論文 83-20-6-1

結合 스롯트 線路의 새로운 解析
(A New Analysis of a Coupled Slotlines)

林 永 錫*, 裵 正 二**
(Young Suk Lim and Chung Yi Bae)

要 約

本 論文에서는 結合 스롯트 線路의 特性을 解析할 수 있는 간단하며 새로운 式을 유도하였다. 이는 S.B. Cohn의 단일 스롯트線路의 解析法을 基礎로 하여, 偶모우드와 奇모우드에서의 總어드미턴스式을 종래의 解析法과 다르게 접근하여 Knorr와 Kuchler의 計算値와 比較, 잘 一致함을 볼 수 있었다.

Abstract

A new equation, which enables us to calculate the characteristics of coupled slot-lines on a dielectric substrate, is derived. Their calculations are based on the single slot-line analysis of S.B. Cohn, but each equation of total admittance in the even mode and the odd mode is derived by a different approach.

The results agree with Knorr and Kuchler's data.

I. 序 論

스롯트 線路의 特性 解析은 1969年 S.B.cohn [1] 에 의하여 처음 試圖되었다. 그 結果, 여파기, 방향성 결합기등의 超高周波回路의 構成에 스롯트線路를 利用할 수 있었다[2] 結合 스롯트線路의 解析은 1975年 Knorr와 Kuchler [3] 에 의하여 이루어졌다. 이들은 Itoh와 Mittra의[4] 단일 스롯트線路의 混成 모우드 解析法을 結合 스롯트線路에까지 확장시켜서, 結合 스롯트線路의 特性을 구할 수 있었다. 本 論文에서는, S.B. Cohn이 단일 스롯트線路의 解析에 이용하였던 導波管 모델을 結合 스롯트線路에 적용하여 解析하였다.

II. 解析方法

1. 矩形 空胴모델

그림 1 (a)와 같은 結合 스롯트線路는, 傳送波長(λg)이 $\lambda g = 2a$인 周波數(f_0)에서는 그림 1 (b)와 같이 矩形 空胴 모델로 놓을 수 있다.

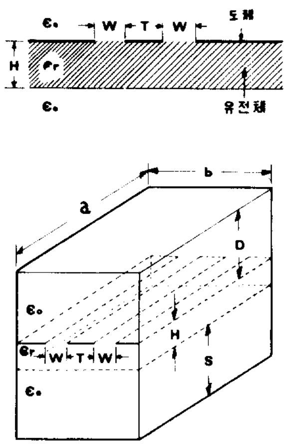

그림 1. 結合 스롯트線路와 空胴의 모델

Fig. 1. Coupoled slot line and its cavity model.

*非會員, **正會員, 서울大學校 工科大學 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul National Univ.)
接受日字 : 1982年 3月 24日

이때 周波數 f_0는 그림 1 (b)의 矩形空胴의 공진 周波數에 해당되므로, 周波數 f_0인 波에 대하여는 矩形 空胴의 總어드미턴스 Y가 0이 되어야 한다. 따라서,

$$Y(a, f_0) = 0 \qquad (1)$$

이라 둘 수 있다. 그러므로, Y의 表現式을 알게 되면 (1)式으로 부터 周波數f_0인 波에 대한 $Y(a, f_0)=0$를 만족시키는 a, 즉 스롯트線路에서의 傳送波長 λg를 구할 수 있으며, 더 나아가 임피던스 特性까지 알 수 있다.[1]

따라서, 다음은 그림 1(b)의 矩形空胴 모델의 奇, 偶모우드에서의 總어드미턴스를 구하는 方法을 제시한 것이다.

스롯트線路를 따라 進行하는 x方向의 電界 Ex는 다음과 같은 級數로 둘 수 있다.

$$E_x = \sum_{n=0}^{\infty} a_n f_n(x) \qquad (2)$$

여기서 a_n을 矩形空胴의 n次 모우드의 電界의 세기로 定義하면, n次 모우드의 等價단자전압 V_n은 n次 모우드의 電界 Exn의 實效値로 定義된다.[5] 또한, 展開函數 $f_n(x)$를 直交性을 갖도록 취하면, 각 모우드는 獨立的이 되어, 矩形空胴의 등가회로를 그림 2와 같이 나타낼 수 있다.

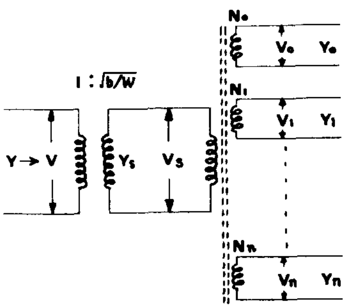

그림 2. 矩形空胴 모델의 等價回路

Fig. 2. Equivalent circuit of rectangular cavity model.

위의 等價回路에서 總어드미턴스는 다음과 같이 된다.

$$Y = \frac{b}{w} \cdot Y_s = \frac{b}{w} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{V_n}{V_s}\right)^2 \cdot Y_n \qquad (3)$$

여기서, V_s는 電界Ex의 實效値로 導波管모델이 端子電圧이며, V는 스롯트線路의 端子電圧이다.

上記의 式(3)에서 Yn은 n次 모우드의 어드미턴스로서, n次 모우드의 波動어드미턴스 y_n과는 다음과 같은 관계가 있다.[1],[6]

$$Y_n = \frac{I_n}{V_n} = \frac{a}{2b} y_n = \frac{a}{2b} \frac{H_{zn}}{E_{xn}} \qquad (4)$$

式(3)으로 부터 總어드머턴스 Y는, (V_n/V_s)와 Y_n을 구하면 알 수 있다.

Y_n을 구하는 方法은, 奇, 偶모우드에 따라서 S.B. Cohn[1]의 方法과 대동소이하므로 그 과정을 부록에 실었다.

다음으로 (V_n/V_s)를 구하는 과정은 다음과 같다.

結合 스롯트線路上에서의 電界分布를 근사적으로 그림 3과 같이 놓을 수 있다.

偶모우드의 경우 電界分布는 그림 3 (a)와 같으므로 展開函數$f_n(x)$는

$$f_n(x) = \cos\frac{2n\pi}{b}x$$

가 되므로 式(2)에 代入하면,

$$E_x = \sum_{n=0}^{\infty} a_{ne} \cos\frac{2n\pi}{b}x \qquad (5)$$

가 된다. 스롯트線路의 導波管모델의 端子전압 V_s는 定義에 의하여

$$V_{se} = \sqrt{\frac{1}{b}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} E^2\,dx} = \sqrt{\frac{2w}{b}} \qquad (6)$$

가 되고, n次모우드의 端子전압 V_n은

$$\left.\begin{aligned} V_{ne} &= \frac{2\sqrt{2}}{n\pi}\cos\frac{n\pi(T+w)}{b}\cdot\sin\frac{n\pi w}{b} &&: n=1,2,\cdots \\ V_{ne} &= \frac{2w}{b} &&: n=0 \end{aligned}\right| \qquad (7)$$

가 된다.

以上의 (5), (6) 式들로 부터

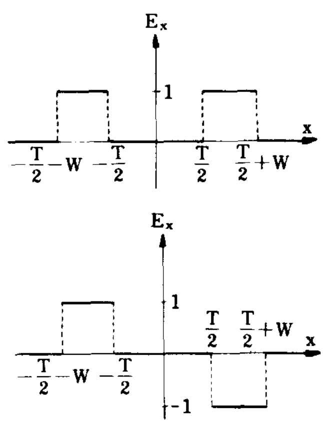

그림 3. 스롯트上의 電界分布

Fig. 3. Assumed field distribution on slot line.

$$\left(\frac{V_{ne}}{V_{se}}\right)^2 = \begin{cases} \dfrac{2w}{b} & : n=0 \\ \dfrac{4w}{b}\left(\dfrac{b}{n\pi w}\right)^2 \cos^2\dfrac{n\pi(T+W)}{b}\sin^2\left(\dfrac{n\pi w}{b}\right) & : n=1,2,\cdots \end{cases} \qquad (8)$$

로 표시된다.

奇모우드의 경우 電界分布는 그림 3 (b)와 같으므로 電界는 다음 式으로 표시된다.

$$E_x=\sum_{n=0}^{\infty} a_{no} \sin\frac{(2n-1)\pi x}{b} \qquad (9)$$

偶모우드의 경우에서와 같이 端子전압을 각각 구하면,

$$V_{so}=V_{se}=\sqrt{\frac{2w}{b}}$$

$$V_{no}=\frac{4\sqrt{2}}{(2n-1)\pi}\cdot\sin\left(\frac{2n-1}{b}\cdot\frac{\pi w}{2}\right)\sin\frac{(2n-1)\pi(W+T)}{2b} \qquad : n=1,2,\cdots$$

$$V_{no}=0 \qquad : n=0$$

가 되므로

$$\left(\frac{V_{so}}{V_{so}}\right)^2 = \begin{cases} 0 & : n=0 \\ \dfrac{4w}{b}\left(\dfrac{b}{w(n-\frac{1}{2}\pi)}\right)^2 \sin^2\dfrac{(n-\frac{1}{2})\pi w}{b}\cdot \sin^2\dfrac{(n-\frac{1}{2})\pi(T+W)}{b} & : n=1,2,\cdots\cdots \end{cases} \qquad (10)$$

가 된다.

本 論文에서는 設計目的에 맞는 여러가지 변형된 형태의 結合 스롯트線路의 特性을 계산할 수 있게 하기 위하여, D, S, b와 같은 변수들을 도입하였을 따름이다.

앞에서 구한 式(7), (10)를 式(3)에 대입하여 구한 總어드미턴스는 다음과 같다.

i) 偶모우드의 경우

$$Y_{even}=2Y_0+\sum_{n=1}^{\infty}4\left(\frac{b}{wn\pi}\right)^2\cdot\cos^2\frac{n\pi w(T+W)}{b}\sin^2\frac{n\pi w}{b}Y_n \qquad (11)$$

ii) 奇모우드의 경우

$$Y_{odd}=\sum_{n=1}^{\infty}4\left(\frac{b}{W(n-\frac{1}{2})\pi}\right)^2\cdot\sin^2\frac{(n-\frac{1}{2})\pi w}{b}\cdot\sin^2\frac{(n-\frac{1}{2})\pi(T+w)}{b}Y_n \qquad (12)$$

위의 式(11), (12)에 부록의 Y_n式을 代入하면 완전한 式이 되어 [1]의 方法으로 奇, 偶모우드에서의 結合 스롯트線路의 特性을 구할 수 있다.

다음의 그림 4는, 比誘電率 ε_r이 16.0인 유전체를 갖는 結合 스롯트線路의 特性을 計算하여 圖示한 것이다. 이 計算에서는 Knorr와 Kuchler[3]의 데이타와 비교하기 위하여, D와 S를 매우 큰 값으로 취하여 스

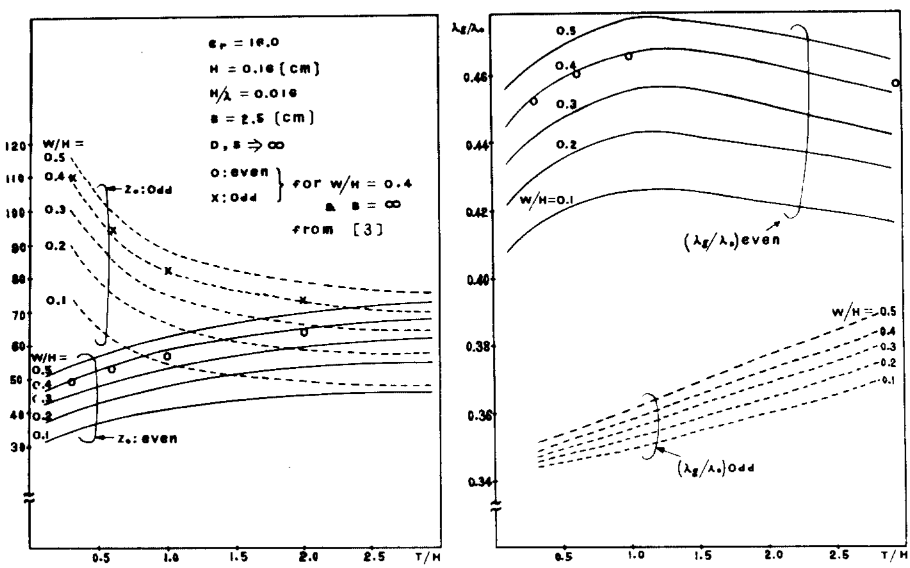

그림 4. 結合스롯트 線路의 特性

Fig. 4. Characteristics of coupled slot line.

롯트上의 電界分布에 영향을 주지 않도록 하였으며, b는 S. B. Cohn[1]의 계산과 실험을 근거로 역시, 스롯트上의 電界分布에 영향을 미치지 않도록 b=2.5 [cm]의 값을 취하였다.

Ⅲ. 檢討 및 結論

結合 스롯트線路를 矩形空胴으로 모델化하여 구한 線路의 임피던스와 傳送波長의 特性은, Knorr와 Kuchler가 무척 복잡한 計算을 하여 圖示한 데이타를 標本하여 比較한 결과 잘 一致함을 確認하였다.

本 論文의 附錄에 提示한 Y_n의 誘導式으서 D, S, b 등의 변수들을 設計目的에 符合되게 취하면, 各種 여파기, 방향성 결합기등의 設計에 유용한 데이타를 얻을 수 있다.

謝 意

本論文을 위하여 積極的으로 指導해 주신 서울大學校 工科大學 電子工學科 崔桂根敎授님께 感謝드립니다.

附 錄

n次 모우드의 어드미턴스(Y_n)

本文의 式(4)로 부터

$$Y_n=\frac{a}{2b}\cdot\frac{H_{zn}}{E_{xn}} \tag{A1}$$

임을 알았다. 그런데, 스롯트上의 電磁界 分布는 TE 모우드도 아니고, TM모우드도 아닌 hybrid 모우드이므로, 이를 TE, TM으로 분리하면 式(A1)은

$$Y_n=\frac{a}{2b}\left(\frac{H_{zn,}TE+H_{zn,}TM}{E_{xn,}TE+E_{xn,}TM}\right) \tag{A2}$$

로 둘 수 있게 되는데, 그 결과로

$$Y_n=\frac{a}{2b}\cdot\frac{\dfrac{H_{zn,TM}}{E_{xn,TM}}+\dfrac{H_{zn,TE}}{E_{xn,TE}}\cdot\dfrac{E_{xn,TE}}{E_{xn,TM}}}{1+\dfrac{E_{xn,TE}}{E_{xn,TM}}}$$

$$=\frac{a}{2b}\cdot\frac{Y_{n,TM}+K\cdot Y_{n,TE}}{1+K} \tag{A3}$$

단, $K=\dfrac{E_{xn,TE}}{E_{xn,TM}}=(\dfrac{b}{2na})^2$

가 됨을 알 수 있다.

따라서, Y_n은 n次 모우드의 TE, TM 波動 어드미턴스 $Y_{n,TM}$, $Y_{n,TE}$를 구하면 알 수 있게 된다.

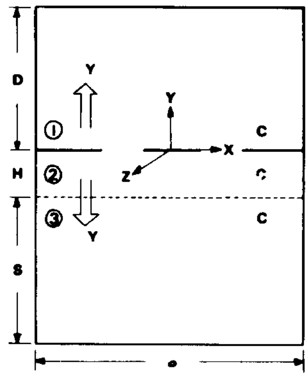

그림 A1. 矩形空胴 모델

Fig. A1. Rectangular cavity model.

$Y_{n,TM}$과 $Y_{n,TE}$를 구하기 위하여 矩形空胴 모델을 그린 것이 그림(A1)이다.

스롯트上에서의 波動 어드미턴스 Y_n은

$$Y_n={}_1Y_n+{}_2Y_n \tag{A4}$$

로 표시할 수 있다.

①, ②, ③의 各 영역에서의 波動어드미턴스는

$$\begin{cases} Y_{nTMi}=j\dfrac{\omega\varepsilon_0\varepsilon i}{\gamma_{in}}=j\dfrac{k_0\varepsilon_i}{\gamma_{in}\eta} \\ Y_{nTEi}=-j\dfrac{\gamma_{in}}{\omega\mu}=-j\dfrac{\gamma_{in}}{k_0\eta} \end{cases}$$

단 : i=1,2,3

γ_{in}은 y방향 전파상수

ε_i는 i영역의 비유전율

이므로

$$\left.\begin{aligned} {}_1Y_{n,TM}&=Y_{n,TM1}\coth\gamma_{1n}D \\ {}_2Y_{n,TM}&=Y_{nTM2}\cdot\frac{Y_{nTM3}\coth\gamma_{1n}s+Y_{nTM2}\tanh\gamma_{2n}H}{Y_{nTM2}+Y_{nTM3}\coth\gamma_{1n}S\tanh\gamma_{2n}H} \\ {}_1Y_{n,TE}&=Y_{nTE1}\coth\gamma_{1n}D \\ {}_2Y_{n,TE}&=Y_{nTE2}\cdot\frac{Y_{nTE3}\coth\gamma_{1n}S+Y_{nTE2}\tanh\gamma_{2n}H}{Y_{nTE2}+Y_{nTE3}\coth\gamma_{1n}S\tanh\gamma_{2n}H} \end{aligned}\right| \tag{A5}$$

가 됨을 쉽게 알 수 있다.

式(A5)를 式(A4)에 代入하여, 그 결과를 式(A3)에 代入하면 구하고자 하는 n次 모우드의 어드미턴스 Y_n을 얻게 된다.

즉,

$$Y_n=\frac{a}{2b}\cdot\frac{Y_{nTM1}\coth\gamma_1 D+Y_{nTM2}\cdot\dfrac{Y_{nTM2}\tanh\gamma_{2n}H+Y_{nTM3}\coth\gamma_{1n}S}{Y_{nTM2}+Y_{nTM3}\coth\gamma_{1n}S\tanh\gamma_{2n}H}}{1+(\frac{b}{2na})^2}$$

$$(\frac{b}{2na})^2\left[Y_{nTE1}\coth\gamma_{1n}D+Y_{nTE2}\cdot\right.$$

$$\left.\frac{Y_{nTE2}\coth\gamma_{1n}S+Y_{nTE3}\tanh\gamma_{2n}H}{Y_{nTE2}+Y_{nTE3}\coth\gamma_{1n}S\tanh\gamma_{2n}H}\right] \quad \text{(A6)}$$

이다.

여기서 구한 Y_n은 偶모우드의 경우의 값이고 奇모우드인 경우에는, 本文의 式(9)의 電界分布로 인하여, 式(A5)의 Y_n에서 n을 $(n-\frac{1}{2})$로 치환하여 구한다.

式(A6)에 ①, ②, ③ 各 영역에서의 波動어드미턴스를 代入하여 정리하면 다음과 같다.

$$Y_0=-j\frac{a}{2b\eta}\left\{V\coth\frac{2\pi}{\lambda_0}VD-U\tan\left[\frac{2\pi UH}{\lambda_0}-\tan^{-1}\left(\frac{V}{U}\coth\frac{2\pi VS}{\lambda_0}\right)\right]\right\} \qquad : n=0$$

$$Y_n=j\frac{a}{2n\eta\lambda_0\{1+(b/2an)^2\}}\cdot\left[\frac{R_n}{X_n}+\frac{\varepsilon_r P_n-(\lambda_0/2a)^2X_{2n}^2Q_n^2}{X_{2n}}\right] \qquad : n=1,2,3,\cdots\cdots$$

단,

$$\begin{cases} V=\sqrt{(\lambda_0/2a)^2-1} \\ U=\sqrt{\varepsilon_r-(\lambda_0/2a)^2} \\ X_{1n}=\sqrt{1+(b/n\lambda_0)^2V^2} \\ X_{2n}=\sqrt{1-(b/n\lambda_0)^2U^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_n=\{1-(\lambda_0/2a)^2X_{1n}^2\}\coth\dfrac{2n\pi}{b}\times_{1n}D \\ P_n=\dfrac{(X_{2n}/X_{1n}\varepsilon_r)\coth\frac{2n\pi}{b}X_{1n}S+\tanh\frac{2n\pi}{b}X_{2n}H}{1+(X_{2n}/X_{1n}\varepsilon_r)\coth\frac{2n\pi}{b}X_{1n}S\tanh\frac{2n\pi}{b}X_{2n}H} \\ Q_n=\dfrac{\coth\frac{2n\pi}{b}X_{1n}S+(X_{2n}/X_{1n})\tanh\frac{2n\pi}{b}X_{2n}H}{(X_{2n}/X_{1n})+\coth\frac{2n\pi}{b}X_{1n}S\tanh\frac{2n\pi}{b}X_{2n}H} \end{cases}$$

參 考 文 献

[1] S.B. Cohn "Slotline on a dielectric substrate," *IEEE Trans. MTT.*, vol. MTT-17, no. 10, pp. 768-778, Oct. 1969.

[2] E.A. Mariani and J.P. Agrios, "Slotline filters and couplers," *IEEE Trans. MTT*, vol. MTT-18, no.12, pp. 1089-1095, Dec. 1970.

[3] J.B. Knorr and K.D. Kuchler, "Analysis of coupled slots and coplana strips on dielectric substrate," *IEEE Trans. MTT*, vol. MTT-23, no.7, pp. 541-548, July 1975.

[4] T. Ittoh and R. Miltra, "Dispersion characteristics of slotlines," *Electron. Letter*, vol. 7, pp. 364-365, July 1971.

[5] N. Marcuvitz, *Waveguide Handbook*. M.I.T. Rad, Lab. Ser., vol. 10, pp.7, New York; McGraw Hill, 1957.

[6] E.C. Jordon and K. G. Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems.* Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall Inc., pp. 262-264, 1968.