

移動荷重과 軸荷重이 作用하는 柔軟한 基礎위에 支持된 無限보의 휨모멘트 特性

Bending Moment Characteristics of Flexibly Supported Infinite Beam
Subjected to an Axial Force and a Moving Load.

洪 綱 杓*
Hong, Dong Pyo
金 光 植**
Kim, Kwang Sic

Abstract

This paper presents analytic bending moment solution and resonance diagrams for a uniform beam of infinite length subjected to an axial force and moving transverse load.

Solutions are obtained that are time invariant in a coordinate system moving with the load velocity.

The supporting foundation includes damping effects.

The influences of the axial force, damping coefficient and load velocity on the beam response are studied.

The limiting case of no damping and critical damping are also investigated.

The profiles of the moment of the beam is shown graphically for several values of the load speed, the axial force and damping parameters.

要 旨

이 研究는 移動荷重과 軸荷重이 作用하는 無限보에 대한 휨모멘트를 解析하고 共振線圖를 나타낸다.

荷重과 함께 移動하는 座標系에서 定常解를 구하였다.

支持된 基礎는 減衰를 포함하였고 軸荷重과 減衰와 移動荷重速度가 보의 應答에 미치는 影響을 研究하였다.

非減衰와 臨界減衰의 경우에 대하여도 研究하였다.

몇몇의 移動荷重速度變數, 軸荷重變數, 減衰變數에 따른 보의 휨모멘트 輪廓이 圖表로 나타내졌다.

* 漢陽大學校 大學院

** 漢陽大學校 工科學 教授

1. 序 論

移動荷重을 받는 構造物이 工學의 여러 分野에서 많이 利用되고 있다. 빠른 速度의 移動荷重을 받는 鐵路, 橋梁, 로켓트試驗 트랙等に 利用되고 있는 보의 動特性에 關한 研究가 活發하게 進行되고 있으며 最近에는 軸荷重과 移動荷重을 받는 形態의 보가 注目을 끌고 있다.

Kenny⁽¹⁾는 彈性基礎위에 놓인 보에 一定速度의 移荷重이 通過 할 때의 定常應答의 解析的인 解와 共振을 일으키는 危險度를 求하였고 減衰가 있을 때 擴大係數를 求하였다.

Achenbach와 Sun⁽²⁾은 彈性基礎위에 놓인 Timoshenko보에 移動荷重이 通過 할 때의 定常解를 Fourier 積分으로 求하고, 基礎의 減衰를 考慮하여 減衰와 移動速度가 보의 應答에 미치는 影響을 研究하였다.

Kerr⁽³⁾은 鐵路를 모델로 하여 減衰를 考慮하지 않고 Euler보에 移動荷重이 通過할 때 軸荷重에 따른 처짐의 定常解를 求하였고, 軸荷重이 危險速度에 커다란 影響을 미친다는 것을 研究하였다.

Chonan⁽⁴⁾은 減衰를 考慮하지 않고 彈性的으로 支持된, Timoshenko보에서 定常解를 求하였고, 軸荷重과 移動速度가 보의 처짐에 미치는 影

響에 關하여 論하였다.

軸荷重을 받는 보에서 上記한 바와 같은 研究內容이 있으나 減衰를 無視한 式을 利用하여 모멘트를 求하였다.

本 研究에서는 減衰를 考慮한 彈性基礎에 놓인 보가 받는 軸荷重과 移動速度의 影響을 論하였다.

荷重에 따라 移動하는 座標系에서 定常解를 求하였고 基礎의 反撥力은 어느 支持點에서나 처짐과 橫移動速度에 依하여 決定 된다고 보았다. 基礎의 減衰影響을 檢討하면서 Kerr⁽³⁾의 研究를 擴張해서 彈性基礎 스프링에 粘性減衰 Kelvin素子를 包含시켰다.

이 研究의 parameter는 軸荷重係數 α , 減衰係數 ξ , 移動荷重 速度比 θ 로 하였다.

$\xi \rightarrow 0$ 인 條件은 純粹한 彈性基礎위에 놓인 보의 解와 잘 一致하였다.

臨界減衰係數를 求하였고 이 減衰係數는 軸荷重係數 α 와 移動荷重 速度比 θ 의 函數가 됨을 알았다.

軸荷重을 받는 實際 보를 設計하는데 必要한 軸荷重係數 α 와 減衰係數比 ξ 에 따른 最大굽힘 모멘트에 대한 擴大係數를 求하였다.

2. 理論解析

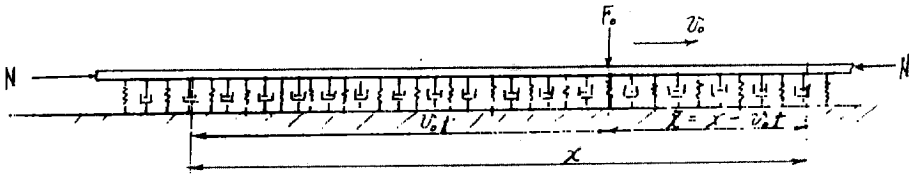


그림 a.

그림 a에 無限보가 나타나 있다. x 軸은 中心部를 따라서 놓여 있고 y 軸은 x 軸과 垂直으로 놓았다.

一定速度의 移動荷重을 받고 軸荷重이 作用하는 보에서 基礎의 減衰를 考慮한 微分方程式은 다음과 같다.

$$EI \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} + kw = F_0 \delta(x - v_0 t) \quad (1)$$

여기서 EI 는 보의 굽힘剛性係數 N 은 軸荷重, m 은 單位길이 當의 보의 質量, c 는 基礎의 單位길이 當의 減衰係數, k 는 基礎의 單位 길이 當의 彈性係數이며, 集中荷重으로 看做한 移動荷重 F_0 는 Dirac's delta function으로 表示되고 一定速度 v_0 로 보의 위를 移動한다.

보와 基礎는 均一한 材料로 되어있고, 無限히 길며 v_0 가 一定하다는 假定下에서 一定時間이 지나면 過渡解는 無視할 程度로 작게되어서 보의

처짐은 定常狀態로 된다.

이러한 觀點에서 座標系를 移動座標系($\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$)로 變換하여 表示하면

$$\bar{x} = x - v_0 t, \quad \bar{y} = y, \quad \bar{z} = z, \quad (2)$$

式(1)을 移動座標系(2)를 利用하여 表示하면

$$EI \frac{d^4 w}{d\bar{x}^4} + (N + mv_0^4) \frac{d^2 w}{d\bar{x}^2} - cv \frac{dw}{d\bar{x}} + kw = F_0 \delta(\bar{x}) \quad (3)$$

式(3)을 EI 로 나누어 整理하면

$$\frac{d^4 w}{d\bar{x}^4} + 4\lambda^2(\theta^2 + \alpha) \frac{d^2 w}{d\bar{x}^2} - 8\theta\xi\lambda^3 \frac{dw}{d\bar{x}} + 4\lambda^4 w = \frac{F_0}{EI} \delta(\bar{x}) \quad (4)$$

여기서 變數는 다음과 같다.

$$\theta = \frac{v_0}{v_{cr}|_{\alpha=0}}, \quad \xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}}, \quad \alpha = \frac{N}{N_{cr}}$$

$$v_{cr}|_{\alpha=0} = \sqrt{\frac{4kEI}{m^2}}, \quad N_{cr} = 2\sqrt{kEI}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{k}{4EI}}$$

Dirac's delta function 定義로부터 式(4)는

$$\frac{d^4 w}{d\bar{x}^4} + 4\lambda^2(\theta^2 + \alpha) \frac{d^2 w}{d\bar{x}^2} - 8\theta\xi\lambda^3 \frac{dw}{d\bar{x}} + 4\lambda^4 w = 0, \quad (\bar{x} \neq 0) \quad (5)$$

式(5)는 $\bar{x} < 0$ 領域과 $\bar{x} > 0$ 領域에서 各各 解를 갖는다.

$$\begin{cases} w = w_1(\bar{x}), & \bar{x} < 0 \\ w = w_2(\bar{x}), & \bar{x} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M(\bar{x}) = -EI \frac{d^2 w_1}{d\bar{x}^2}, & \bar{x} < 0 \\ M(\bar{x}) = -EI \frac{d^2 w_2}{d\bar{x}^2}, & \bar{x} > 0 \end{cases}$$

無限代에서 처짐과 기울기가 有限하다는 條件으로 부터 4個의 積分常數가 남는다.

이 積分常數는 移動座標系의 原點에서 처짐, 기울기, 굽힘모멘트의 變化量이 없다는 것과 剪斷力의 不連續값이 F_0 가 된다는 것으로 부터 求할 수 있다. 以上과 같은 境界條件을 式으로 表示하면

$$\lim_{E \rightarrow 0} w(0+\epsilon) - w(0-\epsilon) = 0$$

$$\lim_{E \rightarrow 0} \frac{dw}{d\bar{x}} \Big|_{\bar{x}=0+\epsilon} - \frac{dw}{d\bar{x}} \Big|_{\bar{x}=0-\epsilon} = 0$$

$$\lim_{E \rightarrow 0} \frac{d^3 w}{d\bar{x}^3} \Big|_{\bar{x}=0+\epsilon} - \frac{d^3 w}{d\bar{x}^3} \Big|_{\bar{x}=0-\epsilon} = 0$$

$$\lim_{E \rightarrow 0} \frac{d^3 w}{d\bar{x}^3} \Big|_{\bar{x}=0+\epsilon} - \frac{d^3 w}{d\bar{x}^3} \Big|_{\bar{x}=0-\epsilon} = \frac{F_0}{EI} \quad (6)$$

한편 輕減衰(under damping), 非減衰(undamping), 臨界減衰(critical damping), 過渡減衰(over damping) 各 境遇에 대하여 보의 굽힘모멘트를 無次元 變數 x^* 로 表示하면 다음과 같다.

2-1. 輕減衰의 解

$$x^* < 0, \quad \xi < \xi_{cr}$$

$$M^* = \frac{M}{M_{st}} = \frac{\eta \exp(\eta x^*)}{\left[\eta^4 + (\theta^2 + d)\eta^2 + \frac{1}{2}(\theta\xi/\eta)^2 \right]} \times$$

$$\left[\frac{\eta^4 + (\theta^2 + \alpha)\eta^2 - \theta\xi\eta - (\theta^2 + \alpha)\theta\xi/\eta + (\theta\xi/\eta)^2}{\eta[2(\theta^2 + \alpha) + \eta^2]} \right]$$

$$\frac{\sin[2(\theta^2 + \alpha) + \eta^2 - 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} x^*}{-2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}}} + (\theta^2 + \alpha + \eta^2)$$

$$\cos[2(\theta^2 + \alpha) + \eta^2 - 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} x^*]$$

$$x^* > 0, \quad \xi < \xi_{cr}$$

$$M^* = \frac{M}{M_{st}} = \frac{\eta \exp(-\eta x^*)}{\left[\eta^4 + (\theta^2 + \alpha)\eta^2 + \frac{1}{2}(\theta\xi/\eta)^2 \right]} \times$$

$$\left[\frac{-[\eta^4 + (\theta^2 + \alpha)\eta^2 + \theta\xi\eta + (\theta^2 + \alpha)\theta\xi/\eta + (\theta\xi/\eta)^2]}{\eta[2(\theta^2 + \alpha) + \eta^2]} \right]$$

$$\frac{\sin[2(\theta^2 + \alpha) + \eta^2 + 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} x^*}{+2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}}} + (\theta^2 + \alpha + \eta^2)$$

$$\cos[2(\theta^2 + \alpha) + \eta^2 + 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} x^*] \quad (7)$$

여기서 η 는 다음 方程式의 陽의 實根이다.

$$\eta^6 + 2(\theta^2 + \alpha)\eta^4 + [(\theta^2 + \alpha)^2 - 1]\eta^2 - \theta^2\xi^2 = 0 \quad (8)$$

$$M_{st} = \frac{EI\lambda^3 F_0}{k}, \quad x^* = \lambda\bar{x}$$

M_{st} 은 軸荷重을 받지 않는 無限彈性보에서 集中荷重 F_0 에 의한 最大 굽힘 모멘트이다.

2-2. 非減衰의 解

(1) 移動速度가 危險速度보다 작은 境遇

減衰가 없고 移動速度가 危險速度보다 작은 境遇 式(8)은 $\xi=0$ 으로 놓고 η 에 관하여 풀어 陽의 實根을 求하면 (8a)가 된다.

$$\eta = (1 - \theta^2 - \alpha)^{1/2} \quad (8a)$$

式(8a)을 式(7)에 代入 整理하면 (7a)가 된다.

$$x^* < 0, \quad \xi = 0, \quad \theta < (1 - \alpha)^{1/2}$$

$$M^* = \frac{\exp[(1 - \theta^2 - \alpha)^{\frac{1}{2}} x^*]}{(1 - \theta^2 - \alpha)^{\frac{1}{2}}} \times$$

$$\left[\frac{(1 - \theta^2 - \alpha)^{\frac{1}{2}}}{(1 + \theta^2 + \alpha)^{\frac{1}{2}}} \cdot \sin(1 + \theta^2 + \alpha)^{\frac{1}{2}} x^* + \right.$$

$$\left. \cos(1 + \theta^2 + \alpha)^{\frac{1}{2}} x^* \right]$$

$$x^* > 0, \xi = 0, \theta < (1-\alpha)^{\frac{1}{2}}, \quad (7a)$$

$$M^* = \frac{\exp[(1-\theta^2-\alpha)^{\frac{1}{2}} x^*]}{(1-\theta^2-\alpha)^{\frac{1}{2}}} \times \left[-\frac{(1-\theta^2-\alpha)^{\frac{1}{2}}}{(1+\theta^2+\alpha)^{\frac{1}{2}}} \cdot \sin(1+\theta^2+\alpha)^{\frac{1}{2}} x^* + \cos(1+\theta^2+\alpha)^{\frac{1}{2}} x^* \right] \quad (7a)$$

이 식으로부터 $\theta \rightarrow (1-\alpha)^{1/2}$ 로 됨에 따라 모멘트는 無限히 增加된다.

따라서 軸荷重을 받지 않는 보에 대한 軸荷重을 받는 보의 危險速度比 θ 는

$$\theta = \frac{v_{cr}}{v_{cr|N=0}} = (1-\alpha)^{1/2} = \left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right)^{1/2} \text{로 되어}$$

Kerr⁽⁸⁾이 誘導한 結果와 같게 된다.

(2) 移動速度가 危險速度보다 큰 境遇

이 境遇에 減衰를 考慮하여 求한 解式 (7)을 利用하고 η 에 관한 方程式 (8)을 利用하여 η 를 ξ 에 관한 series 近似解를 求한 다음 $\xi \rightarrow 0$ 으로 極限을 取함으로써 求한다. η 에 關한 series 解는

$$\eta = \frac{\theta\xi}{[(\theta^2+\alpha)^2-1]^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \frac{\theta^2(\theta^2+\alpha)\xi^2}{[(\theta^2+\alpha)^2-1]^2} \dots \right] \quad (8b)$$

이 解에서 η 를 ξ 에 關해서 線型인 部分만 取하여 $\xi \rightarrow 0$ 으로 하고 特性길이 (characteristic length)를 求하면

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} [2(\theta^2+\alpha) + \eta^2 \pm 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} = [(\theta^2+\alpha^2) + 1]^{\frac{1}{2}} \pm [(\theta^2+\alpha)^2 - 1]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

以上과 같은 結果들을 利用하여 式(7)에 代入하면

$$M^* = \left. \begin{aligned} &x^* < 0, \xi = 0, \theta > (1-\alpha)^{1/2} \\ &M^* = -\frac{[(\theta^2+\alpha+1)^{\frac{1}{2}} - (\theta^2+\alpha-1)^{\frac{1}{2}}]}{[(\theta^2+\alpha)^2-1]^{\frac{1}{2}}} \sin[(\theta^2+\alpha+1)^{\frac{1}{2}} - (\theta^2+\alpha-1)^{\frac{1}{2}}] x^* \\ &x^* > 0, \xi = 0, \theta > (1-\alpha)^{1/2} \\ &M^* = -\frac{[(\theta^2+\alpha+1)^{\frac{1}{2}} + (\theta^2+\alpha-1)^{\frac{1}{2}}]}{[(\theta^2+\alpha)^2-1]} \sin[(\theta^2+\alpha+1)^{\frac{1}{2}} + (\theta^2+\alpha-1)^{\frac{1}{2}}] x^* \end{aligned} \right\} \quad (7b)$$

2-3. 臨界減衰係數(critical damping coefficient)

臨界減衰係數는 式(7)의 解에서 $x^* < 0$ 인 境遇에 波長이 無限히 커질 條件과 같다.

따라서

$$\lambda[2(\theta^2+\alpha) + \eta^2 - 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (10)$$

이 식으로부터 $\theta\xi = \frac{1}{2}\eta[2(\theta^2+\alpha) + \eta^2]$

이 식을 式(8)에 代入하여 ξ_{cr} 을 求하면

$$\xi_{cr} = \frac{1}{3} \left[2 \left[\frac{(1+\alpha/\theta^2) + \{(1+\alpha/\theta^2)^2 + 3/\theta^4\}^{\frac{1}{2}}}{2} \right]^{\frac{1}{2}} + \left[\frac{(1+\alpha/\theta^2)}{(1+\alpha/\theta^2) + \{(1+\alpha/\theta^2)^2 + 3/\theta^4\}^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}} \right] \quad (11)$$

臨界減衰係數 c_{cr} 은 ξ 의 定義로부터 求하면

$$c_{cr} = 2(m\dot{k})^{1/2} \xi_{cr} \quad (12)$$

2-4. 過渡減衰의 解

減衰比가 臨界減衰比보다 크면 過渡減衰가 되며 이 境遇의 解를 求하면

$$x^* < 0 \quad \xi > \xi_{cr}$$

$$M^* = M/M_{st} = \frac{\eta \exp(\eta x^*)}{[\eta^4 + (\theta^2 + \alpha)\eta^2 + \frac{1}{2}(\theta\xi/\eta)^2]} \times \left[\frac{\eta^4 + (\theta^2 + \alpha)\eta^2 - \theta\xi\eta - (\theta^2 + \alpha)\theta\xi/\eta + (\theta\xi/\eta)^2}{\eta[-2(\theta^2 + \alpha) - \eta^2]} \right. \\ \left. \frac{\sin h[-2(\theta^2 + \alpha) - \eta^2 + 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} x^*}{+ 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}}} + (\theta^2 + \alpha + \eta^2) \cos h[-2(\theta^2 + \alpha) - \eta^2 + 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} x^* \right] \quad (7c)$$

$$x^* > 0 \quad \xi > \xi_{cr}$$

$$M^* = M/M_{st} = \frac{\eta \exp(-\eta x^*)}{[\eta^4 + (\theta^2 + \alpha)\eta^2 + \frac{1}{2}(\theta\xi/\eta)^2]} \times \left[\frac{-[\eta^4 + (\theta^2 + \alpha)\eta^2 + \theta\xi\eta + (\theta^2 + \alpha)\theta\xi/\eta + (\theta\xi/\eta)^2]}{\eta[2(\theta^2 + \alpha) + \eta^2]} \right. \\ \left. \frac{\sin[2(\theta^2 + \alpha) + \eta^2 + 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} x^*}{+ 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}}} + (\theta^2 + \alpha + \eta^2) \cos[2(\theta^2 + \alpha) + \eta^2 + 2\theta\xi/\eta]^{\frac{1}{2}} x^* \right]$$

여기서 η 는 다음 方程式의 陽의 實根이다.

$$\eta^6 + 2(\theta^2 + \alpha)\eta^4 + [(\theta^2 + \alpha)^2 - 1]\eta^2 - \theta^2\xi^2 = 0$$

3. 數值解에 대한 結果 및 考察

減衰比 ξ , 軸荷重 變數 α , 移動速度 變數 θ 에 따른 無次元 굽힘모멘트가 그림 1에서부터 그림 9에 無次元 變位 x^* 의 函數로서 나타내었다.

減衰의 影響을 調査하기 위하여 $\xi = 0$, $\xi = 0.1$, $\xi = 1.1$ 인 境遇에 대하여 數值解析하였다.

또한 以上の 結果들을 總綜合하여 그림 10에서부터 그림 14에 α , θ , ξ 에 따른 最大굽힘모멘트에 대한 擴大線圖를 나타내었다.

3-1 變位(x^*)에 의한 굽힘모멘트

(1) $\xi = 0$ 인 境遇

그림 1은 非減衰인 境遇 靜的인 狀態($\theta = 0$)에서 α 에 따른 모멘트比를 나타내었다.

모멘트는 移動荷重에 대하여 對稱으로 나타나며 最大 모멘트는 移動荷重 바로 밑에서 나타난다.

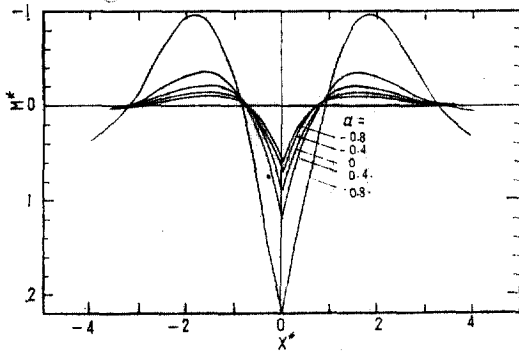


그림 1. Bending moment, $\theta=0$ $\xi=0$

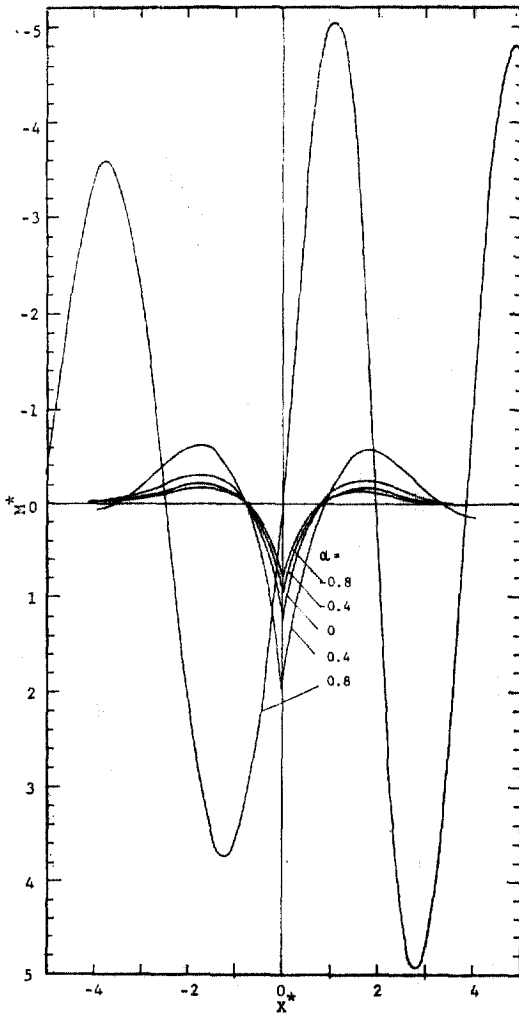


그림 2. Bending moment, $\theta=0.5$ $\xi=0$

軸壓縮力을 增加시키에 따라 모멘트는 크게 增加하며 軸引張力을 增加시키에 따라서는 反對效果가 나타난다.

그림 2는 非減衰인 境遇 $\theta=0.5$ 에서 軸荷重變數 α 에 따른 無次元 모멘트比를 보여준다.

$\alpha=0.8$ 인 경우를 제외한 나머지 축하중계수에서의 모멘트는 靜的인 狀態에서와 마찬가지로 移動荷重에 대하여 對稱으로 나타나며 最大모멘트는 移動荷重 바로 밑에 나타난다. 軸壓縮力이 增加함에 따라 모멘트는 크게 增加하며 軸引張力이 增加함에 따라서는 反對效果가 나타나고 全般的으로 靜的인 狀態보다 모멘트는 增加하였다.

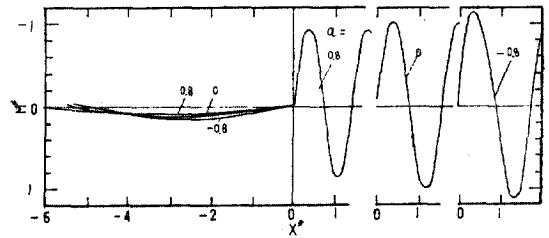


그림 3. Bending moment, $\theta=2.0$ $\xi=0$

그림 3은 移動速度가 危險速度보다 큰 移動速度比 2.0의 모멘트比를 보여준다.

모멘트는 sine 函數로 나타나며 非對稱이다. 最大모멘트의 位置는 移動荷重點보다 앞에서 나타났다. 軸壓縮力이 增加함에 따라서 最大모멘트는 荷重點 前後에서 減少되었으며, 波長은 荷重點의 前에서는 減少되었으나 뒤에서는 增加되었다. 軸引張力을 加하였을 때는 그 反對效果가 나타났다. 그러나 軸荷重의 影響은 微少하다.

(2) $\xi=0.1$ 인 境遇

그림 4는 比較的 작은 減衰比 0.1, 移動速度比 0.5에서 變數 α 에 대한 굽힘모멘트를 나타낸다. 모멘트는 移動荷重에 대하여 擬對稱이며, 最大굽힘모멘트를 非減衰인 境遇와 比較하면 微少하게 減少된다. 軸壓縮力이 增加함에 따라서 모멘트는 크게 增加하며, 軸引張力이 增加하면 그 反對效果가 나타났다.

그림 5는 減衰比 0.1, 移動速度比 1.0에서 變數 α 에 대한 모멘트를 보여준다.

最大모멘트는 $\alpha=0$ 인 境遇에 나타나며, 軸壓縮力과 引張力에 의해서 最大모멘트는 減少되었다.

大 굽힘 모멘트는 非減衰 境遇보다 微少하게 減少한다.

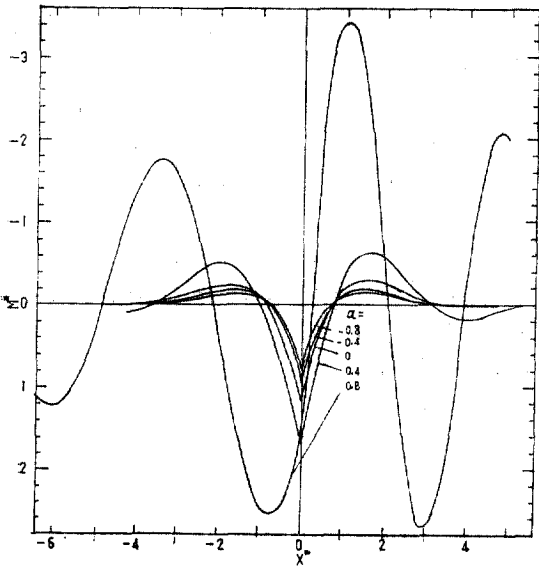


그림 4. Bending moment, $\theta=0.5 \xi=0.1$

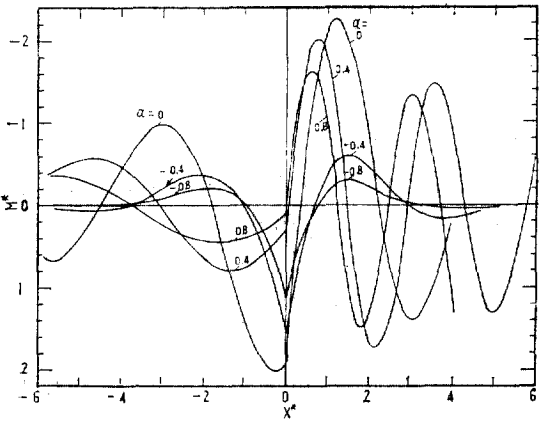


그림 5. Bending moment, $\theta=1.0 \xi=0.1$

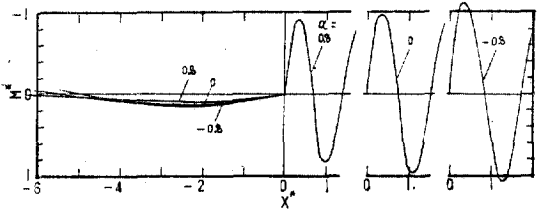


그림 6. Bending moment, $\theta=2.0 \xi=0.1$

그림 6은 減衰比 0.1, 移動速度比 2.0인 境遇의 굽힘모멘트를 보여준다.

모멘트의 傾向은 非減衰 境遇와 비슷하며 最

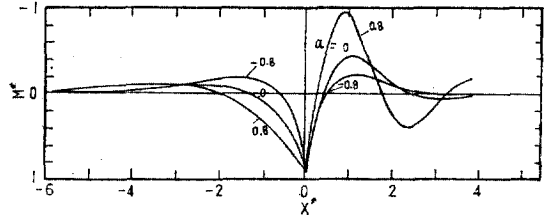


그림 7. Bending moment, $\theta=0.5 \xi=1.1$

(3) $\xi=1.1$ 인 境遇

그림 7은 減衰比 1.1, 移動速度比 0.5에서 變數 α 에 대한 굽힘모멘트를 보여준다.

굽힘모멘트 形態는 移動荷重에 대하여 非對稱이며 軸壓縮力 α 가 增加할 수록 移動荷重 前面에서의 굽힘모멘트는 增加하였다.

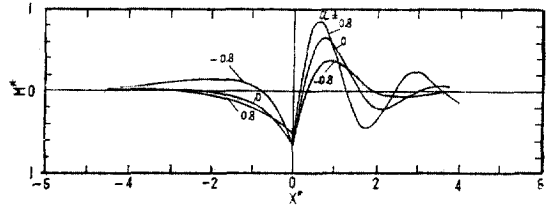


그림 8. Bending moment, $\theta=1.0 \xi=1.1$

그림 8은 減衰比 1.1, 移動速度 1.0에서 變數 α 에 대한 굽힘모멘트를 보여준다.

모멘트 傾向은 移動速度比 0.5인 境遇와 類似하나 移動荷重原點에서 微少하게 減少하였다.

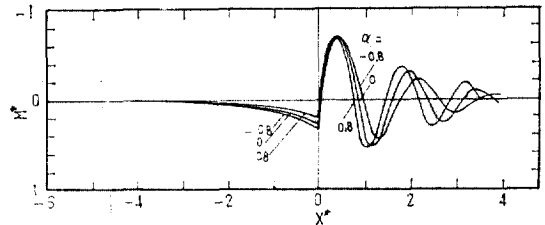


그림 9. Bending moment, $\theta=2.0 \xi=1.1$

그림 9는 減衰比 1.1, 移動速度比 2.0에서 軸荷重 變數 α 에 대한 굽힘모멘트를 보여준다.

移動荷重點 後面에서는 굽힘모멘트 量은 微少하게 나타나며 前面에서는 移動速度比가 작은 境

遇와 比較하면 軸荷重의 影響을 微少하게 받는다.

3-2. 移動速度 變數에 依한 굽힘모멘트 擴大係數

그림 10에서 14까지는 軸荷重係數 α 가 各各 0.8, 0.4, 0.0, -0.4, -0.8인 境遇에 대하여 減衰比 $\xi=0.05, 0.3, 1.1, 2.0$ 에서 θ 에 의한 移動荷重 前後面에서의 最大굽힘모멘트 擴大係數를 보여준다.

表 1.

α	0.8	0.4	0	-0.4	-0.8
θ_{cr}	0.447	0.775	1.000	1.183	1.352
後面 M_{max}^*	4.79	3.28	3.04	2.76	2.49
前面 M_{max}^*	5.16	3.86	3.32	3.20	2.96

ξ 가 0.05인 境遇 危險速度比 (θ_{cr})는 α 의 函數이며, 各 α 에 대한 θ_{cr} 을 求하고, 移動荷重 前面과 後面에서 各 θ_{cr} 값에 대한 最大굽힘모멘트 擴大係數(M_{max}^*)을 나타내면 表 1과 같다. 移動荷重 前面에서의 最大모멘트가 後面에서의 것보다 큰 것을 알 수 있다.

危險速度는 軸壓縮力이 增加하면, 漸次 작아지고, 反對로 軸引張力이 增加하면 커짐을 알 수 있다.

危險速度에서 最大굽힘 모멘트는 軸方向의 引張荷重이 增加하면 減少하는 傾向을 보이고 軸壓縮力이 增加하면 漸次增加한다.

또한 移動速度比가 危險速度比에 接近하면 모

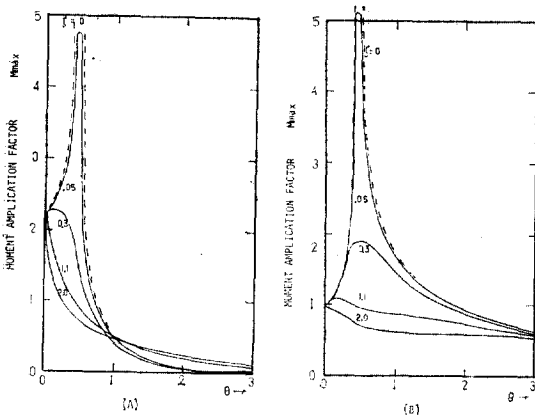


그림 10. Maximum moment behind (A) and ahead of (B) load versus velocity θ for various damping ratio ξ , $\alpha=0.8$

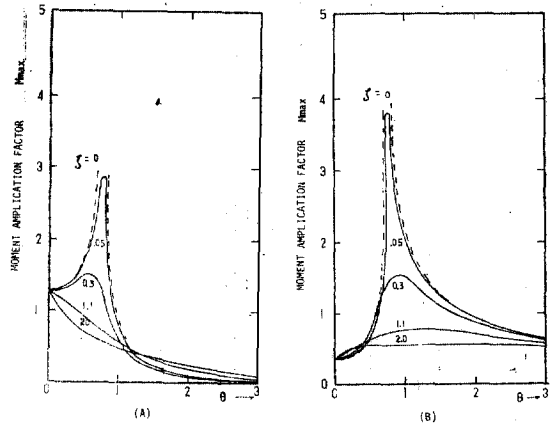


그림 11. Maximum moment behind (A) and ahead of (B) load versus velocity θ for various damping ratio ξ , $\alpha=0.4$

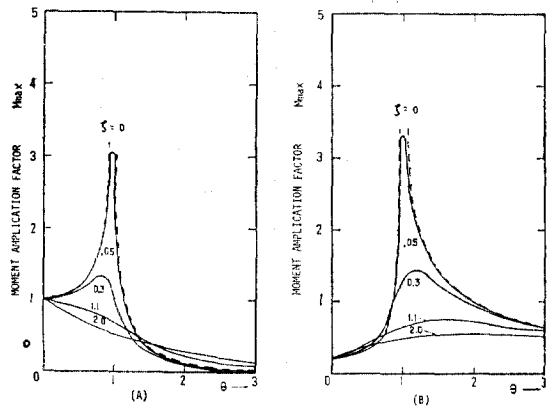


그림 12. Maximum moment behind (A) and ahead of (B) load versus velocity θ for various damping ratio ξ , $\alpha=0$

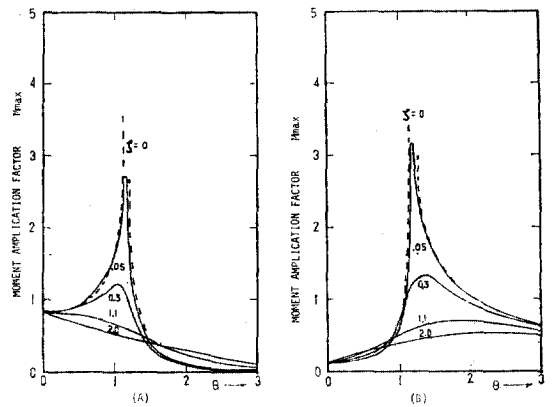


그림 13. Maximum moment behind (A) and ahead of (B) load versus velocity θ for various damping ratio ξ , $\alpha=-0.4$

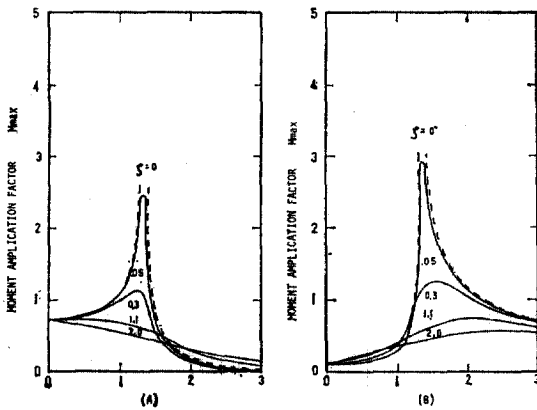


그림 14. Maximum moment behind (A) and ahead of (B) load versus velocity for various damping ratio $\alpha = -0.8$

멘트는 급격하게 증가되어 위험속도비에서 최대로 되며 위험속도비를 지나면 급격히 감소된다.

$\xi = 0.3$ 인境遇에는全軸荷重係數에서移動速度가 θ_{cr} 에接近하기直前에는多少增加하다가急히減少하는傾向으로 나타난다.

$\xi = 1.1, 2.0$ 인境遇에는全軸荷重係數에서移動速度가增加하면굽힘모멘트는移動荷重後面에서는漸次減少하나前面에서는微少하게增加하다가減少한다.

4. 結 論

理論解板에 의한 굽힘 모멘트의解를求하고數值解板하여 다음과 같은結論을 얻었다.

1. 各各의軸荷重係數(α)에서減衰比(ξ),移動速度比(θ)에 따른 굽힘 모멘트擴大線圖를求하였다.

2. 危險速度(θ_{cr})은軸壓縮力이增加하면 작아지고,反對로軸引張力이增加하면 커진다.

3. 危險速度에서의 굽힘 모멘트는軸方向의引張荷重이增加하면減少하는傾向을 보이고,軸壓縮力이增加하면漸次增加한다.

4. 比較的 작은減衰에서 굽힘 모멘트는移動速度가危險速度에接近하면 굽힘 모멘트는 급격하게增加되어危險速度에서最大로 되며危險速度를 지나면서 급격히減少한다.

5. 比較的 큰減衰에서 굽힘 모멘트는移動速度가增加함에 따라移動荷重點後面에서는漸

次減少하나,前面에서는微少하게增加하다가減少하며全速度에 걸쳐서軸荷重의影響을微少하게 받는다.

參 考 文 獻

1. J.T. Kenney, Jr., "Steady-State Vibrations of Beam on Elastic Foundation for Moving Load", *Journal of Applied Mechanics*, TRANS. ASME, Dec. 1954.
2. J.D. Achenbach and C.T. Sun, "Moving Load on a Flexibly supported Timoshenko Beam", *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 1, 1965.
3. C.R. Steele, "The Finite Beam with a Moving Load", *Journal of Applied Mechanics*, TRANS. ASME, Vol. 89, Series E, Mar. 1967.
4. C.R. Steele, "The Timoshenko Beam with a Moving Load", *Journal of Applied Mechanics*, TRANS. ASME, Vol. 90, Series E, Sep 1968.
5. A.D. Kerr, "The continuously supported rail subjected to an axial force and a moving Load", *Int. J. of Mechanical science*, Vol. 14, 1972.
6. S. Chonan, "The Elastically supported Timoshenko Beam subjected to an Axial Force and a Moving Load", *Int. J. of Mechanical science*, Vol. 17, 1975.
7. S.I. Suzuki, "Dynamical Behaviour of a Finite subjected to Travelling Load with Acceleration", *Journal of sound and Vibration*, Vol. 55, 1977.
8. N. Sridharan and A.K. Mallik, "Numerical Analysis of Vibration of Beams Subjected to Moving Loads", *Journal of sound and Vibration*, Vol. 65, 1979.
9. H. Saito and S. Chonan, "Response of an Elastically Supported Plate Strip to a Moving Load", *Journal of sound and Vibration* Vol. 71, 1980.
10. S. Timoshenko, D.H. Young and W. Weaver Jr, "Vibration Problems in Engineering," 4th Edition, 1974.
11. L. Meirovitch, "Analytical Methods in Vibration" 3rd. Printing 1971.

(接授 : 1972. 7. 1)