都市幹線道路網의 適正間隔

Optimal Spacings for Urban Arterial Network

朴 昌 浩
Park, Chang Ho

Abstract

Development is given for an analytical approach that can investigate parameters characterizing road network geometry. A grid transportation network having a hierarchy structure is considered on a homogeneous and isotropic urban plane in which trip origins and destinations are uniformly dispersed and the trip length distribution is independent of the location of the origin. The object is to find the optimal spacings between urban arterials so as to minimize the sum of travel and construction costs, subject to the hypothesis that a trip assignment follows the Wardrop's first principle. The proposed approach is not the genera method for determining an efficient network layout, but can be used as basic concept for generating and evaluating urban road network alternatives. Given an O-D table and cost estimates the approach is able to outline at least in a qualitative sense the optimal spacings of urban arterial roads.

要 旨

本 論文에서는 道路交通網의 幾何構造를 定義하는 파라메타를 測定할 수 있도록 解析的 接近方法을 開發하였다. 이를 위하여 施設水準上의 階級을 갖는 格子形의 道路網을 選擇하였으며 通行의 起終點이 均等히 配置된 동시에 通行距離의 分布가 起點의 位置에 獨立인 均質의 都市平面을 假想하였다. 本 論文의 目的은 通行과 建設에 따른 道路의 總費用을 最少化할 수 있는 都市幹線道路의 最適間隔을 求하는 데 있으며 여기에서 通行配分은 Wardrop의 第1原則에 立脚하였다. 本 論文에서 提示된 方法은 效率的 交通網을 위한 一般化된 接近의 틀이라고는 할 수 없으나 代案의 設定과 評價에서는 基本道具로 使用될 수 있으며 通行의 O-D 패턴과 費用의 크기가 주어지는 경우 적어도 質的인 側面에서 都市幹線道路의 最適間隔에 대한 概要를 밝힐 수 있다.

1. 序 論

交通網의 設計에서 通行需要에 대한 費用이 變數로서 作用할 때 交通網의 規格과 配置形態에 관한 소위 幾何構造上의 最適解는 理論上 그 導出이 거의 不可能하다. 이것은 通行配定(Trip Assigment)의 段階에서 通行人의 行態(Behavior)를 數式으로 規範化하기가 어려운 同時에 建設投資가 갖는 經濟的 效率性(Economy of Scale)

* 正會員・서울大學校 工科大學 助敎授

으로 因하여 目的函數에 Concavity가 發生하기 때문인데 近似接近方法으로는 段階的 線形解만이 可能할 뿐이다.

지금까지 이에 대한 硏究로는 Agarwal, Boyce, Ochoa-Rosso 等 거의가 1970年代에 이루어 진 數値計劃法이 主流를 形成하고 있으나 一般的 應用力을 갖는 方法은 아직 提示되지 못하고 있으며 다만 Steenbrink와 Newell이 指摘한 바와 같이 先 施設規模와 後 通行配定의 順으로 評價가 어려운 目的函數가 多少나마 近似解析될 수 있는 線에서 그 限界가 그어지고 있다. 따라서 이에 接近하는 하나의 길은 交通網의 幾何學的 特性과 通行패턴이 單純化된 상당히 理想形의 交通環境이 再構成되는 것이며 이에 依하여 비로소 交通網의 配置파라메타에 대한 糾明이 어느정도 可能해 진다.

都市地域에서 發生되는 通行需要에 대응하여 흔히 쓰이는 道路網의 形態로는 格子形, 放射形 同心圓形 等 그 種類는 多樣하다. 그러나 交通活動이 比較的 均等하게 分布된 都市空間에서는 Wadrop의 第1原則에 立脚하여 最短距離의 通行을 願하는 需要者의 行態에 附合하는 見地에서 格子形의 道路網이 가장 普遍的으로 應用되고 있으며 이에 대한 理論的 背景은 Creighton이나 Fawaz에 의하여 提供된 바 있다.

都市空間에는 通行起終點의 直接連結을 要求하는 數많은 需要가 發生되고 있다. 그러나 이들에게 모두 道路網이 提供될 수는 없는 것이며 建設投資의 Economy of Scale에 依하여 全般的 骨格이 決定된 道路網이라 할지라도 適當한 間隔과 階級形(Hierarchy)의 道路構造는 效率性 確保를 위한 主要 配置變數로 作用하게 된다.

本 論文에서는 同質的(Homogeneous)으로 發展된 理想的 都市空間에서 階級構造를 갖는 格子形의 道路網이 配置되었을 경우 通行의 O-D를 가장 效率的으로 滿足하는 道路網의 間隔에 대하여 理論的 考察을 施行하였으며 그 解의 糾明에 대한 限界를 認識하여 幹線과 支線(Local) 道路로 構成된 2階級構造의 道路網에서 幹線道路의 間隔이 가질 수 있는 有效範圍를 取扱하였다. 여기서 效率性의 指標로는 道路에의 直接投資(建設費, 補償費, 維持管理費等)와 交通費用을 包含하는 總費用을 擇하였다.

2. 接近의 틀

2.1 問題의 構成

都市는 근래에 와서 人口增加와 交通手段의 발달로 平面的 팽창을 이룩하여 巨大都市로 변모하고 있으며, 都市機能의 不作用을 수반하는 局部的 集中開發은 止揚되면서 都市全般에 걸친 均等發展이 유도되고 있다. 이러한 경우 效率的인 道路網으로는 지금까지의 硏究와 經驗에 依하여 直四角 또는 正四角을 基本으로 하는 格子形이 그 適合한 代案으로 지적되고 있으며 바람직한 骨格에는 同種의 需要를 收集處理하여 投資의 經濟性을 높힐 수 있는 道路容量上의 階級構造가 要求된다.

本 論文에서는 都市道路網의 이와 같은 狀態를 前提로 하여 供給과 需要의 均衡을 이루며 通行의 效率性을 保障하는 道路의 間隔設定에 대한 解析的 側面에서의 解答을 追求하였다.

本 論文은 모든 機能이 均等히 發展된 大都市에 있어서 交通網의 幾何學的 構造가 地形의 영향을 받지 않는 경우, 通行距離의 分布가 起點의 位置에 대하여 獨立이며 起終點 通行패턴(O-D表)이 對稱을 이루는 理想的 都市平面을 假想하며 이 위에 그림 1과 같이 比較的 容量이 적고 좁은 間隔 S_1을 갖는 支線道路(Local Street)와 이의 上位階級道路인 넓은 間隔 S_2의 幹線道路(Arterial Street)로 이루어 진 2階級의 格子形 道路網을 考慮한다. 한편 解析上의 接近을 容易하게 하기 위하여 都市平面은 道路間隔에 比하여 매우 광활하므로 edge effect가 發生치 않으며, 起點에서 出發된 需要는 1次로 支線을 利用한 後 必要에 따라 幹線에 配分되는

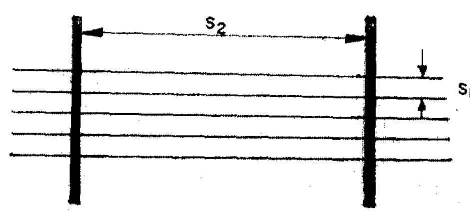


그림 1. 同一間隔을 갖는 理想的 階級形 道路網

것을 假定한다.

그림 1의 道路網은 基本的으로 縱橫에 걸친 同一間隔 S_1의 格子形으로 幹線道路는 縱軸이나 橫軸中 間隔 S_2를 維持하며 任意의 直線區間에서 定義될 수 있다. 本 論文에서는 都市의 特性, 需要의 要求 또는 經驗에 따라서 決定되는 Local의 間隔 S_1이 주어지는 경우 문제의 本質을 變化시키지 않은 範圍에서 簡略히 圖示된 그림 1의 道路網中 Arterial 間隔 S_2의 最適範圍에 대하여 考察하기로 한다.

2.2 解析의 前提와 基準

所謂 效率的인 交通網이란 모든 費用中에서 特히 建設費와 通行費가 적절히 감안되어야 하는 것으로 이러한 點에서 適正間隔을 設定하기 위한 目的函數로는 두 費用의 合을 最少化하는 것이 가장 妥當하다. 通行配定의 原則이 모든 通行人은 각자 最少費用의 路線을 선택한다는 Wardrop의 第1原則에 依한다고 할 때 交通網으로 因하여 發生되는 總費用은 道路의 單位길이 및 單位時間에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C=\sum_k \{C_k(X_k)+f_kC_k(f_k;X_k)\} \qquad (1)$$

여기에서

C=總費用

X_k=道路網에서 k번째 道路區間(link)의 類型 (支線 또는 幹線道路)

$C_k(X_k)$=k번째 link의 單位길이當 建設費

f_k=k번째 link의 交通量

$C_k(f_k;X_k)$=k번째 link의 單位길이當 通行費

윗式의 目的函數에 대한 制約條件으로는 各 link에 負荷되는 f_k가 O-D表에 相應되어야 하며 式의 內容이 뜻하는 바와 같이 通行配定과 link의 階級類型에 대한 2段階의 最適化 作業을 通하여 解를 求할 수 있다. 지금까지의 硏究에 依하면 먼저 X_k에 대하여 그다음 f_k에 대하여 윗式을 풀면 近似線形解가 얻어질 수 있다고 發表되고 있으나 根本的으로 目的函數에 介在된 concavity로 因하여 特히 本 論文의 경우 이는 解析的 方法의 基本道具가 될수는 없다.

그러므로 本 論文에서는 前提된 通行패턴의 對稱特性을 活用하고 從來 路線을 따라 合計되는 總費用의 槪念에서 떠나 單位地域을 中心으로 總費用을 算出하는 一種의 連續接近(Continuum Approach)方法을 採擇하였다.

單位地域(Cell)에 局限된 費用은 첫째, Cell內에서의 通行에 依하여 發生하는 費用의 和 둘째, Cell에서 發生되는 通行에 依한 모든 費用의 和 셋째, Cell을 目的地로 하는 通行에 依한 모든 費用의 和 中에서 任意의 한 方法에 依하여 求할 수 있다. 即 이와 같은 方法의 範疇에서 單位 Cell에서의 費用은 通行의 成分(Component)을 考慮하여 모든 可能한 成分에 대한 積分으로 그 算出이 容易해 진다.

여기에서 (x_1, y_1)과 (x_2, y_2)를 한 通行이 갖는 Cartesian座標에서의 起點과 終點이라 하자. 이 通行의 水平과 垂直成分을 區分하여

$$X=x_2-x_1$$
$$Y=y_2-y_1$$

이라 하고 $\rho(X, Y)$를 通行(X, Y)가 갖는 通行密度라 할 때 $A=\rho(x_2-x_1,\ y_2-y_1)dx_1dy_1dx_2dy_2$는 $(dx_1,\ dy_1)$地域을 起點으로 $(dx_2,\ dy_2)$地域을 終點으로 하는 通行(X, Y)의 數를 나타낸다.

이제 起點 Cell의 地域單位를 1로 하면 即 $dx_1=dy_1=1$이라 하면 $A=\rho(X, Y)dXdY$가 되며 따라서 水平範圍$(X,\ X+dX)$와 垂直範圍$(Y,\ Y+dY)$에서 單位時間當 單位面積에서의 發生交通量은

$$N=\int_{-\infty}^{\infty}dX\int_{-\infty}^{\infty}\rho(X, Y)dY$$

그러므로 確率密度函數(pdf)를 $P(X, Y)=\rho(X, Y)/N$로 定義하면 이는 通行成分의 範圍가 $(X,\ X+dX)$와 $(Y,\ Y+dY)$인 通行의 發生確率을 意味한다. 여기에서 通行成分 X, Y간에 獨立을 가정하면

$$P(X, Y)=P(X)\cdot P(Y)$$

가 되며 確率定義에 依하여

$$\iint P(X, Y)dXdY=1$$

本 論文에서는 格子道路網에서 單位地域을 中心으로 한 通行狀態를 導出하기 위하여 위와 같이 通行을 成分으로 區分하여 그 獨立性을 가정하였으며 이를 解析의 道具로 使用하였다.

3. 總費用의 算出

이미 앞에서도 言及한 바와 같이 交通網에서의 總費用은 施設規模와 通行配分에 대한 段階的 最適化로 어느 程度의 算出이 可能하다. 本論文에서는 于先 이를 有効한 方法으로 받아 들이면서 接近上의 複雜性을 피하기 위하여 最適化의 先段階인 施設規模는 그림 1에서와 같이 充分한 容量을 갖춘 幹線과 支線에 依하여 代表되는 것으로 하였다. 이러한 경우에 대하여 本論文은 앞의 內容에서의 後段階인 通行配定을 通하여 總費用을 求하는 方法과 後段階를 省略하고 Cell에서의 積分된 通行으로 부터 直接 總費用을 求하는 方法의 두가지 接近을 試圖하여 檢證의 効果도 부수하였다.

3.1 最適配分과 總費用

가. 幹線道路의 交通量

O-D表의 對稱特性을 利用하여 陽方向만의 交通量을 고려하는 경우 幹線道路의 1點을 通過하는 通行(X, Y)는 그림 2의 點線內에서 發生하며 이때의 通行量은 $S_2YNP(X)P(Y)dXdY$이다. 이를 X와 Y에 대하여 積分하면

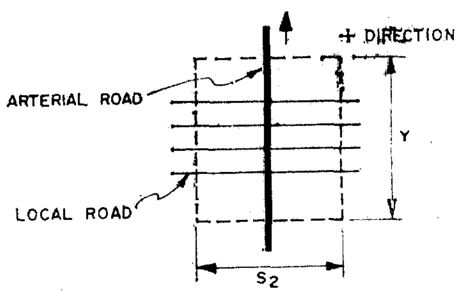


그림 2. 交通發生區域

$$f_2=\iint S_2YNP(X)P(Y)dXdY$$

$$=NS_2\int_0^{\infty}YP(Y)dY\int_{-\infty}^{\infty}P(X)dX$$

그러나 定義에 依하여 $\int_{-\infty}^{\infty}P(X)dX=1$이므로

$$f_2=NS_2\int_0^{\infty}YP(Y)dY$$

即 f_2는 幹線道路上의 交通量으로 最適配分이 이루어 지는 경우 이는 모든 위치에서 同一하다.

나. Local의 交通量

Local에서의 交通은 幹線道路의 存在로 因하여 迂回가 包含되는 通行의 backtracking이 發生되며 따라서 그 交通量은 幹線道路의 경우와 같이 일정하지 않다. 그러나 通行의 對稱特性으로 因하여 여기서의 通行패턴은 週期 $S_2/2$를 갖는 週期的 함수로서 나타낼 수 있다.

여기에서 Local上의 點 Z, $0<Z<S_2/2$에서의 交通量을 고려하면 이는 그림 3과 같은 各 通行패턴에 依한 交通量의 合으로 이들 交通量은 다음과 같다.

패턴 1에 依한 Z에서의 交通量은

$$I_1=N\iiiint P(X_2-X_1,\ Y_2-Y_1)dX_1dY_1dX_2dY_2$$

그런데 패턴 1은 起點이 $-\infty<X_1<0$, $-\infty<Y_1<\infty$에서, 終點이 $X_2>Z$, $-S_1/2<Y_2<S_1/2$에서 各各 定義된다. 여기에서 $X_2-X_1=X$, $Y_2-Y_1=Y$라 하고 X_2와 Y_2를 固定하면 $dX_1=-dX$, $dY_1=-dY$가 되므로 윗식을 變數의 有効

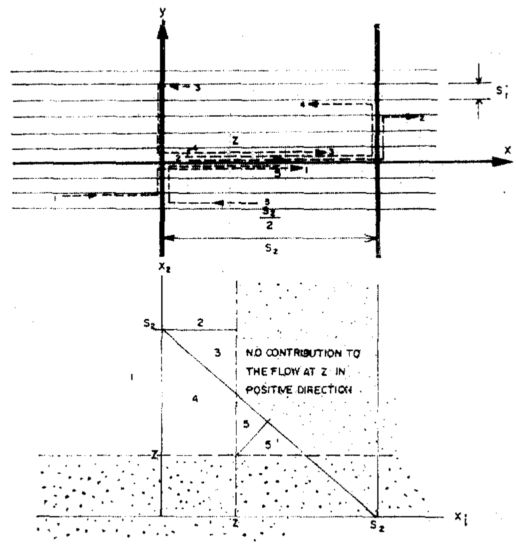


그림 3. Local 道路上의 通行패턴

範圍에 대하여 整理하면

$$I_1=N\int_{-S_1/2}^{S_1/2}dY_2\int_{-\infty}^{\infty}P(Y)dY\int_{-\infty}^{0}dX_1\int_{Z-X_1}^{\infty}P(X)dX$$

$$=NS_1\int_{-\infty}^{0}dX_1\int_{Z-X_1}^{\infty}P(X)dX$$

以上과 같은 方法으로 通行패턴 2~4에 依한 交通量을 求하면 各各 다음과 같다.

$$I_2=NS_1\int_0^{Z}dX_1\int_{Z-X_1}^{S_2-2X_1}P(X)dX$$

$$I_3=NS_1\int_0^{Z}dX_1\int_{S_2-2X_1}^{S_2-X_1}P(X)dX$$

$$I_4=NS_1\int_0^Z dX_1\int_{S_2-X_1}^{\infty}P(X)dX$$

위의 I_1, I_2, I_3 와 I_4 를 합하면

$$\frac{I_1+I_2+I_3+I_4}{NS_1}=\int_{-\infty}^{Z}dX_1\int_{Z-X_1}^{\infty}P(X)dX$$

$$=\Big[X_1\int_{Z-X_1}^{\infty}P(X)dX\Big]_{\infty}^{Z}-\int_{-\infty}^{Z}X_1P(Z-X_1)dX_1$$

$$=Z\int_0^{\infty}P(X)dX+\int_{-\infty}^{0}(Z-X)P(X)dX$$

따라서 $I_1+I_2+I_3+I_4=f_1'(Z)$라 하면

$$f_1'(Z)=NS_1\int_0^{\infty}XP(X)dX$$

위의 式에서 보는 바와 같이 $f_1'(Z)$는 Z가 O-D 사이에 位置할 때 陽方向의 通行이 Z를 橫斷하는 量을 意味하며 이는 S_2와 Z에 대하여 獨立이다.

한편 通行패턴 5에 依한 Z에서의 交通量은

$$I_5=NS_1\int_Z^{S_2/2}dX_1\int_0^{S_2-2X_1}P(X)dX$$

對稱에 依하여 $I_5'=I_5$ 이므로 $I_5+I_5'=f_1''(Z)$라 하면

$$f_1''(Z)=2NS_1\int_Z^{S_2/2}dX_1\int_0^{S_2-2X_1}P(X)dX$$

여기에서 便宜上

$$G(u)=\int_0^{u}P(X)dX$$

$$H(u)=\int_0^{u}G(X)dX \text{ 라 하면}$$

$$f_1''(Z)=NS_1\int_0^{S_2-2Z}G(u)du$$

그러므로 Z에서의 陽方向 交通量은

$$f_1(Z)=NS_1\int_0^{\infty}XP(X)dX+NS_1\int_0^{S_2-2Z}G(u)du$$

即 Local에서의 交通量 f_1은 結局 全般的으로는 Z의 函數가 된다.

다. 總費用

道路網의 單位面積에는 길이가 1인 Local과 幹線道路가 各各 $1/S_1$, $1/S_2$만큼의 수효로 通過한다. 따라서 式(1)에서 $K=1$은 Local, $K=2$는 幹線道路를 指稱하는 것으로 하여 各 道路階級에서의 通行配分量을 代入하면 總費用은 다음과 같이 表示된다.

$$C=\frac{1}{S_1}\left\{\frac{1}{S_2/2}\int_0^{S_2/2}f_1(Z)C_1(f_1(Z);1)dZ+C_1(1)\right\}$$
$$+\frac{1}{S_2}\{f_2\cdot C_2(f_2;2)+C_2(2)\}$$

여기에서 槪算을 위하여 于先 $C_1(f_1(Z);1)$는 $f_1(Z)$와, $C_2(f_2;2)$는 f_2와 無關하다고 보면 即 道路容量은 交通量에 比하여 充分히 크다고 가정하면

$$C=\frac{2}{2S_1\cdot S_2}C_1(\cdot;1)NS_1\int_0^{S_2/2}dZ\left\{\int_0^{\infty}XP(X)dX\right.$$
$$\left.+\int_0^{S_2-2Z}G(u)du\right\}+\frac{C_1(1)}{S_1}+\frac{1}{S_1}NS_2$$
$$\int_0^{\infty}YP(Y)dY\cdot C_2(\cdot;2)+\frac{C_2(2)}{S_2}$$

그런데

$$\int_0^{S_2/2}dZ\int_0^{S_2-2Z}G(u)du=\int_0^{S_2/2}H(S_2-2Z)dZ=\frac{1}{2}$$
$$\int_0^{S_2}H(u)du$$

따라서 總費用은

$$C=NC_1(\cdot;1)\int_0^{\infty}XP(X)dX$$
$$+NC_2(\cdot;2)\int_0^{\infty}YP(Y)dY+\frac{C_1(1)}{S_1}$$
$$+\frac{C_2(2)}{S_2}+\frac{NC_1(\cdot;1)}{S_2}\int_0^{S_2}H(u)du \qquad (2)$$

3.2 直接解法에 依한 總費用

前項에서는 Local과 幹線道路上의 任意의 點을 通過하는 交通量에 依하여 單位面積當 總費用을 求하였는 데 여기서는 이와 달리 單位面積을 起點으로 하여 發生되는 通行에 依한 모든 費用의 和로서 總費用을 求해 보도록 한다.

通行成分(X, Y)에 수반되는 費用은 다음과 같이 3種類의 費用으로 이루어 진다고 볼 수 있다. 여기서도 前項에서와 같이 편의상 陽方向의 費用만을 考慮한다.

i) 幹線道路上에서 Y만큼 移動하는 通行費用 : A_Y

$$a_Y=Y\cdot C_2(\cdot;2)NP(X)P(Y)dXdY$$

이는 單位面積內에서 發生하는 通行(X, Y)에 대한 것으로 모든 通行에 依한 費用은

$$A_Y=NC_2(\cdot;2)\int_0^{\infty}Y\cdot P(Y)dY$$

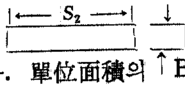
ii) Local 上에서 X만큼 移動하는 通行費用 (Backtracking의 경우는 除外) : A_X

$$a_X=XC_1(\cdot;1)NP(X)P(Y)dXdY$$

따라서 모든 通行에 대하여

$$A_X=NC_1(\cdot;1)\int_0^{\infty}XP(X)dX$$

iii) Backtracking 費用 : A_B

最少費用路線으로 通行하는 成分(X, Y)의 Local에서의 Backtracking 費用을 求하기 위하여 편의상  1의 通行發生 Cell을 생각한다. 單位面積의 Backtracking 費用은 따라서 이 Cell에서 算出된 費用을 S_2로 나누어 求할 수 있다. 通行(X, Y)의 最少費用路線은 起點의 位置 X_1과 成分 X에 依하여 定해 지며 이때 Backtracking이 發生하는 경우 그 費用은 (X_1, X)의 關係로서 求할 수 있다.

여기에서 (X_1, X)의 座標에서 通行配分을 左右하는 Backtracking의 方向을 圖示하면 그림 4와 같다. 即 定義에 依하여 $x_2-x_1=X$이므로 그림의 陽方向에서 $0<X_1<X_2<S_2$가 成立하며

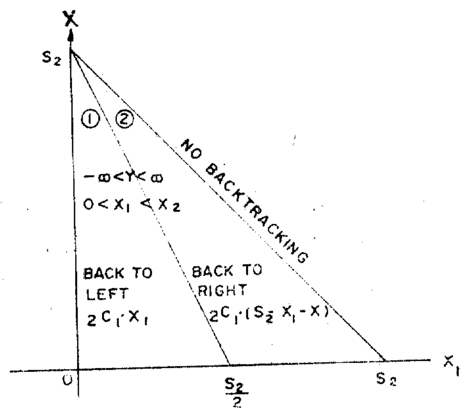


그림 4. Backtracking의 方向과 費用

따라서 $X_1<X+X_2<S_2$의 關係를 中心으로 $S_2-X_2>X_1$이면 왼쪽으로 $S_2-X_2<X_1$이면 오른쪽으로 Backtracking하게 되는 데 이때의 費用은 方向別로 各各 $2C_1(\cdot;1)X_1$과 $2C_1(\cdot;1)(S_2-X_1-X)$가 된다.

이제 Backtrackig하는 全體 交通量에 依한 通行費用을 求하면

通行 ① 費用 : $B_1=N\int_0^{S_2}P(X)dX$

$$\int_0^{(S_2-X)/2}2C_1X_1dX_1$$

通行 ② 費用 : $B_2=N\int_0^{S_2}P(X)dX$

$$\int_{(S_2-X)/2}^{S_2-X}2C_1(S_2-X_1-X)dX_1$$

結局 總 Backtracking 費用은

$$B_1+B_2=\frac{1}{2}NC_1(\cdot;1)\int_0^{S_2}(S_2-X)^2P(X)dX$$
$$=NC_1(\cdot;1)\int_0^{S_2}(S_2-X)G(X)dX$$
$$=NC_1(\cdot;1)\int_0^{S_2}H(u)du$$

그러므로 單位面積當 Bracktracking 費用은

$$A_B=\frac{NC_1(\cdot;1)}{S_2}\int_0^{S_2}H(u)du$$

따라서 單位 Cell에서 陽方向의 總費用은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}C&=A_Y+A_X+A_B+(\text{建設費})\\&=NC_2(\cdot;2)\int_0^{\infty}YP(Y)dY\\&\quad+NC_1(\cdot;1)\int_0^{\infty}XP(X)dX\\&=\frac{NC_1(\cdot;1)}{S_2}\int_0^{S_2}H(u)du\\&\quad+\frac{C_1(1)}{S_1}+\frac{C_2(2)}{S_2}\end{aligned} \tag{3}$$

故로 이는 式(2)와 同一한 結果를 나타낸다. 即 道路網에서의 總費用은 複雜한 通行패턴을 考慮하는 通行配定의 過程을 거치거나 또는 Cell에서의 連續接等方式을 通하여 同一하게 算出될 수 있다. 다시 말해서 이 結果는 重要한 意味를 內包한 것으로 總費用의 最適化 段階에서 順次的 또는 그 以上의 節次가 要求되던 從來 技術上의 便法은 本 論文에서 提示한 바와 같이 交通環境이 比較的 理想化된 경우 道路網 幾何構造의 變數에 대한 同時 最適化가 可能한 方向으로 改善될 수 있음을 示唆하는 것이다.

4. 幹線道路의 間隔

本項에서는 앞에서 算出된 總費用 C에 立脚하여 幹線道路의 間隔에 대한 것을 알아 보기로 한다.

i) 通行費用이 交通量에 獨立인 경우

道路의 交通容量에 比하여 通行量이 比較的 적을 때 그 通行費用은 交通에 대하여 獨立으로 取扱하여도 큰 無理가 없다. 이 경우 式(3)에서 S_2와 無關한 項을 常數 K로 놓고 總費用을 S_2의 函數로 表示하면

$$C(S_2)=\frac{C_2(2)}{S_2}+\frac{NC_1(\cdot;1)}{S_2}\int_0^{S_2}H(u)du+K \tag{4}$$

따라서 最適間隔 $S_2°$를 求하기 위하여 式 (4)

를 S_2에 關하여 微分한 後 이를 0으로 놓으면

$$\frac{dC}{dS_2}=-\frac{C_2(2)}{S_2^2}+\frac{NC_1(\cdot;1)}{S_2}H(S_2)$$
$$-\frac{NC_1(\cdot;1)}{S_2^2}\int_0^{S_2}H(Y)dY=0$$

편의상 $S_2=Z$라 하고 윗 式을 整理하면

$$Z\cdot H(Z)-\int_0^Z H(u)du=\frac{C_2(2)}{NC_1(\cdot;1)} \qquad (5)$$

上記式에서 最適 $S_2°$는 함수 $f(Z)=Z\cdot H(Z)-\int_0^Z H(u)du$와 $\frac{C_2(2)}{NC_1(\cdot;1)}$의 交點임을 알 수 있으며 이 交點은 圖式的으로 求해 진다. 여기서 $f(Z)$의 함수형태를 알기 위하여 이를 Z에 關하여 微分하면

$$df/dZ=H(Z)+Z\frac{dH}{dZ}-H(Z)=Z\cdot\frac{dH}{dZ}$$
$$=Z\cdot G(Z)>0,\ \forall Z>0$$
$$d^2f/dZ^2=G(Z)+ZP(Z)>0,\ \forall Z>0$$

따라서 함수 $f(Z)$는 아래로 오목한 單調增加函數로 이의 上限은 $\mathrm{Max}\{Z\cdot H(Z)\}$이다.

$\mathrm{Max}\{Z\cdot H(Z)\}$는 $H(Z)$에 따라 決定되며 $H(Z)$의 上限을 求하면

$$G(u)=\int_0^u P(X)dX<\int_0^u du=u;\ G(u)<1$$
$$H(u)=\int_0^u G(X)dX<\int_0^u udu=\frac{u^2}{2};\ H(u)$$
$$<\int_0^u du=u$$

이며 이는 그림 5와 같다.

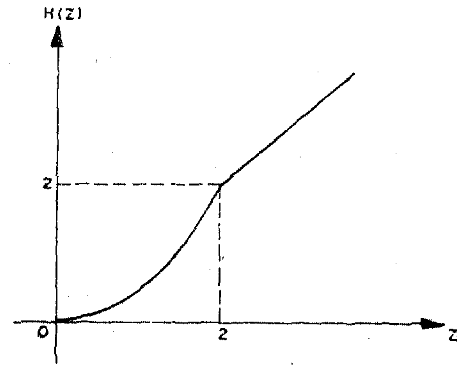


그림 5. $H(Z)$의 上限

따라서 $\mathrm{Max}\{Z\cdot H(Z)\}$는

$$Z\cdot H(Z)<Z\cdot\frac{Z_2}{2}=\frac{Z^3}{2},\ 0<Z<2$$
$$Z\cdot H(Z)<Z\cdot Z=Z^2,\ Z>2$$

結局 $\frac{C_2(2)}{NC_1(\cdot;1)}$의 값이 주어지면 幹線의 適正間隔 $S_2°$는 그림 6에서 보는 바와 같이 이값과 $f(Z)$가 만나는 點에서 決定된다.

여기서 簡單한 例를 들어 보면 다음과 같다. 即

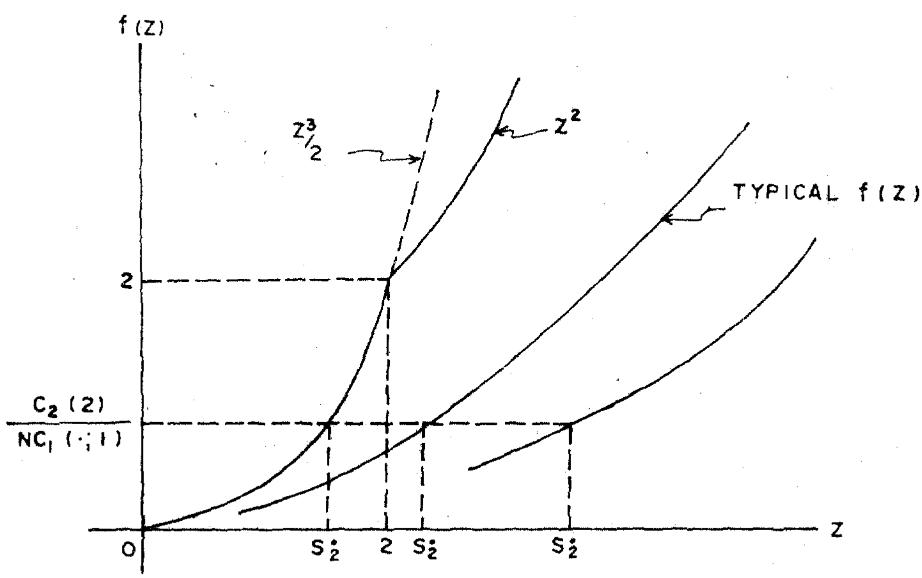


그림 6. $f(Z)$의 上限과 最適 $S_2°$

$C_2(2)=10^8$ 원/km/年

$C_1(\cdot;1)=100$ 원/通行-km

$N=10^4$ 通行/km^2×365 日의 資料가 주어 졌다면

$$\frac{C_2(2)}{NC_1(\cdot;1)}=\frac{100}{365}\approx\frac{1}{4}\Longrightarrow Z=\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}\approx 0.8$$

따라서 最適間隔은 이 例題의 경우 적어도 0.8 km 보다는 커야 하며 그 正確한 값은 그림 6에서와 같이 typical $f(Z)$가 決定되면 그와의 交點에서 求할 수 있다.

앞에서의 接近過程이나 例題를 통하여 알 수 있는 바와 같이 道路網의 間隔函數 $C(S_2)$는 諸般의 費用에 關한 資料가 주어 진다면 Local에 作用하는 通行距離의 分布 $P(X)$에 依存하게 된다. 本 論文에서는 이를 既知數로 取扱하였다. 따라서 實際問題의 경우에도 事前調査나 豫測을 通하여 미리 주어지는 平均通行距離 또는 그 分布에 立脚하여 그림 6의 $f(Z)$를 쉽게 作圖할 수 있으며 幹線道路의 建設備, 通行密度 및 支線道路의 通行費라는 세 가지 情報에 依하여 所謂 適正間隔을 導出할 수 있다.

ii) 通行費用이 交通量의 函數인 경우

通行費用은 一般的으로 交通量에 대한 convex 函數로서 表示되기는 하나 交通量에 따라서 施設容量이 擴充되기만 한다면 이는 Steenbrink 가 指摘한 바와 같이 段階的 解析이 可能한 線形函數로 轉換시킬 수 있다. 그러므로 容量과 需要가 어느 程度의 均衡을 이루며 단지 間隔設定만이 變數로서 나타나는 都市交通網에서는 容量과 通行費의 獨立性이라는 가정이 적어도 近似解에는 큰 차질을 가져오지 않으며 따라서 前項의 分析은 需要에 따라 施設擴充이 期約되는 都市의 경우 그 有效性을 認定받는다.

本項에서는 供給容量의 適正範圍를 지나는 需要에 依하여 通行費가 增加하는 現象에 대하여 質的인 次元에서 言及하려고 한다. 여기서는 問題의 本質만을 把握키 위하여 조밀하게 分布된 Local의 容量은 需要에 比하여 充分한 크기를 갖는 것으로 假定하였으며 단지 幹線道路의 通行費 $C_2(f_2;2)$가 f_2의 1次增加函數인 간단한 경우를 取扱하였다.

$C_2(f_2;2)$가 交通量의 1次함수인 경우 即 $C_2(f_2;2)=a_2+b_2f_2=a_2+b_2NE(Y)S_2$ 但. a_2와 b_2는 파라메타이며 f_2의 값은 앞의 경우와 同一하다. 따라서 式 (3)에서 總費用을 S_2의 函數로 表示하면

$$C(S_2)=\{NE(Y)\}^2b_2S_2+\frac{C_2(2)}{S_2}+\frac{NC_1(\cdot;1)}{S_2}\int_0^{S_2}H(u)du+L \qquad (6)$$

여기에서 L은 常數로 S_2와 無關한 項의 合을 나타낸다,

이제 最適間隔을 알기 위하여 $C(S_2)$를 S_2에 關하여 微分하고 $S_2=Z$라 하여 그 結果를 整理하면

$$\frac{C_2(2)}{NC_1(\cdot;1)}=\frac{\{NE(Y)\}^2\cdot b_2}{NC_1(\cdot;1)}Z^2+ZH(Z)-\int_0^Z H(u)du \qquad (7)$$

即 $S_2°$는 式 (5)에서와 같이 左邊과 右邊式의 交點으로 부터 求할 수 있다. 다만 式 (7)이 앞의 경우와 다른 點은 $K=\frac{\{NE(Y)\}^2b_2}{KC_1(\cdot;1)}$에 대한 情報의 要求로서 이제는 幹線道路上에서의 平均通行距離도 入力되어야 한다.

위에서 K는 하나의 無次元量이기는 하나 $C_2(f_2;2)$가 通行量과 關係있음을 나타낸다. K가 間隔에 미치는 영향을 評價하기 위하여 式 (7)을 $f(Z)$로 놓고 이의 Z에 對한 導函數를 보면 $df/dZ=2KZ+ZG(Z)$가 된다. 여기에서 Z의 값은 항상 陽이므로 K값이 增加하면(交通量의 영향은 더욱 重要해짐) 函數 $f(Z)$의 形態는 原點周圍에서 더욱 傾斜지게 되며 따라서 適正間隔은 縮少될 것을 要求받는다.

5. 討 論

本 論文은 理想的 都市平面에 놓인 2階級構造의 格子形 道路網에서 所謂 總費用을 最少化하는 幹線道路의 適正間隔에 대하여 알아 보았다. 累次에 걸쳐 言及한 바 있거니와 道網의 幾何構造는 지금까지 段階的 方法에 依하여야만 비로소 그에 對한 近似解가 可能하였다. 本 論文은 이러한 側面에서 最適化의 段階가 內包하던 短點을 補完하기 위하여 單位 Cell을 中心으로 한 連續接近方法을 提示하였으며 이에 依한

結果는 從來의 것과 同一하다는 事實과, 目的函數가 本質的으로 갖고 있던 concavity의 문제는 어느 程度 解決될 수 있음을 보인 바 있다.

本 論文은 道路의 適正間隔 設定에 關하여 具體的 또는 매우 現實的인 方法을 提示하는 데 그 目的을 둔 것은 아니다. 주로 解析的 接近方法의 限界를 認識하여 都市의 假想的 環境(그러나 多分히 現實的이기도한)이 前提되었으며 여기서는 다만 道路配置上의 本質을 理解코자 하는 데서 그 範圍가 限定되었다. 本 論文에서 提示된 方法은 均一한 通行發生을 갖는 都市空間에 適合하며 需要의 크기가 道路容量의 適正範圍에 屬하는 경우 그 有效性이 나타난다. 그러나 本 論文의 方法이 發展되어 一般化된 適用力을 갖기 위해서는 通行費用(道路容量과의 關係에서)이 深度있게 取扱되어야 하며 多階級 構造에서의 通行패턴에 關한 說明力을 保有하여야 한다.

參 考 文 獻

1. Creighton, R., "Estimating Efficient Spacing for Arterials and Expressways," *Highway Research Board Bulletin*, 253, 1960.
2. Stairs, S., "Selecting an Optimal Traffic Network," *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 2, No. 2, 1968.
3. Holroyd, E., "The Optimum Bus Service: A Theoretical Model for a Large Uniform Urban Area," *Proc. 3rd Symposium Theory of Traffic Flow*, American Elsevier, New York, 1965.
4. Tanner, J., "A Theoretical Model for the Design of a Motorway System," *RRL Report LR23*, England, 1667.
5. Mackinnon, R., "Optimal Transportation Network-A Case Study of Highway System," University of Toronto, Canada, 1970.
6. Steenbrink, P., *Optimization of Transport Networks*, John Wiley, New York, 1974.
7. Newell, G.F., *Traffic Flows on Transportation Network*, CE252 Lecture Note, University of California, Berkeley, 1971.
8. Fawaz, M. and Newell G., "Optimal Spacings for a Rectangular Grid Transportation Network," *Transportation Research*, 10, 1976.
9. Dionne, R. and Florian, M., *Exact and Approximate Algorithms for Optimal Network Design*, Ph. D. Dissertation, University of Montreal Canada, 1977.
10. Boyce, D., et al., "Optimal Network Problem: A Branch and Bound Algorithm," *Environment and Planning*, 5, 1973.
11. Agarwal, S., *Optimization Techniques for the Interaction Design of Transportation Networks under Multiple Objectives*, Ph. D. Dissertation, Northwestern University, 1973.
12. Hutchinson, B., "Structuring Urban Transportation Planning Decisions: The Use of Statistical Decision Theory," *Environment and Planning*, 1, 1969.
13. Newell, G.F., "Optimal Network Geometry," *Sixth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, American Elsevier, New York, 1974.
14. Ochoa-Rosso, F., *Applications, of Discrete Optimization Techniques to Capital Investment and Network Synthesis Problems*, Ph. D Dissertation, MIT, 1968.
15. Sen, L., "The Geometric Structure of an Optimal Transport Network in a Limited City-Hinterland Case," *Geographic Analysis*, 3, 1971.
16. Wardrop, J.G., "Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research, *Proc. Institute of Civil Engineering*, 1952.
17. Carter, E. and Stowers, J., "Models for Funds Allocation for Urban Highway System Capacity Improvements," *Highway Research Record*, 20, 1963.

(接授 : 1982. 7. 26)