪽에 있는 것과 같다. 따라서 最適位置를 決定할 때 이러한 점을 고려해야 한다.

3·2 障碍物이 있을 경우 單一設備의 最適位置 決定順序

개방형 장애물은 그림 3·6과 같이 A형과 B형으로 分類할 수 있다.

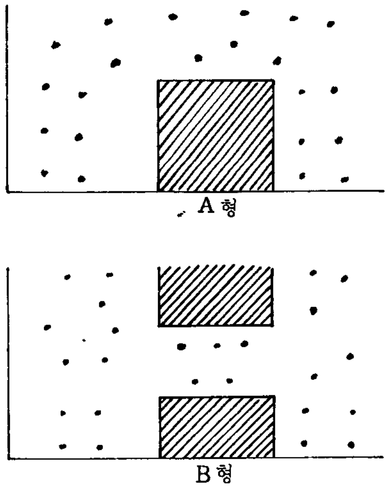


그림 3·6

A형과 B형은 解를 구하는 과정이 약간 틀리므로 나누어 설명한다.

3·2·1 A형의 最適解 決定順序

그림 3·7과 같이 산이나 강 혹은 灣으로 이루어진 장애물이 있는 경우 最適位置를 決定하는 순서는 다음과 같다.

1) 전체의 加重値를 더한다.

2) 가중치를 반으로 나누어 半合을 구한다.

3) x좌표의 半合의 위치(median location)를 찾는다. 이때 半合의 위치가

i) A지역 안에 있을 경우

① A_2지역의 y좌표 아래에서부터 가중치를 누계하여 A_2지역내에 半合의 위치가 있을 때는 그 점이 최적위치(例：그림 3·7의 S_1 점)

② A_2지역내에 半合의 위치가 생기지 않을 경우 $Q(=A_1+B+C_1)$지역 윗쪽에서부터 y좌표의 가중치를 더하여 내려온다. 半合의 위치가 Q지역내에 存在하면 그 지점이 최적위치(例：그림 3·7의 S_2 점)

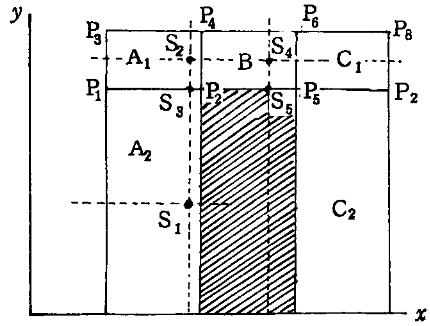


그림 3·7

③ 만약 ①, ② 두 가지의 경우에 속하지 않을 경우는 x좌표의 半合의 位置와 선분 $\overline{P_1, P_2}$가 만나는 점이 最適點이 된다(例：그림 3·7의 S_3 점)

ii) x좌표의 半合의 위치가 B지역내에 있게 되면

① Q지역의 윗쪽에서부터 加重値를 累計하여 내려온다. 이때 半合의 위치가 Q지역內에 存在하면 그때의 y좌표와 x좌표의 半合의 위치가 만나는 점이 최적위치(例：그림 3·7의 S_4 점)

② 위의 ①에서 Q지역내에 半合의 위치가 存在하지 않으면 x좌표의 半合의 位置線과 線分$\overline{P_7, P_5}$가 만나는 점이 最適이다(例：3·7의 S_5점)

逆으로 C_1, C_2지역에서부터 시작하여도 결과는 마찬가지이다.

3·2·2 B형의 경우 最適解의 決定順序

B형의 경우 다음과 같은 순서로 최적해를 결정한다.

1) 전체의 加重値를 더한다.

2) 加重値를 半으로 나누어 半合을 구한다.

3) x좌표의 半合의 위치를 찾는다. 이때 半合의 위치가

i) A지역 안에 있을 때

① A_1지역 윗쪽이나, A_3지역 아랫쪽에서 y좌표의 加重値를 누계하여 A_1이나 A_3 지역내에 半

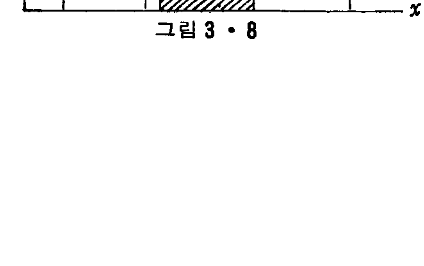


그림 3·8

合의 위치가 있을 때는 그 점이 최적위치(例 : 그림 3·8의 S_1이나 S_5점)

② 위의 ①과 같지 않을 경우 A_1+C_1, A_3+C_3가 半合이 되거나 초과하는가를 살펴본다. 이것을 만족하면 x좌표의 半合의 位置線과 線分 $\overline{P_1, P_2}$, $\overline{P_3, P_4}$의 교점이 최적위치(例 : 그림 3·8의 S_2, S_4점)

③ 위의 ①, ②에 속하지 않을 경우 A_3+C_3의 합에다가 $Q(=A_2+B+C_2)$의 아랫쪽에서 윗쪽으로 차례로 더하여 半合의 위치를 찾는다(例 : 그림 3·8의 S_3점)

ii) B지역 안에 있을 때

① A_1+C_1, A_3+C_3가 半合의 위치가 되면 x좌표의 半合의 位置線과 선분 $\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_3P_4}$와의 교점이 최적위치(例 : 그림 3·8의 S_6, S_8점)

② 위의 ①과 같지 않으면 A_3+C_3의 y좌표의 아랫쪽에서 윗쪽으로 가중치를 차례로 더해가면서 半合의 위치를 찾는다(例 : 그림 3·8의 S_7점)

4. 適用事例

그림 4·1의 지도에 나타난 바와 같이 마산·창원 두 지역은 馬山灣에 의해 나누어져 있다.

이 두 지역이 장애물에 의해 나누어진 형태가 A형에 속하므로 계산의 편의상 A형에 해당하는 例를 그림 4·2와 같이 그래프用紙에 나타내었다. 그래프用紙상에 나타난 점들은 마산과 창원, 진해 지역에 슈퍼체인들을 나타낸다. 각 지역에 대한 상품을 공급하는 창고를 설치하고자 한다. 각 슈퍼체인에 대한 일일평균 상품운반회수가 그림 4·2에 나타난 것과 같을 때 총 주행거리를 최소로 하는 최적창고의 위치를 결정하는 方法을 앞의 A형의 경우를 사용하여 구해보면 다음과 같다.

i) 전체가중치의 누계 $T_w=52.2$

ii) 加重値의 半合 $\frac{T_w}{2}=52.2/2=26.1$

iii) x좌표의 半合의 위치가 $x=12$일 때 이루어지므로 $x^*=12$

iv) A지역 안에 半合의 위치가 있으므로 A지역 y좌표를 合하여 半合의 위치가 있는지 알아본다. 이때 半合의 위치가 경계선인 l_2가 되므로 이곳이 최적지역이 된다. 즉 l_1과 l_2가 만나는 점 A_2가 최적점이다.

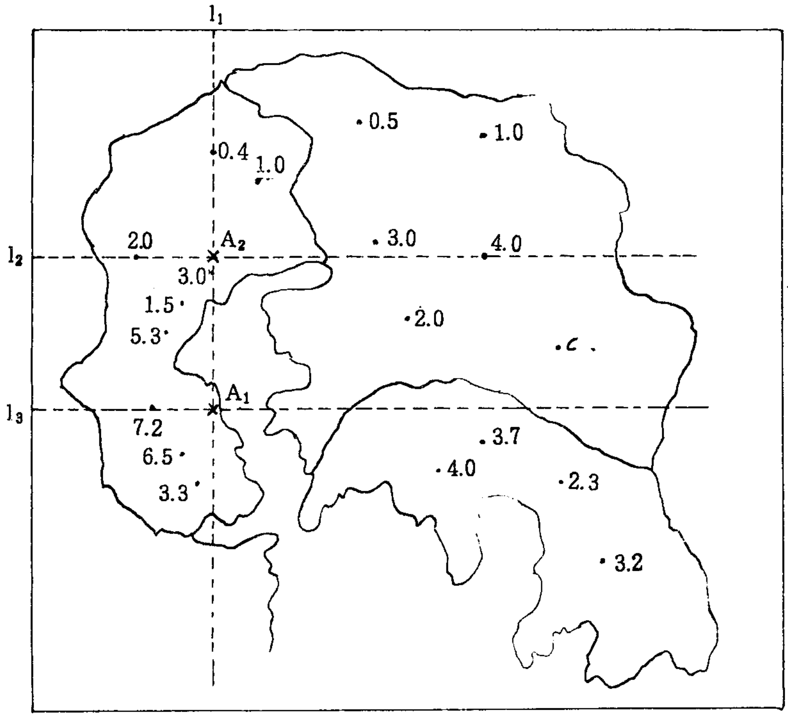
만약 단순히 직각거리에 의해 최적점을 구했다면 이 때의 최적점은 A_1점이 된다. 이때 A_1과 A_2에서 각 점까지의 실제 직각거리에 의한 총주행거리를 계산해 보면

A_1일 때의 총주행거리 $=1298.8$

A_2일 때의 총주행거리 $=902.8$

로 그 차가 396이 된다.

그림 4·1



5. 結 論

지금까지 살펴 본 바와 같이 직각거리(rectilinear distance)에 의한 最適位置의 決定問題는 장애물이 놓여 있는 경우 現實的으로 적용상 問題點이 많을 것을 알았으며 本 硏究에서는 이러한 장애물이 있는 경우 단일설비의 최적위치를 결정하는 方法을 제시하였다. 그러나 立地를 決定할 때는 거리의 최적화 以外에도 여러가지 工場立地 체크리스트(plant - location check lists)를 活用하여 결정하는 것이 바람직하다.

차후 직각거리나 직선거리에 의한 최적위치결정을 행하기 어려운 상황일 때 shotest distance 나 shortest tree method[6]등을 活用하여 최적위치를 決定하는 方法을 더욱 硏究하고자 한다.

6) Narsing H. Deo, Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science, Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice—Hall, Inc., 1974.

參 考 文 獻

1) 朴景洙, 工場計劃 및 設備管理, 서울 : 英志文化社, 1982.

2) 鄭忠泳, 設備管理論, 서울 : 經世院, 1982.

3) Deo, Narsing H., Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science, Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice—Hall, Inc., 1974.

4) Francis, Richard L., and John A. White, Facility Layout and Location, Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice—Hall, Inc., 1974.

5) Moore, James M., Plant Layout and Design, New York : The Macmillan Co., 1971.

6) Narsing H. Deo, Graph Theory with Application to Engineering and Computer Science, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice - Hall, Inc., 1974.