論文 83-20-5-1

記號 多値 論理函數와 그 變化 및 展開
(Variations and Series Expansions of the Symbolic Multiple-Valued Logic Functions)

李 晟 雨*, 鄭 丸 默**
(Sung Woo Lee and Hwan Mook Chung)

要 約

일반적으로 多値論理는 Modulo-M의 数 체계를 基礎로 한다.

이 論文에서는 多値의 値의 要素를 서로 배타적인 狀態를 나타내는 記号로하여, 集合의 方式으로 多値論理를 設定하고, 記号 多値 論理函数와 그 変化를 定義하였으며, 그 性質을 整理, 證明하였다.

또, 函数의 変化에 의한 記号 多値 論理函数의 MacLaurin 전개와 Taylor 전개 방법을 제안하고 증명하였다.

Abstract

Generally, multiple-valued logic algebra is based on the number system of modulo-M.

In this paper, characters a, b, c, ... each of them represents the independent state, are regarded as the elements of the symbolic multiple-valued logic.

By using the set theory, the symbolic multiple - valued logic and their functions are defined.

And variation of the symbolic logic function due to the variation of a variable and their properties are suggested and analized.

With these variations, the MacLaurin's and Taylor's Series expansions of the symbolic logic functions are proposed and proved.

I. 序 論

S. Y. H. S_U는 '補'에 대한 서로 다른 定義 아래에서의 多値論理代数와 부울代数間의 関係[1]에서 多値論理代数의 論理的 基礎를 整理하였다.

多値対稱函数[2], 3値 多数決函数[3]등은 이러한 論理代数를 基礎로 하여 Modulo-M方式의 多値論理函数를 論한 것이다.

또, P. N. MARINOS의 'Fuggy Logic과 스위칭 시스템에의 応用'[5]에서는, 0과 1 사이에 존재할 수 있는 x의 값($0 \leq x \leq 1$)을 class 1-n으로 나누고, $0 < a_{n-1} \cdots\cdots < a_2 < a_1 < 1$인 관계를 갖는 値들로서 多値를 定義하였다.

한편, A. THAYSE는 '$(GF(P))^n$을 GP(P)로 寫像한 函数에 대한 微分学'[6]에서 m値 多値에 대한 偏微分, 多重偏微分, 總合差分, 增分, 感度 등을 定義하였다.

本 論文에서는 多値의 値의 要素로서 a, b, c …· 等 記号를 사용하였다. 이들은 각각 배타적인 상태를 나타내는 것으로서 예를들면, 터널 다이오드의 特性의 3領域과 대응시킬 수도 있고, a=000, b=100, c=101 ∴…· 등을 표시하는 것일 수도 있으며, 서로 배타적인 議案(a안, b안, c안…… 등)이나 적, 록, 청 등의 입력 신호들일 수도 있다. 따라서, 각각의 値를 間에는 본

*正會員, 東洋工業專門大學
(Dept. of Electronics Dong Yang Tech. J. College)
**正會員, 慶南大學校 電子計算學科
(Dept. of Computer Eng., Kyung Nam Univ.)
接受日字 : 1983年 3月 9日

질적으로 数的인 ordering관계를 갖지 않는다.

이들 値의 要素들은 同質의 群의 元素들로서 그 集合들간에 그림 1과 같은 ordering 関係를 가질 뿐이다.

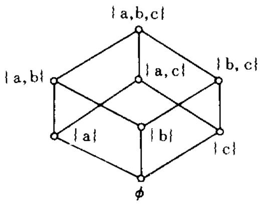

그림 1. 値의 要素 a, b, c만 있을 때

Fig. 1. Ordering structure.

이 論文은 부울代数가 Modulo－2 方式이라고 할때, 이에 대한 多値論理를 Modulo-M方式으로 展開한 것에 대하여, 배타적인 2狀態를 0, 1로서가 아닌 a, b 라는 記号로 나타낼 수 있는 것으로 보고, 이에 대한 多値論理를 同質集合의 元素 a, b, c……, m 등 記号를 가지고 전개한 것이다.

이러한 記号多値에 대한 論理函数는 참고論文(6)의 $(GF(n))^n$을 GF(P)로 寫像한 경우 (F：S→L)의 定義와 類似하나, 다만 위 論文에서 値의 要素를 L={0, 1, ……, p－1}로 한 것에 대하여 이 論文에서는 L={a, b, ……, m}로 한것이다. 즉, 변수 $x_1, x_2 \cdots\cdots, x_n$들이 각각 集合 S={a, b, ……, m} 중의 어느 한 값들을 가질 때, $f(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n\ U, \cap)$ 이 値域의 値의 集合S={a, b, ……, m}＝L의 한 값으로 寫像되는 경우를 나타낸 것이다.

한 変数의 入力狀態를 x에서 x′로 했을때의 出力狀態의 変化를 부울函数의 偏微分으로 定義한 것에 대하여, 記号多値 論理函数의 変化는, 한 変数의 狀態가 a에서 c등으로 変化했을 때 함수의 狀態의 変化를 나타내는 것으로 定義하였다. 다만, 여기서 数的 概念을 떠난 狀態自体를 記号로 표시한 것이므로 '変化'라는 用語로서 이를 定義한 것이다.

따라서, 記号多値 論理函数의 変化는 부울函数의 偏微分과 그 概念이나 利用面에서 類似한 것이며, 부울함수의 微分이 論理回路의 故障 진단에 有用한 것과 같은 원리로 多値의 論理回路의 결함진단에 유용할 것이다.

또, 참고논문 (7)과(6)에는 부울函数와 함수$(GF(P))^n$ →GF(P)에 대한 MacLaurin전개와 Taylor 전개 방법이 각각 제시되어 있는데, 이 論文은 (7)의 방법을 바탕으로 하여 記号 多値 論理函数에 대하여 函数의 変化를 가지고, MacLaurin 전개와 Taylor 전개를 하는 方法을 제안하였고, 證明하였으며, 예제로서 확인하였다.

Ⅱ. 本 論

1. 論理의 基礎

이 論文에서는 多値의 値의 要素로서 記号 a, b, c, ……, m를 使用하였고, 이들은 集合의 方式으로 다루어야함을 말했다. 그런데, 이들을 論理式으로 나타내는데 있어 편의상 交集合(∩)과 合集合(∪) 演算子를 論理代数에서 사용하는 연산자 meet(·) (A·B=min(A, B))와 Join(+) (A+B=max(A, B))의 방법으로 사용하기로 하고, 아래에 연산자 사용에 대한 対比를 정리, 열거한다.

演算子 사용의 対比

① $A \cup B = B$ (iff $A \subseteq B \subseteq \mathrm{I}$)는

$A + B = B$ (iff $A \subseteq B \subseteq \mathrm{I}$).

$A \cap B = A$ (iff $A \subseteq B \subseteq \mathrm{I}$)는

$A \cdot B = A$ (iff $A \subseteq B \subseteq \mathrm{I}$).

② $\overset{aa}{x} = \begin{cases} \mathrm{I}\ (\text{전집합}) = \{a, b, \cdots\cdots, m\} & (\text{iff } x = a) \\ \phi\ (\text{공집합}) = \{\ \ \} & (\text{iff } x \neq a) \end{cases}$

③ $\overset{ad}{x} = \overset{a-d}{x} = \overset{aa}{x} + \overset{bb}{x} + \overset{cc}{x} + \overset{dd}{x}\ (= \overset{aa}{x} \cup \overset{bb}{x} \cup \overset{cc}{x} \cup \overset{dd}{x})$

④ $\overline{\overset{bb}{x}} = \overset{aa}{x} + \overset{cc}{x} + \overset{dd}{x}$ (단, $\mathrm{I} = \{a, b, c, d\}$ 일때)

$\overline{\overset{bc}{x}} = \overset{aa}{x} + \overset{dd}{x}$

⑤ $A \oplus B = A \cap \overline{B} \cup (\overline{A} \cap B)$

$\overset{aa}{x} \oplus \overset{bb}{x} = \overset{aa}{x} \cdot \overline{\overset{bb}{x}} + \overline{\overset{aa}{x}} \cdot \overset{bb}{x} + = \overset{aa}{x} + \overset{bb}{x}$

(예제 1) $A = \overset{ab}{x}, B = \overset{bc}{x}, \mathrm{I} = \{a, b, c, d\}$인 경우

$A \oplus B$를 계산함.

(풀이) $A \oplus B = \overset{ab}{x}\,\overline{\overset{bc}{x}} + \overset{ab}{x}\,\overline{\overset{bc}{x}} = \overset{ab}{x}\,(\overset{aa}{x} + \overset{dd}{x}) + \overset{bc}{x}\,\overset{cd}{x} = \overset{aa}{x} + \overset{cc}{x}$

2. 多値論理代数

記号 多値에 대한 論理代数를 Algebraic poset 의 性質에 대응하여 整理하면 아래와 같다.

Algebraic Poset

① $x \leq y$, iff $x \cdot y = x$. AND. $x + y = y$

② $x \cdot x = x$, $x + x = x$

③ $x \cdot y = y \cdot x$, $x + y = y + x$

④ $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$

$x + (y + z) = (x + y) + z$

⑤ $x \cdot (x + y) = x$, $x + (x \cdot y) = x$

記号多値 論理代数

① $\overset{ab}{x}\,\overset{aa}{x} = \overset{aa}{x}$. AND. $\overset{ab}{x} + \overset{aa}{x} = \overset{ab}{x}$; iff $\overset{ab}{x} \geq \overset{aa}{x}$

② $\overset{ab}{x} \cdot \overset{ab}{x} = \overset{ab}{x}$, $\overset{ab}{x} + \overset{ab}{x} = \overset{ab}{x}$

③ $\overset{ab}{x} \cdot \overset{aa}{x} = \overset{aa}{x} \cdot \overset{ab}{x} = \overset{aa}{x}$, $\overset{ab}{x} + \overset{aa}{x} = \overset{aa}{x} + \overset{ab}{x} = \overset{ab}{x}$

④ $\overset{ab}{x} \cdot (\overset{aa}{x} \cdot \overset{ac}{x}) = (\overset{ab}{x} \cdot \overset{aa}{x}) \cdot \overset{ac}{x}$

$\overset{ab}{x} + (\overset{aa}{x} + \overset{ac}{x}) = (\overset{ab}{x} + \overset{aa}{x}) + \overset{ac}{x}$

⑤ $\overset{ab}{x} \cdot (\overset{ab}{x} + \overset{bc}{x}) = \overset{ab}{x}$, $\overset{ab}{x} + (\overset{ab}{x} \cdot \overset{bc}{x}) = \overset{ab}{x}$

위의 性質들은 ①一貫性 ②同一除去性 ③交換性④結合性 등을 나타낸다.

또, 드・몰강의 定理는,

$$⑥\ \overline{\overset{ab}{x} + \overset{bc}{x}} = \overline{\overset{ab}{x}} \cdot \overline{\overset{bc}{x}}$$

$$\overline{\overset{ab}{x} \cdot \overset{bc}{x}} = \overline{\overset{ab}{x}} + \overline{\overset{bc}{x}} \quad (,\ I = \{a, b, c, d\} \text{ 일때})$$

로 된다.

(증명) $\overline{\overset{ab}{x} + \overset{bc}{x}} = \overline{\overset{ac}{x}} = \overset{dd}{x} = \overline{\overset{ab}{x}} \cdot \overline{\overset{bc}{x}} = \overset{cd}{x}(\overset{aa}{x} + \overset{dd}{x})$

$= \overset{dd}{x}$

$\overline{\overset{ab}{x} \cdot \overset{bc}{x}} = \overline{\overset{bb}{x}} = \overset{aa}{x} + \overset{cd}{x} = \overline{\overset{ab}{x}} + \overline{\overset{bc}{x}}$

$= \overset{cd}{x} + (\overset{aa}{x} + \overset{dd}{x}) = \overset{aa}{x} + \overset{cd}{x}$

補의 性質은,

$$⑦\ \overset{ab}{x} \cdot \overline{\overset{ab}{x}} = \phi \qquad \phi = \phi$$

$\overset{ab}{x} + \overline{\overset{ab}{x}} = I$ 이다.

3. 記號多値論理函數

記號多値 論理函數는 記號의 集合 S로서 다음과 같이 定義한다.

$$S_0 = S_1 = \cdots\cdots = S_{n-1} = L = \{a, b\cdots\cdots, m\}$$

$$S = S_{n-1} \times S_{n-2} \times \cdots\cdots \times S_0 = \underset{i=n-1.0}{\times} S_i$$

여기서, × ; Cartesian product.

函數 F : 定義域, S → 値域, L (→ : 寫像)

즉, x_i 가 집합 S의 元素인 한 記號의 값을 가질 때, $f(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n, \cup, \cap)$이 値域 L의 한 값으로 指定되는 경우이다.

〔예제 2〕

入力變數 x_1, x_2, x_3 중에서,

① a가 2개 이상일 때는 出力이 b이고,

② ①의 경우가 아니고, b가 1개 이상일 때는 出力이 c이고,

③ 기타의 경우는 出力이 a이다.

이를 記號多値 論理函數로 나타냄.

(풀이) 진리표는 표 1과 같다. 진리표에 따라 論理式을 구하면,

표 1. 眞理表

Table 1. Truth table.

x	x	—	f
a	a	a	b
a	—	a	b
—	a	-/$\bar{a}$	b
b	$\bar{a}$/-	-/$\bar{a}$	c
$\bar{a}$/-	b	b	c
$\bar{a}$/--/$\bar{a}$	b		c
기 타			a

$$f(x_1, x_2, x_3) = b\{\overset{aa}{x_1}\overset{aa}{x_2} + \overset{aa}{x_2}\overset{aa}{x_3} + \overset{aa}{x_1}\overset{aa}{x_3}\} + c\{\overset{bb}{x_1}(\overline{\overset{aa}{x_2}} + \overline{\overset{aa}{x_3}}) + \overset{bb}{x_2}(\overline{\overset{aa}{x_1}} + \overline{\overset{aa}{x_3}}) + \overset{bb}{x_3}(\overline{\overset{aa}{x_1}} + \overline{\overset{aa}{x_2}})\} + a\{\bar{A}\} \qquad (1)$$

여기서,

$$A = \{(\overset{aa}{x_1}\overset{aa}{x_2} + \overset{aa}{x_2}\overset{aa}{x_3} + \overset{aa}{x_1}\overset{aa}{x_3}) + \overset{bb}{x_1}(\overline{\overset{aa}{x_2}} + \overline{\overset{aa}{x_3}}) + \overset{bb}{x_2}(\overline{\overset{aa}{x_1}} + \overline{\overset{aa}{x_3}}) + \overset{bb}{x_3}(\overline{\overset{aa}{x_1}} + \overline{\overset{aa}{x_2}})\}$$

드・몰강의 定理에 따라,

$$f(x_1, x_2, x_3) = b\{\overset{aa}{x_1}\overset{aa}{x_2} + \overset{aa}{x_2}\overset{aa}{x_3} + \overset{aa}{x_1}\overset{aa}{x_3}\} + c\{\overset{bb}{x_1} \cdot (\overline{\overset{aa}{x_2} \cdot \overset{aa}{x_3}}) + \overset{bb}{x_2}(\overline{\overset{aa}{x_1} \cdot \overset{aa}{x_3}}) + \overset{bb}{x_3}(\overline{\overset{aa}{x_1} \cdot \overset{aa}{x_2}})\} + a(\bar{A})$$

로 표현할 수도 있다.

〔예제 3〕 $c\overset{aa}{x_1}$를 論理回路로 實現함.

(풀 이)

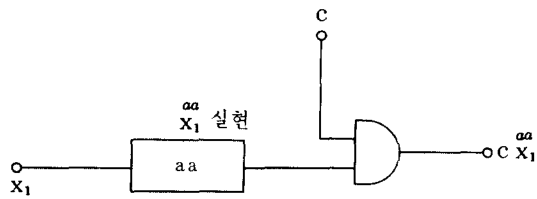

그림 2. $c\overset{aa}{x_1}$의 실현

Fig. 2. Realization of $c\overset{aa}{x_1}$.

4. 記號多値 論理函數의 標準形과 展開

(1) 積項의 合의 표준형

$$f(x_1, x_2, \cdots\cdots x_n) = \sum f(\alpha_1, \alpha_2, \cdots\cdots, \alpha_n)\, \overset{\alpha_1\alpha_1}{x_1} \cdot \overset{\alpha_2\alpha_2}{x_2} \cdots\cdots \overset{\alpha_n\alpha_n}{x_n}$$

$$\overset{\alpha_i\alpha_i}{x_i} = \begin{cases} I\ ;\ x_i = \alpha_i \\ \phi\ ;\ x_i \neq \alpha_i \end{cases}$$

(2) 合項의 積의 표준형

$$(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n) = \prod \{ (\alpha_1, \alpha_2, \cdots\cdots \alpha_n)) + \overline{\overset{\alpha_1\alpha_1}{x_1}} + \overline{\overset{\alpha_2\alpha_2}{x_2}} + \cdots\cdots + \overline{\overset{\alpha_n\alpha_n}{x_n}} \}$$

$$\overline{\overset{\alpha_i\alpha_i}{x_i}} = \begin{cases} \phi\ ;\ x_i = \alpha_i \\ I\ ;\ x_i \neq \alpha_i \end{cases}$$

〔예제 4〕 표 2에 나타낸 진리표를 만족하는 論理式을 적항의 합의 꼴과, 합항의 적의 꼴의 표준형으로 나타냄.

표 2.

Table 2.

x_1	x_2	f
a	b	a
a	c	b
b	a	c

(풀이) ① 적항의 합

$$f(x_1, x_2) = f(a, b) \cdot \overset{aa}{x_1}\overset{bb}{x_2} + f(a, c) \cdot \overset{aa}{x_1}\overset{cc}{x_2} + f(b, a)\, \overset{bb}{x_1}\overset{aa}{x_2}$$

$$= a \cdot \overset{aa}{x_1}\overset{bb}{x_2} + b \cdot \overset{aa}{x_1}\overset{cc}{x_2} + c \cdot \overset{bb}{x_1}\overset{aa}{x_2}$$

② 합항의 적

$$f(x_1, x_2) = \{f(a, b) + \overline{\overset{aa}{x_1}} + \overline{\overset{bb}{x_2}}\}\{f(a, c) + \overline{\overset{aa}{x_1}} + \overline{\overset{cc}{x_2}}\} \cdot \{f(b, a) + \overline{\overset{bb}{x_1}} + \overline{\overset{aa}{x_2}}\}$$

$$= (a + \overline{\overset{aa}{x_1}} + \overline{\overset{bb}{x_2}})(b + \overline{\overset{aa}{x_1}} + \overline{\overset{cc}{x_2}})(c + \overline{\overset{bb}{x_1}} + \overline{\overset{aa}{x_2}})$$

(3) 積項의 合의 展開

$f(\mathbf{X}) = f(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n)$을 x_i에 대하여 展開

$$f(\mathbf{X}) = \overset{aa}{x_i} f(x_1, \cdots\cdots, x_{i-1}, a, x_{i+1}, \cdots\cdots, x_n)$$
$$+ \overset{bb}{x_i} f(x_1, \cdots\cdots, x_{i-1}, b, x_{i+1}, \cdots\cdots, x_n)$$
$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$+ \overset{mm}{x_i} f(x_1, \cdots\cdots, x_{i-1}, m, x_{i-1}, \cdots\cdots, x_n)$$

（4） 合項의 積의 展開

$$f(\mathbf{X}) = \{\overline{\overset{aa}{x_i}} + f(x_1, \cdots\cdots, x_{i-1}, a, x_{i+1}, \cdots\cdots, x_n)\}$$
$$\cdot \{\overline{\overset{bb}{x_i}} + f(x_1, \cdots\cdots, x_{i-1}, b, x_{i+1}, \cdots\cdots, x_n)\}$$
$$\cdot \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdot \{\overline{\overset{mm}{x_i}} + f(x_1, \cdots\cdots, x_{i-1}, m, x_{i+1}, \cdots\cdots, x_n)\}$$

〔예제 5〕 $f(x_1, x_2) = a\overset{aa}{x_1}\overset{bb}{x_2} + b\overset{aa}{x_1}\overset{cc}{x_2} + c\overset{bb}{x_1}\overset{aa}{x_2}$ 를 x_2에 대하여 전개함.

(풀이)

$$f(x_1, x_2) = \overset{aa}{x_2}\{c(\overset{bb}{x_1})\} + \overset{bb}{x_2}\{a\overset{aa}{x_1}\} + \overset{cc}{x_2}\{b\overset{aa}{x_1}\}$$
$$= c\overset{bb}{x_1}\overset{aa}{x_2} + a\overset{aa}{x_1}\overset{bb}{x_2} + b\overset{aa}{x_1}\overset{cc}{x_2}$$

5. 記號 多值 論理函數의 變化

〔정의 1〕 記號 多值 論理函數 $f(x_1, \cdots\cdots, x_i, \cdots\cdots, x_n)$에서, x_i의 値를 a에서 b로 變化시켰을 때 函數 f의 値의 變化를 記號 多值 論理函數의 變化라 하고, $f'x_i(a, b)$ 또는 $f'x_i(b)|_{x_i=a}$로 표시한다.

$$f'x_i(a, b) = f(x_i(a)) \oplus f(x_i(b))$$
$$= f(x_1, \cdots\cdots, a, \cdots\cdots, x_n)$$
$$\oplus f(x_1, \cdots\cdots, b, \cdots\cdots, x_n)$$

〔예제 6〕 표 3을 만족하는 多值論理函數의 式을 나타내고, $x_1(a, c)$로 함수를 變化한 후 그 결과가 意味하는 것을 밝힘.

표 3. 진리표

Table 3. Truth table.

x_2 \ x_1	a	b	c
a	c	c	b
b	a	c	a
c	a	c	c

(풀이)

① 論理式

$$f = a(\overset{aa}{x_1}\overset{bc}{x_2} + \overline{\overset{bb}{x_1}}\overset{bb}{x_2}) + b(\overset{cc}{x_1} \cdot \overset{aa}{x_2}) + c(\overset{aa}{x_1}\overset{aa}{x_2} + \overset{bb}{x_1} + \overset{bc}{x_1}\overset{cc}{x_2})$$

② 函數의 變化

$$f'(\ (a, c) = \{a(\overset{bc}{x_2}) + c\overset{aa}{x_2})\} \oplus \{a\overset{bb}{x_2} + b\overset{aa}{x_2} + c\overset{cc}{x_2}\}$$

③ 結果의 解析

$x_2 = a$ 일때 ; $f'x_1(a, c) = c \oplus b$; c와 b의 배타적인 狀態간의 變化로 c→b로의 變化를 나타냄

$x_2 = b$ 일때 ; $f'x_1(a, c) = a \oplus a = \phi$; f는 變化를 하지 않음.

$x_2 = c$ 일 때 ; $f'x_1(a, c) = a \oplus c$ a에서 c 상태로의 變化를 나타냄.

즉, 記號多值 論理函數의 變化는,

$f'x_1(a, c) = \begin{cases} \phi : f\text{는 } x_1(a, c)\text{의 變化에 영향을 받지 않는다.} \\ a \oplus c : f\text{는 a에서 c로 變化한다.} \end{cases}$

를 나타낸다.

6. 記號 多值論理 函數의 變化의 性質

（1） $\overline{f'}x_i(a, b) = f'x_i(b, a)$

（2） $f^2 x_i(a, b) \cdot x_j(c, d) = f^2 x_j(c, d) \cdot x_i(a, b)$

（3） $f^2(x_i(a, b)) \cdot (x_i(a, b)) = \phi$

（4） $(f \cdot \boldsymbol{g})' x_i(a, b) = f'x_i(a, b) \cdot \boldsymbol{g}'x_i(a, b) \oplus f'x_i(a, b) \cdot \boldsymbol{g}(x_i(a)) \oplus \boldsymbol{g}'x_i(a, b) \cdot f(x_i(a))$

（5） $(f + \boldsymbol{g})' \cdot x_i(a, b) = f'x_i(b, a) \cdot \boldsymbol{g}'x_i(b, a) + \bar{\boldsymbol{g}}(x_i(a)) \cdot f'(x_i(b, a) \oplus \bar{f}(x_i(a)) \cdot \boldsymbol{g}'x_i(b, a)$

（6） $(f \oplus \boldsymbol{g})' x_i(a, b) = f'x_i(a, b) \oplus \boldsymbol{g}'x_i(a, b)$

(증명)

（1） $\bar{f}'x_i(a, b) = \bar{f}(x_i(a)) \oplus \bar{f}(x_i(b))$
$= (\bar{A} \cap \bar{\bar{B}}) \cup (\bar{\bar{A}} \cap \bar{B}) = (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$
$= B \oplus A = f(x_i(b)) \oplus f(x_i(a)) = f'x_i(b, a)$

（2） $f^2(x_i(a, b)) \cdot (x_i(c, d)) = f'x_i(a, b)[f(x_j(c)) \oplus f(x_i(d))] = [f\{f(x_j(c)) \oplus f(x_j(d)), (x_i(a))\}] \oplus [f\{f(x_j(c)) \oplus f(x_j(d))f(x_i(b))\}]$
$= f(x_1 \cdots, a, \cdots, c, \cdots x_n) \oplus f(x_1, \cdots, a, \cdots, d, \cdots, x_n) \oplus f(x_1, \cdots, b, \cdots, c, \cdots, x_n) \oplus f(x_1, \cdots, b, \cdots, d, \cdots, x_n) = f(x_1, \cdots, a, \cdots, c, \cdots, x_n) \oplus f(x_1, \cdots, b, \cdots, c, \cdots, x_n) \oplus f(x_1, \cdots, a, \cdots, d, \cdots, x_n) \oplus f(x_1, \cdots, b, \cdots, d, \cdots x_n)$
$= f^2(x_j(c, d)) \cdot (x_i(a, b))$

（3） $f^2 x_i(a, b) \cdot x_i(a, b) = A \oplus A = \phi$

（4） $(f \cdot \boldsymbol{g})' x_i(a, b) = f(x_i(a)) \cdot \boldsymbol{g}(x_i(a)) \oplus f(x_i(b)) \cdot \boldsymbol{g}(x_i(b)) \cdots\cdots\cdots$ ①

$f'x_i(a, b) = f(x_i(a)) + f(x_i(b)) \cdots\cdots$ ②

② 식에서

$$\left.\begin{aligned} f'x_i(a, b) \oplus f(x_i(a)) &= f(x_i(b)) \\ \boldsymbol{g}'x_i(a, b) \oplus \boldsymbol{g}(x_i(a)) &= \boldsymbol{g}(x_i(b)) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots ③$$

③ 식을 ① 식에 대입하면,

$f x_i(a) \cdot \boldsymbol{g} x_i(a) \oplus [f'(x_i(a, b)) \oplus f(x_i(a))] \cdot [\boldsymbol{g}'(x_i(a, b)) \oplus \boldsymbol{g}(x_i(a))]$
$= f'x_i(a, b) \cdot \boldsymbol{g}'x_i(a, b) \oplus f'x_i(a, b) \cdot \boldsymbol{g}(x_i(a)) \oplus \boldsymbol{g}'x_i(a, b) \cdot f(x_i(a))$

（5） $(f + \boldsymbol{g})' x_i(a, b)) = (\bar{f} \cdot \bar{\boldsymbol{g}})' x_i(a, b)$
$= \bar{f}(x_i(b)) \cdot \bar{\boldsymbol{g}}(x_i(b)) \oplus \bar{f}(x_i(a)) \cdot \bar{\boldsymbol{g}}(x_i(a))$
$= [\bar{f}'x_i(a, b) \oplus \bar{f}x_i(a)][\bar{\boldsymbol{g}}'x_i(a, b) \oplus \bar{\boldsymbol{g}}(x_i(a))] \oplus \bar{f}(x_i(a)) \cdot \bar{\boldsymbol{g}}(x_i(a)) =$
$= f'x_i(b, a)\,\boldsymbol{g}'x_i(b, a) \oplus f'x_i(a, b)\,\bar{\boldsymbol{g}}(x_i(a)) \oplus \boldsymbol{g}'x_i(b, a)\,\bar{f}(x_i(a))$

（6） $(f \oplus \boldsymbol{g})' x_i(a, b) = [f(x_i(a)) \oplus \boldsymbol{g}(x_i(a))] \oplus [f(x_i(b)) \oplus \boldsymbol{g}x_i(b)] = [f(x_i(a)) \oplus f(x_i(b))] \oplus [\boldsymbol{g}x_i(a) \oplus \boldsymbol{g}x_i(b)]$

$= f' x_i(a, b) \oplus g' x_i(a, b)$

7. 記號 多値 論理 函數의 MacLaurin 展開

記號 多値 論理 函數를 임의의 한 變數 x_i에 대하여 MacLaurin 전개하면 다음과 같다.

(정리 1)

$$f(x) = f(x)|_{x_i=a} \cdot \overset{\bullet\bullet}{x}_i \oplus f'x_i(a)|_{x_i=a} \cdot \overset{aa}{x}_i \oplus f'x_i(b)|_{x_i=a} \cdot \overset{bb}{x}_i \oplus \cdots\cdots \oplus f'x_i(m)|_{x_i=a} \cdot \overset{mm}{x}_i$$

$$= f(x)|_{x_i=a} \oplus \sum_{k=a}^{m} f'(x_i(k)|_{x_i=a} \cdot \overset{kk}{x}_i \cdots\cdots ①$$

여기서, $\overset{\bullet\bullet}{x}_i \triangleq I$ (전집합)

(증 명)

$$\left.\begin{array}{l} f'x_i(a)|_{x_i=a} = f(a) \oplus f(a) = \phi \\ f'x_i(b)|_{x_i=a} = f(a) \oplus f(b) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f'x_i(m)|_{x_i=a} = f(a) \oplus f(m) \end{array}\right\} \cdots\cdots ②$$

식②에서 $f(a)$, $f(b)$, $\cdots$, $f(m)$를 각각 구하면,

$$\left.\begin{array}{l} f(a) = f'x_i(a)|_{x_i=a} \oplus f(a) \\ f(b) = f'x_i(b)|_{x_i=a} \oplus f(a) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f(m) = f'x_i(m)|_{x_i=a} \oplus f(a) \end{array}\right\} \cdots\cdots ③$$

한편, $f(x)$를 x_i로 전개하고 ③식을 代入하면,

$$f(x) = \overset{aa}{x}_i f(a) \oplus \overset{bb}{x}_i f(b) \oplus \cdots\cdots \oplus \overset{mm}{x}_i f(m) = \overset{aa}{x}_i [f'x_i(a)|_{x_i=a} \oplus f(a)] \oplus \overset{bb}{x}_i [f'x_i(b)|_{x_i=a} \oplus f(a)] \oplus \cdots\cdots \oplus \overset{mm}{x}_i [f'x_i(m)|_{x_i=a} \oplus f(a)] = f(a)[\overset{aa}{x}_i \oplus \cdots\cdots \overset{bb}{x}_i \oplus \cdots\cdots \oplus \overset{mm}{x}_i] \oplus \overset{aa}{x}_i f'x_i(a)|_{x_i=a} \oplus \overset{bb}{x}_i f'x_i(b)|_{x_i=a} \oplus \cdots\cdots \oplus \overset{mm}{x}_i f'x_i(m)|_{x_i=a} = f(x)|_{x_i=a} \cdot \overset{\bullet\bullet}{x}_i \oplus f'x_i(a)|_{x_i=a} \cdot \overset{aa}{x}_i \oplus f'x_i(b)|_{x_i=a} \cdot \overset{bb}{x}_i \oplus \cdots\cdots \oplus f'x_i(m)|_{x_i=a} \cdot \overset{mm}{x}_i$$

(여기서, $\overset{\bullet\bullet}{x}_i \triangleq I = \overset{aa}{x}_i \oplus \overset{bb}{x}_i \oplus \cdots\cdots \oplus \overset{mm}{x}_i$)

또, 變數의 벡터 $\mathbf{X}_1 = (x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m)$, $\mathbf{X}_2 = (x_{m+1}, \cdots\cdots, x_n)$가 있을 때, $f(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$를 $\mathbf{X}_1$에 대하여 MacLaurin전개하면 다음과 같다.

(정리 2)

$$f(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X})|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{0}} \oplus \sum_{\mathbf{e}} f'\mathbf{X}_1(\mathbf{e})|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{0}} \cdot \overset{\mathbf{ee}}{\mathbf{X}_1}$$

여기서, $\mathbf{0} \leq \oplus \leq (\mathbf{K}^m - \mathbf{1})$; vector를 의미

$\mathbf{0} \triangleq (a, a\cdots\cdots, a)$ (m개)

$\mathbf{1} \triangleq (a, a, \cdots\cdots, b)$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$\mathbf{k}^m - \mathbf{1} \triangleq (k, k, \cdots\cdots, k)$ (m개)

※ (値의 要素는 $(a, b, \cdots\cdots, k)$인 경우)

(증명) 函數 $f(z, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$를 먼저, 한개의 變數 z에 대하여 전개하면 m=1일때의 〔정리 1〕에 의하여 ①과 같이 전개된다.

$$f(z, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = f(z, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)|_{z=a} \oplus \sum_{i=a}^{k} f'z(i)|_{z=a} \overset{ii}{z} = f|_{z=a} \oplus f'z(a)|_{z=a} \cdot \overset{aa}{z} \oplus f'z(b)|_{z=a} \cdot \overset{bb}{z} \oplus \cdots\cdots \oplus f'(z(k))|_{z=a} \cdot \overset{kk}{z} \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

또, m=M인 $\mathbf{X}_1$에 대하여, f를 전개한 식이 ②와 같이 된다고 가정하면, m=M+1일 때에도 같은 형태 전개됨을 證明하면 된다.

$$f(z, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = f|_{\mathbf{x}=\mathbf{0}} \oplus \sum_{\mathbf{e}} f'\mathbf{X}_1(\mathbf{e})|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{0}} \overset{\mathbf{ee}}{\mathbf{X}_1} \cdots\cdots ②$$

②에서, z를 m=M+1인 경우의 추가된 變數라 하고, z, $\mathbf{X}_1$ 벡터를 $\mathbf{X}_1^*$로 표시하기로 하고, f를 $\mathbf{X}_1^*$ 벡터로 MacLaurin 전개한다. ②를 ①에 대입하면,

$$f(z, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = f(z, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)|_{z\,\mathbf{x}_1=\mathbf{0}} \oplus \sum_{i=1}^{k} f'z(i) \cdot [\sum_{\mathbf{e}} f'\mathbf{X}_1(\mathbf{e})|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{0}} \cdot \overset{\mathbf{ee}}{\mathbf{X}_1}]|_{z=a} \cdot \overset{ii}{z}$$

$$= f(z, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)|_{\mathbf{x}_1^*=\mathbf{0}^*} \oplus f'z(a)[\sum_{\mathbf{e}} f'\mathbf{X}_1(\mathbf{e})|_{\mathbf{x}=\mathbf{0}} \cdot \overset{\mathbf{ee}}{\mathbf{X}_1}]|_{z=a} \cdot \overset{aa}{z} \oplus f'z(b)[A]|_{z=a} \cdot \overset{bb}{z} \oplus \cdots \oplus f'z(k) \cdot [A]|_{z=a} \cdot \overset{kk}{z} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

여기서, $\left\{\begin{array}{l} [A] = [\sum_{\mathbf{e}} f'\mathbf{X}_1(\mathbf{e})|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{0}} \cdot \overset{\mathbf{ee}}{\mathbf{X}_1}] \\ \mathbf{X}_1^* = \mathbf{0}^* \text{은 } a, a, \cdots, a \quad m=M+1\text{개 벡터} \\ \mathbf{X}_1 = \mathbf{0}\text{은 } a, a, \cdots, a \quad M\text{개 벡터} \end{array}\right.$

③식의 右邊의 제2항은,

$$f'z(a)[A]|_{z=a} \cdot \overset{aa}{z} = \sum_{\mathbf{e}} f'\mathbf{X}_1^*(\mathbf{e})|_{\mathbf{x}^*=\mathbf{0}^*} \overset{aa}{z} \cdot \overset{\mathbf{ee}}{\mathbf{X}_1} \cdots ④$$

로써, 전개된 식의 $\mathbf{0} \leq \mathbf{e} \leq \mathbf{k}^M - \mathbf{1}$ 벡터의 항들을 나타낸다. 그 다음항은,

$$f'z(k)[A]|_{z=a} \cdot \overset{bb}{z} = \sum_{\mathbf{e}} f'\mathbf{X}_1^*(\mathbf{e})|_{\mathbf{x}^*=\mathbf{0}^*} \overset{bb}{z} \cdot \overset{\mathbf{ee}}{\mathbf{X}_1} \cdots ⑤$$

로서, 전개된 식의 $\mathbf{k}^M \leq \mathbf{e} \leq 2\mathbf{k}^M - \mathbf{1}$ 벡터의 항들을 나타낸다. 또 마지막 항은,

$$f'z(b)[A]|_{z=a} \cdot \overset{kk}{z} = \sum_{\mathbf{e}} f'\mathbf{X}_1^*(\mathbf{e})|_{\mathbf{x}^*=\mathbf{0}^*} \overset{kk}{z} \cdot \overset{\mathbf{ee}}{\mathbf{X}_1} \cdots ⑥$$

로서, $(\mathbf{k}-\mathbf{1})\mathbf{k}^M \leq \mathbf{e} \leq \mathbf{k}^{M+1} - \mathbf{1}$, 벡터의 항들이다.

이들 ④, ⑤, ⑥ 식을 종합하면,

$$f(\mathbf{X}_1^* \ \mathbf{X}_2) = f(\mathbf{X}_1^* \ \mathbf{X}_2)|_{\mathbf{x}_1^*=\mathbf{0}^*} \oplus \sum_{\mathbf{e}} f'\mathbf{X}_1^*(\mathbf{e})|_{\mathbf{x}_1^*=\mathbf{0}^*} \overset{\mathbf{ee}}{\mathbf{X}_1^*} \cdots\cdots\cdots ⑦$$

여기서, $\mathbf{o} \leq \mathbf{e} \leq \mathbf{k}^{M+1} - \mathbf{1} (= \mathbf{k}^m - \mathbf{1})$이 된다.

〔예제 7〕 다음 진리표를 만족하는 記號多値 論理函數를 $\mathbf{X}_1 = (x_1, x_2)$로 전개함.

(풀이) (1) 論理式

$$f = a\{\overset{cc}{x_1}\overline{\overset{bb}{x_2}} + \overline{\overset{bb}{x_1}}\overset{cc}{x_2}\} + b\{\overset{aa}{x_1}\overset{bb}{x_2} + \overset{bb}{x_1}\overline{\overset{bb}{x_2}}\} + c + c\{\overset{aa}{x_1}\overset{aa}{x_2} + \overset{bc}{x_1}\overset{bb}{x_2}\}$$

표 4. 진리표

Table 4. Truth table.

x_2 \ x_1	a	b	c
a	c	b	a
b	b	c	c
c	a	d	a

(2) $f|_{X_1=0} = a(\phi) + b(\phi) + c(I+\phi) = c$

$f' X_1(a, a)|_{X_1=0} = \phi$

$f' X_1(a, b)|_{X_1=0} \overset{aa}{x}_1 \overset{bb}{x}_2$

$= [\{a(\phi) + b(\phi) + c(I)\} \oplus \{a(\phi) + b(I) + c(\phi)\}] \overset{aa}{x}_1 \overset{ab}{x}_2$

$= (c + b) \overset{aa}{x}_1 \overset{bb}{x}_2$

$$f' X_1(a, c)|_{X_1=0} \overset{aa}{x}_1 \overset{bc}{x}_2 = (c \oplus a) \overset{aa}{x}_1 \overset{cc}{x}_2$$

$$f' X_1(b, a)|_{X_1=0} \overset{bb}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 = (c \oplus b) \overset{bb}{x}_1 \overset{aa}{x}_2$$

$$f' X_1(b, b)|_{X_1=0} \overset{bb}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 = (c \oplus c) \overset{bb}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 = \phi$$

$$f' X_1(b, c)|_{X_1=0} \overset{bb}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 = (c \oplus b) \overset{bb}{x}_1 \overset{cc}{x}_2$$

$$f' X_1(c, a)|_{X_1=0} \overset{cc}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 = (c \oplus a) \overset{cc}{x}_1 \overset{aa}{x}_2$$

$$f' X_1(c, b)|_{X_1=0} \overset{cc}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 = (c \oplus c) \overset{cc}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 = \phi$$

$$f' X_1(c, c)|_{X_1=0} \overset{cc}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 = (c \oplus a) \overset{cc}{x}_1 \overset{cc}{x}_2$$

위의 식들을 모두 종합하면,

$$\begin{aligned} f &= c \oplus (c \oplus b) \overset{aa}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 \oplus (c \oplus a) \overset{aa}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \oplus (c \oplus b) \\ &\quad \overset{bb}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 \oplus (c \oplus b) \overset{bb}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \oplus (c \oplus a) \overset{cc}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 \\ &\quad \oplus (c \oplus a) \overset{cc}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \\ &= c\,(\overset{aa}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 \oplus \overset{aa}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 \oplus \overset{aa}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \oplus \overset{bb}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 \oplus \overset{bb}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 \\ &\quad \oplus \overset{bb}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \oplus \overset{cc}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 \oplus \overset{cc}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 \oplus \overset{cc}{x}_1 \overset{cc}{x}_2) \oplus (c \oplus b) \overset{aa}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 \\ &\quad \oplus (c \oplus a) \overset{aa}{x}_1 \overset{cc}{x}_2) \oplus (c \oplus b) \overset{bb}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 \oplus (c \oplus b) \\ &\quad \overset{bb}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \oplus (c \oplus a) \cdot \overset{cc}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 \oplus (c \oplus a) \overset{cc}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \\ &= c\, \overset{aa}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 \oplus b\, \overset{aa}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 \oplus a\, \overset{aa}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \oplus b\, \overset{bb}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 \oplus c\, \overset{bb}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 \\ &\quad \oplus b\, \overset{bb}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \oplus a\, \overset{cc}{x}_1 \overset{aa}{x}_2 + c\, \overset{cc}{x}_1 \overset{bb}{x}_2 \oplus a\, \overset{cc}{x}_1 \overset{cc}{x}_2 \end{aligned}$$

이 결과는 표 4의 진리표와 같다.

8. 記號 多値 論理函數의 Taylor 展開

$f(X_1, X_2)$를 X_1에 대하여 Taylor 전개하면 다음과 같다.

〔정리 3〕

$$f(X_1, X_2) = f(X_1 X_2)|_{X_1=h} \oplus \sum_e f' X_1(e)|_{X_1=h} \cdot (X_1 \oplus h)^{ee}$$

여기서, $0 \leqq e \leqq k^m - 1$

(증 명) 위의 定理를 증명하기 위하여 먼저 다음과 같은 補助定理를 증명한다.

〈보조정리 1〉

$$f'(x_1 \oplus h_1)(e)|_{x=a} = f' x(e)|_{x=h_1}$$

(증 명)

$$\begin{aligned} f'(x_1 \oplus h_1)(e)|_{x=a} &= f(x_1 \oplus h_1) \oplus f(x_1 \oplus h_1 \oplus e)|_{x=a} \\ &= f(a + h_1) + f(a \oplus h_1 \oplus e) \\ &= f(h) \oplus f(h \oplus e)|_{h_1 = a \oplus h_1} \\ &= f(x) \oplus f(x \oplus e)|_{x=h_1} = f'(x(e))|_{x=h_1} \end{aligned}$$

〈보조정리 2〉

$X_1 = x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m$, $X_2 = x_{m+1}, \cdots\cdots, x_n$ 일때,

$$f'((X_1 \oplus h_1)(e), X_2)|_{X_1=0} = f'(X_1(e), X_2)|_{X_1=h_1}$$

$0 \triangleq a, a \cdots\cdots, a$ (m개의 vector)

(증 명)

$$\begin{aligned} & f'(X_1 \oplus h_1(e),\ X_2)|_{X_1=0} \\ &= f'(x_m \oplus h_m)(e)(f'(x_{m-1} \oplus h_{m-1})(e) \\ &\quad (\cdots\cdots f'(x_1 \oplus h_1)(e))\cdots\cdots)|_{x_1=a,\ x_2=a,\cdots\cdots,\ x_m=a} \\ &= f'(x_m \oplus h_m)(e)(f'(x_{m-1} \oplus h_{m-1})(e)(\cdots\cdots \\ &\quad f'(x_1(e))\cdots\cdots))|_{x_1=h_1,\ x_2=a,\cdots\cdots,\ x_m=a} \\ &= f' x_m(e)(f' x_{m-1}(e)(\cdots\cdots f' x_1(e))\cdots\cdots)) \\ &\quad \|_{x_1=h_1,\cdots\cdots,\ x_m=h_m} \\ &= f'(X_1(e),\ X_1)|_{X_1=h_1} \end{aligned}$$

〈보조정리 3〉

보조정리 2에 의하여 **e**의 각 경우를 증명할 수 있으므로 다음 정리를 얻을 수 있다.

$$f'((X_1 \oplus h_1)(e), X_2)|_{X_1=0} = f'(X_1(e), X_2)|_{X_1=h_1}$$

여기서, $0 \leq e \leq k^m - 1$ (k 치의 경우)

(정리 3 의 증명)

MacLaurin 전개에 의하여 $f(X_1 \oplus h_1, X_2)$를 전개하면,

$$\begin{aligned} f((X_1 \oplus h_1),\ X_2) &= f((X_1 \oplus h_1),\ X_2)|_{X_1=0} \\ &\quad \oplus \sum_e f'(X_1 \oplus h_1)(e)|_{X_1=0} \overset{ee}{X}_1 \end{aligned}$$

〈보조정리 3〉에 의하여

$$\begin{aligned} f((X_1 \oplus h_1),\ X_2) &= f(X_1, X_2)|_{X_1=h_1} \\ &\quad \oplus \sum f'(X_1(e))|_{X_1=h_1} \overset{ee}{X}_1 \quad (0 \leq e \leq k^m - 1) \end{aligned}$$

윗 식에서 모든 $X_1 \oplus h_1$에 h_1을 $\oplus$ 해주면,

$$\begin{aligned} f(X_1, X_2) &= f((X_1 \oplus h_1),\ X_2)|_{X \oplus h_1 = h_1} \\ &\quad \oplus \sum_e f'(X_1 \oplus h_1)(e)|_{X \oplus h_1 = h_1} (X_1 \oplus h_1)^{ee} \\ &= f(X_1, X_2)|_{X_1=h_1} \oplus \sum_e f'(X_1(e))|_{X_1=h_1} (X_1 \oplus h_1)^{ee} \\ &\quad (0 \leq e \leq k^m - 1). \end{aligned}$$

Ⅲ. 結 論

이 論文은 多値의 値의 要素를, 数가 아닌, 독립적인 데이타의 要素로 보아, 記号 a, b, c,… 等으로 나타내고, 이들을 多値의 論理代数 方式으로 취급하였다. 이러한 記号들로서 多値論理函数를 設定하고 回路

化의 方法을 예시하였다.

또, 이와 같은 記号論理函数에 대한 変化를 定義하고 그 性質을 整理, 證明하였다. 이것은 하나의 입력 변수가 a에서 b로 変化했을 때 결과되는 函数値의 変化를 나타낸다.

부울函数에 대한 MacLaurin 전개나 Taylor 전개에 준하여,[7] 記号多値 論理函数에 대한 MacLaurin 전개와 Taylor 전개를 하였고 證明하였으며, 예제로서 확인하였다.

參 考 文 獻

[1] S.Y.H. Su, A.A. SARRIS, "The relationship between multivalued switching algebra and boolean algebra under different definitions of complement", *IEEE Trans. Computers,* vol. C-21, pp. 479-485, May, 1972.

[2] S.C. LEE, E. T. LEE, "On multivalued symmetric functions", *IEEE Trans. Computers,* vol. 21, pp. 312-317, March 1972.

[3] Y. YAMAMOTO, S. FUJITA, "The three-valued majority functions", vol. J-63D, pp. 493-500, June 1980.

[4] S.C. LEE, "Vector boolean algebra and calculus", *IEEE Trans. Computers,* vol. C-25, pp. 865-874, September 1976.

[5] P.N. MARINOS, "Fuzzy logic and its application to switching systems", *IEEE Trans. Computer,* vol. C-18, no.4, pp. 343-348, April 1969.

[6] A. THAYSE, "Differential calculus for functions from $(GF(P))^n$ into GF(P)" *Philips Res. Repts.* 29, pp. 560-586, 1974.

[7] A. THAYSE, M. DAVIO, "Boolean differential calculus and its application to switching theory", *IEEE Trans. Computers,* vol. C-22, no.4, pp. 409-419, April 1973.

[8] S.C. LEE, *Modern Switching Theory and Digital Design.* Prentice-Hall, 1978.