

# 散고래 溫突煙道內的 流動分布에 關한 數值解析

閔 滿 基\* · 李 升 雨\*\*

Numerical Analysis on the Flow Distribution in  
Ondol Flue Channel

Man-Ki Min\* and Seung Woo Lee\*\*

## ABSTRACTS

Two-dimensional jet flows into a couple of confined rectangular enclosures such as an Ondol flue channel and their flow distributions were analyzed by numerical graphics; rectangular space in one enclosure is vacated and the other has 8 rectangular small posts. Both enclosures have a protruded inlet nozzle and an outlet on its center line. Steady state incompressible laminar viscous flow was assumed.

The primitive forms of Navier-Stokes equations and continuity equation in a cartesian coordinate system were solved numerically by the Marker and Cell method for Reynolds numbers of 5, 10, 20, 30 and 40.

From the numerical graphics it was found that the flow regions in both enclosures were divided into two parts; one part was the jet flow localized in a narrow center region of the enclosure and the other part was the very slow recirculating flow occupying the rest of the flow region in the enclosures. However there were a little differences in the shapes of jet flow in both enclosures for Reynolds numbers of 5 and 10 and also in the shapes of recirculating flows in both enclosures for all Reynolds number. Also it was found that waving flow appeared right before the outlet at Reynolds number of 20 and more.

---

\* 正會員, 高麗大學校 工科學 機械工學科

\*\* 高麗大學校 大學院 機械工學科

記號說明

- $b$  : 노즐幅의  $\frac{1}{2}$
- $M$  : X方向의 格子數
- $N$  : Y方向의 格子數
- $p$  : 壓力
- $P$  : 無次元 壓力
- $Re$  : Reynold's number
- $t$  : 時間
- $T$  : 無次元 時間
- $u$  : X方向의 速度
- $U$  : X方向의 無次元速度
- $v$  : Y方向의 速度
- $V$  : Y方向의 無次元速度
- $x$  : 水平方向 座標
- $X$  : 無次元 水平方向 座標
- $XL$  : 計算領域의 가로길이
- $y$  : 垂直方向의 座標
- $Y$  : 無次元 垂直方向의 座標
- $YH$  : 計算領域의 세로길이
- $\Delta t$  : 時間間隔
- $\Delta T$  : 無次元 時間間隔
- $\Delta X$  : X方向의 格子길이
- $\Delta Y$  : Y方向의 格子길이
- $\nu$  : 動粘性 係數
- $\rho$  : 密度
- $\eta$  : 새로운 time step에서의 垂直方向速度 計算時에 式을 간단히 表示하는데 사용되는 文字
- $\xi$  : 새로운 time step에서의 水平方向速度 計算時에 式을 간단히 表示하는데 사용되는 文字
- 上 記 添 字
- " :  $n$ 番째의 時間을 나타내는 添字
- 下 記 添 字
- $i, j$  : 格子의 中心 및 境界에 있는 格子點을 나타내는  $X, Y$  方向의 指數
- $\circ$  : 入口의 流體狀態

I. 序 論

70年代의 高度의 經濟成長과 生活水準의 向上은 우리나라의 住宅暖房方式에 많은 變化를 가져왔으나 아직도 再來式 溫突暖房方式을 사용하는 家口가 44%<sup>1)</sup>에 이르고 있어 暖房方式에서 가장 큰 比重을 차지하고 있으며 1968年 以來 溫突의 改良에 對한 研究가 꾸준히 進行되고 있다.

여기에서는 燃燒가스가 誘導管으로부터 流入되어 溫突고래內에서 流動한 後 굴뚝入口로 빠져나가는 溫突고래의 構造를 入口노즐, 出口노즐 그리고 溫突고래內의 支柱에 해당하는 四角形기둥이 있는 2次元의 制限空間으로 單純化하여, 等溫의 非壓縮性, 粘性 流體로 가정하여 流動을 數值的으로 解析한다.

誘導管幅의 절반을 特性길이로 한 레이놀즈數 5~40範圍의 層流에 對하여 Marker and Cell (MAC method)法에 依하여 數值的으로 非定常解를 거쳐서 定常解를 求하고 標識粒子 (marker particle)가 그리는 經路線에 依하여 流動現象을 觀察하고 이것을 支柱가 없는 境遇와 比較하여 高래平面內의 流動分布를 解析하였다.

II. 層流모델 및 基本方程式

本 論文의 數值實驗모델은 Fig. 1과 같이 四角形의 空間으로서 流體가 流入口로부터 噴流形態로 流入되고 반대편 出口로 流出되는 制限된 空間內의 噴流流動 모델이다. 이같이 流入된 噴流로 因하여 制限空間內에 再循環流動이 發生하게 되는데, 制限空間內에 四角기둥이 存在하는 境遇에는 기둥의 位置및 갯수에 따라 그 流動形態가 左右된다. 本論文에서 는 空間內에 가로세로비가  $\frac{1}{2}$ 인 기둥이 그림 (1)의 A와 같이 配置되어 있는 境遇와 空

間內에 기둥이 없는 境遇의 模型을 對象으로 하였다.

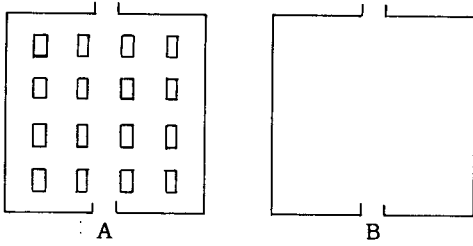


Fig. 1 Flow models.

流動空間은 가로세로비가 거의 1에 가까운  $\frac{24}{23}$ 로서 正方形으로 取하였고 入口노즐과 出口노즐의 幅은 同一하며 기둥의 세로길이와 같게 하였다. 이러한 制限空間內的 流動은 左右가 對稱이 되므로 右側 절반에 對해서만 計算한다. 그 計算領域은 Fig. 2와 같다.

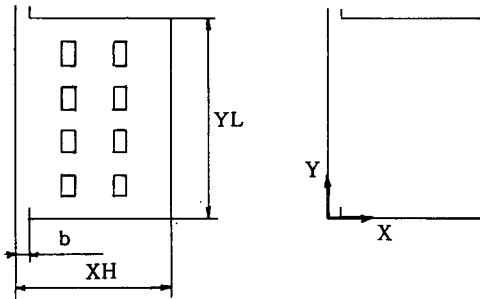


Fig. 2 Two dimensional domains for calculation.

以上과 같은 2次元 空間內的 非壓縮性, 粘性流動을 支配하는 連續方程式 및 運動方程式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \dots\dots (3)$$

(1), (2) 및 (3)式을 無次元化 시키기 爲하여 다음과 같이 定義된 無次元變數들을 使用한다.

$$U = \frac{u}{v_0}$$

$$V = \frac{v}{v_0}$$

$$X = \frac{x}{b}$$

$$Y = \frac{y}{b}$$

$$T = \frac{v_0}{b} \times t$$

$$P = \frac{p}{\rho_0 v_0^2}$$

$$R_e = \frac{v_0 \times b}{\nu}$$

여기서  $b$ 는 노즐幅의 折半이고  $v_0$ 는 流入노즐에서의 流體의 速度이다. 以上과 같은 無次元變數를 使用하여 基本方程式을 無次元化하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{R_e} \nabla^2 U \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial T} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{R_e} \nabla^2 V \dots\dots\dots (6)$$

### III. 數值解析

#### III.1 有限差分方程式

MAC Method에서 使用되는 格子의 構造는 Fig. 3과 같다. 壓力은 格子의 中心에서 定義되고  $X$ 方向速度  $U$ 는 格子의 左右境界에서 定義되며,  $Y$ 方向速度는 格子의 上下境界

에서 定義된다.

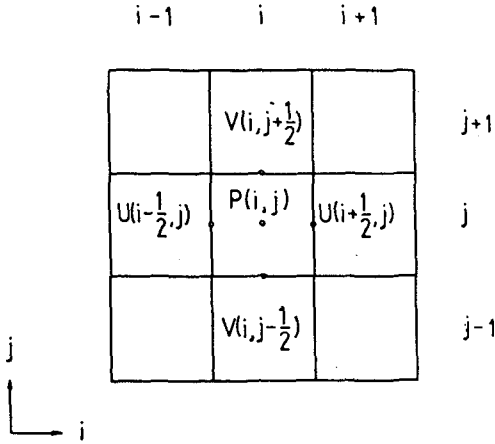


Fig.3 MAC cell structure.

有限差分法으로 解를 求하기 위해 FTCS<sup>8)</sup> (Forward Time Centered Space) scheme을 適用한다.

(4)式 × U + (5)式, (4)式 × V + (6)式 하면

$$\frac{\partial U}{\partial T} + \frac{\partial U^2}{\partial X} + \frac{\partial UV}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \nabla^2 U \dots (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial T} + \frac{\partial UV}{\partial X} + \frac{\partial V^2}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 V \dots (8)$$

이 式들을 差分化 한 뒤  $U^{n+1}$ ,  $V^{n+1}$  을 각  $(i + \frac{1}{2}, j)$ ,  $(i, j + \frac{1}{2})$  點에 對해 展開 하면

$$U_{i+\frac{1}{2}, j}^{n+1} = \xi_{i+\frac{1}{2}, j}^n - \frac{\Delta T}{\Delta X} (P_{i+1, j}^n - P_{i, j}^n) \dots (9)$$

$$V_{i, j+\frac{1}{2}}^{n+1} = \eta_{i, j+\frac{1}{2}}^n - \frac{\Delta T}{\Delta Y} (P_{i, j+1}^n - P_{i, j}^n) \dots (10)$$

여기서 上記添字  $n$  은 임의의 time-step 이고  $n+1$  은 그로부터  $\Delta T$  後의 time-step 이다. 한편 7 式에서  $\xi_{i+\frac{1}{2}, j}^n$  와  $\eta_{i, j+\frac{1}{2}}^n$  은 (9), (10) 式中에서  $U$  및  $V$  로 表現되는 加速度項

과 粘性項만을 따로 整理한 것이다.

한편  $U_{i-\frac{1}{2}, j}^{n+1}$ ,  $V_{i, j-\frac{1}{2}}^{n+1}$  에 對해서도 다음과 같이 展開할 수 있다.<sup>9), 17)</sup>

$$U_{i-\frac{1}{2}, j}^{n+1} = \xi_{i-\frac{1}{2}, j}^n - \frac{\Delta T}{\Delta X} (P_{i, j}^n - P_{i-1, j}^n) \dots (11)$$

$$V_{i, j-\frac{1}{2}}^{n+1} = \eta_{i, j-\frac{1}{2}}^n - \frac{\Delta T}{\Delta Y} (P_{i, j}^n - P_{i, j-1}^n) \dots (12)$$

(4) 式을 差分式化 하면

$$\frac{U_{i+\frac{1}{2}, j}^{n+1} - U_{i-\frac{1}{2}, j}^{n+1}}{\Delta X} + \frac{V_{j, j+\frac{1}{2}}^{n+1} - V_{i, j-\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta Y} = 0 \dots (13)$$

以上の (9), (10), (11), (12) 式을 (13) 式에 代入하면 다음과 같은 壓力에 對한 Poisson 方程式을 얻는다.

$$\frac{P_{i+1, j}^n - 2P_{i, j}^n + P_{i-1, j}^n}{(\Delta X)^2} + \frac{P_{i, j+1}^n - 2P_{i, j}^n + P_{i, j-1}^n}{(\Delta Y)^2} = Z_{i, j}^n \dots (14)$$

여기서

$$Z_{i, j}^n = \frac{1}{\Delta T} \frac{\xi_{i+\frac{1}{2}, j}^n - \xi_{i-\frac{1}{2}, j}^n + \eta_{i, j+\frac{1}{2}}^n - \eta_{i, j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta X \Delta Y} \dots (15)$$

Fig. 4 는 計算領域內의 格子網을 表示한 것으로서 格子는 正方形이고, 格子의 左右境界, 上下境界 및 格子中心에 表記된 숫자는 각각  $U_{i+\frac{1}{2}, j}$ ,  $V_{i, j+\frac{1}{2}}$  및  $P_{i, j}$  에서 下記添字의 指數이다. 여기에서 外廓에 있는 格子는 假想



入口노즐 壁에서의 境界條件

C 格子上的 速度 및 壓力를 計算할 때의 境界條件은

$$\begin{aligned} V_{2,3} &= V_0 \\ V_{2,2} &= V_0 \\ P_0 &= P_0 \end{aligned}$$

여기서  $V_0$  와  $P_0$  는 一定한 값으로  $P_0$  는 初期壓力이다.

B 格子上的 速度 및 壓力를 計算할 때의 境界條件은

$$\begin{aligned} V_{2,3} &= -V_{3,3} \\ V_{2,2} &= -V_{3,2} \end{aligned}$$

$$P_0 = P_b - \frac{\Delta X}{R_0} \frac{2 * U_{4,2}}{\Delta X^2} \quad \text{이다. }^{17)}$$

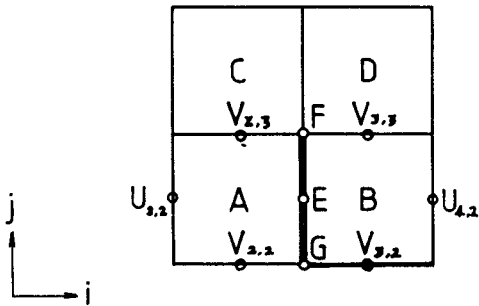


Fig. 8 Field variables near inlet nozzle.

III.3 計算過程 및 計算의 安定性

數值計算은  $M \times N = 12 \times 23$  의 格子網에 對하여 하였고  $n \cdot \Delta T$  時刻의 速度場에서  $(n + 1) \cdot \Delta T$  時刻의 速度場을 計算하는 數值計算過程中<sup>17)</sup> (14) 式의 Poisson 方程式에 對해서는 Liebmann's method<sup>10)</sup>를 適用하여 壓力場의 壓力分布를 얻었다.

또한 計算의 不安定性을 피하기 爲하여 다음과 같은 式을 使用하였다.<sup>8)</sup>

$$\Delta T \leq \frac{1}{\frac{2}{Re} \frac{1}{\Delta X^2} + \frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{|U|}{\Delta X} + \frac{|V|}{\Delta Y}} \quad (16)$$

IV. 結論 및 考察

IV.1 流動分析

Fig. 9, 10, 11, 12 및 13은  $Re$  數 5, 10, 20, 30 및 40 일때 定常狀態에 到達한 後 기둥이 있는 境遇와 없는 境遇에 있어서의 經路線을 Computer Graphics 로 나타낸 것이다.

$Re$  數 5 일 때에는 速度가 낮아서 流入口로 들어온 流體는 擴散하는 傾向을 띄게 되는데, 擴散은 기둥이 있는 境遇에 더 잘 일어나고 있다. 기둥이 없는 境遇에는 下部에 中心을 둔 커다란 再循環流動을 하는 渦流가 發生하며 기둥이 있는 境遇에는 擴散地域이 넓어 入口노즐 옆에 작은 渦流가 發生한다.

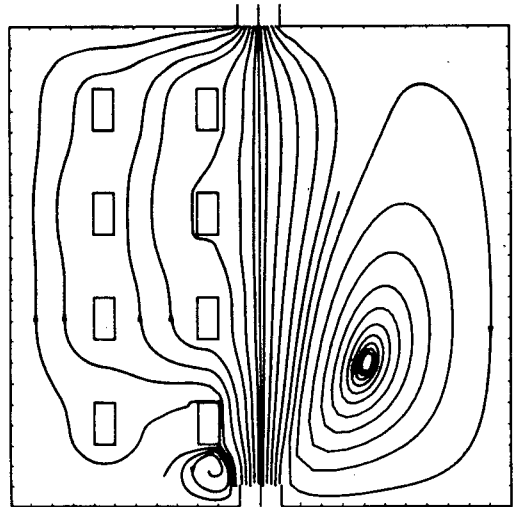


Fig. 9 Configurations of trajectories of markers at  $Re$  5.

$Re$  數 10 이 되면 두 境遇에 있어서 모두 擴散角이 조금씩 작아지면서 渦流는 커지고 그 中心部는 왼쪽으로 약간 이동한다.

$Re$  數 20 에서는 速度의 增加로 因하여 擴散角이 더욱 작아지면서 出口노즐 근처에서 流體進行方向을 中心으로 流線의 波形모양이 나타난다. 기둥이 없는 境遇에 渦流의 中心部는 위로 移動하며 이때 아랫쪽 右側 모서리 근처에서는 또 하나의 작은 渦流가 發生한다.

기둥이 있는 境遇에는 既存의 渦流가 더욱 커지면서 그 안에 다시 작은 두개의 渦流가 發生하는데, 이들은 對稱軸 근처에 있고 入口노즐로부터 가까운 두개의 기둥 뒷쪽에 位置한다.

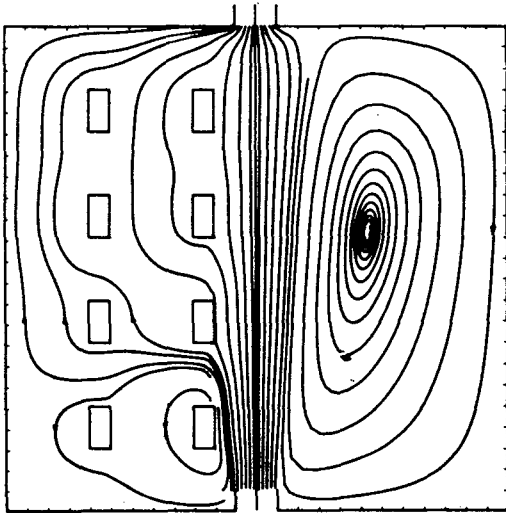


Fig. 10 Configurations of trajectories of markers at  $Re\ 10$ .

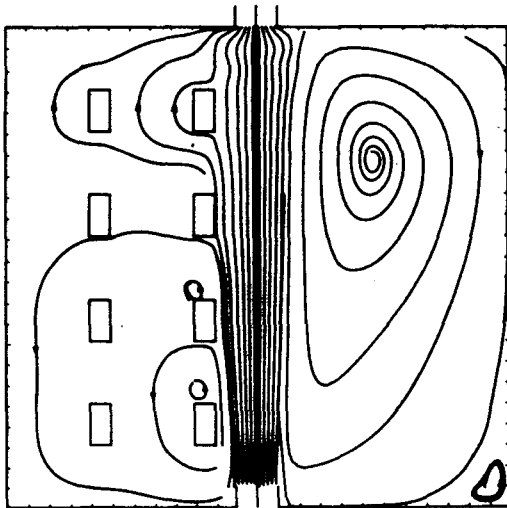


Fig. 11 Configurations of trajectories of markers at  $Re\ 20$ .

速度가 더욱 커져  $Re$  數가 30 이 되면 擴散角은 더욱 작아지고 出口노즐 근처에서의 流線의 波形모양은 더욱 뚜렷해지며 入口로 들

어온 流體는 거의 大部分이 直進하여 끝장 流出口로 빠져 나간다. 기둥이 없는 境遇 작은 渦流는 그전보다 커지고 이에따라 큰 渦流는 모양이 일그러지게 된다. 기둥이 있는 境遇 큰 渦流는 크기가 더욱 커지고 對稱軸 근처의 기둥 뒷쪽에는 모두 작은 渦流가 發生하여 큰 渦流 안에 4個의 작은 渦流가 存在하게 된다.

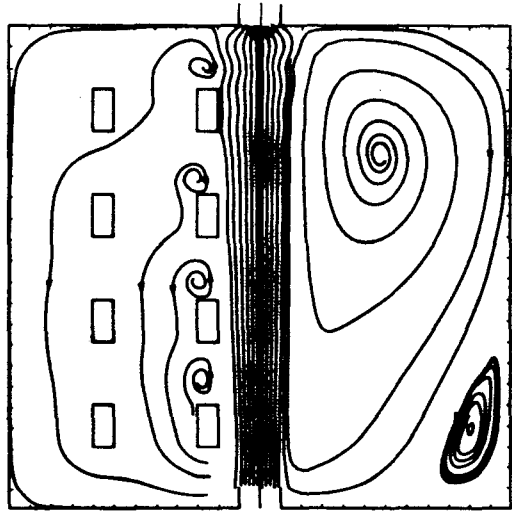


Fig. 12 Configurations of trajectories of markers at  $Re\ 30$ .

$Re$  數가 40 이 되면  $Re$  數 30 일 때에 비해 擴散角이 조금 더 작아지고 流出口 流線의 波

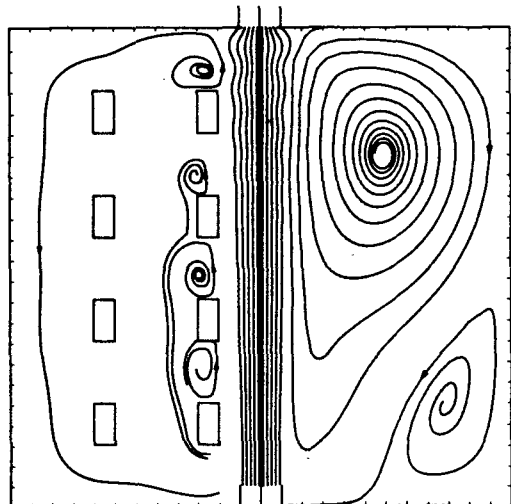


Fig. 13 Configurations of trajectories of markers at  $Re\ 40$ .

形의 振幅이 더 커진다.( Fig. 14 및 15 참조).  
기둥이 없는 境遇에 작은 渦流는 조금 더 커  
지게 되며, 기둥이 있는 境遇에는  $Re$  數 30일  
때와 비슷한 形態를 維持한다.

두 가지 境遇에 모두  $Re$  數가 작을 때 入口  
노즐을 통하여 流入된 噴流는 넓게 퍼졌다가  
出口쪽으로 나가게 되는데,  $Re$  數가 커짐에  
따라 퍼지는 角度는 점점 작아져서  $Re$  數 30  
以後에는 거의 퍼지지 않고 直進한다. 기둥이  
없는 境遇 再循環流動領域에서 아랫쪽에 中心  
을 두고 發生하였던 渦流는  $Re$  數가 增加함에  
따라 위로 移動하고 右側下部에 작은 渦流가  
하나 追加로 發生하는데,  $Re$  數가 30 以上이  
되면 큰 渦流는 더이상 위로 移動하지 않고  
고정된다. 기둥이 없는 境遇  $Re$  數가 增加함  
에 따라 再循環流動領域內的 渦流는 커지고  
對稱軸근처의 기둥 뒤에는 작은 渦流가 發生  
한다.

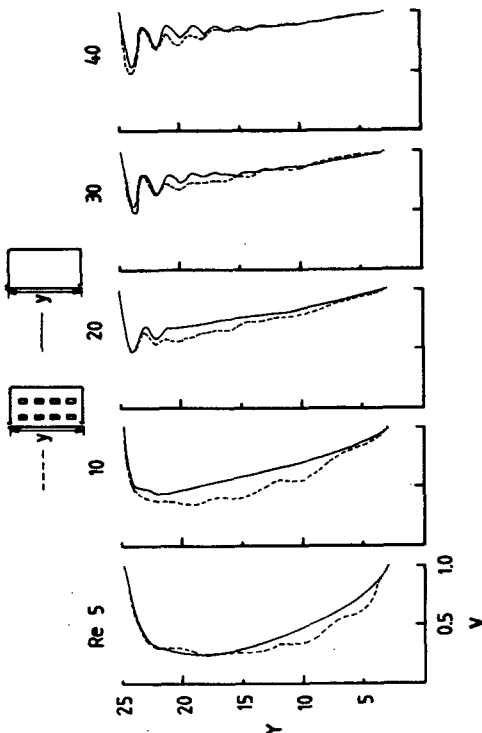


Fig. 14 Dimensionless vertical velocity distribution near center line.

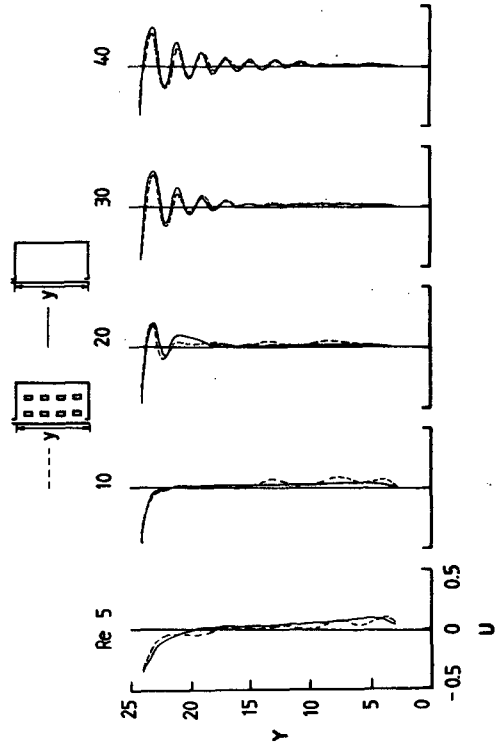


Fig. 15 Dimensionless horizontal velocity distribution near center line.

#### IV.2 速度 및 壓力分布

Fig. 14 와 15 는 定常狀態에 이르고 난 後  
對稱軸 근처에서의  $Y$  方向 및  $X$  方向速度를  
나타낸 것이다. 그림으로 부터 낮은  $Re$  數에  
서의 擴散에서  $Re$  數가 커지면서 速度分布의  
波形特徵이 나타나기까지의 過程 그리고 이  
러한 波形特徵이  $Re$  數가 커질수록 커지는것  
등을 確認할 수 있다.

Fig. 16 과 17 은 각각 기둥이 없는 境遇와  
있는 境遇 橫斷面  $M-N$  上에서의  $Y$  方向速度  
分布를 나타낸 것으로 流量의 대부분이 對稱  
軸쪽으로 偏重되어 있으며 對稱軸부근을 除外  
한 그 밖의 地域 즉 再循環流動領域은 低速流  
動區域임을 알 수 있다. 이와같은 傾向은  $Re$   
數 10, 20 및 30 인 境遇에 있어서도 마찬가지  
인데 여기서는 그림의 복잡성을 피하기 爲  
하여  $Re$  數 5 와 40 인 境遇에 對해서만 나타



내었다.

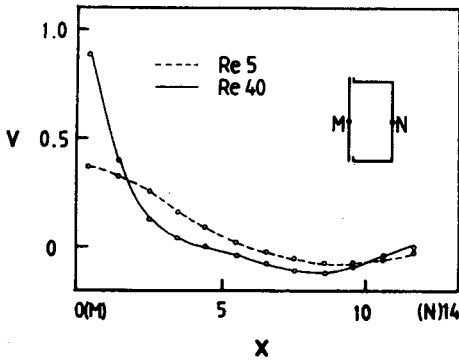


Fig. 16 Dimensionless vertical velocity distribution along M-N.

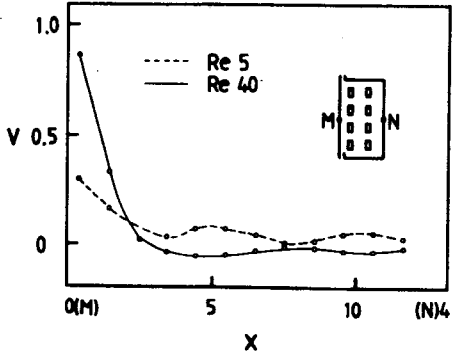


Fig. 17 Dimensionless vertical velocity distribution along M-N.

Fig. 18, 19, 20 및 21은 對稱軸을 除外한 가장자리 세壁에서의 壓力分布를 기둥이 없는 境遇와 있는 境遇를 比較하도록 나타낸 것이다. 윗壁 및 아랫壁에서는  $Re$  數에 관계없이 두 境遇 모두 비슷한 壓力分布를 나타내지만, 오른 쪽의 側壁에서는  $Re$  數가 낮은 5 및 10 일 때에는 두 境遇의 壓力分布가 서로 反對가 됨을 알 수 있다. 이것은 Fig. 9 ~ 13에서  $Re$  數가 20, 30 및 40 일 때에는 두 境遇 모두 再循環流動領域이 發達하여 側壁에서의 流動方向이 같아지나,  $Re$  數가 낮은 5 및 10에서는 기둥이 없을 때에는 再循環流動이 이미 發達하여 있으나 기둥이 있는 境遇에는 擴散으로 말미암아 再循環流動이 거의 없거나 Fig. 9) 아랫쪽에 局所化 ( Fig. 10) 되어 있

는 狀態이기 때문이다.

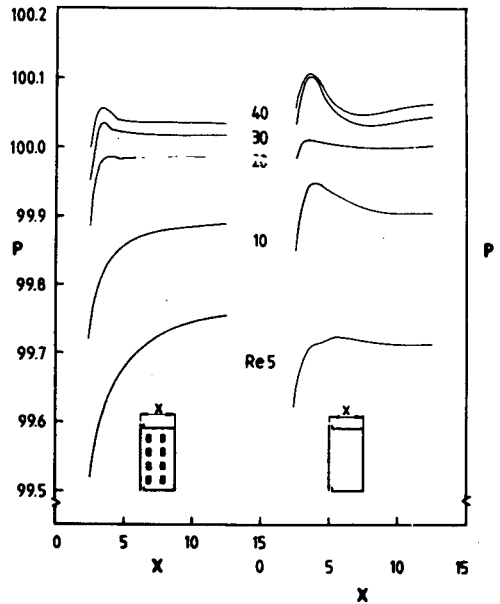


Fig. 18 Dimensionless pressure distribution along upper wall.

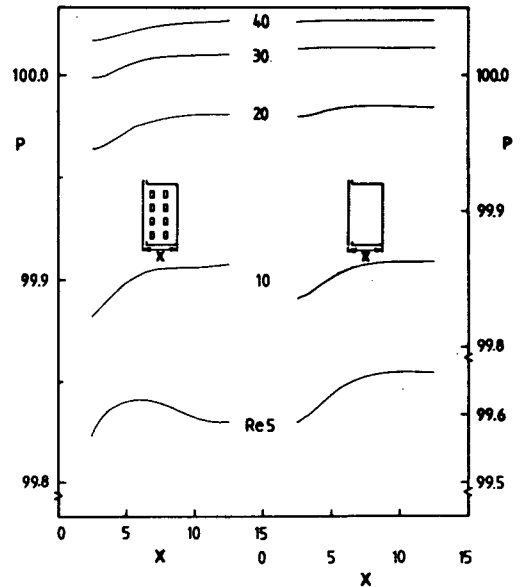


Fig. 19 Dimensionless pressure distribution along lower wall.

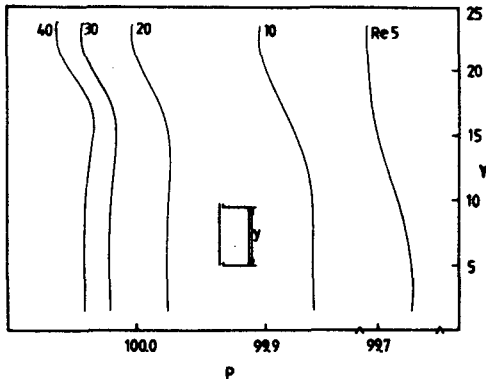


Fig. 20 Dimensionless pressure distribution along right wall.

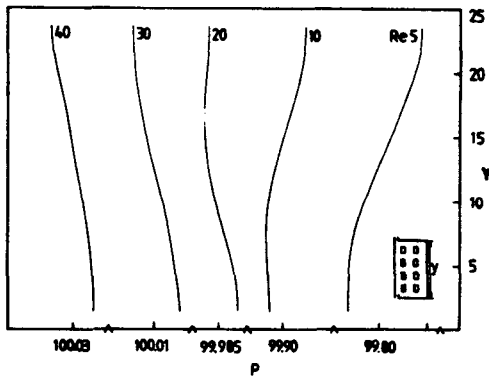


Fig. 21 Dimensionless pressure distribution along right wall.

Fig. 22는 노즐流入口와 流出口사이의 壓力降下를 나타낸 것인데, 기둥이 있는 境遇와 없는 境遇 모두  $Re$  數가 增加함에 따라 壓力降下가 直線的으로 增加하고 있는 것은 기둥의 設置로 因하여 流動의 저항이 增加한 때문이다.

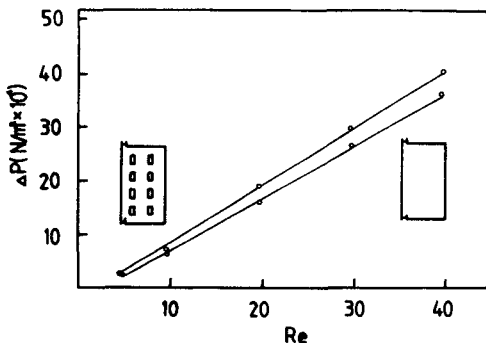


Fig. 22 Variation of pressure drop between inlet and outlet nozzle

Fig. 23은  $Re$  數의 變化에 따른  $DPI^{(11),17)}$  (Distribution Performance Index)의 變化를 表示한 것으로서 기둥이 없는 境遇가 있는 境遇보다 全般的으로  $DPI$ 가 큰데 特히  $Re$  數 10 근처에서 가장 크고, 기둥이 있는 境遇  $Re$  數 20 근처에서 가장 작음을 알 수 있다. 따라서 均一한 流動을 원하는 境遇에는 기둥을 設置하지 않는 편이 더 낫다고 할 수 있다.

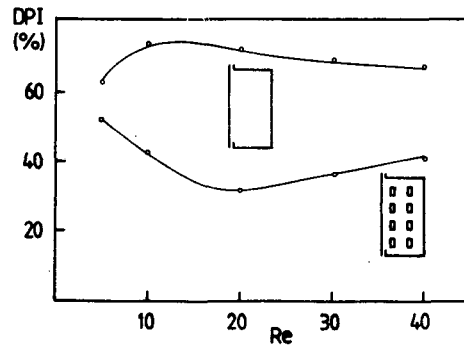


Fig. 23 Variation of DPI with  $Re$ .

## V. 結 論

中央部に 突出된 流入노즐과 流出口가 있는 2次元 制限空間內에 四角기둥이 있는 境遇와 없는 境遇의 非壓縮性 層流流動에 對한 以上の 計算結果로부터 다음의 結論을 얻을 수 있다.

1. 制限空間內的 流動은 中心線 근처의 噴流流動과 그 밖의 地域에서의 再循環流動으로 나누어진다.

2. 낮은  $Re$  數 (5~40)에서  $DPI$ 는 기둥이 있는 境遇보다 없는 境遇가 全般的으로 크다.

3. 이때  $DPI$ 는 기둥이 있는 境遇  $Re$  數 10 근처에서 가장 크고, 기둥이 없는 境遇  $Re$  數 20 근처에서 가장 작다.

4. 出口에서의 壓力降下는 두가지 境遇 共同的으로  $Re$  數가 增加함에 따라 直線的으로

增加하며, 기둥이 있는 境遇가 없는 境遇보다 壓力降下가 더욱 크다.

5. 두 境遇 모두  $Re$  數가 增加함에 따라 定常狀態에 到達하는 時間이 짧아지며, 同一한  $Re$  數에서는 기둥이 있는 境遇가 없는 境遇보다 定常狀態에 더 빨리 到達한다.

參 考 文 獻

1. 韓國動力資源研究所: 에너지 센서스 結果 報告書(1981).
2. 李 寬: 在來式暖房의 Geometry 에 따른 流體力學의 特性研究, E 68-15, 科學技術處(1968).
3. 車宗熙: 在來式暖房의 Geometry 에 따른 熱特性에 關한 研究, Most-R-70-113-P, 科學技術處(1970).
4. 이택식: 溫突의 熱效率 向上에 關한 研究, R-74-50, 科學技術處(1972).
5. 강신형: 住宅暖房의 熱效率 向上에 關한 研究·韓國科學院 碩士學位 論文(1975).
6. 徐利洙: 溫突煙道內 燃燒가스의 流動分布·高麗大學校 大學院 碩士學位 論文(1980).
7. 金字泰: 溫突煙道內 流動分布에 關한 數值解析·高麗大學校 大學院 碩士學位 論文(1982).
8. P. J. Roache: Computational fluid dynamics. Hermosa Publishers (1972).
9. F. H. Harlow & J. E. Welch: Numerical calculation of time dependence viscous incompressible flow of fluid with free surface, Los Alamos Scientific Lab., Univ. of Calif, Los Alamos, New Mexico, (1965).
10. C. F. Gerald: Applied numerical analysis, Addison-Wesley Pub. Co. Inc. (1978)
11. ASHRAE: Handbook - fundamental (1981).
12. Kawaguti, M.: Numerical solution of Navier-Stokes equation for the flow in a two dimensional cavity. J. Phys. Soc. Japan, 16, no. 11, pp. 2307-2315 (1961).
13. Schlichting, H.: Boundary layer theory. 7th ed., McGraw-Hill, New York (1979).
14. David R. Croft & David G. Lilley: Heat transfer calculations using finite difference equations. Applied Science Publishers Ltd. (1977)
15. F. C. Mcquiston & J. D. Parker: Heating, Ventilating and Air-Conditioning. Oklahoma State Univ. (1977).
16. 閔滿基: 直四角形 密閉空間內 自然對流 熱傳達의 數值解析, 高麗大學校 大學院 博士學位 論文(1981).
17. 李升雨: 散고래 溫突煙道內의 流動分布에 關한 數值解析. 高麗大學校 大學院 碩士學位 論文(1983).