

貯溜函數型 非線型 水文豫測模型

Storage Type Nonlinear Hydrological Forecasting Model

白	雲	一*
Baek,	Un	Il
尹	泰	勳**
Yoon,	Tae	Hoon

Abstract

Nonlinear hydrological model containing the nonlinearity of effective rainfall, lag time and runoff is presented. In the evaluation of rainfall excess, the polynomial fitting method for total rainfall, 5 day antecedant rainfall and direct runoff is developed. In the application to actual watershed, the estimated model parameters of nonlinear lag model reflecting the nonlinearity of lag time are compared with the parameters by both the fitting method and the correlation model which are the modified version of the storage function model. The Successive Approximation Method in mathematical solution and Newton-Rhapson method in numerical solution are found to be superior to the conventional numerical graphic method in the analysis of nonlinear processes.

要 旨

有效降雨量, 遲滯時間 및 流出的 非線型을 포함하는 非線型 水文學의 模型이 記述된다. 模型의 入力資料를 구성하는 有效降雨量의 算定은 polynomial fitting 方法이 이용되었으며 遲滯時間의 非線型性이 고려된 非線型遲滯模型을 南漢江 上流에 위치한 蟾江流域에 적용하여 常數값을 산정하고 종래의 方法인 fitting 方法 및 貯溜函數模型에 變型을 가한 相關模型의 常數값들과 비교하였다. 各 模型에서 구한 常數값의 結果로 부터 本研究의 數學的 解法인 連續近似解法과 數值解法인 Newton-Rhapson 方法이 非線型 流出過程解析에서 종전의 計算圖解法 등에 비해 우수함이 밝혀졌다.

1. 序 論

降雨一流出變換過程은 非線型이므로 종래의 線型에 의한 解析을 탈피하여 非線型으로 解析하고 관계 媒介變數들을 유도하여 降雨一流出系의 非線型過程에 대한 理解와 水文豫報에 보다 精確한 道具를 설정한다는 것은 큰 의의가

있다고 보여진다. 따라서 본 연구에서는 非線型 模型을 이용한 降雨一流出變換過程의 解析이 시도된다.

降雨一流出의 非線型 特性을 物理的 또는 數學的 模型에 의해 解析해 보고자 하는 연구가 활발히 進行되어 왔으나 降雨一流出의 水文現象이 복잡하여 解析的인 접근방법은 거의 불가능하므

* 大林産業 技術研究所

** 正會員, 漢陽大學校 土木工程學科 教授

로 近似的인 방법이 요구된다. 이러한 요구에 따라 降雨—流出의 非線型性分을 크게 3가지로 분할하여 有效降雨量, 遲滯時間, 流出變換過程의 非線型性分으로 나누는 후 각각의 性分에 대한 非線型的 연구에서 비로서 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 보여진다.

非線型舉動에 대한 접근방법으로는 첫째, 각각의 豪雨事象에 대한 流域의 응답이 線型으로 작용하는 것으로 解析하고 線型화된 模型과 降雨強度나 降雨特性 사이에 非線型인 관계식을 유도하는 방법^(7,14), 둘째, 非線型概念模型에 의해 非線型 水文系를 模擬하는 방법이 있다^(4,10,13,16,18). 여기서는 非線型概念模型에 의한 방법이 이용된다. 本模型의 入力이 되는 有效降雨量의 산정은 S.C.S. 方法에서 先行土壤含水量條件을 결정하는 5日先行降雨量과 總降雨量에 의한 多重回歸分析을 실시하고 Polynomial fitting 方法에 의해 多項式이 유도된다.

遲滯時間에 대한 非線型性은 流域遲滯時間과 加重平均流量간의 관계식을 非線型으로 보고^(4,14) 常數값을 산정하고 貯溜常數 산정에서는 流域遲滯에서 流下時間을 뺀 값을 貯溜遲滯로 하여 常數값을 산정하는 非線型遲滯模型을 이용하였고 常數값 산정을 위해 fitting 方法 및 相關模型이 시도된다. 流出의 非線型性에 대한 고려는 水文連續方程式에 概念的 非線型模型을 대입한 非線型微分方程式의 解法으로 連續近似解法과 時間領域 내에서 數值解를 구하는 反復法으로 구한다.

2. 非線型模型의 理論

線型模型은 流域을 한개의 또는 일련의 概念的인 貯水池로 취급하여 貯溜量 S 와 流出量 Q 간에 線型關係가 성립하는 것으로 간주한다⁽¹⁵⁾.

$$S = KQ \quad (1)$$

여기서 K 는 貯溜常數이다. 貯水池의 流入量과 貯水池로 부터의 流出量과의 差는 貯溜量의 變化率과 같다는 水文連續方程式은

$$I - O = \frac{dS}{dt} \quad (2)$$

이다.

한편 流域을 한개의 概念的 非線型貯水池로 보고 貯溜量과 流出量의 관계식을 설정한다^(4,7,10,13,16,18).

$$S = KQ^p \quad (3)$$

여기서 p 는 指數로서 常數이다.

式 (3)을 水文連續方程式인 式 (2)에 대입하고 $\frac{dQ}{dt}$ 에 관하여 정리하고 積分을 행하면

$$\int dQ = \frac{1}{Kp} \int (I - Q) Q^{1-p} dt + C \quad (4)$$

式 (4)는 Q^{1-p} 인 項으로 인해 非線型微分方程式이 된다. 非線型에 대한 數學的 解法으로는 ① Cauchy's iteration method 의해 反復回數가 증가 됨에 따라 Taylor series의 形態가 되도록 푸는 方法^(1,5,8,11) ② 函數型이 주어진 경우 函數를 變換시켜 線型화한 후 線型으로 解析하는 方法⁽⁷⁾ ③ 線型的 解를 非線型인 式에 대입하고 反復에 의해 解를 구하는 一連의 連續近似解法 (successive approximation method) 등이 있다^(9,19). ①과 ②는 入力 I 나 出力 Q 의 函數型이 一般式으로 주어진 경우에만 가능하며 入力과 出力의 函數型은 각 豪雨에 따라 다르므로 一般型을 찾아내기 어렵다. 따라서 本 연구에서는 ③의 連續近似解法을 적용한다. 式 (4)에서 流入量 I 가 常數이고 $t=0$ 일 때 $Q=0$ 인 初期條件과 $p=1$ 인 경우 (1)式의 解는

$$Q_1(t) = I(1 - e^{-t/K}) \quad (5)$$

式 (5)를 1次近似解로 놓고 式 (4)에 대입하여 2次近似解 $Q_2(t)$ 를 구하고 그 解를 다시 式 (4)에 대입하여 3次近似解 $Q_3(t)$ 를 구한다. 이와같은 方法을 요구되는 精度까지 反復하는 方法을 連續近似解法이라 한다. 이러한 方法으로 $Q_2(t)$ 를 구하면

$$Q_2(t) = \frac{I^{2-p}}{Kp} \int_0^t e^{-t'/K} (1 - e^{-t'/K})^{1-p} dt' + C \quad (6)$$

式 (6)의 被積分項 $(1 - e^{-t'/K})^{1-p}$ 를 Laurent 級數로 전개하고 제 5항 이후의 값은 무시하고 풀면

$$\begin{aligned} Q_2(t) = & \frac{I^{2-p}}{Kp} \left[-Ke^{-t'/K} + \frac{K}{2}(1-p)e^{-2t'/K} \right. \\ & + \frac{K}{6}p(1-p)e^{-3t'/K} + \frac{K}{24}(1-p)p(1+p) \\ & e^{-4t'/K} + K - \frac{K}{2}(1-p) - \frac{K}{6}p(1-p) \\ & \left. - \frac{K}{24}(1-p)p(1+p) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

또한 4次近似式은 위와 같은 反復에 의해 구해진다⁽²¹⁾. 4次 이상의 近似解는 被積分項의 增大

로 인해 거의 불가능하며 工學에서는 3次近似
解에서도 요구되는 精度를 충분히 만족할 수 있
는 것으로 보여진다^(9,19).

3. 非線型模型의 數值解法

數值解法에는 連續型 資料에 대한 類似型(analog)과 離散型資料에 대한 數值型(numerical)이 있다. 대개의 경우 水文資料는 時間單位的 離散型이므로 數值型이 이용된다.

概念的 非線型模型과 水文連續方程式을 離散型으로 쓰면⁽¹⁴⁾

$$S_m = KQ_m^p \quad (8)$$

$$\sum_{r=0}^m I_r - \sum_{r=0}^m Q_r = S_m \quad (9)$$

여기서 S_m 은 流出의 m 번째 縱距인 Q_m 에 대한 貯溜量, I_m 은 流入(降雨量)의 m 번째 縱距이고 系는 初期에는 弛緩되어 있는 것으로 간주한다. 즉 $t=0$ 인 때의 流出量 Q 는 0인 것으로 보면 式(8)과 式(9)로부터 式(10)이 얻어진다

$$S_0 = I_0 - Q_0 = I_0$$

$$S_1 = S_0 + I_1 - Q_1 = KQ_1^p$$

$$S_2 = S_1 + I_2 - Q_2 = KQ_2^p$$

$$\vdots$$

$$S_m = S_{m-1} + I_m - Q_m = KQ_m^p$$

$$\text{또는 } KQ_{m-1}^p + I_m - Q_m = KQ_m^p \quad (10)$$

式(10)에 有限差分法을 적용하고 左邊을 移項시켜 $F(Q_m)$ 이라하면 $F(Q_m)=0$ 이 된다.

$$F(Q_m) = \frac{Q_m}{2} + KQ_m^p - \frac{1}{2}(I_m + I_{m-1} - Q_{m-1}) - KQ_{m-1}^p \quad (11)$$

接近方法을 달리하여, 水文連續方程式에 有限差分法을 적용하고 左邊을 移項시켜 $F(Q_t)$ 과 하면 (t : time)

$$F(Q_t) = \frac{Q_t}{2} + \frac{S_t}{\Delta t} - \frac{1}{2}(I_t + I_{t-1} - Q_{t-1}) - \frac{S_{t-1}}{\Delta t} \quad (12)$$

式(12)에 式(3)을 적용하면

$$F(Q_t) = \frac{Q_t}{2} + \frac{KQ_t^p}{\Delta t} - \frac{1}{2}(I_t + I_{t-1} - Q_{t-1}) - \frac{KQ_{t-1}^p}{\Delta t} \quad (13)$$

式(13)에서 $\Delta t=1$ 인 경우 離散型과 連續型이

일치되며 Δt 를 1로 하는 경우에 대해 적용하기로 한다. 式(11)에서 Q_{m-1} , I_m , I_{m-1} 은 既知의 값이므로 未知數인 Q_m 값을 推定하기 위해 反復法을 적용하며, 그 解가 許容誤差 限度내에 들도록 하며 解를 구하는데 사용되는 방법으로는 Newton-Rhapson이나 Regula-false 方法을 적용하며 그 식은

$$Q_m^{n+1} = \frac{(\frac{1}{2} + KpQ_m^{p-1})Q_m^n - 2F(Q_m^n)}{1 + KpQ_m^{p-1}} \quad (14)$$

$$Q_m^{n+1} = Q_m^n - \frac{Q_m^n - Q_m^{n-1}}{F(Q_m^n) - F(Q_m^{n-1})} F(Q_m^n) \quad (15)$$

이 되며 여기서 n 은 反復回數를, m 은 時間을 각각 나타낸다. 式(14) 또는 (15)에 의한 反復解가 許容誤差(ϵ) 限度내에 들기 위한 許容誤差 결정식은

$$\frac{|Q_m^{n+1} - Q_m^n|}{Q_m^{n+1}} < \epsilon \quad (16)$$

이고 初期條件으로는

$$Q_m^1 = Q_{m-1} \quad (17)$$

$$Q_m^2 = (I_m + Q_{m-1})/2 \quad (18)$$

式(18)은 Newton-Rhapson 方法에서 발생 가능한 陰數의 값을 微小한 陽數로 바꾸기 위해 사용되며 收斂을 빨리 진행시키기 위한 norm으로

$$|Q_m^n - Q_m^{n-2}| - |Q_m^{n-1} - Q_m^{n-2}| < 0 \text{인 경우} \\ Q_m^{n-2} = Q_m^{n-1}, F(Q_m^{n-2}) = F(Q_m^{n-1}) \quad (19)$$

를 사용하고 初期條件을 式(18)로 變換한 후 反復이 계속되어 追跡時間이 끝날 때까지 행하게 된다.

4. 有效降雨量의 算定

본 模型의 入力이 되는 有效降雨量의 算定은 降雨量 단이 주어지는 경우 浸透能曲線方法 및 美國 土壤保存局(U.S. Soil Conservation Service)에서 사용하는 S.C.S. 方法 등이 있으나 방대한 測定資料가 요구된다는 어려운 점이 있으며 우리나라와 같이 流域傾斜가 큰 경우에는 S.C.S. 方法에 의한 有效降雨量 算定值가 실제값보다 작은 것을 볼 수 있다⁽¹⁹⁾.

이를 감안하여 有效降雨量에 가장 큰 영향을 미치는 여러 變數들 중에 S.C.S. 方法에서 先行土壤含水條件을 결정하는 5日先行降雨量과 總

降雨量을 이용하여 polynomial fitting 방법에 의해 有效降雨量을 산정하는 식을 유도한다.

$$P_e = a_1 + a_2 P_t + a_3 P_5 + a_4 P_t^2 + a_5 P_t \cdot P_5 + a_6 P_5^2 + \dots \quad (20)$$

여기서 P_e 는 有效降雨量, P_t 는 總降雨量, P_5 는 5日先行降雨量이다. 式(20)에 의해 n 次曲面式을 유도하기 위해 P_t, P_5, P_e 를 각각 x, y, z 라 하고 有效降雨量의 推定值를 Z_c 라 하면

$$Z_c(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{i+j=k} C_{ij} x^i y^j \quad (21)$$

式(21)에서 常數 C_{ij} 값을 구하기 위해 最小自乘法을 이용 推定된 有效降雨量에서 實測有效降雨量을 뺀 誤差의 自乘合은 式(22)와 같다. 最小自乘誤差의 합이 最小일 必要條件으로 常數에 대해 微分하여 零으로 놓으면 式(23)이 되며 이를 行列型으로 쓰면 式(24)가 된다.

$$\sum \varepsilon_i^2 = \sum [Z(x, y) - Z_c(x, y)]^2 = \sum [Z(x, y) - \sum_{k=0}^n \sum_{i+j=k} C_{ij} x^i y^j]^2 \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial C_{ij}} (\sum \varepsilon_i^2) = 0 \quad (23)$$

$$[A][C] = [Z] \quad (24)$$

$$[A] = \begin{pmatrix} N \dots \dots \sum x^i y^j \dots \dots \sum y^n \\ \sum x & \sum x^{i+1} y^j & \sum y^n x \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum y^n & \sum x^i y^{j+n} & \sum y^{2n} \end{pmatrix}$$

$$[C] = \begin{pmatrix} C_{00} \\ C_{10} \\ \vdots \\ C_{nn} \end{pmatrix} \quad [Z] = \begin{pmatrix} \sum z \\ \sum zx \\ \vdots \\ \sum zy^n \end{pmatrix}$$

위의 계산을 n 次 多項式으로 유도하여 相關係數가 가장 높은 次數의 식으로 결정한다.

5. 模型常數의 決定

模型常數의 결정은 貯溜量과 流出量의 관계식을 定立함을 의미한다. 貯溜常數(K, ρ)값의 산정은 實測資料로부터 試算과 fitting 技法에 의한 것이다^(3,10,18).

5.1. 非線型遲滯模型

貯溜-流量간의 관계식을 결정하기 위한 기본적인 假定은 다음과 같다^(2,4,17). ① 流域遲滯時間은 流量의 函數이며 非線型인 관계가 있다. ② 流域遲滯時間은 有效降雨中心과 流域出口에

서의 流出水文曲線中心간의 時間遲滯와 같다.

③ 遲滯時間과 流量간의 관계식은 概念的 非線型模型에서의 貯溜-流量간의 관계식과 같은 형의 指數관계가 있다. ④ 貯溜常數 K 는 流域遲滯時間과 流下時間의 差이다. ⑤ 流域에 대한 非線型성은 일정하다.

貯溜常數 K 를 다음과 같이 쓰면

$$K = a Q_m^b \quad (25)$$

$$Q_m = \frac{\sum_{i=1}^t (Q_i)^2}{\sum_{i=1}^t Q_i} \quad (26)$$

式(25), (26)에서 a, b 는 常數, Q_m 은 加重平均流量, Q_i 는 i 번째 流出量을 나타낸다. 위의 가정에 의한 遲滯時間-流量의 관계식 및 貯溜常數 K 는 流域遲滯 T_L 과 流下時間 T 의 差로 이는 實際流域에 잘 부합된다⁽¹⁷⁾.

$$T_L = a' Q_m^{b'} \quad (27)$$

$$T_L = K + T \quad (28)$$

T_L 은 實測水文曲線으로 부터 구해지며 流下時間은 거리에 비례하고 傾斜의 제곱근에 반비례한다는 관계식에 의해 계산되며 이 값은 流域의 形狀 및 기하학적, 특성에 의해 결정되며 推定하고자 하는 점에서 流域出口까지의 流下時間은 간단한 等時間線의 概念으로 구해진다⁽¹⁷⁾.

$$\Delta t = L / \sqrt{S} \quad (29)$$

여기서 Δt 는 等時間線의 간격, L 은 距離, S 는 流域傾斜이다. 流下時間 T 는 式(29)와 時間-面積圖로 부터 구해지며 等時間線에 대한 時間面積圖는 그림 1과 같다.

流域面積 전체에 대한 平均流下時間은 時間-面積圖의 中心이 되므로 流域出口에서 流出이 발생되는 時間과 流域面積을 積分하면

$$T = \frac{1}{A} \int_A t dA \quad (30)$$

$$T \approx \frac{\Delta t}{A} \sum_{i=1}^{n-1} A_i \quad (31)$$

$$\int_A t dA = \Delta t (A_1 + 2A_{i-1} + 3A_{i-2} + \dots + nA_1) \quad (32)$$

여기서 A 는 流域面積, t 는 각 面積에서의 流下時間, A_i 는 分割된 流域面積이다⁽²¹⁾.

流下時間은 流域形狀이 고려된 內部流域分割法에 의해 또한 구해진다. 이 方法은 等時間線에 의한 方法과는 달리 각 水系에서 分割된 面積의 流下時間이 推定되므로 流域形狀 및 流域

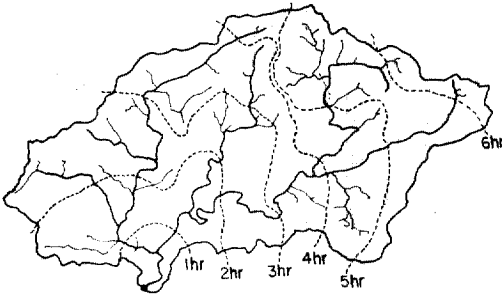


그림 1. 等時間線圖(橫城流域)

全體에서 각 지점의 流下時間에 대한 고려가 가능하다는 장점이 있으며 分割方法에 대해 간단히 기술하면 다음과 같다.

分割은 各 水系의 合流點에서 이루어지며 流域分割法과 같이 面積을 分割한다. 分割된 流域의 流下時間은 式 (29)에 의해 산정되며 分割된 流域面積은 그림 2와 같다⁽²⁰⁾. 流域分割時 流域 流下時間이 같도록 하는 것이 좋으나 너무 細分 化되는 경우(水系가 복잡한 형상을 이루는 경우)가 생겨 그림 2와 같이 결정하였으며 計算式으로

$$T = \frac{1}{A} \{t_1 A_1 + (t_1 + t_2) A_2 + (t_1 + t_2 + t_3) A_3 + \dots\} \quad (33)$$

따라서 式 (28)은

$$K = T_L - T = a' Q_m^b - \frac{At}{A} \sum_{i=1}^{n-1} A_i \quad (34)$$

式 (34)에서 推定된 값은 T_L (流域遲滯)이 流量과 非線型의 관계이므로 K 와 流下時間의 합도 非線型인 관계가 성립되나 解析을 간단히 하기 위해 流下時間은 한 流域에 대해 일정한 값을 가지며 流量과 函數관계가 없는 것으로 보면 非線型性은 貯溜常數에만 존재한다. 式 (33)에서 구한 貯溜常數 K 값과 式 (26)에서 구한 加重平均流量을 이용, 式 (25)의 常數 a, b 의 값을 산정하며 式 (1)과 概念的 非線型模型간의 관계식으로부터 K, p 의 값을 산정할 수 있다.

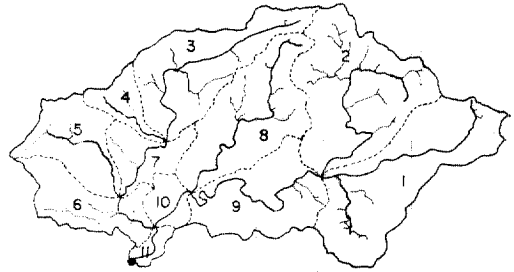


그림 2. 內部流域分割圖(橫城流域)

$$K_i = a(Q_m/Q_i)^b \quad (35)$$

$$p = 1 + b \quad (36)$$

b 의 값이 1보다 작은 陰數값을 갖는 것으로 나타나^(2,4,16) p 값은 1보다 작은 값을 갖게 되고 式 (35)에서 K_i 의 값은 時間에 따라 변화됨을 볼 수 있다.

5.2 Fitting 方法

貯溜常數 K 및 p 의 값은 fitting 方法에 의해 구할 수 있으며 여러가지 方法들이 소개되었으나^(12,13) 여기서는 여러 개의 實測資料로부터 대표적인 貯溜常數값을 산정하고 각 개의 資料에 대해 fitting 시켜 조정, 결정한다. 尖頭流量時 式 (3)은

$$S_{q,p} = KQ_p^p \quad (37)$$

$$S_{q,p} = \int_{t=0}^{t_p} (I - Q) dt \quad (38)$$

여기서 t_p 는 尖頭까지의 時間 $S_{q,p}$ 는 尖頭時 貯溜量이다. 式 (37)에서 未知數가 2개이므로 2개 이상의 實測豪雨가 필요하며 最小自乘法에 의해 常數값을 결정한다. 이 방법은 fitting 에서 2쌍 이상의 값이 나올 수 있으므로 대표적인 常數 값을 산정한 뒤 두개의 값중 한개의 값을 고정시키고 水文曲線의 fitting에 의해 다른 常數 값을 산정한다.

5.3 相關模型

遲滯時間을 고려한 降雨量과 流出量의 관계에서 貯溜量을 산정하고 貯溜量과 流出量 간의 相

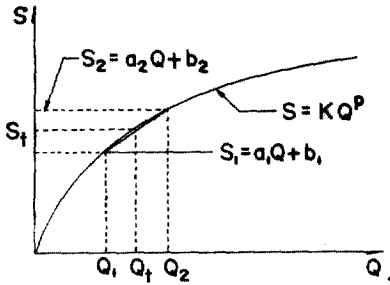


그림 3. 貯溜量—流出間의 關係曲線

關에 의해 K, p 를 산출한 후 이들을 이용하여 流出量과 貯溜量을 계산하고 實測에 의한 貯溜量과의 相關을 구하여 相關性이 가장 높은 遲滯時間에서 追跡計算을 행하며 그 과정은 다음과 같다.

$$\left(I_{t+1} - \frac{Q_t + Q_{t+1}}{2}\right) \cdot \Delta t = S_{t+1} - S_t \quad (39)$$

또는

$$\frac{S_{t+1}}{\Delta t} + \frac{Q_{t+1}}{2} = \left(\frac{S_t}{\Delta t} + \frac{Q_t}{2}\right) - Q_t + I_{t+1} \quad (40)$$

$$S_t = KQ_t^p \quad (41)$$

式 (41)에 대한 近似式으로

$$S_t = aQ_t + b \quad (42)$$

式 (40)에서 Q_{t+1} 의 계산은

$Q_2 < Q_{t+1} < Q_3$ 라 할 때

$$Q_{t+1} = \left\{ I_{t+1} + \left(\frac{a_2}{\Delta t} - \frac{1}{2}\right)Q_t + \frac{b_2 + b_3}{\Delta t} \right\} / \left(\frac{a_3}{\Delta t} + \frac{1}{2}\right) \quad (43)$$

式 (43)에 의한 追跡計算을 流出이 끝날 때까지 반복한다. 위의 計算은 圖解法의 일종으로 Q_1, Q_2, \dots, Q_m 의 간격을 작게 할수록 精度를 높일 수는 있으나 追跡時間이 길어지므로 誤差限度 내에서 간격을 결정하도록 한다(그림 3 참조).

위의 모든 研究에 대한 흐름도 및 algorithm은 참고문헌 (20)에서 볼 수 있다.

6. 適用 및 結果

本 模型을 南漢江 上流에 위치한 蟾江流域에 내린 79, 80, 81年度의 降雨—流出資料에 적용한다. 蟾江流域은 橫城과 文幕의 2개 流域으로 分割되며 流域圖는 그림 4와 같으며 橫城과 文



그림 4. 蟾江流域圖

幕의 流域面積은 각각 433 km^2 , $1,361 \text{ km}^2$ 이고 流路延長은 각각 47.3 km , 88.1 km 이다.

流出推定에 앞서 各 模型의 入力이 되는 有效 降雨量의 多項式을 유도한다. 各 多項式에 대한 相關係數를 비교하면 표 1과 같고 多重相關係數는 式 (44)에 의해 구한다.

$$R_{z,xy} = \sqrt{1 - \frac{S_{e,xy}}{S_z^2}} \quad (44)$$

여기서 S_z 는 有效降雨量의 標準偏差이고 $S_{e,xy}$ 는 推定值의 標準偏差를 나타낸다. 표 1의 結果를 볼 때 項數가 증가됨에 따라 精度가 높아지는 것을 볼 수 있으며 10次式에서 충분한 精度를 가짐을 볼 수 있다. 10次式에 대한 66개의 常數값은 參考文獻 (20)에 주어지며 이 常數

表 1. 各 次數에 대한 相關係數

차 수	다 중 상 관 계 수
1	0.5271
2	0.7522
3	0.9280
4	0.9322
5	0.9356
6	0.9490
7	0.9618
8	0.9702
9	0.9833
10	0.9942

表 2. 蟾江流域의 降雨資料 및 有效降雨量 推定值

主要豪雨 (기간) 年 月 日	總降雨量 (mm)	5日先 降雨 行量 (mm)	實測에 의한 有效降雨 (mm)	式(20)에 의해 推定된 有效降雨 (mm)	流 域
1981 7. 11	57.4	43.5	49.9	48.05	橫 城
1980 7. 15	101.0	36.1	32.0	32.75	
8. 18	23.9	46.4	6.8	5.83	
8. 25	85.0	3.5	45.0	45.56	
9. 5	40.0	7.1	24.0	23.52	
1979 7. 13	57.8	39.5	36.7	40.63	
1981 7. 11	68.2	32.4	59.4	56.63	文 幕
1980 7. 13	108.0	37.2	35.8	35.43	
5. 18	31.7	48.9	11.8	12.01	
8. 25	89.3	4.1	56.6	56.21	
9. 5	34.6	7.1	14.2	15.20	

값에 의한 有效降雨量 算定結果는 표 2와 같다. 표 2의 推定된 有效降雨量은 總有效降雨量이므로 ϕ -index 方法에 의해 각 시간에 대한 入力이 결정된다.

式 (27)을 橫城流域에 적용하면

$$T_L = 47.28Q_m^{-0.24} \quad (45)$$

式 (30)과 (33)에 의해 구한 流下時間은 等時間線에 의한 方法 $T = 3.47(\text{time : hr})$ 内部流域分割에 의한 方法

$$T = 3.17(\text{time : hr}) \quad (46)$$

平均流下時間 값은 等時間線에 의한 推定值 보

다 内部流域分割에 의한 推定值가 작게 산정된다. 이는 그림 1과 그림 2를 비교해 보면 等時間線에 의한 方法의 경우는 内部流域分割에서 고려되는 各水系의 境界에 대한 고려가 미비하며 等時間線內의 모든 面積이 같은 時間單位로 결정되나 流域分割에서는 分割流域의 각 부분에 대한 精確한 流下時間이 算出되었기 때문인 것으로 解析되며 等時間線에 의한 結果보다 内部流域分割方法에 의한 結果가 타당한 것을 볼 수 있다^(4,16). 式 (46)에 의한 結果로 非線型遲滯模型 常數를 결정하면

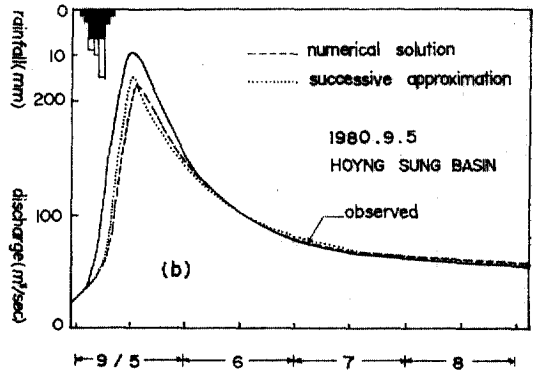
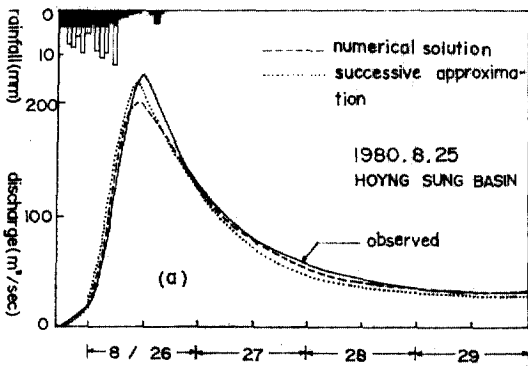


그림 5. 觀測 및 非線型遲滯模型에 의하여 計算된 流出水文曲線의 比較

$$K_t = 45.77(Q_m/Q_t)^{-0.275}$$

$$p = 0.73 \quad (47)$$

式 (47)에서 Q_t 는 時間 t 에서 瞬間流量을, K_t 는 時間變化 값을 갖게된다. 式 (47)의 結果를 볼때 Q_t 가 加重平均流量인 Q_m 값과 같은 경우 (47)式은 時不變性을, 갖게됨을 볼 수 있다⁽¹⁶⁾. 이를 적용한 追跡結果는 그림 5와 같으며 追跡計算은 數值解法인 Newton-Rhapson 方法과 數學的 解法인 連續近似解法이 이용되었다.

非線型遲滯模型을 2個의 豪雨에 대해 적용해 본 結果 Newton-Rhapson 方法이 Successive Approximation 方法의 2次近似解보다 좋은 結果를 나타내는데 이는 2次近似解 적용시 Laurent's series 에서 5次項이상의 消去로 인한 切削誤差 (turncation error) 및 解法自體 誤差가 累積된 結果로 보여지며 3次近似解 적용시는 보다 개

선된 結果가 얻어질 것이다.

Fitting 技法에 의해 1次的으로 결정된 常數 K, p 값은

$$K = 45.84 \quad p = 0.67 \quad (48)$$

이며 1980.8.25 豪雨에 대해 적용하면 式 (48)에서 결정된 常數값 중 K 값을 고정시키고 p 값을 변화시켜 Newton-Rhapson 方法을 적용한 結果는 그림 6(a)가 되며 p 값이 0.7과 0.8 사이에서 實測水文曲線과 近似한 結果를 얻을 수 있으며 非線型遲滯模型의 尖頭가 약간 낮은 것을 감안하여 0.72로 결정하였다. 이처럼 결정된 p 값을 고정시키고 K 값을 변화시킨 結果는 그림 6(b)와 같다. 이 결과 45.0과 50.0 사이에서 實測水文曲線과 거의 일치할 수 있을 것으로 보여진다.

貯溜函數模型의 변형인 相關模型 및 計算圖解

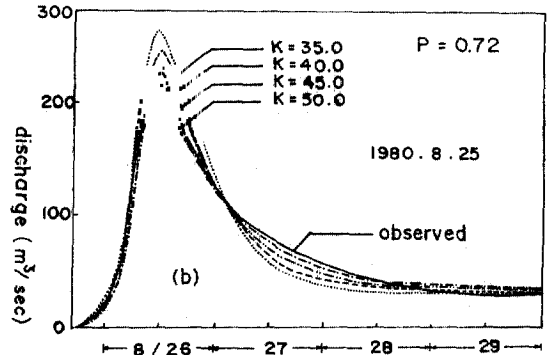
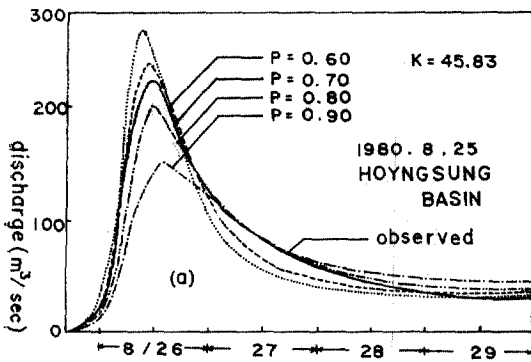


그림 6. fitting 技法에 의한 K, p 의 決定

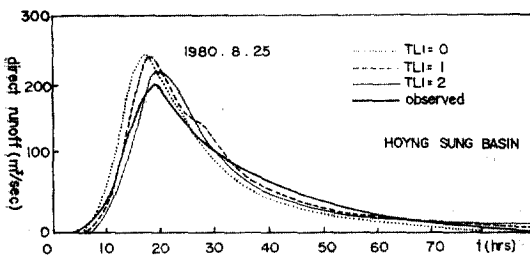


그림 7. 遲滯時間 TL_1 의 決定

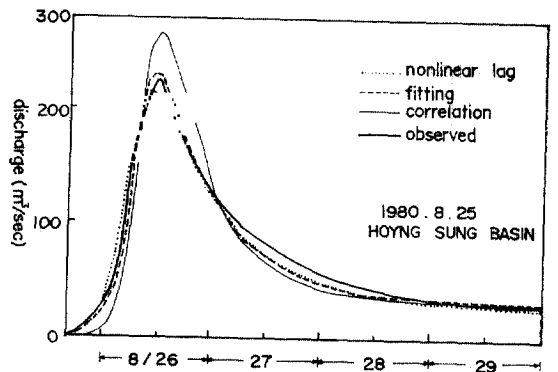


그림 8. 觀測 및 各 模型에 의하여 計算된 流出水文曲線의 比較

表 3. 相關模型에 의한 常數의 비교

T_{L1} (遲滯時間)	K	p
0	60.61	0.61
1	54.34	0.63
2	57.22	0.65

表 4. 各模型에 의한 常數의 비교

	K	p
非線型遲滯模型	$45.77(Q_m/Q_i)^{0.27}$	0.73
Fitting에 의한 방법	45.0	0.72
相關模型	57.22	0.65

法에 의한 結果는 그림 7과 같다. 여기서 T_{L1} 은 遲滯時間을 나타내며 이에 따라 구한 常數값은 표 3과 같다. 이 結果 $T_{L1}=2$ 인 때 實測水文曲線과 가장 잘 맞는다. 위의 結果에 대한 各模型의 常數 및 計算結果는 그림 8, 표 4와 같다.

그림 8에서 fitting方法에 의한 常數값 산정이 가장 잘 맞는 것으로 나타났으나 1個 豪雨에 대한 計算時間도 상당히 소요되며 非線型遲滯模型의 結果와도 그리 큰 差를 보이지 않으므로 計算時間도 빠르고 理論的인 체계가 갖춰진 非線型遲滯模型이 가장 좋다고 보여진다. 追跡方法으로는 Newton-Rhapson方法과 successive approximation方法 중 前者가 보다 잘 맞고 連續近似解法의 경우도 2次近似式에서 前者와 그다지 큰 차를 나타내지 않았다. 따라서 精度가 더욱 높은 3次近似式에서 安定性에 대한 研究로 훨씬 나은 計算方法이 예상된다. 計算圖解法에 의한 結果는 다른 어떤 方法보다도 精度가 많이 떨어지는 것을 볼 수 있었다.

7. 結 論

本 研究에서는 非線型 水文學의 模型에 의한 流出推定을 행하였는 바 有效降雨量算定, 遲滯時間, 流出의 3가지 非線型性分으로 나누어 행하였으며 얻어진 結論은 다음과 같다.

(1) 有效降雨量의 算定에서 多項式의 次數가 증대됨에 따라 實測된 有效降雨量과 거의 일치하게 되었으며 10次式에서 相關係數가 0.9924

인 높은 相關을 보였다. 다수의 豪雨에 의하여 算定된 多項式은 다른 어떠한 算定方法보다도 信賴性이 있고 간편한 方法인 것으로 판단되어 66個의 項을 갖는 10次 多項式으로 模型의 入力資料를 산정하였다.

(2) 遲滯時間과 流量간의 關係式에서 부터 流量과 遲滯時間이 逆函數인 關係를 가진다는 것을 볼 수 있었고 이에 의한 常數값 산정에서는 内部流域分割方法을 적용하여 貯溜常數值를 산정하고 이 常數值와 다른 方法에서 구한 常數값과 비교해 본 結果 相關模型보다 非線型遲滯模型에 의한 常數值가 fitting方法과 유사한 값이 얻어졌고 流出推定의 結果도 훨씬 개선되었음을 볼 수 있었다.

(3) 流出의 非線型性을 고려한 非線型微分方程式의 解를 구하는 方法으로 連續近似解法과 數值解法 및 計算圖解法이 이용되었다. 相關模型에 의한 常數算定 및 計算圖解法의 推定結果는 數值解法이나 數學的인 方法에 의한 結果보다 좋지 않은 것을 알 수 있었으며 本 研究에서 設定된 數學的인 方法인 連續近似解法과 數值解法과의 結果를 비교해 볼 때 2次近似解에서도 數值解法과 거의 유사한 結果를 얻어낼 수 있었다. 따라서 流出追跡計算에는 現在 漢江洪水統制所에서 사용 중인 貯溜函數模型에 의한 計算圖解法에 數學的인 方法 또는 數值解法의 적용을 통하여 개선의 여지가 있음을 시사한다.

參 考 文 獻

1. Amorocho, J. and Brandstetler, A., Determination of Nonlinear Functional Response Functions in Rainfall-Runoff Processes, *Water Resour. Rev.* 1971, pp.1087~1101.
2. Askew, A.J., Derivation of Formulae For Variable Lag Time, *Journal of Hydrology*, 10, 1970, pp.225~242.
3. Australian Institute of Engineering, *Australian Rainfall and Runoff*, 1977, Chapter 8, pp.92~106.
4. Boyd, A.J., Pilgrim, D.H., and Cordery, I., An Improved Runoff Routing Models Based On Geomorphological Relation, University of New South Wales, 1979, pp.229~233, A Watershed Bounded

- Network Model for Flood Estimation Computer Programs And Users Guide Paper, *University of New South Wales, Report Number 154*, 1979, pp. 1~50.
5. Chow, V.T., and Kulandaiswamy, V.C., General Hydrologic Model, *Journal of Hydraulic Div., A.S.C.E., Vol. 97, No. HY6*, 1971, pp. 791~804.
 6. Cristina, M., and L. Panattoni, Flood Routing Using Simplified Algorithms, *Proceedings of the Workshop held at the I.B.M. Scientific Center, Pisa, Italy*, 1974, pp. 331~350.
 7. Dooge, J.C.I., Mathematical Model for Surface Water Hydrology Problems and Methods of Rainfall-Runoff Modelling, *Proceedings of the Workshop held at the I.B.M. Scientific Center, Pisa, Italy*, 1974, pp. 71~108.
 8. Eleanor, T.V., and M. James, *Nonlinear Differential Equation*, John Wiley & Sons Inc., 1974, pp. 14~47.
 9. Gallagher, B.S., and M.H. Munk, Tides in Shallow Water, Spectroscopy, *Tellus 23*, 1971, pp. 4~5.
 10. Kimura, T., *Storage Routing Method*, Dong Hwa Seo Jeom, Tokyo, 1975, pp. 1~281.
 11. Kulandaiswamy, V.C., and T.B. Rao, General Hydrologic Model, *International Symposium on Scientific Aspects of Hydrological Computations for Water Project, Gidromateoizdat Leangrad*, 1979, pp. 1~16.
 12. Lane, L.J., and D.A. Woolhsier, Simplifications of Watershed Geometry Affecting Simulation of Surface Runoff, *Journal of Hydrology*, 1977, pp. 173~190.
 13. O'connor, K.M., A Discrete Linear Cascade Model For Hydrology, *Journal of Hydrology*, 1976, pp. 203~242.
 14. Mein, R.G., E.M. Laurenson, and A. Macmahon, Simple Nonlinear Models for Flood Estimation, *Journal of Hydraulics Div., A.S.C.E., Vol. 100, No. HY11*, 1974, pp. 1507~1518.
 15. Pederson, J.T., J.C. Peters, and O.J. Helweg, Hydrograph by Single Linear Response Model, *Journal of Hydraulics Div., A.S.C.E., Vol. 106, No HY5*, 1980, pp. 837~852.
 16. Porter, J.W., A Comparison of Hydrological And Hydraulic Catchment Routing Procedure, *Journal of Hydrology*, 24, 1975, pp. 333~347.
 17. Prasad, R., A Nonlinear Hydrologic System Response Model, *Journal of Hydraulics Div., Vol. 97, No HY4*, 1967, pp. 201~221.
 18. Yang, C.T., A Successive Approximation Method On Nonlinear Equation, *Journal of Applied Mechanics, Transactions of A.S.M.E.*, 1964, pp. 46~51.
 19. 建設部 漢江洪水統制所, 洪水流出豫警報 流出 및 常數分析 報告書, 1980, 1981.
 20. 白雲一, 非線型 水文學的 模型에 의한 流出推定, 碩士學位論文, 漢陽大學校 土木工學科, 1982. 2.

(接受: 1982. 5. 14)