

平面上의 高速平行氣流에 의한 液體微粒化 理論

金 光 洙

<大宇重工業(株) 엔진設計課>

1. 序 論

高速氣流에 의한 水表面의 流動은 호수나 강에서 흔히 볼 수 있는 物理的인 現象으로서 氣流의 速度가 증가함에 따라서 水表面에서 液滴이 발생하게 되는 이른바 液體微粒化 現象(atomization)이 일어나게 된다. 이러한 液體의 微粒化는 內燃機關에서의 噴霧燃焼에서 부터 가정에서 습도를 유지하는 加濕器 및 殺蟲劑 噴霧器에 이르기까지 그 應用度가 매우 광범위하며 최근에 이르러 液體微粒化가 流體力學의 한 부분을 차지하는 단계에 까지 이르러 매년 各國에서 微粒化에 대한 심포지움이 개최되고 있으며 研究實績面에서는 美國보다도 오히려 가까운 日本에서 微粒化에 대한 연구가 더 활발히 進行되고 있는 반면 아직 우리나라에서는 이렇다할 연구가 없으며 微粒化에 관한 論文도 불과 한두편에 이르는 實情이다.

이러한 중요한 物理的인 現象에 대해 좀더 자세한 이해를 위해서는 液體와 氣體의 相互接觸面에서의 定量的인 特性에 대한 연구가 필요하며 이러한 定量的인 因子에는 (1)液膜의 平均두께 (2)液膜內의 速度分布, (3)液膜표면의 波高, 波長의 波面構造, (4)氣體中의 速度분포 등이 있다.

2. 波의 形成過程

氣體와 液體가 동시에 흐르는 氣液二相流에서

공기가 液體의 表面을 平行하게 흐를 때 液體의 表面에 抗力(dragforce)이 발생하여 결국에 가서는 液體가 흐르게 되는데 이때에 波의 頂上에서는 氣體의 速度가 크고 波의 底面에서는 速度가 낮으므로 베르누이(Bernouli) 정리⁽¹³⁾에 의하면 波의 頂上에서 壓力은 낮고 波底에서의 壓力은 높아진다. 이러한 壓力과 液體의 位置水頭가 均衡을 이루어 液面은 波面을 形成하게 된다. 만약 兩流體가 粘性이 없는 理想流體라면 그 形狀

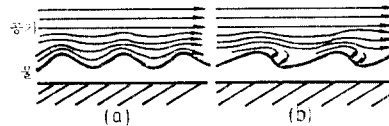


그림 1 空氣流動에 따른 水表面의 變化

은 그림 1(a)와 같이 되고 風速이 커지게 되면 實際의 흐름은 波의 背面에서 氣體가 그림 1(b)와 같이 되므로 波의 背面에서의 壓力 상승은 작게 되고, 波의 前面의 경사는 작지만, 背面의 경사는 큰 波形을 이룬다. 실제의 粘性流體에서는 氣液界面에 剪斷力이 작용하여 波의 발생작용을 강하게 해주며 氣流는 波狀의 境界面을 흐르므로써 應力損失은 크게 된다. 波面의 形狀은 氣流에 의한 靜壓과 剪斷力, 重力 및 波面의 曲率에 의해 생기는 表面張의 平衡에 의해 정해진다.

3. 波의 種類와 特性

液體의 주위를 흐르는 氣體의 영향에 의한 液體의 表面形狀은 다음의 5가지로 분류된다.

3. 1. 平滑面(Smooth Flow)

氣流의 流速이 매우 낮은 경우에는 液體表面에 작용하게 되는 抵抗力이 微小하며 液體自體의 粘度를 이기지 못하며 氣體와 液體사이에서 슬립(slip)현상만 존재하므로 液膜의 표면은 平滑하게 된다.

3. 2. 二次元흐름(Two-Dimensional Flow)

氣體流量의 증가와 더불어 液體表面上에 나타나는 첫 교란(disturbance)은 잔물결류(small ripples waves)이다. 공기의 흐름에 의해 교란된 液膜表面에서 變換點(transition point)은 작은 잔물결이 처음 나타나는 狀態點으로서 정의된다. 波가 처음 나타나게 되는 氣體速度는 液體의 흐름狀態에 좌우된다.

3. 3. 三次元흐름(Three-Dimensional Flow, Squalls)

二次元흐름의 구조는 측정할 수 있는 범위까지 좁지만 空氣流速이 첫 變換點 위로 약간만 증가하면 二次元흐름은 三次元흐름으로 변하게 된다. 이 三次元흐름 또는 스몰(squalls)이라고 하는 것은 液膜流의 표면이 자갈모양의 形態(pebbled structure)를 이루고 있다.

3. 4. 로울웨이브(Roll Waves)

氣液 相互接觸面의 構造는 매우 교란된 液體表面과 液膜두께의 증가를 수반하는 일련의 파도(surge)에 의해서 特性이 주어지는데 이러한 파도를 로울웨이브라고 한다.

3. 5. 擴散流(Dispersed Flow)

극단적으로 매우 높은 氣流의 속도에서는 液滴이 液膜의 표면에서 떨어져나가 氣體狀態속으로 擴散되는 흐름을 말한다.

이러한 波가 발생하는 영역을 그림 2에서 보면 橫軸은 液體의 레이놀즈數(Reynolds number) 좌측의 縱軸은 氣體의 레이놀즈數, 우측의 縱軸은 空氣의 平均流速을 나타낸다. 그림 2에서 알

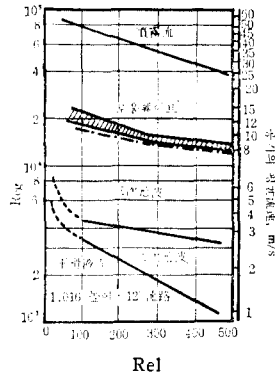


그림 2 水平面上에서의 波의 發生 領域

수 있듯이 二次元, 三次元波의 발생, 消滅은 空氣流量의 증대, 감소의 경우에 그림의 線과 잘 일치 하지만 로울웨이브의 발생, 소멸은 그림의 斜線으로 표시되는 범위 내에 있다. 또 一點鎖線은 理論적으로 구한 로울웨이브의 發生限界이지만 實驗値와 잘 일치한다.

4. 波動理論

液面의 流動理論에 대한 모델은 크게 3가지로 분류할 수 있다. 첫째는 켈빈과 헬름홀츠(Kelvin-Helmholtz)의 不安定 境界波動모델¹⁰⁾으로써 密度가 다른 두종류의 流體가 水平한 界面을 이루어 서로다른 流速으로 흐르는 경우에 발생하며 最小風速 6.4m/s에서 波長 1.73cm의 波動이 이루어진다. 둘째는 필립스(Philips)의 共鳴모델으로써 水平面上을 흐르는 바람의 不規則한 압력 분포의 어떤 波長成分과 水面波와의 共鳴에 의한 것으로써 風速이 0.23m/s에서 波動이 발생하며, 셋째로는 剪斷作用모델으로써 波의 波面運動과 90°相位差를 갖는 壓力變動成分에 의한 것 등이 있다.

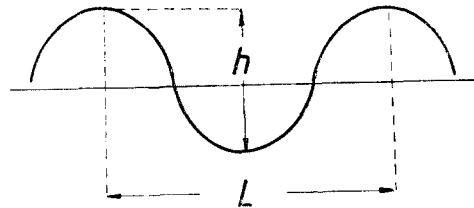


그림 3

波의 物理的 特性을 그림 3에 표시한다. 波의 경사도는 h/L 의 비로써 주어지고, 波의 周期 T 는 어떤 固定點을 통과하는 두개의 연속적인 波의 頂點을 통과하는데 걸리는 시간이다.

◆ 設 說

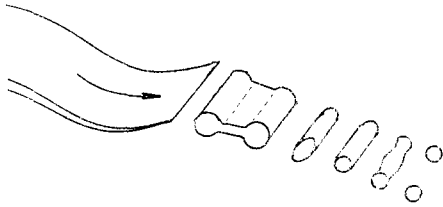


그림 4 曲面波의 形狀

그러므로 波의 진행속도 C 는 L/T 의 比로써 주어지게 된다. 만약 液膜의 자유표면의 流動形態가 曲面波(sinuous wave)라고 하면 이 波는 그림 4에서 보여주는 것과 같은 液膜의 分裂形態를 이룬다. 液體의 안정된 基準表面(undisturbed reference surface)위의 높이 y 는,

$$y = a \sin \frac{2\pi x}{L} \quad (1)$$

여기서 a 는 基準面위의 최대높이이다. 만약 波가 c 의 속도로 傳波된다면,

$$y = a \sin \frac{2\pi}{L}(x - ct) \quad (2)$$

가 된다.

曲面波의 경우 波의 傳波速度는 液體의 깊이

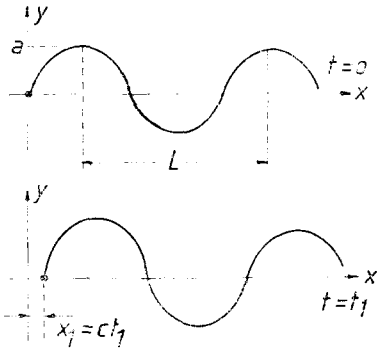


그림 5

나 波의 길이에 관계한다 만약 波의 길이가 液膜의 깊이에 비해 작다면 波의 속도는 液體의 깊이에 관계하지 아니하며 단지 波의 길이의 함수이며 이 관계에서 波가 길수록 傳波速度는 빨라진다.

$$c = \sqrt{g/2\pi} \sqrt{L} \quad (3)$$

또 만약 波의 길이가 液膜두께 h 에 비해서 길다면 波의 속도는 길이에 관계하지 아니하며 단

지 h 의 함수이다.

$$c = \sqrt{g} \sqrt{h} \quad (4)$$

그러나 참고문헌(1)에 의하면 Lamb은 液膜流의 傳波速度를 다음과 같이 표현하였다.

$$c^2 = \frac{gL}{2\pi} \tan h \left(\frac{2\pi h}{L} \right) + \frac{2\pi\sigma}{\rho L} \tan h \left(\frac{2\pi h}{L} \right) \quad (5)$$

여기서 σ 는 表面張力이다.

만약 $h > \frac{1}{2}L$ 이면,

$$c^2 = \frac{gL}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho L} \quad (6)$$

가 된다.

그런데 $c = L/T$ 이므로

$$\left(\frac{L}{T} \right)^2 = \frac{gL}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho L} \quad (7)$$

$$\text{그러므로 } L^2 - \frac{gL T^2}{2\pi} - \frac{2\pi\sigma T^2}{\rho L} = 0 \quad (8)$$

의 관계가 성립한다.

이번에는 氣體와 液體가 동시에 흐르는 氣液二相流(two phase flow 또는 co-current flow)의 경우(4)를 보면, 波의 波長에 비해서 液膜의 두께가 두꺼운 경우에 氣流의 속도와 液體의 속도를 각각 w_s, w_l 이라 하면, 境界面에서 생기는 波의 진행속도 c 는 다음식으로 표시된다.

$$\left[c - \left(\frac{\rho_l w_l + \rho_s w_s}{\rho_l + \rho_s} \right) \right]^2 = c_0^2 - \frac{\rho_l \rho_s}{(\rho_l + \rho_s)^2} (w_s - w_l)^2 \quad (9)$$

여기서 c_0 는 氣液이 流動하지 않는 경우 즉 $w_s = w_l = 0$ 인 경우의 波의 진행속도로써 다음의 식으로 표시된다.

$$c_0^2 = \frac{1}{\rho_l + \rho_s} \cdot \frac{2\pi\sigma}{L} + \frac{\rho_l - \rho_s}{\rho_l + \rho_s} \cdot \frac{Lg}{2\pi} \quad (10)$$

단 σ 는 表面張力이고 L 은 波長이다.

c_0 를 최소로 하는 L_{\min} 가 존재 하는데 이 경우의 속도를 $c_{0\min}$ 이라고 하면 위의 식에서

$$\frac{1}{\rho_l + \rho_s} \cdot \frac{2\pi\sigma}{L} = \frac{\rho_l - \rho_s}{\rho_l + \rho_s} \cdot \frac{Lg}{2\pi}$$

$$\frac{2\pi\sigma}{L} = (\rho_l - \rho_s) \cdot \frac{Lg}{2\pi}$$

$$L^2 = \frac{(2\pi)^2 \cdot \sigma}{g(\rho_l - \rho_s)}$$

$$\therefore L_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)}} \quad (11)$$

윗 式에 L 대신 L_{\min} 을 대입하면

$$\begin{aligned} c_0^2_{\min} &= \frac{1}{\rho_l + \rho_g} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma/g(\rho_l - \rho_g)}} + \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l + \rho_g} \\ &\quad \cdot g \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)}} \\ &= \frac{1}{\rho_l + \rho_g} \cdot \sqrt{\sigma} \cdot \sqrt{g(\rho_l - \rho_g)} \\ &\quad + \frac{\sqrt{\rho_l - \rho_g}}{\rho_l + \rho_g} \sqrt{g \cdot \sigma} \\ &= \frac{2\sqrt{\sigma g(\rho_l - \rho_g)}}{\rho_l + \rho_l} \\ \therefore c_{0\min} &= \left[\frac{4\sigma g(\rho_l - \rho_g)}{(\rho_l + \rho_g)^2} \right]^{1/4} \quad (12) \end{aligned}$$

5. 液膜流의 理論式

베이비어-스토우크스(Navier-Stokes) 方程式을 이용하면

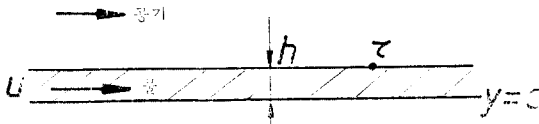


그림 6 氣液 二相流의 모델

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (13) \end{aligned}$$

여기서 흐름을 定常流, 二次元흐름이라고 가정하면

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (14) \end{aligned}$$

안정된 두께를 갖는 液膜의 경우

$$v=0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}=0$$

여기서 v 는 y 방향의 流體의 速度成分이며 $\frac{\partial u}{\partial x}$ 는 x 방향에 따른 流體의 速度 변동물이다. 그러므로 式 (14)에서

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (15)$$

式 (15)를 풀면 $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \int \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} dy + c_1 = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y + c_1 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} u &= \int \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y_1 dy + \int c_1 dy + c_2 \\ &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{y^2}{2} + c_1 y + c_2 \quad (17) \end{aligned}$$

式 (16)에 境界條件을 代入하면

$$\begin{cases} \text{條件 A : } y=0 \text{ 에서 } u=0 \\ \text{條件 B : } y=h \text{ 에서 } \tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \end{cases}$$

여기서 τ 는 液膜流表面에서의 剪斷力이다. 式 (17)에 條件 A를 적용하면 $c_2=0$ 가 되고 式 (16)에 條件 B를 적용하면, $\frac{\tau}{\mu} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h + c_1$ 이 된다. 여기서 c_1 을 式 (17)에 대입하면

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{y^2}{2} + \frac{1}{\mu} \tau y - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h y \quad (18)$$

그런데 液膜流의 體積流量(volumetric flow rate)은

$$Q = \int_0^h u dy \quad (19)$$

그러므로 式 (18)을 대입해서 적분하면

$$Q = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^3}{6} + \frac{1}{\mu} \tau \frac{h^2}{2} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^3}{2} \quad (20)$$

그러나 위의 液膜流의 理論式은 液膜流의 표면이 波形이거나 亂流流動인 경우가 아닌 平滑面인 경우에만 적용된다.

6. 液膜流의 微粒化

液膜流의 微粒化에 대한 有用한 理論式은 아직 없는 상태이지만, 自然現象을 일반화 하기 위해서는 無次元係數가 필요한데 이것은 微粒化 문제를 해결 하는데도 마찬가지이다. 微粒化 문제는 복잡하므로 일반화 시켜 理論적으로 定立시키는 곤란하므로 次元 해석을 이용해서 無次元數로써 현상을 정리하여 일반화 시킨다. 微粒化에 관계되는 諸因子들을 표 1에서 보여준다. 이러한 因子들의 상호작용에 의해서 液體의 微

表 1 微粒化에 관계되는 諸因子

	名 稱	記 號	單 位
1	慣 性 力	$\rho Q V$	$[F]$
2	表 面 張 力	σ	$[FL^{-1}]$
3	粘 性	$\mu = \rho \nu$	$[FTL^{-2}]$
4	噴 霧 經	d	$[L]$
5	相 對 速 度	V_r	$[LT^{-1}]$
6	密 度 比	r_r	—
7	重 力 加 速 度	g	$[LT^{-2}]$

表 2 微粒化에 관계되는 無次元 變數

名 稱	記號	定 義 式	意 味
레이놀즈 數 (Reynolds)	R_e	VL/ν	慣性力/粘性力
본 드 數 (Bond)	N_B	$\rho L^2 g / \sigma$	重力/表面張力
웨 버 數 (Weber)	N_w	$\rho V^2 L / \sigma$	慣性力/表面張力
스태비리티 數 (Stability)	S_b	$\mu / (\rho L \sigma)^{0.5}$	—
프라우드 數 (Froud)	N_f	V^2 / gL	慣性力/重力
캐필러리 數 (Capillary)	C_a	$\mu V / \sigma$	粘性力/表面張力

粒化가 발생하는데 여기에 사용되는 無次元變數는 표 2 같다.

표 2에서 微粒化에는 웨버 數와 캐필러리 數가 주로 쓰이는 無次元 係數인데 캐필러리 數는 粘性이 높은 흐름의 안정성에 대한 無次元 數이며 이것은 흐름에 外力이 加해진 경우 分裂이 있기까지의 길이와 시간과의 관계를 표시한다. 微粒化가 일어나기 前, 氣流의 속도와 表面張力 사이에는 대략 다음의 관계가 있다.

$$v(\text{m/s}) \propto \frac{1}{4} \sigma (\text{dyne/cm})$$

液體微粒化 개시에 대한 二次解析은 液體의 흐름에 관계되는 레이놀즈 數와 캐필러리 數의 상호관계를 포함한다. 여기서 레이놀즈 數는 圓形斷面이 아닌 직사각형 또는 장방형斷面이므로 水力半徑(hydraulic radius)의 개념을 도입해야 한다.

水力半徑 R_h 는 流動斷面積 A 를 그의 接水周邊(wetted perimeter) p 로 나눈 값으로 정의된

다. 직경 d 의 圓管에서는 $R_h = d/4$ 또는 $d = 4R_h$ 가 되므로 이것을 레이놀즈 數에 대입하면

$$R_{ef} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{4R_h - V}{\nu} = \frac{4Q}{\nu} \quad (21)$$

여기서 Q 는 통로의 單位幅當 흐르는 流量이며 R_{ef} 는 液膜流의 레이놀즈 數이다.

7. 液膜流의 높이

氣體와 液體의 相互接觸面이 平滑(flat and smooth)한 層流흐름의 경우 液膜流의 두께는 식 (20)을 이용하면

$$Q = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^3}{6} + \frac{1}{\mu} \frac{h^2}{2} \tau - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^3}{2}$$

에서

x 방향에 따른 압력의 변화를 무시하면

$$Q = \frac{1}{\mu} \tau \frac{h^2}{2} \quad (22)$$

氣液接觸面이 層流인 경우 식 (22)에서의 h 와 τ 를 h_0, τ_0 라고 하고 식 (21)과 식 (22)를 이용해서 레이놀즈 數를 포함한 식으로 變形하면 식 (21)에서

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{4} \nu R_{ef}, \quad \frac{1}{\mu} \tau_0 \frac{h_0^2}{2} = \frac{1}{4} \nu R_{ef} \\ \frac{1}{2} \frac{h_0^2 (\tau_0 / \rho)}{\mu} &= \frac{1}{4} \nu R_{ef}, \quad \frac{h_0^2 (\tau_0 / \rho)}{\nu} \\ &= \frac{1}{2} \nu \cdot R_{ef} \\ \frac{h_0^2 (\tau_0 / \rho)}{\nu^2} &= \frac{1}{2} R_{ef} \end{aligned}$$

그러므로

$$\frac{h_0 (\tau_0 / \rho)^{1/2}}{\nu} = \left(\frac{1}{2} R_{ef} \right)^{1/2} \quad (23)$$

液膜流의 두께변화에 대한 실험에서는 식 (21), (23)을 좌표로 해서 주로 이용된다.

Van Rossum⁽¹⁾의 실험에 의하면

$$\frac{h}{h_0} = 0.6, \quad 0.5 < R_{ef} < 2000$$

여기서 h 는 平均液膜 두께이다. 이 실험에서 實際液膜의 두께가 h_0 보다 작은 이유는 液體의 수송은 주로 상대적으로 높은 속도에서 움직이는 波의 끝부분에서 발생한다는 가정과 실험데이터

를 위해서 실시된 이상적인 管(dry and smooth tunnel)에서의 剪斷應力과 τ_0 사이의 차이 때문이다.

8. 液滴의 발생

그림 7은 공기와 물의 水平流의 경우 로울웨이브의 先端으로부터 液滴이 발생하는 한계를 보여주고 있다. 液流量이 많은 영역에서의 限界流速은 로울웨이브의 발생한계 보다 높고 대개 일정하다. 그러나 덕트(duct)의 높이 H 에 따라 Van Rossum과 Woodmansee의 데이터는 차이를 나타내고 있으나 일반적인 관계는 아직 명백하지 않다. 液流量이 낮을수록 한계 속도는 높아

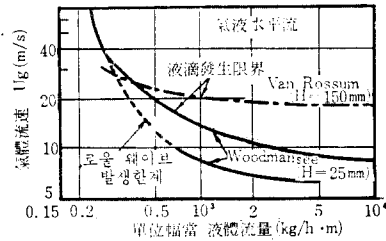


그림 7 液滴의 發生限界

지고 로울웨이브의 발생 한계와 일치한다.

그러나 液流量이 더욱 감소하면 液滴을 발생하지 않는 液相의 限界流量이 예상된다.

高速氣流에 의해 微粒화된 液體粒子의 平均粒徑 \bar{d} 는 棚漏¹¹⁾에 의하면 다음과 같이 表示된다.

$$\bar{d} = 585 \cdot \frac{\sqrt{\sigma}}{\nu \sqrt{\rho}} + 597 \left(\frac{\mu}{\sqrt{\sigma \rho}} \right)^{0.45} \left(1000 \frac{g_1}{q_a} \right)^{1.5} \quad (24)$$

단, $\bar{d}(\mu)$: Sauter 平均粒徑, $\nu(\text{m}^2/\text{s})$: 氣流와 液流 사이의 상대속도, $\rho(\text{g}/\text{cm}^3)$: 液體의 密度, $\sigma(\text{dyne}/\text{cm})$: 表面張力, $\mu(\text{dyne-s}/\text{cm}^2)$: 粘度, $g_1(\text{cm}^3/\text{s})$: 液體의 體積流量, $q_a(\text{cm}^3/\text{s})$: 空氣의 容積流量

이러한 平均粒徑을 가진 粒子의 流動理論에 대해서 알아보자.

9. 液滴의 流動理論

水平方向의 平行氣流 中에 高速氣流에 의해서 氣體中에 擴散된 單一液體粒子의 운동방정식을 생각해 볼 때 平行氣流의 速度를 $U_a(\text{m}/\text{s})$, 液體粒子의 수평속도를 $U_s(\text{m}/\text{s})$ 라고하면, 氣流와 液體粒子의 상대속도 U_r 은

$$U_r = U_a - U_s$$

液體粒子에는 氣流에 의해서 抗力이 작용하게 되는데 이때 抗力 D_R 은

$$D_R = c_0 \cdot a \cdot \frac{r_a U_r^2}{2g} \quad (25)$$

여기서 a 는 흐름방향에 직각인 면에서 본 液體粒子의 投影面積이며 c_0 는 粒子의 抵抗係數이다. 이 抗力에 의해서 液體粒子가 加速되기 때문에 粒子의 質量을 m_0 라고하면, 운동방정식은

$$m_0 \cdot \frac{dU_s}{dt} = D_R \quad (26)$$

液體粒子를 直徑 d 인 球이고, 그 比重을 $r_s(\text{kg}/\text{m}^3)$ 라고 하면,

$$m_0 = \frac{r_s}{g} \cdot \frac{\pi d^3}{6} \quad (27)$$

위의 式 (25), (26), (27)에서

$$\frac{r_s}{g} \cdot \frac{\pi d^3}{6} \cdot \frac{dU_s}{dt} = c_0 \cdot a \cdot \frac{r_a \cdot U_r^2}{2g}$$

그러나 a 는 球의 斷面積이므로 $\frac{\pi d^2}{4}$ 이 된다.

$$\frac{r_s}{g} \cdot \frac{\pi d^3}{6} \cdot \frac{dU_s}{dt} = C_0 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{r_a \cdot U_r^2}{2g} \quad (28)$$

液體粒子가 氣流 가운데서 重力에 의해서 落下하는 경우 粒子는 落下速度에 비례해서 空氣의 저항을 받으며 그 순간에서 氣流가운데를 落下하게 되는데 이러한 速度를 浮遊速度 또는 沈降速度(terminal settling velocity, U_s)라고 할 때, 浮遊速度 U_s 에서의 抵抗係數를 C_{0s} 라고 하면, 정의⁴⁾에서

$$C_{0s} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{r_a \cdot U_s^2}{2g} = \frac{\pi d^3}{6} \cdot r_s \quad (29)$$

이상의 抵抗係數는 레이놀즈數에 따라 스토포

◆ 解 說

크스(Stokes)의 抵抗法則에 따르기 때문에 c_0 와 $c_{0\kappa}$ 의 레이놀즈 數 사이에는

$$c_0 = \frac{\alpha}{R_0^k}, \quad c_{0\kappa} = \frac{\alpha}{R_\kappa^k}$$

로 표시된다. 여기서 $R_0 = \frac{U_r \cdot d}{\nu_a}$, $R_\kappa = \frac{U_\kappa \cdot d}{\nu_a}$

이다.

k 는 抵抗法則에 의해서 $k=1 \sim 0$ 으로 변하는 指數이다. 그러므로

$$\frac{C_0}{C_{0\kappa}} = \left(\frac{R_\kappa}{R_0}\right)^k = \left(\frac{U_\kappa}{U_r}\right)^k \quad (30)$$

式 (28)에서

$$\frac{r_s}{g} \cdot \frac{\pi d^3}{6} \cdot \frac{dU_s}{dt} = C_0 \cdot \frac{\pi d^3}{4} \cdot \frac{r_a \cdot U_r^2}{2g}$$

$$C_0 = \frac{4}{3} d \cdot \frac{r_s}{dt} \cdot \frac{dU_s}{r_a \cdot U_r^2} \quad (31)$$

式 (29)에서

$$C_{0\kappa} \cdot \frac{\pi d^3}{4} \cdot \frac{r_a \cdot U_\kappa^2}{2g} = \frac{\pi d^3}{6} \cdot r_s$$

$$C_{0\kappa} = \frac{4}{3} d \cdot \frac{r_s \cdot g}{r_a \cdot U_\kappa^2} \quad (32)$$

식 (31)을 (32)로 나누면

$$\frac{C_0}{C_{0\kappa}} = \frac{1}{g} \cdot \frac{dU_s}{dt} \cdot \frac{U_\kappa^2}{U_r^2} \quad (33)$$

式 (30), (33)의 관계에서

$$\frac{C_0}{C_{0\kappa}} = \frac{1}{g} \cdot \frac{dU_s}{dt} \cdot \frac{U_\kappa^2}{U_r^2} = \left(\frac{U_\kappa}{U_r}\right)^k$$

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{dU_s}{dt} = \left(\frac{U_\kappa}{U_r}\right)^k \left(\frac{U_r}{U_\kappa}\right)^2$$

$$\therefore \frac{1}{g} \cdot \frac{dU_s}{dt} = \left(\frac{U_r}{U_\kappa}\right)^{2-k} \quad (34)$$

이식은 平行氣流에 의한 粒子의 水平方向의 運動方程式인데 이것을 無次元化하기 위해서 液體粒子의 運動時間을 t , 거리를 l 이라고 하고 다음의 無次元 數를 정의해 보자.

$$\varphi = \frac{U_s}{U_a}, \quad \phi = \frac{U_\kappa}{U_a}, \quad T = \frac{gt}{u_\kappa}, \quad F = \frac{gl}{u_\kappa^2}$$

이것을 利用해서 式 (34)를 無次元化 하면,

$$\frac{1}{g} \frac{dU_s}{dt} = \left(\frac{U_a - U_s}{U_\kappa}\right)^{2-k}, \quad \frac{1}{g} \cdot \frac{dU_s}{dt} \cdot U_\kappa$$

$$= \frac{(U_a - U_s)^{2-k}}{u_\kappa^{1-k}}$$

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{dU_s}{dt} \cdot \frac{U_\kappa}{U_a} = \left(\frac{U_a - U_s}{U_a}\right)^{2-k} / \left(\frac{U_\kappa}{U_a}\right)^{1-k}$$

$$= \left(1 - \frac{U_s}{U_a}\right)^{2-k} / \left(\frac{U_\kappa}{U_a}\right)^{1-k}$$

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{dU_s}{dt} \cdot \frac{U_\kappa}{U_a} = \frac{d\varphi}{dT} = (1-\varphi)^{2-k} / \phi^{1-k}$$

$$\therefore \frac{d\varphi}{dT} = (1-\varphi)^{2-k} / \phi^{1-k} \quad (35)$$

또 定常流를 고려하면 加速項은 일반적으로

$$\frac{dU_s}{dt} = U_s \cdot \frac{dU_s}{dt} \quad (36)$$

로 쓸 수 있다. 같은 方法으로 式 (36)과 無次元項 F 를 사용해서 운동거리에 의한 粒子速度의 變化를 無次元項으로 표시하면,

$$\frac{d\varphi}{dF} = \frac{\phi^k}{\phi} (1-\varphi)^{2-k} \quad (37)$$

式 (35), (37)은 液體粒子의 水平方向의 운동방정식으로써 式 (35)는 시간을 독립변수로 한 경우이고 式 (37)은 거리를 독립변수로 한 경우이다. 여기서 指數 k 는 粒子의 抵抗에 따라서 $1 \sim 0$ 까지의 범위내에서 변하게되는 상수로써 실험에 의해서 구해야 한다.

10. 結 論

지금까지 유도해온 式들은 氣液의 相互接觸面이 亂流가 아닌 층류의 경우로써 가정한 것이며 液體粒子의 運動방정식은 水平氣流에 의한 固體粒子의 수송이론을 液體微粒化에 적용한 것이다. 그러나 이 式들은 스토오크스의 抵抗法則을 따르기 때문에 液體粒子의 직경에 따른 레이놀즈 數를 실험에 의해서 구한 다음 적분하므로써 液體粒子의 이동거리와 이동시간을 계산할 수 있다. 그러나 실제의 경우에는 氣流의 접촉면이 亂流가 되므로써 微粒化가 시작되지만 亂流에 의한 液體微粒化 理論式은 많은 시간과 복잡한 計算式이 요구되므로 다음 기회에 論하기로 한다.

참 고 문 헌

1. J. J. Van Rossum, "Experimental Investigation of Horizontal Liquid Films", Chemical Engineering science, Vol.11, 1959

(287 페이지에 계속)