狀態벡터 模型에 의한 河川流出의 實時間 豫測에 관한 研究

Real-Time Prediction of Streamflows by the State-Vector Model

徐 炳 夏*
Seoh, Byung Ha
尹 龍 男**
Yun, Yong Nam
姜 琯 遠***
Kang, Kwan Won

Abstract

A recursive algorithms for prediction of streamflows by Kalman filtering theory and Self-tuning predictor based on the state space description of the dynamic systems have been studied and the applicabilities of the algorithms to the rainfall-runoff processes have been investigated. For the representation of the dynamics of the processes, a low-order ARMA process has been taken as the linear discrete time system with white Gaussian disturbances. The state vector in the prediction model formulated by a random walk process. The model structures have been determined by a statistical analysis for residuals of the observed and predicted streamflows.

For the verification of the prediction algorithms developed here, the observed historical data of the hourly rainfall and streamflows were used. The numerical studies shows that Kalman filtering theory has better performance than the Self-tuning predictor for system identification and prediction in rainfall-runoff processes.

要 旨

狀態空間 槪念에 基礎를 두어 시스템의 動的 擧動을 나타낸 Kalman filter와 自己共振 豫測子의 循還 알고리즘에 의한 豫測方法을 研究하여 河川流出 豫測에의 適用性을 檢討하고 그 結果를 제시하였다. 降雨-流出過程의 動的 擧動을 白色 Gaussian 雜音이 있는 線型, 離散型시스템으로 보아서 낮은 次數의 ARMA 過程으로 나타내었으며 豫測模型의 狀態벡터를 random walk로 나타내었다. 豫測誤差에 대한 統計的인 分析으로 模型構造를 결정하였으며 適用된 豫測알고리즘의 檢正을 위하여 時雨量과 時流量의 過去 記錄値를 사용하였다. 豫測結果를 分析하니 Kalman filter에 의한 알고리즘이 自己共振 豫測子보다 우수하다는 것을 알 수 있었다.

* 正會員・仁荷工業專門大學 副敎授
** 正會員・陸軍士官學校 敎授
*** 正會員・仁荷大學校 工科大學 敎授

1. 序 論

自然系의 現象으로 人間에게 가장 必要한 물이 供給되도록 해 주는 水文 循還過程은 그 狀態가 時間的, 空間的으로 大端히 複雜한 構造를 가지고 있는 動的 確率過程을 形成하고 있어서 水文學者들은 電子計算機의 出現과 더불어 數學的 模型을 形成하여 이 複雜한 水文系에 대한 定量的인 解析을 하고자 많은 試圖를 하고 있다. 그 例로서 1970年代 初盤에 始作된 統計學的 模型技法이 바로 그것으로, 以前의 確定論的인 模型技法보다 더 좋은 結果를 얻기 위하여 最近에는 時系列 分析方法이나 制御工學에서의 시스템 等定(system identification)技法을 導入하기 始作하였다[1,2]. 이와 병행하여 水資源시스템은 그를 調節하지 않으면 洪水被害와 마찬가지로 그 害가 다른 어느 것보다도 莫大하므로 이러한 洪水調節을 目的으로 莫大한 費用을 감수해야만 하는 貯水池의 設置代身에 現存 水資源시스템의 좀더 效率的인 管理方法을 開發하고자 많은 試圖가 이루어 졌으며 이를 위하여 洪水時 水資源 시스템의 實時間 調節(real-time control)의 必要性이 대두되었다. 水資源 시스템의 實時間 調節을 위하여는 河川에서의 水文計測網의 on-line 計測施設이 設置되어야만 한다. 우리나라에서도 1970年度 중반부터 漢江流域을 위한 洪水統制所를 設置하여 on-line 計測을 통한 水文資料의 集成은 물론, 電算處理에 의한 資料分析으로 漢江流域의 洪水豫警報 體制를 갖추어 운영하고 있다[3].

本 硏究에서는 水文 計測網이 on-line 化 되어 資料 發生時마다 水文系의 入出力 資料의 獲得이 可能하게 됨으로서 洪水時와 같은 短期流出 즉, 洪水流出을 實時間으로 豫測할 수 있는 알고리즘을 現代 制御工學에서의 시스템의 狀態推定(system estimation)을 위한 豫測子(predictor)의 理論을 導入하고 展開하여 電算프로그램을 作成하고 錦江流域의 公州 및 沃川地點과 漢江流域의 人道橋地點 및 忠州의 時雨量 및 時流量 資料의 過去 記錄値를 利用하여 流出量을 豫測하고 그 結果를 分析함으로서 實時間豫測의 可能性을 提示하였다.

여기에서 展開한 Kalman filter에 의한 豫測子와 自己共振(self-tuning) 豫測子는 우리나라의 水文計測網이 on-line 化 되면 그 適用範圍를 擴張하여 좀 더 效率的이고 機能的인 水資源 시스템의 管理 및 運營에 應用되리라고 본다.

2. 硏究背景

2-1. 水文系의 시스템 等定

水文系에서의 動的過程을 나타내기 위한 數學的 模型은 物理的 模型(physical model)과 實驗的 模型(experimental model)으로 크게 나눌 수 있다[4]. 水文循還過程은 物理的인 過程의 構造가 매우 복잡하고 다양하므로 水文系에 적용되는 數學的 模型은 實驗的 模型技法인 시스템 等定이나 시스템 媒介變數推定을 위한 것이 대부분이다. 시스템 等定이란 어떤 事象을 나타내는 觀測系를 가진 하나의 制御系(control system)를 數學的 模型으로 表示하고 그 模型의 媒介變數를 觀測資料로부터 最適化시키는 全過程을 말한다[5]. 이 시스템 等定은 模型의 選擇, 媒介變數 推定과 檢正의 3단계로 이루어진다. 이들 중 가장 중요한 模型의 選擇은 시스템의 等定目的, 즉 시스템의 制御設計, 씨뮬레이션 및 應答의 豫測 등에 따라 적합하게 시도되어야 한다[6]. 시스템 等定過程을 圖示한 것은 그림 1과 같다.

시스템 等定을 위한 模型 媒介變數의 推定 알고리즘은 1) 直接推定(direct estimation), 2) 反復推定(iterative estimation), 3) 非循還 알고리

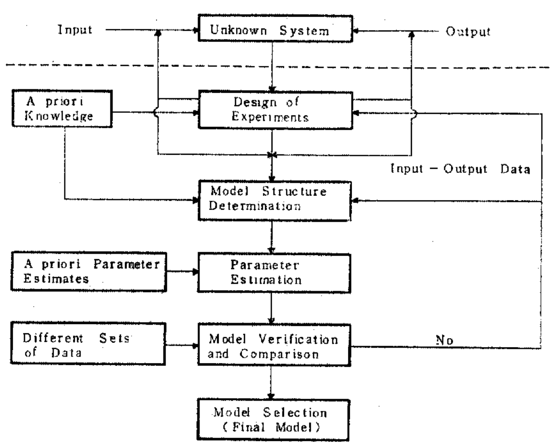

그림 1. Steps in system modeling and identification

즘(non-recursive algorithm) 및 4) 循環 알고리즘(recursive algorism) 등으로 나눌 수 있으며 實時間 處理 여부에 따라 1) off-line 시스템 等定과 2) on-line 시스템 等定으로 구분된다[7,8]. 제어공학의 관점에서 보면 시스템은 饋還(feed-back) 要素의 存在여부에 따라 開루우프 시스템(open-loop system)과 閉루우프 시스템(closed-loop system)으로 구분할 수 있으며[9], 시스템 내의 擧動狀態에 따라 線型 시스템과 非線型 시스템으로 나눌 수 있다. 또한 시스템으로의 入出力 資料의 連續性 여부에 따라 連續型 시스템과 離散型 시스템으로 구분할 수 있다. 水文系에서와 같이 空間的 變化를 고려하여 重合變數(lumped-parameter) 시스템과 分布變數(distributed-parameter) 시스템으로 나누고 時變시스템과 時不變 시스템으로 나눌 수 있다.

水文系에서의 降雨-流出系는 그림 2와 같이 降水量과 土壤水分間의 饋還要素가 있는 하나의 制御系로 생각할 수 있어 制御理論의 시스템 等定過程을 적용할 수 있다[10,13]. 最近에 많이 利用되고 있는 시스템 等定을 위한 數學的 模型은 狀態벡터와 計測벡터間의 推計的인 相關性을 分析하여 處理하는 狀態벡터 模型(state-vector model)으로서 그 等定過程은 그림 3과 같다[11,12]. 이 關係를 式으로 表示하면 다음과 같다.

$$x(t+1)=f[x(t),u(t),\theta,t]+w(t) \qquad (1)$$

$$y(t)=h[x(t),u(t),\theta,t]+v(t) \qquad (2)$$

여기서 $x(t)$는 狀態벡터, $u(t)$는 入力벡터, $w(t)$는 過程誤差벡터, θ는 模型變數로 이루어지는 벡터, $y(t)$는 出力벡터, $v(t)$는 計測誤差벡터, t는 시간이다. 이 模型에서 狀態벡터 $x(t)$는 시스템의 過去와 現在의 擧動으로부터 어떤 特定의 入力資料에 대한 將來의 擧動을 豫測하는데 必要한 정보들을 제공하여 주는 數學的인 意味만을 가지고 있다.

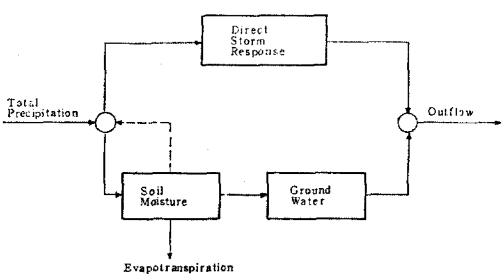

그림 2. Nonlinear bebaviour of catchment by feedback system between rainfall and soil moisture

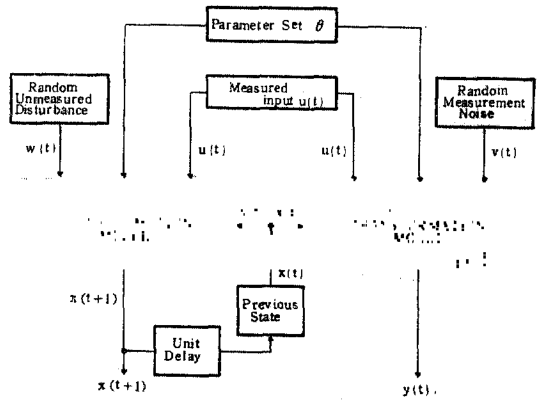

그림 3. Identification process of state vector model

降雨-流出系를 狀態벡터 模型에 適用시키기 위하여는 入力되는 資料들이 離散型이므로 (1) 및 (2)식을 線型化시켜야 한다. 즉,

$$x(t+1)=A(t)x(t)+G(t)u(t)+w(t) \qquad (3)$$

$$y(t)=H(t)x(t)+v(t) \qquad (4)$$

로 쓸 수 있으며 이들식으로 表示되는 模型을 특히 Gauss-Markov 模型이라고 한다[14]. 여기서 $A(t), G(t), H(t)$는 模型變數로 구성되는 行列을 표시한다.

實施間 短期流出 豫測을 위한 降雨-流出模型은 이 Gauss-Markov 模型으로 構成할 수 있으며 實時間 處理를 위하여는 on-line 시스템 等定技法을 適用해야 한다. 狀態벡터 模型의 狀態推定方法이 制御工學의 digital filter 理論을 기초로 하여 開發되었는 바, 이는 豫測値와 實測値間의 自乘誤差(square error)가 最少가 되도록 設計된 最適 filter 理論이다. 이 最適 filter는 饋還要素의 有無에 따라 非循環(non-recursive) filter와 循還(recursive) filter로 나누어지며 그 基本構造는 그림 4 및 그림 5와 같다[15]. 非循還 filter에 의한 狀態推定은 과거의 全 入出力資料를 利用하지만 循還 filter는 최근에 발생된 資料만으로도 시스템의 狀態를 推定할 수 있어서 實時間流出豫測에 循還 filter의 알고리

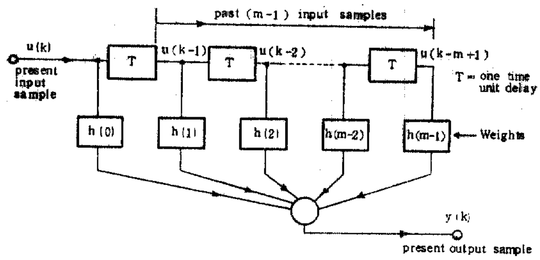

그림 4. Block diagram of non-recursive filter

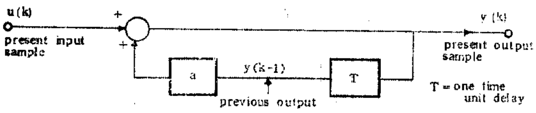

그림 5. Block diagram of recursive filter

즘을 적용하는 것이 效率的이고 處理時間을 줄일 수 있다.

本 硏究에서는 循環 filter의 일종인 Kalman filter의 豫測 알고리즘을 流出豫測에 적용하였으며 또한 循環 알고리즘을 가진 自己共振 豫測子(self-tuning predictor)를 利用하여 그 結果를 比較分析하였다.

2-2. 硏究沿革

水文系의 豫測에 대한 연구는 Ripple[16]이 流量 記錄資料로부터 圖式的으로 未來의 流出을 豫測하여 貯水池의 容量을 결정하는 방법을 제안한 이래 많은 水文學者들이 그 豫測方法을 연구하였다. Hazen[17]과 Sudler[18] 등이 流出豫測에 模擬技法을 최초로 도입하였으며 Thomas와 Fiering[19]은 推計時系列 模型(stochastic time series model)을 이용하여 流出量을 模擬發生하였다. 그리고 流出解析에의 電子計算機의 利用은 水文系의 시스템 等定을 위한 數學的 模型의 開發을 활발하게 해 주었으며 최근에는 미래의 水文系의 豫測問題에 適用될 수 있는 等定技法을 많은 學者들이 연구하고 있다. 특히 水文系의 豫測에 前述한 狀態空間槪念을 利用한 現代狀態推定技法이 適用된 것은 극히 최근의 일이다.

Eagleson[20] 등은 Wiener[21]의 filter 理論을 降雨-流出系에 適用하였고 Amorocho[22]는 非線型遷移函數(transfer function)를 이용한 降雨-流出系의 等定問題를 논하였다. Hino[23,24]는 Kalman filter 理論[25,26]을 單位流量圖의 連續的인 推定에 이용하여 on-line 流出豫測의 가능성을 보여주었으며, Duong 등[27]은 Prasad model[28]의 媒介變數 推定에 Kalman filter 理論을 적용하였다. 그리고 Todini와 Bouillot[29]은 線型流出模型에 Kaman filter 理論을 적용하기 위한 알고리즘을 개발하여 실제 河川流域에 적용하였다. 우리 나라에서는 아직 流出豫測에 이 理論을 적용한 예가 없으며 최근에 여러 학자들이 이에 관심을 갖고 연구하고 있다[30,31].

漢江 洪水統制所에서는 河川 流出豫測 및 洪水豫警報에 Kimura가 제창한 貯溜函數法을 적용하고 있다[32]. 이 方法은 過去 記錄資料로부터 貯溜函數의 常數를 결정하여야만 洪水流出計算이 가능하게 되어 있어서 우리나라와 같이 小流域에서의 流出量資料가 빈곤한 실정에는 이 방법의 적용에 다소 무리가 있다고 본다. 여기에서 전개하는 豫測 알고리즘을 확대 사용함으로써 이러한 문제점을 해결할 수 있을 것이다.

3. 水文系의 豫測理論

3-1. Kalman Filter

어떤 시스템의 狀態推定問題에 適用되고 있는 非循環 filter의 代表的인 것은 Wiener가 開發한 Wiener filter가 있으며 水文系의 降雨-流出關係分析에 많이 利用되어 왔다[33,34,35]. 이 Wiener filter는 非定常循環推定(nonstationary recursive estimation)에 適用할 수 없는 弱點이 있어서 Kalman[25] 그리고 Kalman과 Bucy[26]가 Wiener filter의 理論을 根據로 하여 現在 豫測問題解決에 많이 利用되고 있는 Kalman filtering 豫測子를 開發하였다. 이 Kalman filter 理論을 河川流出 豫測에 適用할 수 있도록 하기 위하여 그 알고리즘을 전개하기로 하겠다.

시스템의 狀態系를 나타내는 (3)式에서 $u(t)=0$라고 하면

$$x(t+1)=A(t)x(t)+w(t) \qquad (5)$$

로 되어 전술한 循環 filter 알고리즘과 같이 표

시되고 또한 전술한 (4)식을 計測系를 나타내는 식으로 하면 시스템 方程式을 얻게 된다. 이들 식으로 표시되는 시스템은 離散型 資料로 구성되고 線型이며 推計過程을 이루는 時變動的 시스템을 나타낸다. 이러한 시스템의 狀態豫測을 위한 Kalman filter 알고리즘의 展開에 必要한 統計學的인 假定은 다음과 같다[36].

1) $w(t)$와 $v(t)$는 白色 Gaussian 雜音系列이며 그 평균은 0이고 分散은

$$E[w(t)w^T(t)]=Q\delta(t,\tau),$$
$$E[v(t)v^T(t)]=R\delta(t,\tau) \qquad (6)$$

이다. 여기서 Q 및 R은 각각 $w(t)$, $v(t)$의 共分散이고 $\delta(t,\tau)$는 Kronecker delta를 표시한다.

2) $w(t)$와 $v(t)$는 서로 獨立이다.

3) 初期狀態벡터 $x(0)$의 平均과 分散은 다음과 같은 Gaussian random 벡터로 이루어진다.

$$E[x(0)]=\bar{x}(0),$$
$$E[\{x(0)-\bar{x}(0)\}\ \{x(0)-\bar{x}(0)\}^T]=P(0)$$

4) $x(0)$와 $w(t)$ 및 $v(t)$는 서로 獨立이다.

5) $A(t)$ 및 $H(t)$의 構成要素는 알려져 있다.

이상과 같은 假定條件下에서 Kalman filter의 理論을 전개하여 보면 다음과 같다.

Kalman filter 理論은 推定誤差의 分散을 最少化하도록 設計된 最適 filter 理論이며 그 推定過程은 條件平均推定(conditional mean estimate)으로서 다음과 같다[37].

$$\hat{x}(t|t)=E[x(t)\,|\,Y(t)] \qquad (7)$$

여기서 $\hat{x}(t|t)$는 t시간까지의 觀測系列 $Y(t)=\{y(0),y(1),\cdots,y(t)\}$로부터 推定된 狀態벡터이다. 한편 $Y(t-1)$이 주어질 때 $x(t)$의 一段階 前 豫測(one-step ahead prediction)도

$$\hat{x}(t|t-1)=E[x(t)\,|\,Y(t-1)] \qquad (8)$$

로 쓸 수 있다. 이 식이 Kalman의 最適 filter에 의한 豫測 알고리즘의 기준이 된다. 전술한 (5)식을 다시 쓰면

$$x(t)=A(t-1)x(t-1)+w(t-1) \qquad (9)$$

로 되고 양변에 條件平均을 取하여 정리하면

$$\hat{x}(t|t-1)=A(t-1)\hat{x}(t-1|t-1) \qquad (10)$$

로 표시된다. 이로부터 $(t-1)$시간에서의 狀態를 t시간의 狀態로 變換하는 狀態豫測式이 얻어진다.

한편 狀態벡터 $x(t)$와 $\hat{x}(t|t-1)$의 誤差벡터를 $\varepsilon(t)$라고 하면 (9), (10)식으로부터

$$\varepsilon(t)=A(t-1)\{x(t-1)-\hat{x}(t-1|t-1)\}+w(t-1) \qquad (11)$$

이 되고 이의 共分散行列 $P(t|t-1)$는

$$P(t|t-1)=E[\varepsilon(t)\varepsilon^T(t)\,|\,Y(t-1)]$$
$$=A(t-1)P(t-1|t-1)A^T(t-1)+Q \qquad (12)$$

로 된다. 여기서 Q는 $w(t-1)$의 共分散이다. 條件附 確率의 槪念을 도입하여 새로운 觀測値 $y(t)$가 주어질 때 $\hat{x}(t|t-1)$를 $\hat{x}(t|t)$로 變換하고 誤差의 共分散 $P(t|t)$를 구할 수 있는 식들을 전개할 수 있다. 觀測系列 $Y(t)$가 주어질 때 $x(t)$의 條件附 確率密度는

$$p[x(t)\,|\,Y(t)]=p[x(t)\,|\,Y(t-1),\ y(t)] \qquad (13)$$

로 되며 이 식에 Bayes 定理를 적용하면

$$p[x(t)\,|\,Y(t)]=\frac{p[y(t)\,|\,x(t)]p[x(t)\,|\,Y(t-1)]}{p[y(t)\,|\,Y(t-1)]} \qquad (14)$$

이 된다. Gaussian 無作爲 벡터의 性質을 적용하여 (14)식을 전개하고 정리하면[14]

$$p[x(t)\,|\,Y(t)=K\ \exp[-\frac{1}{2}\{[y(t)-H(t)x(t)]^T R^{-1}[y(t)-H(t)x(t)]+[x(t)-\hat{x}(t|t-1)]^T P(t|t-1)^{-1}[x(t)-\hat{x}(t|t-1)]\}] \qquad (15)$$

로 된다. 여기서 K는 常數이고 R은 $v(t)$의 共分散이다. (15)式에 對數를 취하고 $x(t)$에 관하여 미분한 값을 0으로 하면 推定値 $\hat{x}(t|t)$를 구하는 식을 얻을 수 있으며 그 결과식은

$$\hat{x}(t|t)=\hat{x}(t|t-1)+\{H^T(t)R^{-1}H(t)+P(t|t-1)^{-1}\}^{-1}H^T(t)R^{-1}\cdot\{y(t)-H(t)\hat{x}(t|t-1)\} \qquad (16)$$

와 같다. 이 식은 새로운 觀測値가 주어진 후에 $\hat{x}(t|t-1)$를 $\hat{x}(t|t)$로 변환하는 식이다. 한편 $x(t)$와 $\hat{x}(t|t)$의 誤差 共分散 $P(t|t)$는 (16)식을 이용하여

$$P(t|t)=E[\{x(t)-\hat{x}(t|t)\}\ \{x(t)-\hat{x}(t|t)\}^T]$$
$$=[H^T(t)R^{-1}H(t)+P(t(t-1)^{-1}]^{-1} \qquad (17)$$

로 정리되고 逆行列의 연산법칙을 이용하여 전개하면

$$P(t|t)=P(t|t-1)-P(t|t-1)\cdot H^T(t)\{H(t)P(t|t-1)H^T(t)+R\}^{-1}\cdot H(t)P(t|t-1) \qquad (18)$$

로 된다. 이들 결과를 이용하면 (16)식은

$$\hat{x}(t|t)=\hat{x}(t|t-1)+K(t)\{y(t)-H(t)\hat{x}(t|t-1)\} \quad (19)$$

이 된다. 여기서 $K(t)$는 Kalman gain이라고 불리워지며

$$K(t)=P(t|t-1)H^T(t)\{H(t)\cdot P(t|t-1)H^T(t)+R\}^{-1} \quad (20)$$

로 주어지는 것으로 狀態推定時 推定誤差에 대한 加重因子로서 重要한 값이 된다. (20)식을 이용하면 (18)식은

$$P(t|t)=\{I-K(t)H(t)\}P(t|t-1) \quad (21)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 I는 Identity matrix를 나타낸다. 以上에서 유도된 Kalman filter의 알고리즘을 정리하면 表 1과 같고 圖示하면 그림 6과 같이 나타낼 수 있다.

表 1. Summary of discrete Kalman filter equation

System model	$x(t+1)=A(t)x(t)+w(t)$
Measurement model	$y(t)=H(t)x(t)+v(t)$
State estimate update	
	$\hat{x}(t|t)=\hat{x}(t|t-1)+K(t)[y(t)-H(t)\hat{x}(t|t-1)]$
Error covariance update	
	$P(t|t)=[I-K(t)H(t)]P(t|t-1)$
Kalman gain matrix	
	$K(t)=P(t|t-1)H^T(t)[H(t)P(t|t-1)H^T(t)+R]^{-1}$
State estimate prediction	
	$\hat{x}(t|t-1)=A(t-1)\hat{x}(t-1|t-1)$
Error covariance prediction	
	$P(t|t-1)=A(t-1)P(t-1|t-1)A^T(t-1)+Q$

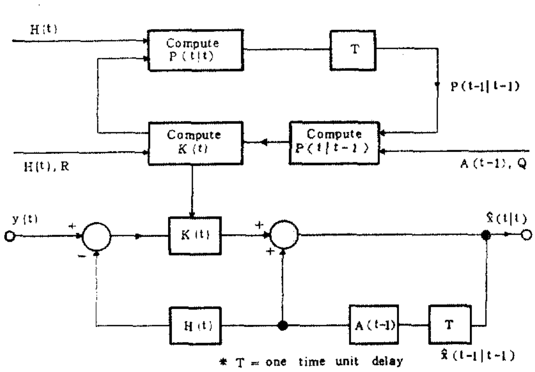

그림 6. Computational steps of the Kalman predictor

3-2. 自己共振 豫測子

시스템 等定問題에서 模型의 媒介變數 推定에 이용되는 豫測子의 性質이 電子回路에서 自己共振(self-tuning)의 性質과 같다는 點에 착안하여 自己共振 整流器의 알고리즘으로부터 自己共振 豫測子의 알고리즘을 유도하였다[38,39]. 이 豫測子에 의한 시스템 媒介變數의 推定過程은 다음과 같이 전개할 수 있다. 確率過程을 가지는 시스템의 入出力關係는 다음식으로 표시할 수 있다.

$$A(q^{-1})y(t)=B(q^{-1})u(t)+C(q^{-1})e(t) \quad (22)$$

여기서 $y(t)$ 및 $u(t)$는 각각 出力 및 入力자료이고 $e(t)$는 Gaussian 無作爲獨立變數로서 平均이 0이고 分散이 σ^2이다. 또

$$A(q^{-1})=1+a_1q^{-1}+\cdots\cdots+a_nq^{-n}$$
$$B(q^{-1})=b_0+b_1q^{-1}+\cdots\cdots+b_nq^{-n}$$
$$C(q^{-1})=1+c_1q^{-1}+\cdots\cdots+c_nq^{-n}$$

로 표시되는 다항식으로 a_n, b_n, c_n들은 係數들이다. 또 q^{-1}은 backward-shift operator로서 $q^{-i}y(t)=y(t-i)$를 뜻한다. 確定要素인 $u(t)$를 생략하면 (22)식은

$$A(q^{-1})y(t)=C(q^{-1})e(t) \quad (23)$$

로 된다. 시간 $(t+k)$에서의 出力 $y(t+k)$의 豫測値를 $\hat{y}(t+k|t)$라고 놓으면 誤差 $\varepsilon(t+k)$는

$$\varepsilon(t+k)=y(t+k)-\hat{y}(t+k|t) \quad (24)$$

로 주어지며 시스템의 損失函數 V는

$$V=E[\varepsilon(t)^2] \quad (25)$$

로 된다. 이 함수를 最少化하는 豫測子는 Astrom의 恒等式[41]

$$C(q^{-1})=A(q^{-1})F(q^{-1})+q^{-k}G(q^{-1}) \quad (26)$$

을 이용하여 구할 수 있다. (23)式으로부터 時間 $(t+k)$에서의 出力 $y(t+k)$는

$$y(t+k)=\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(t+k) \quad (21)$$

로 표시되고 (26)式을 이 식에 代入하고 $e(t)$를 소거하면

$$y(t+k)=F(q^{-1})e(t+k)+\frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(t) \quad (28)$$

을 얻을 수 있다. 만일 $\hat{y}$가 $y(t)$의 함수이고 $e(t)$가 $y(t)$와 獨立이라면

$$E\{[y(t+k)-\hat{y}]^2\}=E\{[F(q^{-1})e(t+k)]^2\}+E\left\{\left[\frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(t)-\hat{y}\right]^2\right\} \quad (29)$$

로 표시되고 (29)식의 값이 최소값을 가지려면 $\hat{y}=\hat{y}(t+k|t)$이어야 한다[40]. 그러므로

$$\hat{y}(t+k|t)=\frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(t) \tag{30}$$

이 얻어진다. 이 식에서 $y(t)$와 $C(q^{-1})$를 소거하고

$$A(q^{-1})F(q^{-1})=1+q^{-1}A(q^{-1})$$
$$G(q^{-1})=C(q^{-1})$$

라 놓으면

$$\hat{y}(t+k|t)=-A(q^{-1})\hat{y}(t+k-1|t-1)+C(q^{-1})\varepsilon(t) \tag{31}$$

이 된다. 이 식이 自己共振 豫測子의 基本 豫測式이 되며 確定要素인 人力 $u(t)$를 다시 導入하면

$$\hat{y}(t+k|t)=-A(q^{-1})\hat{y}(t+k-1|t-1)+B(q^{-1})u(t)+C(q^{-1})\varepsilon(t) \tag{32}$$

로 쓸 수 있다. (32)式을 係數變換을 하여 벡터형으로 바꾸면

$$\hat{y}(t+k|t)=\phi(t)\theta(t) \tag{33}$$

로 표시될 수 있다. 여기서

$$\phi(t)=[-\hat{y}(t+k-1|t-1),\ \cdots,\ \hat{y}(t+k-n|t-n),\ u(t),\ \cdots,\ u(t-m+1),\ \varepsilon(t),\ \cdots,\ \varepsilon(t-l+1)]$$

$$\theta^T(t)=[\alpha_1,\cdots,\alpha_n,\ \beta_1,\cdots,\beta_m,\ \gamma_1,\cdots,\gamma_l]$$

이다. 이 식에서 $\theta(t)$는 模型媒介變數로 이루어지는 시스템의 狀態벡터에 해당되며 그 推定式들을 Kalman filter의 경우와 같은 방법으로 展開한 結果式들은 다음과 같다.

$$\varepsilon(t)=y(t)-\hat{y}(t) \tag{34}$$

$$P(t)=P(t-1)-P(t-1)\phi^T(t-1)[1+\phi(t-1)P(t-1)\phi^T(t-1)]^{-1}\phi(t-1)P(t-1) \tag{35}$$

$$\theta(t)=\theta(t-1)+P(t)\phi^T(t-1)\varepsilon(t) \tag{36}$$

여기서 $P(t), P(t-1)$은 $t, (t-1)$에서의 推定誤差의 共分散이다. 이상에서의 (33)~(36)식을 이용함으로서 狀態豫測이 가능하게 되며 벡터 $\phi(t)$의 구성요소에 降雨量과 流出量을 포함시켜서 河川流出을 豫測할 수 있게 된다.

3-3. 河川流出 豫測에의 應用

河川流出解析에 관한 문제는 水文系에서의 降雨와 流出間의 관계를 분석함으로써 해결될 수 있다. 그러나 流出에 영향을 미치는 여러인자들은 각종 豪雨기간동안에 크게 변화하므로 流出이 일어나는 物理的인 과정을 구체적으로 분석한다는 것은 거의 불가능하므로 어떤 流域을 하나의 시스템을 이루는 Black-Box라고 생각하여 이 시스템에서의 入出力 關係, 즉 降雨-流出關係에만 국한시켜 數學的인 模型을 構成시키고 그 模型의 媒介變數를 推定함으로써 降雨와 流出間의 關係를 분석할 수 있다. 그러므로 河川流出解析은 降雨와 流出의 實測資料를 이용한 河川의 降雨-流出系의 시스템 等定問題로 歸結된다.

시스템 等定技法인 Kalman filter 理論을 洪水時의 洪水流量과 같은 短期流出 豫測에 적용하기 위하여는 過程模型(process model)을 결정하여야 한다. 降雨-流出關係의 過程模型은 여러가지 있을 수 있으나 여기에서는 ARMA過程을 適用하였다[42]. 즉,

$$(1+\delta_1B+\cdots+\delta_rB^r)q(t)=(w_1+w_2B+\cdots+w_sB^s)p(t-b)+v(t) \tag{37}$$

로 표시되고 여기서 $q(t)$는 流出, $p(t-b)$는 降雨를 나타내고 B는 $B^jq(t)=q(t-j)$로 되는 演算子이며 δ와 w는 ARMA(r,s)의 變數이다. 그리고 b는 주어진 衝擊(impulse)에 대한 시스템의 최초의 應答(response)이 發生되는 時點과 충격이 주어진 時點間의 時差로서 水文曲線에서 지체시간과 같은 意味를 내포하고 있는 것이다. 또한 $v(t)$는 誤差項으로서 白色 Gaussian 雜音을 이룬다. (37)식을 Kalman filter의 構造에 適用될 수 있도록 벡터형으로 바꾸면

$$y(t)=\phi y(t-1)+\Gamma u(t)+v(t) \tag{38}$$

로 쓸 수 있고 여기서

$$y(t)=[-q(t),\ -q(t-1),\ \cdots]^T$$
$$u(t)=[p(t-b),\ p(t-b-1),\cdots]^T$$

이며 ϕ와 Γ는 變數行列을 표시한다. 이 ϕ와 Γ는 降雨와 流出의 特性을 나타내는 狀態벡터라고 할 수 있다. 이들 變數들은 個個의 豪雨特性에 따라 變할 것이므로 이 模型은 다음과 같은 亂步(random walk)라고 볼 수 있다[43]. 즉,

$$x(t+1)=x(t)+w(t) \tag{39}$$

로 쓸 수 있다. 이 식을 이용하여 (38)식을 표

시하면

$$y(t)=H(t)x(t)+v(t) \qquad (40)$$

로 되고 여기서

$$x(t)=[\delta_1(t),\ \delta_2(t),\ \cdots,\ \delta_r(t),\ w_1(t),\ w_2(t),\ \cdots,\ w_s(t)]^T$$

$$H(t)=[-q(t-1),\ -q(t-2),\ \cdots,\ p(t-b),\ p(t-b-1),\ \cdots]$$

이다. 또한 $w(t)$는 誤差項으로 白色 Gaussian雜音系列을 이룬다. 以上의 결과에서 降雨-流出過程을 ARMA 過程으로 생각하면 狀態系와 計測系를 (39) 및 (40)식으로 나타낼 수 있으므로 (4)와 (5)로 표시되는 Kalman 豫測子의 시스템 方程式을 적용할 수 있게 된다.

自己共振 豫測子를 流出豫測에 適用하기 위하여 觀測流量 時系列을 다음식으로 變換하였다. 즉,

$$y(t)=q(t)-q(0) \qquad (41)$$

여기서 $q(t)$는 觀測流量이고 $q(0)$는 水文曲線의 上昇部 起點流量이다. (36)식에서 알 수 있듯이 變數벡터 $\theta(t)$가 (34)식으로 계산되는 innovation series $\varepsilon(t)$의 영향을 크게 받으므로 豫測誤差의 共分散 行列 $P(t)$가 收斂하도록 하기 위하여 (41)식을 적용하였다.

4. 河川流出의 豫測

4-1. 豫測過程의 展開

1) Kalman 豫測子의 豫測過程

① 模型媒介變數로 구성되는 列벡터 $x(t)$의 次數를 假定한다.

② 狀態벡터와 豫測誤差의 共分散 行列의 初期値를 다음과 같이 놓는다. ($t=0$)

$\hat{x}(1|0)=[0,0,\cdots]^T=\hat{x}(0|0)$

$P(0|0)=I\times 1.0$ (I=Identity matrix)

③ $w(t)$와 $v(t)$의 共分散行列 Q 및 R을 다음과 같이 놓는다.

$Q=I\times 10^{-2}$, $R=0$

④ $P(t+1|t)$를 계산한다.

⑤ 計測系의 遷移行列 $H(t+1)$을 決定한다.

⑥ Kalman gain $K(t+1)$을 계산한다.

⑦ 豫測流量 $\hat{q}(t+1|t)$를 계산한다.

⑧ 새로운 관측유량을 이용하여 $\hat{x}(t+1|t+1)$를 결정한다.

⑨ $P(t+1|t+1)$를 계산한다.

⑩ $t=t+1$로 놓고 ④단계로 가서 그 후의 단계에 따라 반복계산한다.

⑪ ①에서 假定된 次數를 변화시켜 그때마다의 標準概算誤差를 계산하여 최적차수를 결정한다.

2) 自己共振 豫測子의 豫測過程

① 媒介變數 $\theta(t)$의 次數를 假定한다.

② $P(t)$, $\theta(t)$ 및 $\phi(t)$의 초기치를 다음과 같이 놓는다. ($t=0$)

$P(0)=I\times 10^{-4}$

$\theta(0)=\phi(0)=0$

③ 豫測始作 段階의 流量을 $q(0)$로 놓고 $y(t)$를 계산한다.

④ 豫測時系列 $\hat{y}(t+1|t)$를 계산하고 $q(0)$의 값을 더하여 豫測流量 $\hat{q}(t+1)$을 얻는다.

⑤ 豫測誤差 $\varepsilon(t+1)$과 그의 共分散行列 $P(t+1)$을 계산한다.

⑥ $\theta(t+1)$을 계산한다.

⑦ $\phi(t+1)$의 要素들을 결정한다.

⑧ $t=t+1$로 놓고 ④단계로 가서 그후의 단계에 따라 반복계산한다.

⑨ Kalman 豫測子의 경우와 마찬가지로 次數에 따른 標準概算誤差를 계산하여 最適次數를 결정한다.

以上의 두 模型의 豫測過程에 따라 電算프로그램을 作成하고 河川 流出의 實時間豫測의 可能性을 檢討하였다.

4-2. 資料處理 및 結果分析

Kalman filter 및 自己共振 豫測子의 豫測過程에 따라 錦江 및 漢江流域에서의 洪水時의 時雨量 및 時流量資料를 사용하여 河川流出의 實時間豫測을 하였으며 여기에 사용된 資料는 表 2와 같다[44,45]. 이들 資料中 平均降雨量의 算定은 錦江流域에서는 Thiessen 法, 漢江流域은 算術平均法을 이용하였다.

또한 流出豫測의 時間間隔을 크게 하였을 경우에 本 模型의 適用可能性을 分析하기 위하여 公州地點의 資料로 流出을 豫測하고 그 結果를 제시하였다.

上記한 각 지점에서의 降雨 및 流出量資料로

表 2. 流出豫測에 使用된 洪水

地點名	流域面積 (km²)	上昇部起點流量 (m³/sec)	尖頭流量 (m³/sec)	洪水量範圍*	時間間隔 (m)	總發生時間 (hrs)
公州 (1)	7,125.8	1,500	4,950	3,450	2	86
公州 (2)	7,125.8	75	3,220	3,145	2	162
公州 (3)	7,125.8	200	3,000	2,800	2	130
沃川 (1)	2,942.6	640	3,180	2,540	2	64
沃川 (2)	2,942.6	500	2,900	2,400	2	50
忠州 (1)	6,700.0	968	9,021	8,053	1	93
忠州 (2)	6,700.0	272	2,887	2,615	1	114
人道橋 (1)	24,980.0	1,178	13,218	12,040	1	93
人道橋 (2)	24,980.0	699	14,676	13,977	1	114

* 表에서 洪水量 範圍(ΔQ)=尖頭流量−上昇部起點流量임.

表 3. 河川流量의 豫測結果

(單位 = m³/sec)

Kalman filter에 의한 豫測								Self-tuning 豫測子에 의한 豫測							
模型構成		公州 (1)		公州 (2)		公州 (3)		模型構成		公州 (1)		公州 (2)		公州 (3)	
次數	r, s	se	$se/\Delta Q$ (%)	se	$se/\Delta Q$ (%)	se	$se/\Delta Q$ (%)	次數	n, m, l	se	$se/\Delta Q$ (%)	se	$se/\Delta Q$ (%)	se	$se/\Delta Q$ (%)
2	1, 1	272.2	7.8	72.8	2.3	149.7	5.3	3	1, 1, 1	478.0	13.8	105.8	3.3	190.7	6.8
3	1, 2	308.5	8.9	71.4	2.2	440.7	15.7	4	1, 1, 2	723.6	20.9	128.4	4.0	192.2	6.8
4	1, 3	319.6	9.2	74.2	2.3	442.8	15.8	5	1, 1, 3	1,452.0	42.0	128.7	4.0	205.4	7.3
5	1, 4	272.4	7.9	78.9	2.5	443.4	15.8	4	1, 2, 1	774.6	22.4	106.9	3.3	109.3	3.9
6	1, 5	303.6	8.8	73.4	2.3	444.6	15.8	5	1, 2, 2	900.5	26.1	127.0	4.0	111.2	3.9
3	2, 1	288.0	8.3	79.5	2.5	170.8	6.1	6	1, 2, 3	1,190.0	34.4	127.7	4.0	105.7	3.7
4	2, 2	320.7	9.2	82.5	2.6	405.1	14.4	5	1, 3, 1	432.8	12.5	109.1	3.4	155.6	5.5
5	2, 3	387.0	11.2	85.3	2.7	407.2	14.5	6	1, 3, 2	573.8	16.6	117.1	3.7	156.9	5.6
6	2, 4	331.9	9.6	84.2	2.6	408.2	14.5	7	1, 3, 3	614.2	17.8	120.2	3.8	161.6	5.7
7	2, 5	347.6	10.0	80.0	2.5	409.7	14.6	4	2, 1, 1	837.0	24.2	111.7	3.5	187.0	6.6
4	3, 1	294.9	8.5	83.0	2.6	178.4	6.3	5	2, 1, 2	663.7	19.2	122.1	3.8	180.2	6.4
5	3, 2	331.9	9.6	91.9	2.9	368.5	13.1	6	2, 1, 3	1,722.7	49.9	129.8	4.1	197.2	7.0
6	3, 3	413.3	11.9	76.2	2.4	370.4	13.2	5	2, 2, 1	915.4	26.5	107.4	3.4	92.6	3.3
7	3, 4	357.5	10.8	73.1	2.3	372.2	13.2	6	2, 2, 2	1,048.3	30.3	119.5	3.7	93.2	3.3
8	3, 5	394.6	11.4	85.4	2.7	373.8	13.3	7	2, 2, 3	927.3	26.8	134.3	4.2	95.1	3.3
5	4, 1	304.8	8.8	83.8	2.6	184.2	6.5	6	2, 3, 1	704.8	20.4	117.7	3.7	158.6	5.6
6	4, 2	341.7	9.9	96.9	3.0	340.8	12.1	7	2, 3, 2	459.8	13.2	123.8	3.9	154.0	5.5
7	4, 3	427.5	12.3	83.1	2.6	342.3	12.2	8	2, 3, 3	588.8	17.0	129.7	4.1	160.3	5.7
8	4, 4	399.3	11.5	79.1	2.5	344.6	12.3	5	3, 1, 1	1,556.3	45.1	114.7	3.6	192.9	6.8
9	4, 5	424.1	12.2	70.4	2.2	346.2	12.3	6	3, 1, 2	1,271.2	36.8	145.9	4.6	193.6	6.9
6	5, 1	311.7	9.0	84.9	2.6	187.6	6.7	7	3, 1, 3	2,196.4	63.6	140.1	4.4	195.8	6.9
7	5, 2	349.4	10.1	101.5	3.2	318.2	11.3	6	3, 2, 1	956.2	27.7	116.3	3.6	184.6	6.5
8	5, 3	437.9	12.6	88.9	2.8	319.3	11.4	7	3, 2, 2	908.3	26.3	144.4	4.5	188.3	6.7
9	5, 4	417.8	12.1	83.7	2.6	322.1	11.5	8	3, 2, 3	1,264.5	36.6	146.6	4.6	188.4	6.7
10	5, 5	448.2	12.9	75.0	2.3	323.7	11.5	7	3, 3, 1	793.8	23	124.4	3.9	168.6	6.0
								8	3, 3, 2	478.0	13.8	146.8	4.6	159.7	5.7
								9	3, 3, 3	515.5	14.9	141.3	4.4	162.5	5.8

表에서 se=標準概算誤差, ΔQ=洪水量의 範圍

서 두 豫測模型에 의하여 河川流出을 豫測하였다. 豫測模型의 構成成分인 狀態벡터의 適正次數를 얻기 위하여 豫測流量과 觀測流量間의 標準概算誤差를 模型의 狀態벡터 構成別로 算出하여 그 結果를 比較分析 하였다. 表 3은 錦江流域 公州地點의 경우이다. 表 3에서 r, s는 狀態벡터 $x(t)$의 構成을 표시하는 것으로 r은 流出, s는 降雨量에 關聯되는 벡터要素를 가리킨다. 또한 n, m, l은 狀態벡터 $\theta(t)$의 構成을 표시하며 n은 流出, m은 降雨, 그리고 l은 豫測誤差에 關聯된 요소를 가르킨다.

豫測模型의 검정은 模型構成에 따른 豫測流量의 標準概算誤差(se)와 洪水量의 크기(ΔQ)와의 比 $se/\Delta Q$를 基準으로 하였다. 두 模型의 경우 狀態벡터의 次數의 範圍를 2~6으로 취할 경우 豫測結果가 良好하게 나타났다. 또한 模型의 狀態벡터의 次數를 크게 취한 것이 작은 경우보다 豫測結果가 더 좋다고 判斷되지 않는다. 그리고 模型構成別 豫測結果에서 보면 Kalman filter의 경우 r이 일정할 때 s가 커지거나, s가 일정할 때 r이 커지면 豫測流量의 精度가 떨어지고 $s=1$인 경우는 s가 그 이상인 경우보다 비교적 豫測結果가 良好하다. 한편 自己共振 豫測子의 경우 n, m 및 l이 각각 2보다 작고 m이 l보다 크거나 같을 때 豫測結果가 比較的 良好한 것도 알 수 있었다. 이상과 같은 豫測模型의 特性을 고려하여 各地點의 資料로서 電算處理하여 流出豫測된 結果를 圖示한 것은 그림 7~11과 같으며 公州以外의 地點의 경우 標準概算誤差는 表 4와 같다.

上記한 各 地點에서의 降雨 및 流出資料로서 두 豫測模型에 의하여 河川流出을 豫測한 結果를 分析하고 綜合하여 다음과 같은 事項들을 알 수 있었다.

表 4. 各地點에서의 流出豫測結果

(單位=m^3/sec)

地點名	Kalman filter의 경우			自己共振豫測子의 경우		
	r, s	se	$se/\Delta Q$ (%)	n, m, l	se	$se/\Delta Q$ (%)
沃 川 (1)	1, 3	117.6	4.6	1, 1, 1	204.3	8.0
沃 川 (2)	1, 1	142.8	5.9	2, 2, 1	171.1	7.1
人道橋 (1)	1, 1	235.9	1.9	1, 1, 1	164.4	1.3
人道橋 (2)	1, 1	157.3	1.1	1, 1, 1	210.9	1.5
忠 州 (1)	1, 1	565.9	7.0	1, 1, 1	625.0	7.7
忠 州 (2)	1, 1	151.5	5.7	1, 1, 1	118.0	4.5

1) 여기에서 使用한 두 豫測模型은 河川流域에서의 洪水調節 및 水資源 管理에 必要하게 되는 on-line 實時間 流出豫測에 使用 可能함을 알았다.

2) Kalman filter 알고리즘에 의한 豫測模型을 流出豫測에 使用하는 境遇가 自己共振 豫測子를 使用하는 것보다 豫測結果가 더 良好하며 電算處理時間도 짧다.

3) 狀態벡터 模型에서 벡터의 次數는 豫測結果에 큰 영향을 주지 않는 것 같으며 河川流出豫測에서는 낮은 次數로도 좋은 結果가 얻어짐을 알 수 있었다.

4) 流出事象에서 重要한 尖頭流量의 豫測値는 두 模型의 境遇 모두 實測値보다 크게 나타났으며 Kalman filter의 境遇가 더 實測値에 近接하였다.

5) 두 模型의 境遇가 모두 河川流量이 尖頭流量으로부터 減少할 때(水文曲線의 下降部) 實測値와 잘 一致하게 豫測되었다. 이는 模型의 狀態벡터가 降雨가 없어서 以前의 觀測流量이나 豫測流量에 따라서만 變化되므로 降雨에 의한 水文應答(hydrologic response)이 일어나지 않기 때문인 것으로 判斷된다.

6) 河川流出豫測에서 河川水位가 上昇하는 境遇(水文曲線의 上昇部)에는 豫測初期를 除外하고는 比較的 實測値와 잘 一致한다. 豫測初期의 이러한 現象은 이 豫測理論이 豫測時 各 變數들의 初期値를 假定하도록 되어 있는 結果라고 볼 수 있다. 따라서 河川流出 豫測時 假定條件의 設定方法이 더욱 究明되어야 한다고 본다.

7) 여기서 論한 豫測模型은 그림 11에서 보는 바와 같이 豫測時間長徑을 크게 하여 河川流出을 豫測할 수 있으므로 洪水時의 洪水量 豫測에 有用하게 利用될 수 있다.

8) 狀態벡터 模型은 河川流出의 實時間 豫測에 適用할 경우 流域內의 降雨-流出關係를 나타내는 狀態벡터가 時間에 따라 變하므로 그 流域을 代表할 수 있는 特性을 이 模型으로부터 抽出할 수 없는 點이 취약점이 될 수 있다. 그러

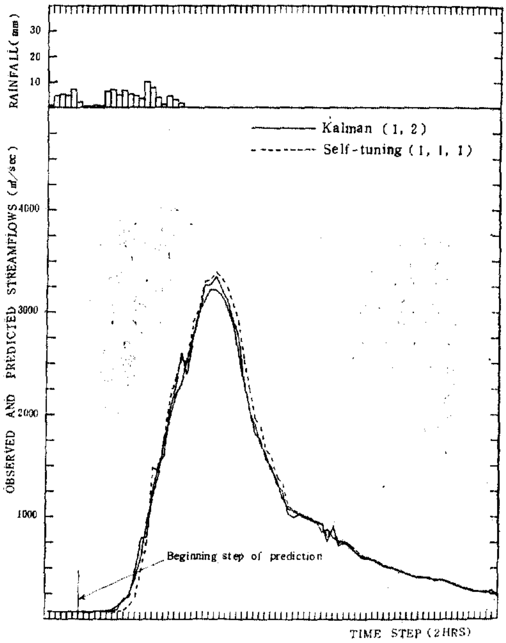

그림 7. Observed and predicted streamflows with the state-vector models: Gongju-station (2) Gum-river basin.

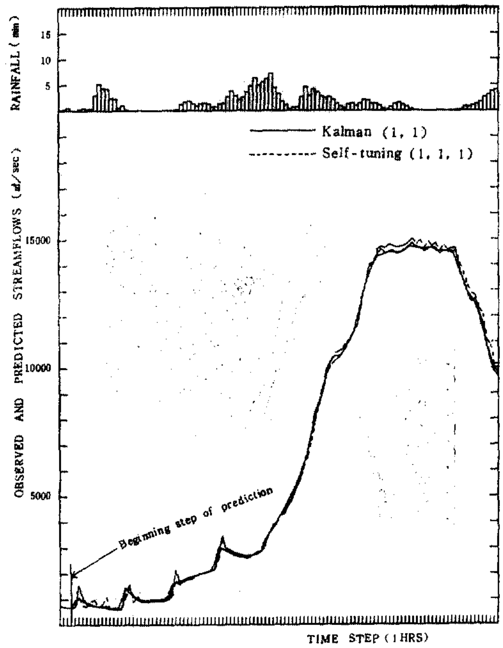

그림 9. Observed and predicted streamflows with the state-vector models: Indogyo-station(2) Han-river basin.

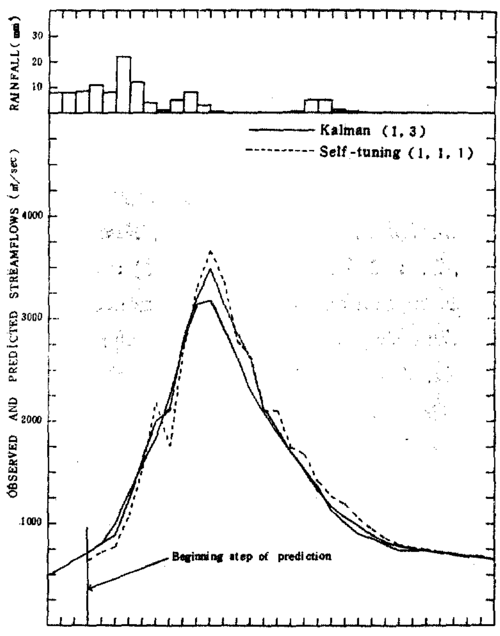

그림 8. Observed and predicted streamflows with the state-vector models: Ogchon-station(1) Gum-river basin.

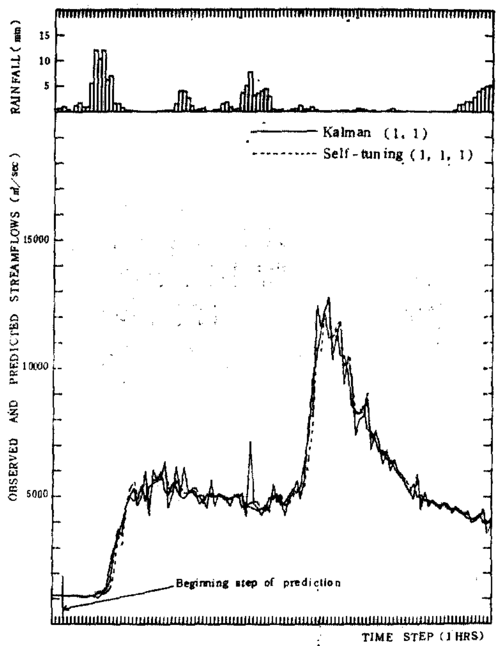

그림 10. Observed and predicted streamflows with the state-vector models: Chungju-station(2) Han-river basin.

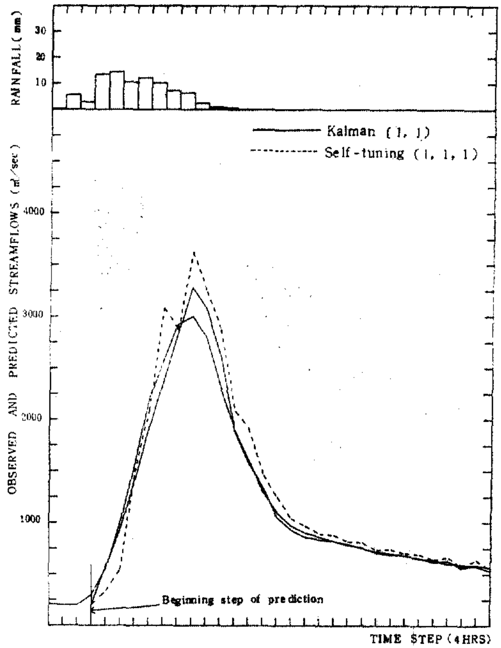

그림 11. Observed and predicted streamflows with the state-vector models: Gongju-station(3) Gum-river basin.

나 이 豫測模型에서 狀態系 및 計測系의 豫測方程式을 非線型으로 構成하면 流域特性因子들을 抽出할 수 있으리라고 생각되며 계속되는 硏究課題로 볼 수 있다.

5. 結 論

洪水量과 같이 큰 短期流量(short-term discharge)인 時流量 時系列에 대한 實時間 豫測은 어려운 問題이나 制御系에서의 豫測理論인 Kalman filter 및 自己共振豫測子(self-turning predictor)의 豫測過程을 把握하고 降雨-流出過程에 適用될 수 있도록 豫測알고리즘을 展開하여 錦江 및 漢江流域의 몇 개 地點의 實測資料를 適用시킨 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 狀態벡터 模型으로 시스템의 狀態를 豫測하는 Kalman filter 및 自己共振豫測子는 시스템模型의 媒介變數가 時變性이 크며 未知量일 경우, 특히 水文系와 마찬가지로 入出力資料가 雜音이 있는(noisy) 경우에 잘맞는 水文系의 實時間 豫測模型임을 알 수 있었다.

2) 河川流出을 豫測할 境遇 Kalman filter에 의한 豫測模型이 自己共振豫測子에 의한 것보다 그 結果가 良好하게 나타난다.

3) 豫測模型의 狀態벡터의 次數의 크기는 豫測正確度와 큰 關聯이 없는 것을 알았으며, 豫測模型의 이러한 性質은 次數가 낮은 ARMA過程으로서도 降雨-流出過程을 시스템 等定할 수 있다는 것을 알 수 있었다.

4) 여기에서 開發된 豫測模型은 降雨와 土壤水分間의 饋還要素가 狀態벡터內에 나타나므로 洪水時 뿐만 아니라 洪水時 以外의 河川流出의 繼續的인 實時間 流出 豫測에 適用할 수 있다.

參 考 文 獻

1. Dawdy, D.R. (1969) : Mathematical modeling in hydrology, *The Progress of Hydrology*, Proceedings of 1st International Seminar for Hydrology Professors, Vol. 1, pp. 346~361.
2. Kisiel, C.C. (1969) : Mathematical methodology in hydrology, *The Progress of Hydrology*, Proceedings of 1st International Seminar for Hydrology Professors, Vol. 1, pp. 362~399.
3. 建設部 漢江洪水 統制所(1979) : 漢江洪水 豫警報, 建設部
4. Raudkivi, A.J. (1979) : *Hydrology; An Advanced Introduction to Hydrological Processes and Modeling*, Pergamon Press.
5. Melsa, J.L. and D.L. Cohn(1978) : *Decision and Estimation Theory*, McGraw-Hill, New York.
6. Tse, E. and H.L. Weinert (1975) : Structure determination and parameter identification for multivariable stochastic linear system, *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol. AC-20, No. 5, pp. 603~613.
7. Isermann, R. (1975) : Modeling and identification of dynamic processes, *Computer Simulation of Water Resources System*, Proceedings of 1st IFIP Working Conference on Modeling and Simulation of Water Resources Systems, North-Holland, pp. 7~37.
8. Wood, E.F. and A. Szöllösi-Nagy (1980) : *Real-Time Forecasting/Control of Water Resources Systems*, IIASA Proceedings Series, Vol. 8, pp.

37～39.

9. Kuo, B.C. (1978) : *Automatic Control*, 3rd ed McGraw-Hill.

10. Wood, E.F. and A. Szöllösi-Nagy (1978) : An adaptive algorithm for analyzing short-term structural and parameter changes in hydrologic prediction models, *Water Resources Research*, Vol. 14, No. 4, pp. 577～581.

11. Akaike, H.(1974) : Stochastic theory of minimal realizations, *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol. 19, No. 6, pp. 667～674.

12. Mehra, R.K. (1980) : A survey of time series modeling and forecasting methodology, *Real Time Forecasting/Control of Water Resources Systems*, IIASA Proceedings Series, Vol. 8, pp. 7～33.

13. Szöllösi-Nagy, A. (1976) : Introductory remarks on the state space modeling of water resources systems, RM 76-073, International Institute for Applied System Analysis, Laxenburg, Austria, Sept.

14. Jazwinski A.H. (1970) : *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press, pp. 74～81.

15. Bozic, S.M. (1979) : *Ditigal and Kalman Filtering*, Edward Arnold, London.

16. Ripple, W.(1883) : The capacity of storage reservoirs for water supply, *Proceedings of Institute of Civil Eng.*, Vol. 71, pp. 270～278.

17. Hazen, A. (1914) : Storage to be provided in impounding reservors for municipal water supply, *Trans. ASCE*, Vol. 91, pp. 622～704.

18. Sudler, C.E. (1927) : Storage required for the regulation of streamflow, *Trans. ASCE*, Vol. 91, pp. 622～704.

19. Thomas, H.A. and M.B. Fiering (1962) : Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basin by simulation, *Design of Water Resources systems*, Harvard Univ. Press, pp. 459～493.

20. Eagleson, P.S., R. Mejia and F. March(1966) : The computation of optimum realizable unit hydrographs, *Water Resources Research*, Vol. 2, No. 4, pp. 755～764.

21. Wiener, N. (1958) : *Nonlinear Problems in Random Theory*, MIT Press, Cambridge.

22. Amorocho, I. (1967) : The non-linear prediction problems in the study of the runoff cycle, *Water Resources Research*, Vol. 3, No.3.

23. Hino, M. (1970) : Runoff forecasts by linear predictive filter, *Proc. ASCE, Journal of Hydraulic Division*, Vol. 96, No. HY 3, pp. 681～701.

24. Hino, M. (1973) : On-line prediction of a hydrologic systems, *Presented at XV Congress of IAHR*, Istanbul Sept.

25. Kalman, R.E. (1960) : A new approach to linear filtering and prediction problems, *Trans. ASME, Journal of Basic Eng.*, Vol. 82, pp. 35～45.

26. Kalman, R.E. and R.S. Bucy (1961) : New results in linear filtering and prediction theory, *Trans ASME, Journal of Basic Eng.*, Vol. 83, pp. 95～107.

27. Duong, N., Winn C.B. and G.R. Johnson(1975) : Modern control concepts in hydrology, *IEEE Trans., System, Science, Cybernetics*, Vol.6, No. 4, pp. 322～329.

28. Prasad, R. (1967) : A nonliner system response model, *Proc. ASCE, Journal of Hydraulic Division*, Vol. 93, No. HY4, pp. 201～221.

29. Todini, E. and D. Bouillot (1975) : A rainfall-runoff Kalman filter model, *System Simulation in Water Resources*, edited by G.C. Vansteenkiste, North-Holland, pp. 69～82.

30. 尹泰勲(1981)洪水豫報模型，韓國水文學會誌，14卷 2號 pp. 4～13.

31. 南宣佑(1981)：非線型解析에 依한 河川流出豫測에 關한 硏究，博士學位請求論文.

32. 建設部 漢江洪水統制所(1980)：漢江洪水豫測警報，流出 및 常數分析報告書，建設部.

33. Jacoby, S.L.S. (1966) : A mathematical model for nonlinear hy drologic systems, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 71, No.20, pp. 4811～4824.

34. Hino, M. (1970) : Runoff forecasting by variable transformation, *Proc. ASCE, Journal of Hydr. Div.*, Vol., 96, No. HY4, pp. 871～878.

35. 尹泰勳(1970)：解析的 解法에 의한 흐름의 豫測，韓國水文學會誌 8卷 2號.

36. Singh, M.G. and A. Titli(1978) : *Systems: Decomposition, Optimization, and Control*, Pergam-

an Press, p. 495.

37. Sage, A.P. and J.L. Melsa (1971) : *Estimation Theory with Application to Communication and Control*, McGraw-Hill.

38. Wittenmark, B. (1974) A self-tuning predictor, *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol. 19, No. 16.

39. Aström, K.J. and B. Wittenmark (1973) : On self-tuning regulator, *Automatica*, Vol. 9, pp. 185~199.

40. Ganendra, T. (1980) : A self-tuning predictor applied to river flow forecasting, *Real-Time Forecasting/Control of Water Resources Systems*, edited by E.F. Wood, Pergamon Press, pp. 139 ~149.

41. Aström, K.J. (1970) : *Introduction to Stochastic Control Theory*, Academic Press, New York.

42. Clarke, R.T. (1973) : *Mathematical Models in hydrology*, Irrigation and Drainage Paper No. 19, FAO.

43. Box, G.E.P. and G.M. Jenkins (1970) : *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holdenday, San Francisco.

44. 鮮于仲皓, 朴成宇, 尹龍男(1974) : 洪水量 推定을 爲한 合成單位流量圖誘導의 硏究調査, "硏究調査報告書", 建設部

45. 尹龍男, 鮮于仲皓(1975) : 流域特性과 流出特性間의 相關關係 解析에 依한 單位流量圖의 合成, 韓國水文學會誌 8卷 1號.

(接受 1982. 7. 31.)